المملكة العربية السعودية

وزارة التربية والتعليم

الإدارة العامة للتربية والتعليم بمنطقة الباحة

ثانوية السروات بالظفير (نظام المقررات)

أوراق عمل يومية لمادة الرياضيات ٣

((نظام المقررات))

معلم المادة / سعدي عبدالله ال فرحان

رياضيات ٣ ((ورق عمل)) { **الوحدة الأولى** }

١) خصائص الأعداد الحقيقية :

١. حدد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي :

1) -185	2) $\sqrt{49}$	3) $\sqrt{50}$	4) $\frac{3}{4}$ ....

٢. ما الخاصية الموضحة في العمليات التالية :

العملية	الخاصية
1) $2(x+3)=2x+6$	
2) $9+b=b+9$	
3) $(6\times8)\times5=6\times(5\times8)$	

العملية	الخاصية
4) $3\times1=3$	
5) $9+0=9$	

٣. أوجد النضير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي :

العدد	النظير الجمعي	النظير الضربي
-6		
$\frac{8}{9}$		
$3\cdot8$		
$\sqrt{7}$		

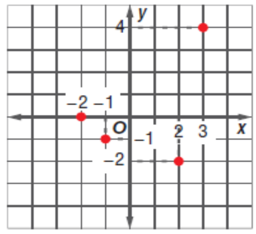
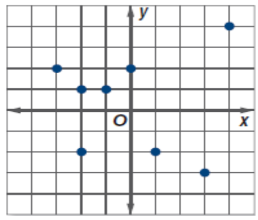
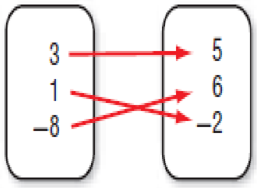
٤. بسط العبارة التالية :

1A. $5(3x+6y)+4(2x-9y)$	
1B. $3(4x-2y)-2(3x+y)$	

أي العبارات التالية تكافئ : $6(3x+1)-5(2x-1)$			
a) $8x+1$	b) $8x+11$	c) $8x-1$	d) $28x+11$

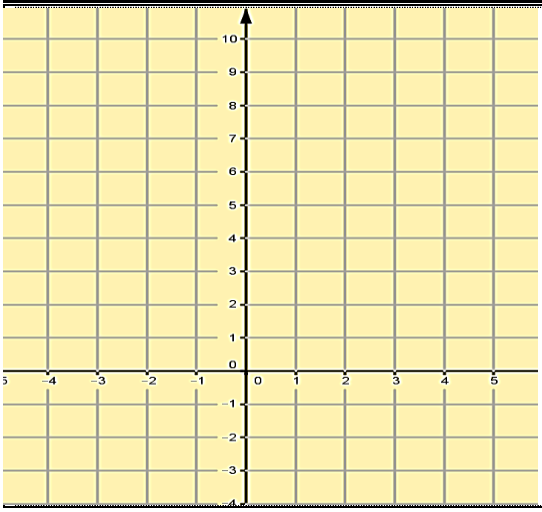
٢) العلاقات والدوال :

١. حدد كلاً من مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي ، ثم حدد إذا كانت دالة أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

			$\{(-6,-1),(-5,-9),(-3,-7),(-1,7),(-6,-9)\}$
المجال :	المجال :	المجال :	المجال :
المدى:	المدى:	المدى:	المدى:
هي دالة : (نعم – لا)	هي دالة : (نعم – لا)	هي دالة : (نعم – لا)	هي دالة : (نعم – لا)
وهي (........................)	وهي (........................)	وهي (........................)	وهي (........................)

٢. مثل المعادلة : $y = 2x + 1$ بيانياً ، وحدد مجالها ومداها ، ثم حدد إذا كانت تمثل دالة أم لا ، وإذا كانت كذلك ، فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة .

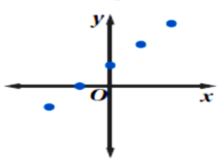
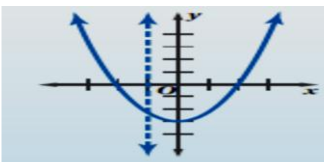
....
....
....
....
....
....
....
....
....



٣. لتكن $f(x) = 2x^2 + 1$ ، أوجد قيمة :

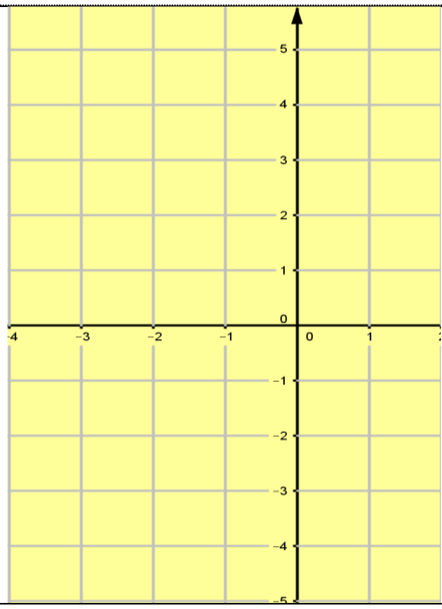
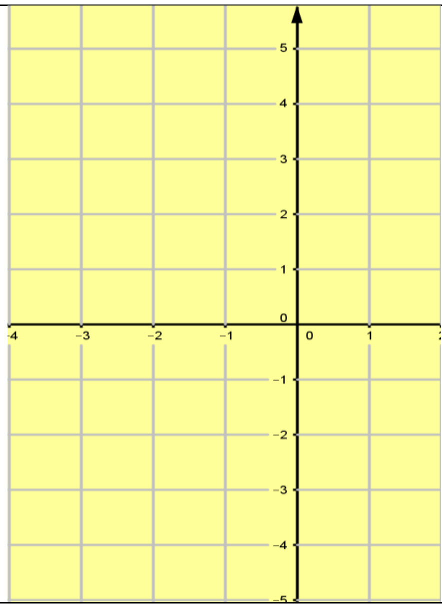
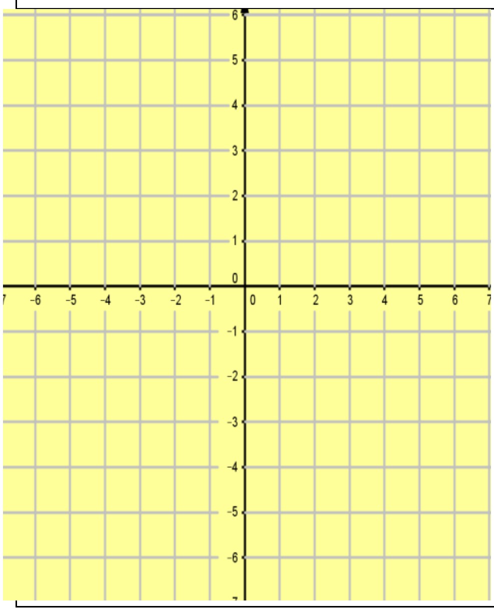
a) $f(3) =$	b) $f(-2) =$

٤. اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

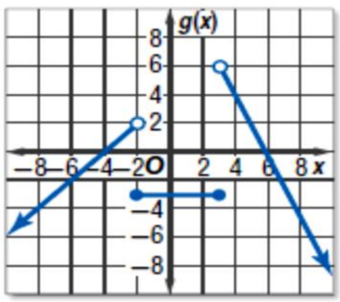
١	تسمى العلاقة في الشكل التالي علاقة				العلاقة A 
	a) غير متباينة	b) متصلة	c) منفصلة	d) لا شيء مما ذكر	
٢	يمكن استعمال الخط الرأسي مع كل من العلاقات لمعرفة إذا كانت العلاقة :				
	a) متصلة	b) دالة	c) منفصلة	d) متباينة	
٣	يسمى المتغير x في العلاقة $g(x) = 2x + 6$				
	a) متغير مستقل	b) متغير تابع	c) دالة	d) رمز الدالة	
٤	إذا كانت الدالة : $f(x) = 3x + 2$ فإن $f(4) = ...$				
	a) 24	b) 9	c) 14	d) 18	
٥	التمثيل البياني التالي يمثل :				
	a) دالة متباينة	b) ليست دالة	c) دالة غير متباينة	d) لا شيء مما ذكر	

٣) دوال خاصة :

○ الدالة متعددة التعريف : مثل الدوال التالية بيانياً وحدد كلاً من مجالها ومداها .

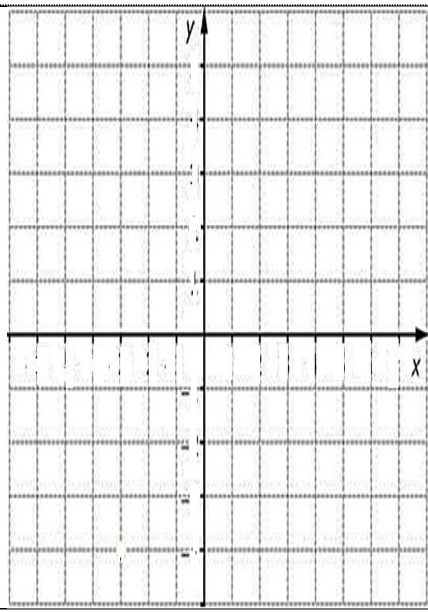
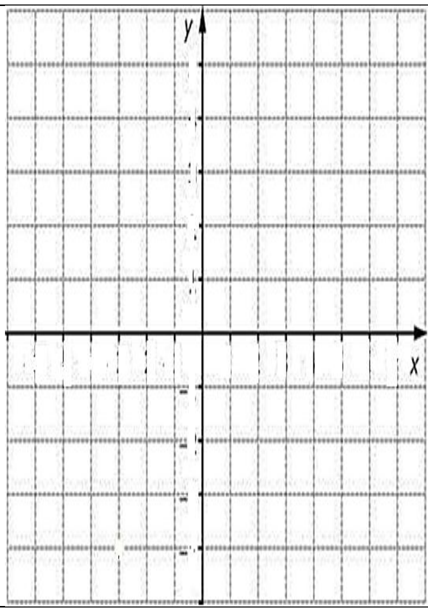
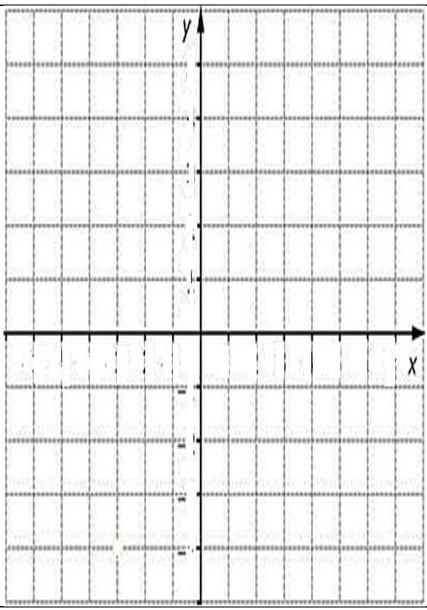
$f(x)=\begin{cases} x-2 & , \quad x<-1 \\ x+3 & , \quad x\geq -1 \end{cases}$	$f(x)=\begin{cases} x+2 & , \quad x<0 \\ x & , \quad x\geq 0 \end{cases}$	$f(x)=\begin{cases} -3 & , \quad x\leq -4 \\ x & , \quad -4<x<2 \\ -x+6 & , \quad x\geq 2 \end{cases}$
....	....	....
		

اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانياً في كل مما يأتي :



$$g(x)=\begin{cases} \text{...} \\ \text{...} \\ \text{...} \end{cases}$$

○ مثل الدوال التالية بيانياً وحدد كلاً من مجالها ومداها .

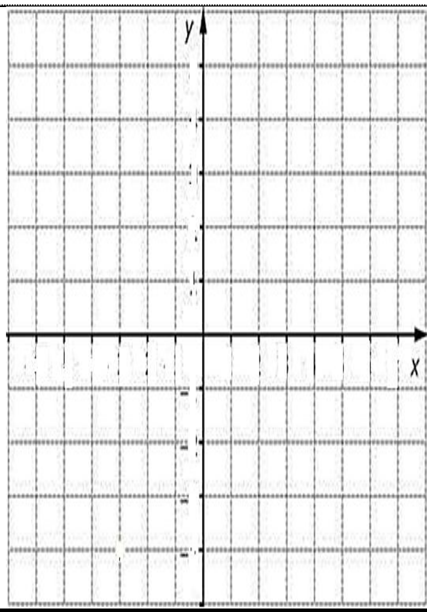
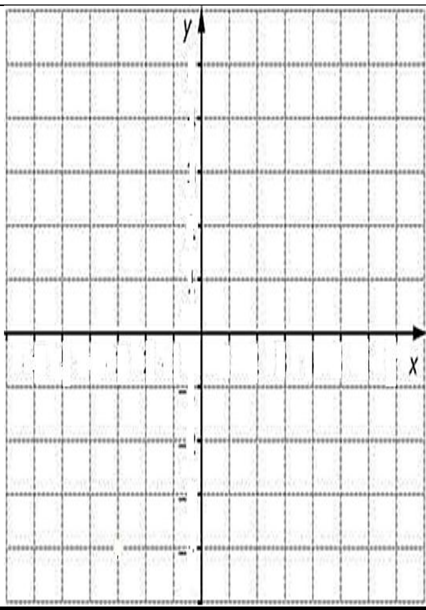
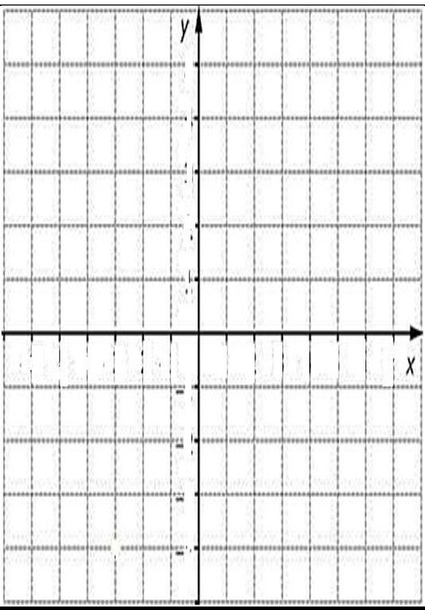
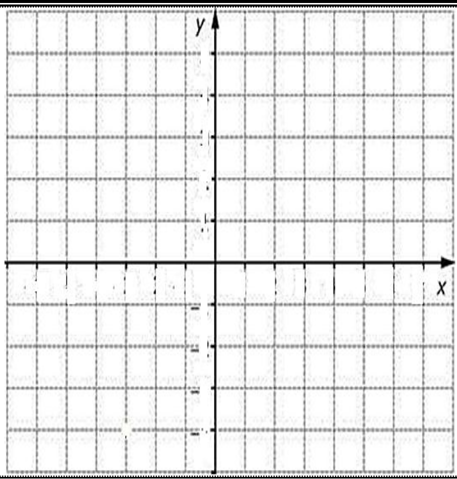
$f(x)=[\![x-5]\!]$	$f(x)=2\lvert x\rvert$	$f(x)=\lvert x+4\rvert$
....	....	....
		

٥. اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

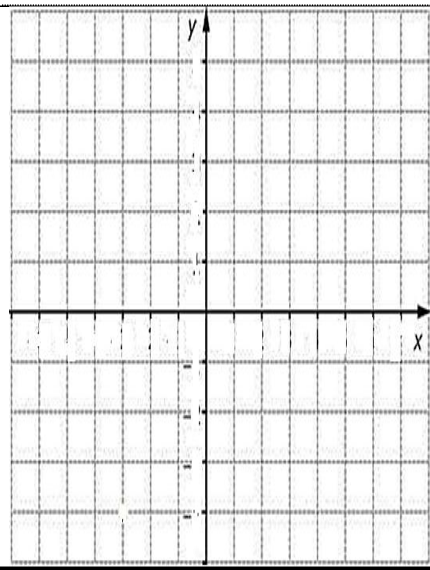
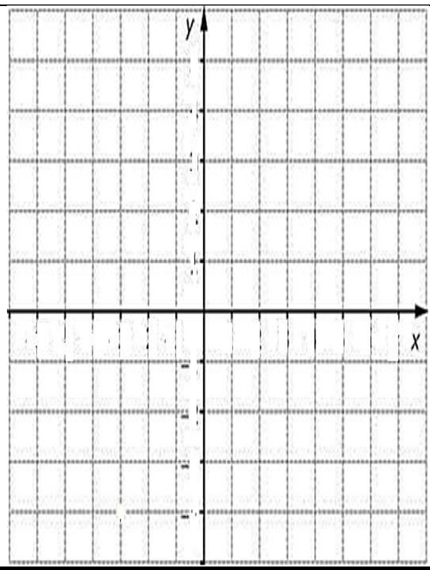
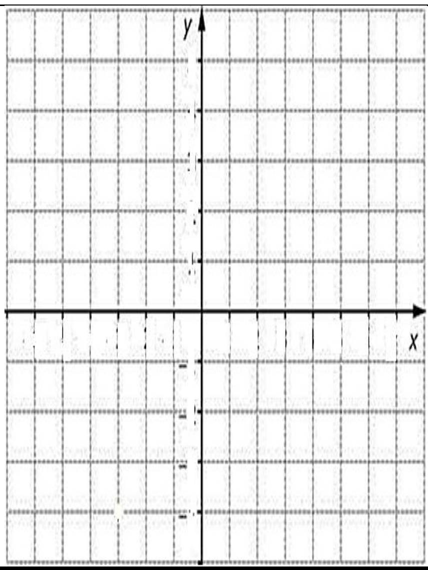
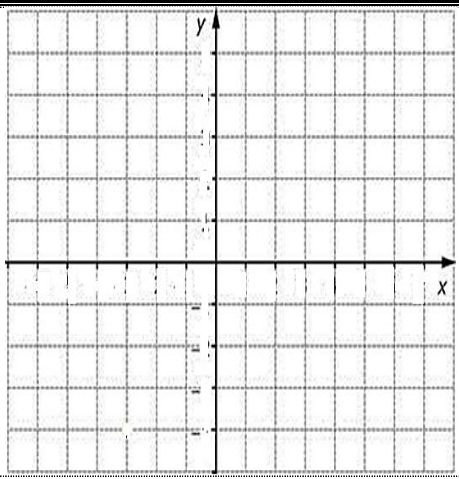
١	من أمثلة الدوال متعددة التعريف :			
	a) الدالة الدرجية	b) دالة القيمة المطلقة	c) $f(x)=\begin{cases} x-2 & , \quad x<-1 \\ x+3 & , \quad x\geq -1 \end{cases}$	d) جميع ما ذكر
٢	إذا كانت دالة أكبر عدد صحيح $f(x)=[\![x]\!]$ فإن قيمة $.....=[\![4.56]\!]$			
	a) 4	b) 5	c) 6	d) 4.5
٣	أي دالة مما يأتي يكون فيها $f(-\frac{1}{2})\neq -1$			
	a) $f(x)=2x$	b) $f(x)=\lvert -2x\rvert$	c) $f(x)=[\![x]\!]$	d) $f(x)=[\![2x]\!]$
٤	إذا كانت دالة أكبر عدد صحيح $f(x)=[\![x]\!]$ فإن قيمة $.....=[\![5.32]\!]$			
	a) 4	b) 5	c) 6	d) 4.5

٤) تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً :

- مثل المتباينات التالية بيانياً .

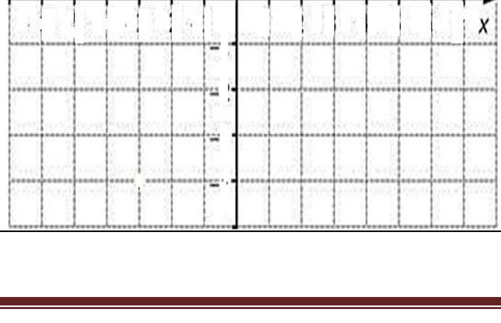
$x+4y>2$	$y \le 2\|x\|+3$	$y \le 3\|x+1\|$
		
مع صالح 60 ريالاً يستطيع إنفاقها في مدينة الألعاب . فإذا كان ثمن تذكرة الألعاب الإلكترونية 5 ريالات ، وثمن تذكرة كل لعبة عادية 6 ريالات . فاكتب متباينة تصف هذا الموقف ، ثم مثلها بيانياً .		

٥) حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً :

$y > 2x - 4$ $y \le -0.5x + 3$	$y \le -2x + 5$ $y > 2x + 4$	$y \ge -4x + 8$ $y < -4x + 4$
		
خرج مشاري وبدر في رحلة لزيارة بعض محافظات المملكة براً فتناوبا قيادة السيارة ، فإذا كانت فترات قيادة مشاري للسيارة لا تقل عن ٤ ساعات ولا تزيد على ٨ ساعات يومياً ، وكانت قيادة بدر للسيارة لا تقل عن ساعتين ولا تزيد على ٥ ساعات يومياً ، وكان إجمالي زمن قيادة كليهما يومياً لا تزيد على ١٠ ساعات فاكتب نظام متباينة خطية يمثل هذا الموقف ، ثم مثله بيانياً .		

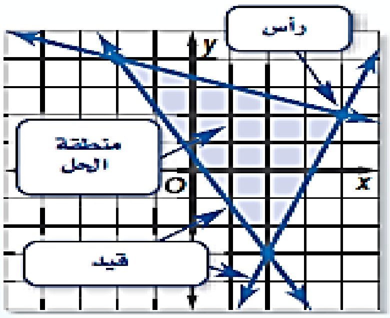
٥) جد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام التالي :

$$\begin{cases} y \le \dfrac{2}{5}x + 3 \\ y > 4x - 15 \\ y \ge 3 - \dfrac{1}{2}x \end{cases}$$

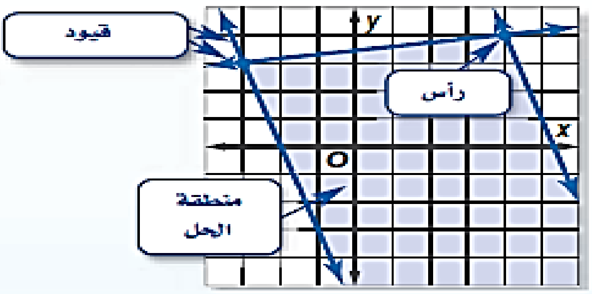


٦) البرمجة الخطية والحل الأمثل :

منطقة الحل

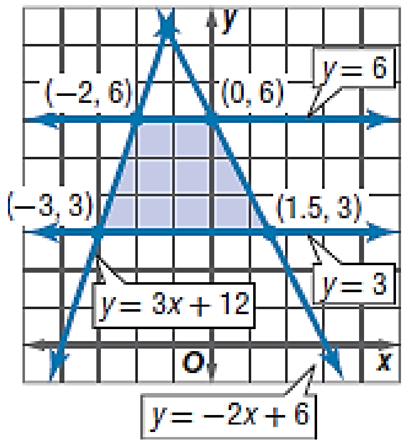


تكون منطقة الحل محدودة أو محصورة بقيود، وتظهر القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة عادةً عند رؤوس منطقة الحل.



تكون منطقة الحل مفتوحة وممتدة، فهي بذلك غير محدودة ويمكن أن تحتوي قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

○ في الرسم التالي حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى :



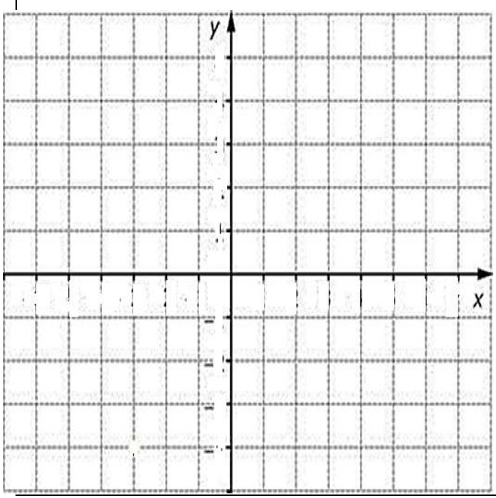
$3 \le y \le 6$ ، $y \le 3x + 12$ ، $y \le -2x + 6$

$f(x, y) = 4x - 2y$

مثل نظام المتباينات التالي ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى :

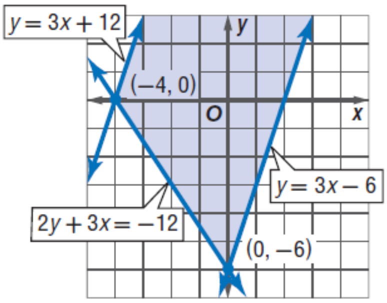
$$\begin{cases} -2 \le x \le 6 \\ 1 \le y \le 5 \\ y \le x + 3 \end{cases}$$

$$f(x, y) = -5x + 2y$$



منطقة الحل غير المحدودة

قد تحتوي الدالة على قيمة عظمى أو صغرى في حال منطقة الحل غير محدودة ، لذا تُختبر قيمة الدالة عند كل رأس (لتحدد إذا كان هنالك قيمة عظمى أو صغرى)



(x, y)	$9x - 6y$	$f(x, y)$
$(-4, 0)$	$9(-4) - 6(0)$	-36
$(0, -6)$	$9(0) - 6(-6)$	36

القيمة العظمى للدالة تساوي 36 وتكون عند النقطة $(0, -6)$، ولا توجد قيمة صغرى للدالة؛ لأن هناك نقطة أخرى في منطقة الحل وهي $(0, 8)$ وتُعطي القيمة -48 للدالة وهي أقل من -36.

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

الخطوة 1 حدِّد المتغيرات.

الخطوة 2 اكتب نظام متباينات خطية يمثِّل المسألة.

الخطوة 3 مثل نظام المتباينات بيانيًا.

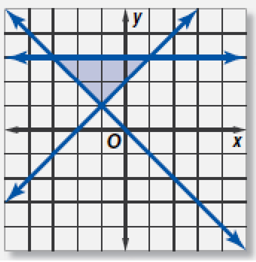
الخطوة 4 جد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

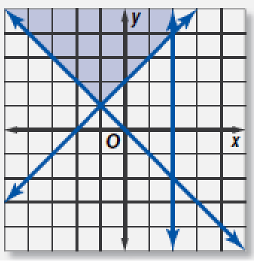
الخطوة 5 اكتب الدالة الخطية التي تريد إيجاد قيمتها العظمى أو الصغرى.

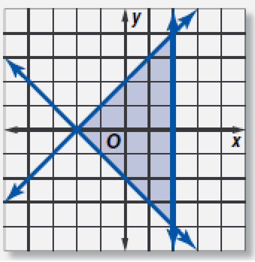
الخطوة 6 عوض إحداثيات الرؤوس في الدالة.

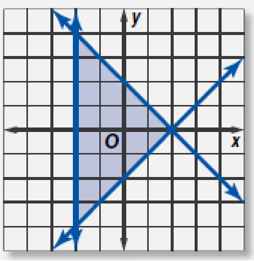
الخطوة 7 اختر القيمة العظمى أو الصغرى وفقًا لما هو مطلوب في المسألة.

حدد نظام المتباينات المختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى فيما يأتي، وضح إجابتك.

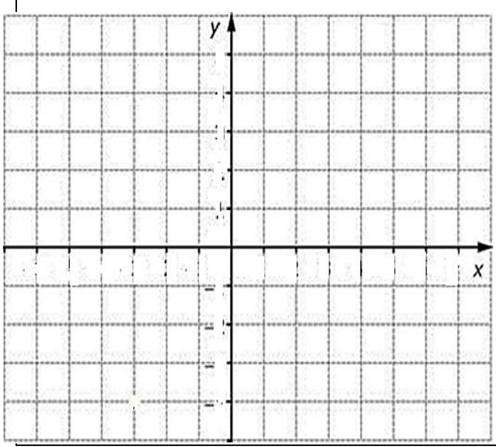
(a


(b


(c


(d


يصوغ فهد من 10 إلى 25 عقداً ، ومن 15 إلى 40 سواراً شهرياً ، فإذا كانت أجرة صياغة العقد 50 ريالاً ، وأجرة صياغة السوار 30 ريالاً ، وصاغ في أحد الأشهر على الأقل 30 قطعة من العقود والأساور ، فكم قطعة من كلا النوعين عليه صياغتها ليحصل على أكبر أجر ؟



اختبار المفردات

حدد إذا كانت كل من العبارتين صحيحة أم خاطئة ؟

1) $\sqrt{12}$ ينتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية.

2) تحتوي مجموعة الأعداد النسبية على الكسور العشرية المنتهية والدورية.

اختر المصطلح المناسب لإكمال كل جملة فيما يأتي:

3) تكون الدالة (منفصلة، متباينة) إذا كان كل عنصر في المجال مرتبطًا بعنصر واحد فقط في المدى، على أن لا يكون لأكثر من عنصر في المجال الصورة نفسها.

4) (مجال، مدى) العلاقة هو مجموعة الإحداثيات السينية للأزواج المرتبة التي تكوّن العلاقة.

5) الدالة (الثابتة، المحايدة) هي الدالة الخطية $f(x) = x$.

6) تُسمى الدالة التي تكتب باستعمال تعبيرين أو أكثر دالة (خطية، متعددة التعريف).

أكمل كل جملة فيما يأتي بالمصطلح المناسب:

7) ــــــــــــــ هي طريقة لإيجاد القيمة الصغرى أو العظمى لدالة تحت شروط معينة يُعبّر عنها بنظام من المتباينات.

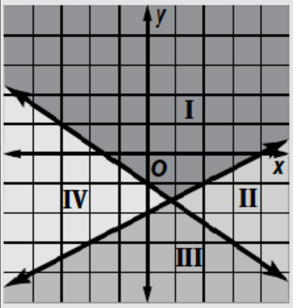
8) إيجاد ــــــــــــــ يعني إيجاد السعر الأفضل أو التكلفة الأنسب باستعمال البرمجة الخطية.

9) تُسمى منطقة الحل المفتوحة ــــــــــــــ.

على الشكل أدناه منطقة حل النظام:

$$y \leq \frac{1}{2}x - 2$$

$$y \leq -\frac{2}{3}x - 1$$



A المنطقة I

B المنطقة II

C المنطقة III

D المنطقة IV

رياضيات ٣ ((ورق عمل)) { **الوحدة الثانية** }

١) مقدمة في المصفوفات :

- استعمل المصفوفة $B=\begin{bmatrix}10 & -8\\ -2 & 19\\ 6 & -1\end{bmatrix}$ للإجابة عن كل مما يأتي : **1A**) ما رتبة B ؟ .... **1B**) ما قيمة b_{32} ؟ ....

- يبين الجدول المجاور الأسعار بالريال لأربعة أنواع من الفطائر بثلاث أحجام .

	صغيرة	وسط	كبيرة
الجبن	3	4	5
الزعتر	2	3	4
البيض	3	4	5
اللحم	4	5	6

A) نظم هذه البيانات في مصفوفة على أن تكون الأسعار مرتبة تصاعدياً .

B) حدد رتبة المصفوفة . ...

C) ما قيمة العنصر a_{21} ؟ ....

- حدد رتبة كل مصفوفة فيما يلي 1) $\begin{bmatrix}1 & 4 & -4 & 0\\ -2 & 3 & 6 & -8\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1\\ -2\\ 5\\ -7\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}-1 & 4\\ 2 & 9\\ 17 & 21\end{bmatrix}$

....

- إذا كانت $A=\begin{bmatrix}1 & -6 & x & -4\\ -2 & 3 & -1 & 9\\ 5 & -8 & 2 & 12\end{bmatrix}$ فحدد قيمة كل عنصر فيما يلي :

1) a_{32} .... 2) a_{11} .... 3) a_{33} .... 4) a_{24} ....

٦. اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١	رتبة المصفوفة $A=\begin{bmatrix}4 & 6 & 5\\ -2 & 3 & 1\end{bmatrix}$			
	e) 3×2	f) 2×3	g) 3×3	h) 2×2
	من المصفوفة $B=\begin{bmatrix}0 & 5\\ 6 & 3\\ 1 & -3\end{bmatrix}$ قيمة العنصر b_{31}			
	a) 3	b) -3	c) 1	d) 6

ضع الرقم المناسب للعمود ب والمبين رقم الإجابة المناسبة للعمود ا :

	أ		ب (نوع المصفوفة)
١	$\begin{bmatrix}2 & 5\\ 3 & 6\end{bmatrix}$		مصفوفة عمود
٢	$\begin{bmatrix}2\\ 3\end{bmatrix}$		مصفوفة صف
٣	$\begin{bmatrix}3 & 3 & 5 & 9\end{bmatrix}$		مصفوفة صفرية
٤	$\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$		مصفوفة مربعة

٢) العمليات على المصفوفات:

جمع المصفوفات وطرحها يمكن جمع مصفوفتين أو طرحهما إذا وفقط إذا كان لهما الرتبة نفسها.

A. أوجد ناتج كلاً مما يلي : 1) $\begin{bmatrix}-3 & 4\\-9 & -5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4 & 12\\8 & -7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix}4 & -1\\5 & 6\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}8\\9\end{bmatrix}=$ ....

3) $\begin{bmatrix}-9 & 8 & 3\\-2 & 4 & -7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4 & -3 & 6\\-9 & -5 & 18\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix}$

B. إذا كانت $T=\begin{bmatrix}8 & 0 & 3 & -2\\-1 & -4 & -2 & 9\end{bmatrix}$ ، فأوجد قيمة $-4\ T$

$$-4\ T=-4\begin{bmatrix}8 & 0 & 3 & -2\\-1 & -4 & -2 & 9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

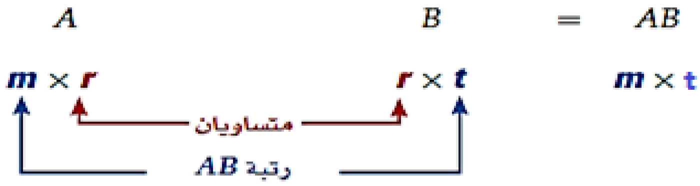
C. إذا كانت $B=\begin{bmatrix}12 & 5\\5 & -4\\4 & -7\end{bmatrix}, A=\begin{bmatrix}-5 & 3\\6 & -8\\2 & 9\end{bmatrix}$ ، فأوجد قيمة $-6B+7A$.

$$-6B+7A=-6\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}+7\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

١	إذا كان $\begin{bmatrix}4 & 3\\0 & 6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x+1 & 3\\0 & y\end{bmatrix}$ فإن قيمة .... $=x$			
	a) 4	b) 3	c) 6	d) 0
٢	$\begin{bmatrix}2 & 3\\1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & -5\\2 & 3\end{bmatrix}=$			
	a) $\begin{bmatrix}-2 & 3\\1 & 0\end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix}2 & -5\\1 & 3\end{bmatrix}$	c) $\begin{bmatrix}3 & 3\\2 & 0\end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix}5 & -2\\3 & 3\end{bmatrix}$
٣	$\begin{bmatrix}7 & 1\\-2 & 3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 3\\-1 & 3\end{bmatrix}=$			
	a) $\begin{bmatrix}12 & 4\\-3 & 6\end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix}2 & 2\\-1 & 0\end{bmatrix}$	c) $\begin{bmatrix}2 & -2\\-1 & 0\end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix}2 & 2\\-1 & 0\end{bmatrix}$
٤	إذا كانت $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 4\\0 & -3 & 8\end{bmatrix}$ فإن $3A$ تساوي			
	a) $\begin{bmatrix}3 & -2 & 4\\0 & -3 & 8\end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix}3 & -6 & 12\\3 & -9 & 24\end{bmatrix}$	c) $\begin{bmatrix}3 & -6 & 12\\0 & -9 & 24\end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix}3 & -6 & 12\\0 & -3 & 8\end{bmatrix}$

٣) ضرب المصفوفات :

ضرب المصفوفات: يمكنك ضرب مصفوفتين إذا وفقط إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية. وعند ضرب المصفوفة A ذات الرتبة $m\times r$ بالمصفوفة B ذات الرتبة $r\times t$ ، فإن الناتج هو المصفوفة AB ذات الرتبة $m\times t$.



١. هل يمكن إيجاد $A \bullet B$ في كل مما يأتي ، وإن كانت كذلك فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة :

1A) $A_{4\times6} \bullet B_{6\times2}$ 1B) $A_{3\times2} \bullet B_{3\times2}$

حاصل ضرب المصفوفات : $AB = A \bullet B$ الرموز

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

٢. إذا كانت $v = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ، فأوجد uv .

$$uv = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

٣. إذا كانت $P = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ ، فأوجد RP .

٤. خاصية الإبدال (؟؟)

إذا كانت $H = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $GH \quad and \quad HG$ وماذا تلاحظ .

○ خصائص ضرب المصفوفات : تعد الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات A, B, C ولأي عدد K

خاصية التجميع لضرب المصفوفات $(AB)C = A(BC)$

خاصية التجميع لضرب المصفوفات في عدد $K(AB) = (KA)B = A(KB)$

خاصية التوزيع من اليسار للمصفوفات $C(A+B) = CA+CB$

خاصية التوزيع من اليمين للمصفوفات $(A+B)C = AC+BC$

١	إذا كانت $A_{3\times4}$ و $B_{4\times2}$ فإن رتبة $A \bullet B$			
	a) 2×3	b) 3×2	c) 4×4	d) 2×4
٢	إذا كانت $A_{1\times5}$ و $B_{2\times2}$ فإن رتبة $A \bullet B$			
	a) 2×5	b) 5×2	c) 1×1	d) لا يكن ضربها

٤) المحددات وقاعدة كرامر :

المحددات :كل مصفوفة مربعة لها محددة ، وتسمى محددة المصفوفة من النوع 2×2 بمحددة الدرجة الثانية .

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a\cdot d - c\cdot b$$

مثـــال : $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} =$ .... = ...

1) جد قيمة :

A1) $\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} =$ .... = ...

B1) $\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} =$ .... = ...

- تسمى محددات المصفوفات من النوع 3×3 محددات الدرجة الثــالثة . ويمكن حساب هذه المحددات باستعمال قاعدة الأقطار .

مفهوم أساسي
قاعدة الأقطار

خطوة 1: أعد كتابة العمود الأول والثاني إلى يمين المحددة.

خطوة 2: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

$$\left|\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}\right|\begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

خطوة 3: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

$$\left|\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}\right|\begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

خطوة 4: لإيجاد قيمة المحددة نطرح ناتج الخطوة 3 من ناتج الخطوة 2 .

- جد قيمة كل محددة فيما يأتي :

2A) $\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} =$ ....

2B) $\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} =$ ....

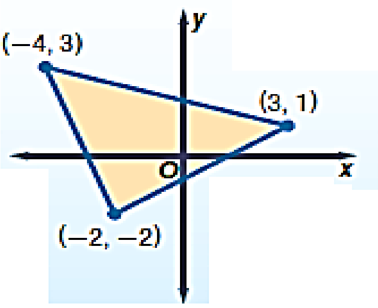
مفهوم أساسي
مساحة المثلث

التعبيراللفظي: مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(a, b), (c, d), (e, f)$ هي $|A|$ ، حيث:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

مثال:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$



3) يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها ، فإذا كانت إحداثيات هذه النقاط هي : $(3,15), (6,4), (11,9)$ ، بحيث تمثل كل وحدة على الخريطة 1Km فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها ؟

مصفوفة المعاملات : هي المصفوفة التي عناصرها معاملات المتغيرات في (نظام معادلات بعدة متغيرات) ... بعد ترتيب النظام .

إذا كانت محددات المصفوفات

$\neq 0 \Leftarrow$ للنظام حل وحيد
$= 0 \Leftarrow$ للنظام عدد لا نهائي للحلول أو لا حل لها

مفهوم أساسي — قاعدة كرامر

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{array}{l} ax + by = m \\ fx + gy = n \end{array}$ ، حيث $C = \begin{vmatrix} a & b \\ f & g \end{vmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x = \dfrac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|C|}$ و $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|C|}$ ، وذلك إذا كانت $C \neq 0$

4) حل كل نظام فيما يأتي باستعمال قاعدة كرامر :

(4A $\begin{array}{l} 7x + 3y = 37 \\ -5x - 7y = -41 \end{array}$

(4B $\begin{array}{l} 8x - 5y = 70 \\ 9x + 7y = 3 \end{array}$

مفهوم أساسي — استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{array}{l} ax + by + cz = m \\ fx + gy + hz = n \\ jx + ky + \ell z = p \end{array}$ ، حيث $C = \begin{vmatrix} a & b & c \\ f & g & h \\ j & k & \ell \end{vmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو

$x = \dfrac{\begin{vmatrix} m & b & c \\ n & g & h \\ p & k & \ell \end{vmatrix}}{|C|}, y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & m & c \\ f & n & h \\ j & p & \ell \end{vmatrix}}{|C|}, z = \dfrac{\begin{vmatrix} a & b & m \\ f & g & n \\ j & k & p \end{vmatrix}}{|C|}$

وذلك إذا كانت $|C| \neq 0$

5) حل كل نظام معادلات مما يأتـي باستعمال قاعدة كرامر :

(5A $\begin{array}{l} 3x + 5y + 2z = -7 \\ -4x + 3y - 5z = -19 \\ 5x + 4y - 7z = -15 \end{array}$

(5B $\begin{array}{l} 6x + 5y + 2z = -1 \\ -x + 3y + 7z = 12 \\ 5x - 7y - 3z = -52 \end{array}$

١	محددة المصفوفة : .... = $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$			
	(a -44	(b 44	(c $\dfrac{1}{44}$	(d $-\dfrac{1}{44}$

٥) النظير الضربي للمصفوفة وانظمة المعادلات الخطية :

مصفوفة الوحدة من النوع 2×2 تكون على الشكل : $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

مصفوفة الوحدة من النوع 3×3 تكون على الشكل : $I=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

مصفوفة الوحدة : هي مصفوفة مربعة بحيث إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة

وتسمى بالمصفوفة المحايدة لأن : $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ And $\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$

مفهوم أساسي

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

النظير الضربي للمصفوفة $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ هو $A^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$، وذلك إذا كانت $ad-bc\neq 0$

لاحظ أن $ad-bc$ هي قيمة محددة A أي أن $|A|=\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=ad-bc$

1) حدد إذا كانت المصفوفتان Y, X متناظرتان أم لا $X=\begin{bmatrix}4 & -1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$, $Y=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{6}\\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\end{bmatrix}$

2) أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي ، إن وجد :

$2A)$ $\begin{bmatrix}3 & 7\\ 1 & -4\end{bmatrix}$ $2B)$ $\begin{bmatrix}2 & 1\\ -4 & 3\end{bmatrix}$

المعادلات المصفوفية : يمكن استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله.

$$\begin{matrix}x+2y=9\\ 3x-6y=3\end{matrix}\quad\longrightarrow\quad\begin{bmatrix}x+2y\\ 3x-6y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\ 3\end{bmatrix}$$

يمكن كتابة المعادلة السابقة على الشكل:

$$\underset{A}{\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & -6\end{bmatrix}}\cdot\underset{X}{\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}}=\underset{B}{\begin{bmatrix}9\\ 3\end{bmatrix}}$$

مصفوفة المعاملات — مصفوفة المتغيرات: المتغيرات في النظام فقط — مصفوفة الثوابت: الثوابت في النظام فقط

لحل المعادلة المصفوفية نستخدم العلاقة $X=A^{-1}\bullet B$ ولحل النظام السابق نجد أن :

$$A^{-1}=\frac{1}{1\times-6-2\times3}\begin{bmatrix}-6 & -2\\ -3 & 1\end{bmatrix}=\frac{1}{-12}\begin{bmatrix}-6 & -2\\ -3 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{-12}\times-6 & \frac{1}{-12}\times-2\\ \frac{1}{-12}\times-3 & \frac{1}{-12}\times1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{6}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{-12}\end{bmatrix}$$

$$X=A^{-1}\bullet B=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{6}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{-12}\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}9\\ 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\times9+\frac{1}{6}\times3\\ \frac{1}{4}\times9+\frac{1}{-12}\times3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow x=5\quad and\quad y=2$$

3) استعمل معادلة مصفوفية لحل نظام المعادلة التالي : $\begin{matrix}-2x+y=9\\ x+y=3\end{matrix}$

اختبر مفرداتك

اختر الكلمة المناسبة من المفردات أعلاه لتكمل كل جملة فيما يأتي:

1) ________ هي ترتيب مستطيلي لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية تكتب بين قوسين.

2) عند ________ فإننا نضرب جميع عناصر المصفوفة في ذلك العدد.

3) تُسمى المصفوفة التي تحوي الثوابت في نظام المعادلات ________ .

4) كل قيمة في المصفوفة تُسمى ________.

5) يُسمى عدد الصفوف × عدد الأعمدة في المصفوفة ________ المصفوفة.

6) ________ هي مصفوفة مربعة عناصر القطر الرئيس فيها العدد 1 وباقي العناصر أصفار.

نادٍ رياضي: يبين الجدول الآتي عدد المشتركين شهريًا وسنويًا في نادٍ رياضي في 3 رياضات مختلفة:

اللياقة البدنية	السباحة	تخفيض الوزن	
31	108	64	اشتراك شهري
68	9	42	اشتراك سنوي

a) نظّم بيانات الجدول في مصفوفة.

b) ما رتبة المصفوفة؟

c) ما قيمة العنصر a_{23}؟

d) ما قيمة العنصر a_{11}؟

احسب قيمة محددة المصفوفة:

$$W = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

اختبر مفرداتك

اختر الكلمة المناسبة من المفردات أعلاه لتكمل كل جملة فيما يأتي:

1) ________ هي ترتيب مستطيلي لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية تكتب بين قوسين. المصفوفة

2) عند ________ الضرب في عدد ثابت فإننا نضرب جميع عناصر المصفوفة في ذلك العدد.

3) تُسمى المصفوفة التي تحوي الثوابت في نظام المعادلات ________ مصفوفة الثوابت

4) كل قيمة في المصفوفة تُسمى ________. عنصرًا

5) يُسمى عدد الصفوف × عدد الأعمدة في المصفوفة ____رتبة____ المصفوفة.

6) ________ هي مصفوفة مربعة عناصر القطر الرئيس فيها العدد 1 وباقي العناصر أصفار. مصفوفة الوحدة

7) ________ هي مصفوفة جميع عناصرها أصفار. المصفوفة الصفرية

8) قيمة ________ المصفوفة $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ تساوي -1. محددة

9) إذا كان حاصل ضرب مصفوفتين هو مصفوفة الوحدة، فإن كلتا المصفوفتين تكون ________ للأخرى. نظيرًا ضربيًّا

٦) الأعداد المركبة :

في محاولة حل المعادلة $y = x^2 + 2x + 4$ نجد أن الدالة لا تقطع محور x ولذا فليس للمعادلة جذور تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ، لذا قادت مثل هذه المعادلات إلى تعريف الأعداد التخيلية ، وتعرف الوحدة التخيلية i على أنها الجذر التربيعي الأساسي للعدد -1 وبعبارة أخرى فإن : $i = \sqrt{-1} \quad or \quad i^2 = -1$

a) بسط كلاً مما يأتي:

1A) $\sqrt{-18}$ 1B) $\sqrt{-125}$

تحقق الأعداد التخيلية البحتة كلاً من الخاصيتين التجميعية والتبديلية على الضرب، ويبين الجدول الآتي بعض قوى الوحدة التخيلية i:

$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = i^4 \cdot i = i$	$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$	$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$	$i^8 = (i^2)^4 = 1$

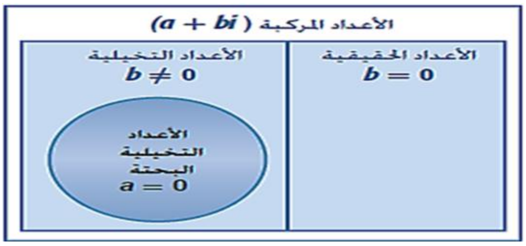
b) بسط كلاً مما يلي :

2A) $3i \cdot 4i$ 2B) $\sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12}$ 2C) i^{31}

c) حل كل معادلة مما يأتي :

3A) $4x^2 + 100 = 0$ 3B) $x^2 + 4 = 0$

* العدد المركب : هو أي عدد يمكن كتابته على الصورة $a + bi$ ، حيث a, b عددان حقيقيان أما i فهي الوحدة التخيلية ، مثال $2 + 3i$ عدد مركب (لاحظ أنهما حدان غير متشابهين ولا يمكن جمعهما) ونسمي 2 عدد حقيقي و $3i$ الجزء التخيلي .



4) أوجد قيمتي x, y اللتين تجعلان المعادلة التالية متساوية الطرفين :

$$5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i$$

5) بسط ما يلي :

5A) $(-2 + 5i) + (1 - 7i) =$ ....

5B) $(4 + 6i) - (-1 + 2i) =$ ....

---

6) $(3 - 2i) \bullet (2 - 4i) =$ ....

خاصية ضرب العدد المركب في مرافقه : $(a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2$

7A) $\dfrac{-2i}{3 + 5i} =$ ....

7B) $\dfrac{2 + i}{1 - i} =$ ....

٧) القانون العام والمميز :

مفهوم أساسي القانون العام لحل المعادلة التربيعية

التعبير اللفظي: يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ باستعمال القانون:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال : $x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين باستعمال القانون العام :	
$x^2 + 6x = 16$	

وباستعمال القانون العام نجد أن المعادلة : $ax^2 + bx + c = 0$ لها من الحلول (الجذور):

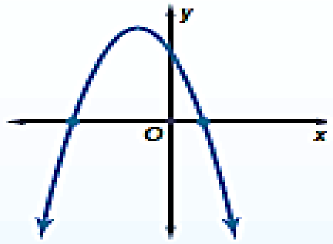
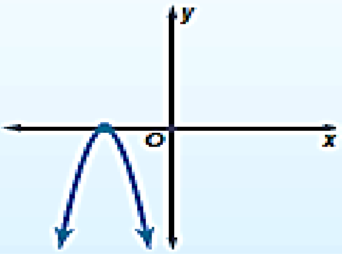
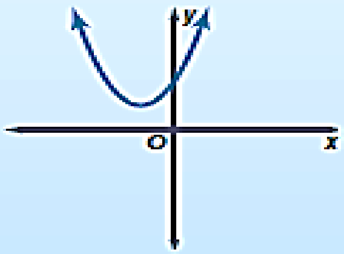
جذران نسبيان	حل كلاً من المعادلات الآتية باستعمال القانون العام :	$2x^2 + 25x + 33 = 0$ $a = ...,\ \ b = ...,\ \ c = ...$ $\leftarrow$	
جذر نسبي واحد		$x^2 - 16x + 64 = 0$ $a = ...,\ \ b = ...,\ \ c = ...$ $\leftarrow$	
جذور غير نسبية		$3x^2 + 5x + 1 = 0$ $a = ...,\ \ b = ...,\ \ c = ...$ $\leftarrow$	
جذران مركبان		$3x^2 + 5x + 4 = 0$ $a = ...,\ \ b = ...,\ \ c = ...$ $\leftarrow$	

الجذور والمميز: لاحظ العلاقة بين قيمة العبارة تحت رمز الجذر وجذور المعادلة التربيعية في الأمثلة السابقة. وتسمى العبارة $b^2 - 4ac$ **بالمميز**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \leftarrow \text{المميز}$$

مفهوم أساسي — المميز

في المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية، $a \neq 0$.

قيمة المميز	عدد الجذور وأنواعها	مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة
$b^2 - 4ac > 0$، والعبارة $b^2 - 4ac$ مربع كامل.	جذران حقيقيان نسبيان	
$b^2 - 4ac > 0$، والعبارة $b^2 - 4ac$ ليست مربعًا كاملًا.	جذران حقيقيان غير نسبيين	
$b^2 - 4ac = 0$	جذر حقيقي واحد	
$b^2 - 4ac < 0$	جذران مركبان	

٨) العمليات على كثيرة الحدود :

ملخص المفهوم — خصائص الأسس

لأي عددين حقيقيين x, y وعددين صحيحين a, b،

الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$ ، حيث $x \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$
الأس السالب	$\frac{1}{x^{-a}} = x^a$ ، $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$، حيث $x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = 3^{3\cdot2} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2\cdot4} = d^8$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3b^3$
قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}, y \neq 0,$ $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}, x \neq 0, y \neq 0$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$7^0 = 1$

مفهوم أساسي — تبسيط وحيدات الحد

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما:

- لا تتضمن قوى القوة.
- يظهر كل أساس مرة واحدة.
- تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.
- لا تتضمن أسسًا سالبة.

a) بسط كل عبارة فيما يأتي مفترضاً أياً من المتغيرات لا يساوي صفراً :

1A) $(2x^{-3}y^3)(-7x^5y^{-6}) =$ ....

1B) $\dfrac{15c^5d^3}{-3c^2d^7} =$ ....

1C) $\left(\dfrac{a}{4}\right)^3 =$ ....

1D) $\left(-2x^3y^2\right)^5 =$ ....

العمليات على كثيرات الحدود: درجة كثيرة الحدود هي درجة وحيدة الحد ذات الدرجة الأكبر.
فمثلاً درجة كثيرة الحدود $x^2 + 4x + 58$ هي 2.

* حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا ، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها :

a) $\frac{1}{4}x^4y^3 - 8x^5$:

b) $\sqrt{x} + x + 4$:

e) $x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$:

c) $x^{-3} + 2x^{-2} + 6$:

d) $\frac{x}{y} + 3x^2$:

* بسط كلاً من العبارتين الآتيتين :

3A.	$(-x^2-3x+4)-(x^2+2x+5)=$
3B.	$(3x^2-6)+(-x+1)=$

* أوجد :

4A.	$\frac{4}{3}x^2(6x^2+9x-12)=$
4B.	$-2a(-3a^2-11a+20)=$

5) استثمر فيصل مبلغ 9000 ريال في مشروعين أحدهما صناعي نسبة ربحه السنوي 18% ، والآخر في مشروع عقاري نسبة ربحه السنوي 42% ، فإذا كانت x تمثل المبلغ الذي استثمره فيصل في المشروع العقاري ، فاكتب كثيرة حدود تمثل ربحه في المشروعين بعد عام واحد .

6) أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

6A.	$(x^2+4x+16)(x-4)=$
6B.	$(2x^2-4x+5)(3x-1)=$

٤) قسمة كثيرات الحدود :

a) بسط كل مقدار فيما يأتي :

$\dfrac{20c^4d^2f-16cdf^2+4cdf}{4cdf}$	$(18x^2y+27x^3y^2z)(3xy)^{-1}$

b) خوارزمية القسمة : استعمل القسمة الطويلة لإيجاد ناتج :

$(x^2+7x-30)\div(x-3)$	$(x^2-13x+12)\div(x-1)$

c) اختر الإجابة الصحيحة فبما يأتي :

1	أي العبارات التالية تكافئ : $(a^2+7a-11)(3-a)^{-1}$			
	e) $a+10-\dfrac{19}{3-a}$	f) $-a-10+\dfrac{19}{3-a}$	g) $-a+10$	h) $-a-10-\dfrac{19}{3-a}$
2	أي العبارات التالية تكافئ : $(r^2+5r+7)(1-r)^{-1}$			
	a) $-r-6+\dfrac{13}{1-r}$	b) $r-6+\dfrac{13}{1-r}$	c) $r+6$	d) $r+6-\dfrac{13}{1-r}$

مفهوم أساسي
القسمة التركيبية

الخطوة 1: اكتب معاملات المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازليًا بحسب درجتها. تأكد من أن المقسوم عليه على الصورة $x-r$، ثم اكتب الثابت r في الصندوق، واكتب المعامل الأول أسفل الخط الأفقي.

الخطوة 2: اضرب المعامل الأول في r، واكتب الناتج أسفل المعامل الثاني.

الخطوة 3: اجمع ناتج الضرب مع المعامل الثاني.

الخطوة 4: كرر الخطوتين 3 , 2 حتى تصل إلى ناتج جمع العددين في العمود الأخير. الأعداد في الصف الأخير تمثل معاملات ناتج القسمة، ودرجة الحد الأول أقل بواحد من درجة المقسوم، والعدد الأخير هو الباقي.

* استعمل القسمة التركيبية لتجد ناتج القسمة في كل مما يأتي :

$(2x^3+3x^2-4x+15)\div(x+3)$	$(3x^3-8x^2+11x-14)\div(x-2)$
$(4a^4+2a^2-4a+12)\div(a+2)$	$(6b^4-8b^3+12b-14)\div(b-2)$

ولإجراء القسمة التركيبية يجب أن يكون المقسوم عليه على الصورة $x-r$، وإذا كان معامل x في المقسوم عليه لا يساوي الواحد، فيجب إعادة كتابة عبارة القسمة بحيث يمكنك استعمال القسمة التركيبية.

* إذا كانت عبارة المقسوم عليه $2x-3$ فإننا نقسم على $\frac{3}{2}$ .... و إذا كانت عبارة المقسوم عليه $5x+4$ فإننا نقسم على $-\frac{4}{5}$ وهكذا ..

* استعمل القسمة التركيبية لتجد ناتج القسمة في كل مما يأتي :

$(15b^3+8b^2-21b+6)\div(5b-4)$	$(6x^3-17x^2+6x+8)\div(3x-4)$

٥) دوال كثيرات الحدود :

دوال كثيرات الحدود بمتغير واحد هي عبارة جبرية على الصورة : $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ حيث $a_0, a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية ، $a_n \neq 0$, n عدد صحيح غير سالب . ومن خصائص كثيرة الحدود أنها :

A. مكتوبة على الصيغة القياسية إذا كانت مرتبة ترتيباً تنازليا .

B. درجة كثيرة الحدود هي أس المتغير ذي أكبر أس .

C. يسمى معامل الحد الأول والمكتوب بالصيغة القياسية (المعامل الرئيسي)

كثيرة الحدود	العبارة (مثال ١)	الدرجة	المعامل الرئيس	العبارة (مثال٢)	المعامل الرئيس
الثابتة	12	0	12		
الخطية	$4x-9$	1	4		
التربيعية	$5x^2-6x-9$	2	5		
التكعيبية	$8x^3+12x^2-3x+1$	3	8		
وهكذا					

a) حدد الدرجة والمعامل الرئيسي لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يلي

$5x^3-4x^2-8x+\frac{4}{x}$	$8x^5-4x^3+2x^2-x-3$	$3x^4+6x^3-4x^8+2x$	$12x^2-3xy+8x$	$8x^4-2x^3-x^6+3$
كثيرة حدود بمتغير واحد: (نعم – لا) الدرجة : .... المعمل الرئيسي:	كثيرة حدود بمتغير واحد: (نعم – لا) الدرجة : .... المعمل الرئيسي:	كثيرة حدود بمتغير واحد: (نعم – لا) الدرجة : .... المعمل الرئيسي:	كثيرة حدود بمتغير واحد: (نعم – لا) الدرجة : .... المعمل الرئيسي:	كثيرة حدود بمتغير واحد: (نعم – لا) الدرجة : .... المعمل الرئيسي: ......

* دوال كثيرات الحدود : هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد .

b) إذا علمت أنه يمكن تمثيل حجم الهواء في رئة الإنسان خلال دورة معينة بالدالة : $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$
حيث v الحجم باللتر و t الزمن بالثواني ،فأوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثواني .

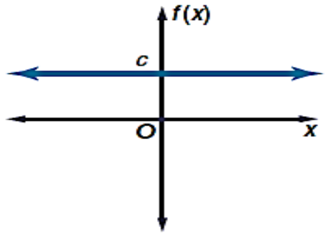
c) إذا كانت $f(x) = 3x^2 + 6x - 10$ ، $g(x) = 4x^3 + 2x$ فأوجد :

1A. $g(y^2) =$ ....

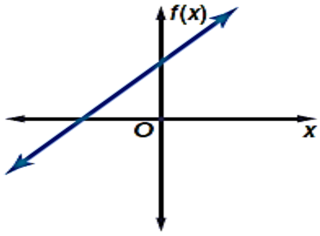
1B. $f(b+2) - 2g(3b) =$ ....
....

تمثيل دوال كثيرات الحدود بيانيًا: إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر أكبر عدد من المرات التي قد يقطع فيها هذا التمثيل المحور x ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود.

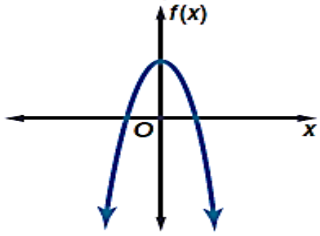
الدالة الثابتة
الدرجة 0



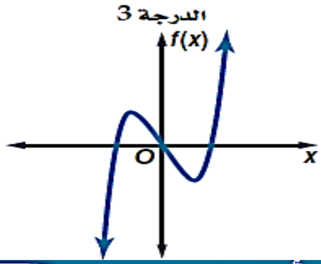
الدالة الخطية
الدرجة 1



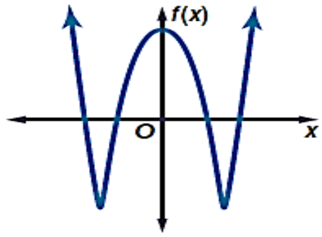
الدالة التربيعية
الدرجة 2



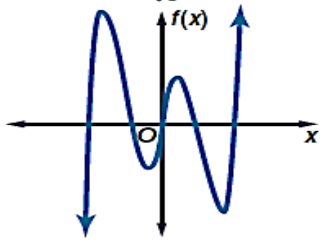
الدالة التكعيبية
الدرجة 3



دالة من الدرجة الرابعة
الدرجة 4



دالة من الدرجة الخامسة
الدرجة 5



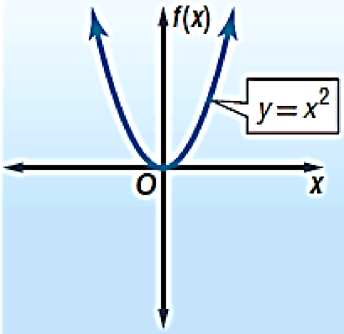
مفهوم أساسي — سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

الدرجة: زوجية

المعامل الرئيس: موجب.

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية.

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى .



سلوك طرفي التمثيل البياني:

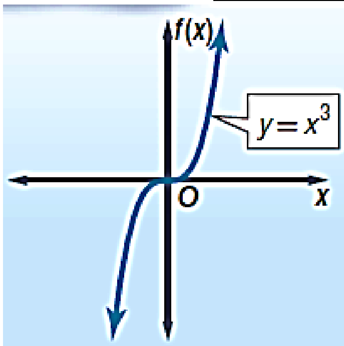
$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$

الدرجة: فردية

المعامل الرئيس: موجب.

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية.



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية.

سلوك طرفي التمثيل البياني:

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

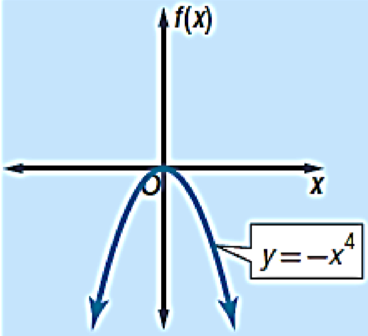
$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$

الدرجة: زوجية

المعامل الرئيس: سالب

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأقل من أو التي تساوي القيمة العظمى.



سلوك طرفي التمثيل البياني:

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

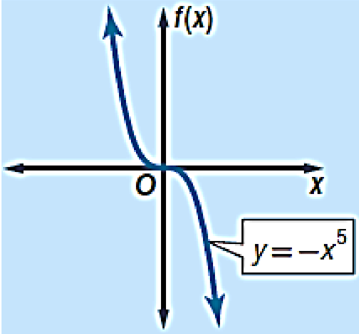
$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

الدرجة: فردية

المعامل الرئيس: سالب

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية



سلوك طرفي التمثيل البياني:

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$

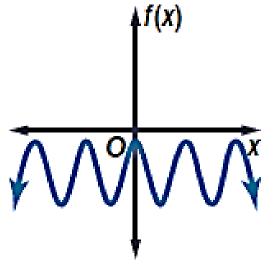
$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

مفهوم أساسي

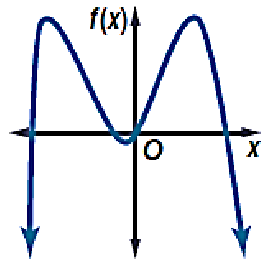
أصفار الدوال الفردية الدرجة والزوجية الدرجة

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية.

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة

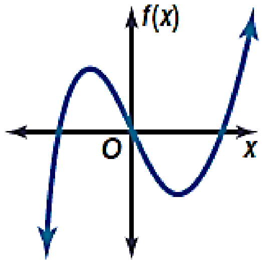


ليس لها أصفار تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية

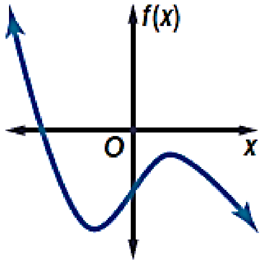


لها 4 أصفار تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية

كثيرتا حدود فرديتا الدرجة

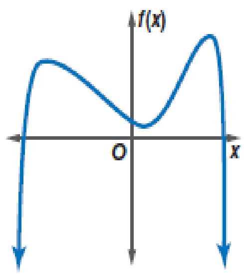
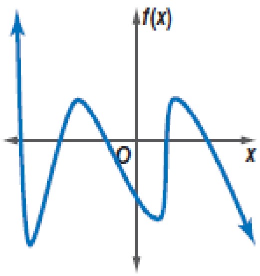
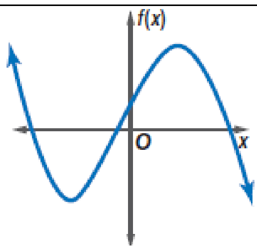
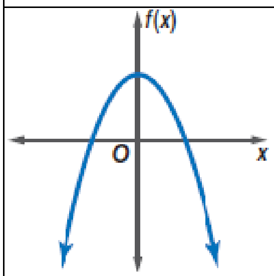


لها 3 أصفار تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية



لها صفر واحد ينتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية

أكمل الجدول التالي :

التمثيل البياني للدالة				
سلوك طرفي الدالة				
(زوجية الدرجة أم فردية الدرجة)				
عدد أصفار الدالة $\in R$				

٦) حل معادلات كثيرات الحدود :

ملخص المفهوم

طرائق التحليل

عدد الحدود	طريقة التحليل	الحالة العامة
أي عدد	إخراج العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
حدّان	الفرق بين مربعين مجموع مكعبين الفرق بين مكعبين	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
ثلاثة حدود	ثلاثية حدود المربع الكامل	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
	ثلاثية الحدود بالصورة العامة	$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$
أربعة حدود أو أكثر	تجميع الحدود	$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$

تُسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها **كثيرة حدود أولية**.

1) حل كلاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً ، فاكتب كثيرة حدود أوليه :

1A. $16x^4 + 54xy^3 =$ ....

1B. $9y^3 + 5x^2 =$ ....

1C. $5y^4 - 320yz^3 =$ ....

1D. $-54w^4 - 250wz^3 =$ ....

التحليل	بتجميع الحدود	2A. $30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2 =$ ....
		2B. $13ax + 18bz - 15by - 14az - 32bx + 9ay =$ ....
	باستعمال الفرق بين مربعين	2C. $16x^2 - y^4 =$ ....
	مجموع مكعبين	2D. $16g^3 + 2h^3 =$ ....
	الفرق بين مكعبين	2E. $12qw^3 - 12q^4 =$ ....

* حلل ما يلي :

$x^6 - y^6 =$

....

....

....

* حل كل معادلة مما يأتي

$4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$	$x^3 - 64 = 0$	$x^3 + 27 = 0$

٧) نظريتا الباقي والعوامل :

مفهوم أساسي — نظرية الباقي

التعبير اللفظي إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x - r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$ ، وكذلك :

المقسوم		ناتج القسمة		المقسوم عليه		الباقي
$P(x)$	$=$	$Q(x)$	$\cdot$	$(x-r)$	$+$	$P(r)$

إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$ فأوجد $f(4)$ بطريقتي

التعويض التركيبي	التعويض المباشر

إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$ فأوجد $f(4)$ بطريقتي

مفهوم أساسي — نظرية العوامل

تكون ثنائية الحد $x - r$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r) = 0$.

بين أن $x-2$ عامل من عوامل كثيرة الحدود : $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ ، ثم أوجد عواملها الأخرى .

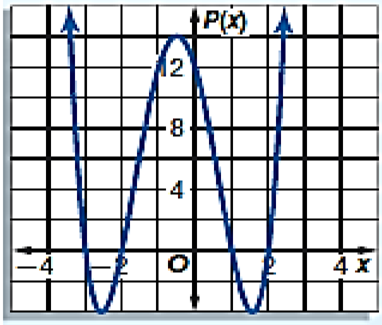
٨) الجذور والأصفار :

ملخص المفهوم
الأصفار والعوامل، والجذور والمقاطع

التعبير اللفظي إذا كانت $P(x) = a_nx^n + \ldots + a_1x + a_0$ دالة كثيرة حدود،
فإن العبارات الآتية متكافئة:

- c صفر للدالة $P(x)$.
- c جذر أو حل للمعادلة $P(x) = 0$.
- $x - c$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $a_nx^n + \ldots + a_1x + a_0$.
- إذا كان c عددًا حقيقيًا، فإن $(c, 0)$ هو المقطع x لتمثيل الدالة $P(x)$.

مثال افرض أن دالة كثيرة الحدود هي: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.
فإن أصفار هذه الدالة هي: $-3, -2, 1, 2$
وجذور المعادلة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$
هي: $-3, -2, 1, 2$
عوامل كثيرة الحدود $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$
هي: $(x+3), (x+2), (x-1), (x-2)$
ومقاطع x للتمثيل البياني للدالة
$P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$
هي: $(-3, 0), (-2, 0), (1, 0), (2, 0)$.



مفهوم أساسي
النظرية الأساسية في الجبر

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي لمجموعة الأعداد المركبة.

١) حل كل معادلة مما يأتي ، واذكر عدد جذورها وأنواعها :

1A. $x^2 + 6x + 9 = 0$	1B. $x^3 + 25x = 0$	1C. $x^3 + 2x = 0$	1D. $x^4 - 16 = 0$

مفهوم أساسي
نتيجة للنظرية الأساسية في الجبر

التعبير اللفظي: يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المنتمية لمجموعة الأعداد المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.

مثال:

$x^3 + 2x^2 + 6$	$4x^4 - 3x^3 + 5x - 6$	$-2x^5 - 3x^2 + 8$
3 جذور	4 جذور	5 جذور

قانون ديكارت للإشارات

إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن :

- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(x)$، أو أقل منه بعدد زوجي.
- عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(-x)$، أو أقل منه بعدد زوجي.

٢) أذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة ، والحقيقية السالبة ، والتخيلية للدالة : $h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$.

A١. أوجد جميع أصفار الدالة : $f(x) = x^4 - 18x^2 + 12x + 80$.

مفهوم أساسي — نظرية الأعداد المركبة المترافقة

التعبير اللفظي: إذا كان a, b عددين حقيقيين حيث $b \neq 0$، و كان $a + bi$ صفرًا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية. فإن $a - bi$ صفر للدالة أيضًا.

مثال: إذا كان $3 + 4i$ صفرًا للدالة $f(x) = x^3 - 4x^2 + 13x + 50$ فإن $3 - 4i$ صفر للدالة أيضًا.

B١. أكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن ومعاملات حدودها أعداد صحيحة ، إذا كان العددان $1+2i$, -1 من أصفارها .

٩) نظرية الصفر النسبي :

مفهوم أساسي — نظرية الصفر النسبي

التعبير اللفظي: إذا كانت $P(x)$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد صحيحة، فإن أي صفر نسبي للدالة، $P(x)$ سيكون على صورة العدد النسبي $\frac{p}{q}$ في أبسط صورة، حيث p أحد عوامل الحد الثابت، q أحد عوامل المعامل الرئيس.

مثال: لتكن $f(x) = 2x^3+3x^2-17x+12$، فإذا كان العدد النسبي $\frac{3}{2}$ صفر للدالة $f(x)$ فإن 3 أحد عوامل العدد 12 ، و 2 أحد عوامل العدد 2.

نتيجة نظرية الصفر النسبي

إذا كانت $P(x)$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد صحيحة، والمعامل الرئيس لها 1، وحدها الثابت لا يساوي صفرًا، فإن أي صفر نسبي للدالة $P(x)$ يجب أن يكون أحد عوامل الحد الثابت.

1) اكتب جميع الأعداد النسبية التي تحددها نظرية الصفر النسبي لكل مما يلي :

1A. $f(x)=4x^5+x^4-2x^3-5x^2+8x+16$	1B. $f(x)=x^3-2x^2+5x+12$
$f(x)=3x^3-4x+10$	$f(x)=x^3+11x^2+24$

2) أوجد جميع الأصفار للدالة : $h(x)=9x^4+5x^2-4$

٩) العمليات على الدوال :

العمليات على الدوال

العملية	التعريف	مثال لتكن $f(x)=2x,\ g(x)=-x+5$
الجمع	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$2x+(-x+5)=x+5$
الطرح	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$2x-(-x+5)=3x-5$
الضرب	$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$	$2x(-x+5)=-2x^2+10x$
القسمة	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)},\ g(x)\neq 0$	$\frac{2x}{-x+5},\ x\neq 5$

1) إذا كان $g(x)=3x-2$, $f(x)=x^2+5x-2$ فأوجد كل دالة فيما يأتي :

1A. $(f+g)(x)=$ ....

1B. $(f-g)(x)=$ ....

2) إذا كان $g(x)=x+4$, $f(x)=x^2-7x+2$ فأوجد كل دالة فيما يأتي :

2A. $(f\cdot g)(x)=$ ....

= ....

= ....

2B. $(\frac{f}{g})(x)=$ ....

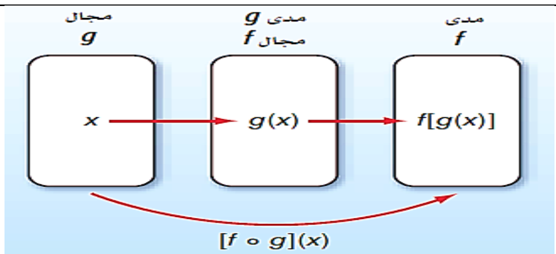
= ....

= ....

تركـيب دالتـين

إذا كانت f و g دالتين وكان مدى g مجموعة جزئية من مجال f. فإنه يمكن إيجاد دالة التركيب $f\circ g$ بالشكل:

$$[f\circ g](x)=f[g(x)]$$



أوجد $[g\circ f](x)$, $[f\circ g](x)$ لكل زوج من الدوال الآتية إذا كان ذلك ممكناً : (خطوات الحل خلف الصفحة والناتج النهائي في الجدول)

3A. $f(x)=\{(3,-2),(-1,-5),(4,7),(10,8)\}$, $g(x)=\{(4,3),(2,-1),(9,4),(3,10)\}$

$[g\circ f](x)=$ .... و $[f\circ g](x)=$ ....

3B. $f(x)=x^2+2$, $g(x)=x-6$

$[g\circ f](x)=$ .... و $[f\circ g](x)=$ ....

C٣. يقدم محل أجهزة كهربائية عرضين معاً على جهاز كهربائي هما : خصم 35 ريال ، وتخفيض نسبته 15% فإذا كان سعر الجهاز الأصلي 300 ريال ، فأيهما يعطي سعراً أقل : التخفيض قبل الخصم أم بعده ؟ ....

١٠) العلاقات والدوال العكسية :

العلاقة العكسية

التعبير اللفظي: تكون كل من العلاقتين عكسية للأخرى إذا وفقط إذا احتوت إحداهما على اي زوج مرتب مثل (a, b)، وتحتوي الأخرى على الزوج المرتب (b, a).

مثال: كل من العلاقتين A, B علاقة عكسية للأخرى:

$A = \{(1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$ $B = \{(5, 1), (6, 2), (7, 3)\}$

* إذا كانت الأزواج المرتبة للعلاقة $\{(-3,-6),(-8,-6),(-8,-3)\}$ تمثل مثلث قائم الزاوية . فأوجد العلاقة العكسية لها ،وصف تمثيلها البياني

خواص الدالة العكسية

التعبير اللفظي: إذا كان كل من f, f^{-1} دالة عكسية للأخرى، فإن $f(a) = b$ إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(b) = a$.

مثال: ليكن $f(x) = x - 4$ ودالتها العكسية هي $f^{-1}(x) = x + 4$.

أوجد $f(6)$	أوجد $f^{-1}(2)$
$f(x) = x - 4$	$f^{-1}(x) = x + 4$
$f(6) = 6 - 4 = 2$	$f^{-1}(2) = 2 + 4 = 6$

وبما أن كلًا من $f(x), f^{-1}(x)$ دالة عكسية للأخرى، فإن $f(6) = 2, f^{-1}(2) = 6$.

.

2) أوجد معكوس كل من الدالتين الآتيتين ،ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانياً على مستوى إحداثي واحد .

2A. $f(x) = \dfrac{x-3}{5}$		2B. $f(x) = 3x^2$	

الدالة العكسية

التعبير اللفظي: تكون كل من الدالتين f, g دالة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان تركيب كل منهما يساوي الدالة المحايدة.

الرموز: الدالتان $f(x), g(x)$ تمثل كل منهما دالة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان $[f \circ g](x) = x$ و $[g \circ f](x) = x$.

3) حدد إذا كانت كل دالتين مما يأتي دالة عكسية للأخرى أم لا ، ووضح إجابتك :

3A. $f(x) = 3x - 3,\ \ g(x) = \dfrac{1}{3}x + 4$		3B. $f(x) = 2x^3 - 1\ ,\ \ g(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x+1}{2}}$	

١١) دوال ومتباينات الجذر التربيعي :

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x)=\sqrt{x}$

المجال: $\{x \mid x \geq 0\}$

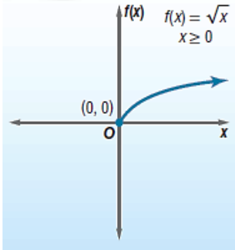
المدى: $\{f(x) \mid f(x) \geq 0\}$

المقطع x والمقطع y: $x=0, f(x)=0$

غير معرّفة عندما: $x<0$

سلوك الدالة عند طرفيها: $x \to 0, f(x) \to 0$

$x \to +\infty, f(x) \to +\infty$



تحويلات دوال الجذر التربيعي $f(x)=a\sqrt{x-h}+k$

h : إزاحة أفقية

إزاحة بمقدار $|h|$ وحدة يميناً، إذا كانت h موجبة.

إزاحة بمقدار $|h|$ وحدة يساراً، إذا كانت h سالبة.

المجال هو $\{x \mid x \geq h\}$.

k : إزاحة رأسية

إزاحة بمقدار $|k|$ وحدة إلى الأعلى، إذا كانت k موجبة.

إزاحة بمقدار $|k|$ وحدة إلى الأسفل، إذا كانت k سالبة.

المدى هو $\{f(x) \mid f(x) \geq k\}$.

a : الشكل والاتجاه

- إذا كانت $a<0$، فإن التمثيل البياني ينعكس حول المحور x.
- إذا كانت $|a|>1$، فإن التمثيل البياني يتسع رأسياً.
- إذا كانت $0<|a|<1$، فإن التمثيل البياني يضيق رأسياً.

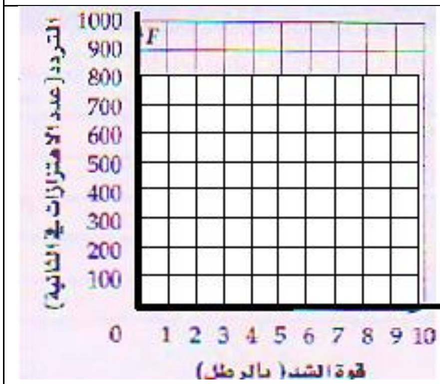
عين المجال والمدى لكل من الدالتين الآتيتين

1A. $f(x)=\sqrt{x-3}$	1B. $f(x)=\sqrt{x+6}\ +6$

مثل بيانياً كل دالة مما يلي ، وحدد مجالها ومداها :

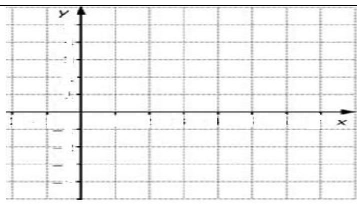
2A. $f(x)=2\sqrt{x+4}$	2B. $f(x)=\frac{1}{4}\sqrt{x-5}\ +3$

يمكن تحديد تردد اهتزازات وتر مشدود باستعمال الدالة : $F=200\sqrt{T}$ ، حيث F تمثل عدد الاهتزازات في الثانية ، T قوة الشد مقيسة بالرطل. مثل هذه الدالة بيانياً في الفترة $0 \leq T \leq 10$ ، ثم أوجد التردد عندما تكون قوة الشد 3 أرطال .

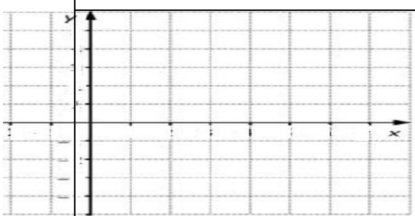


مثل كلاً من المتباينتين الآتيتين بيانياً :

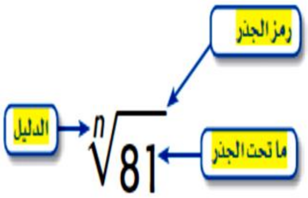
4A. $f(x) \geq \sqrt{2x+1}$



4B. $f(x)<-\sqrt{x-2}+1$



١٢) الجذر النوني :



القوى	العوامل	التعبير اللفظي	الجذور
$x^3 = 64$	$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$	4 هو الجذر التكعيبي للعدد 64	$\sqrt[3]{64} = 4$
$x^4 = 625$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$	5 هو الجذر الرابع للعدد 625	$\sqrt[4]{625} = 5$
$x^5 = 32$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$	2 هو الجذر الخامس للعدد 32	$\sqrt[5]{32} = 2$
$a^n = b$	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ مرة}} = b$	a هو الجذر النوني للعدد b	$\sqrt[n]{b} = a$

الجذر النوني الحقيقي

ليكن n عددًا صحيحًا أكبر من 1، و a عددًا حقيقيًا.

a	n عدد زوجي	n عدد فردي
$a > 0$	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وجذر حقيقي سالب وحيد: $\pm\sqrt[n]{a}$، الجذر الموجب هو الجذر الرئيس	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وليس هناك جذر حقيقي سالب: $\sqrt[n]{a}$.
$a < 0$	ليس هناك جذور حقيقية.	ليس هناك جذور حقيقية موجبة. وهناك فقط جذر حقيقي سالب وحيد: $\sqrt[n]{a}$
$a = 0$	هناك فقط جذر حقيقي: $\sqrt[n]{0} = 0$	هناك فقط جذر حقيقي: $\sqrt[n]{0} = 0$

بسط كل مما يلي :

$\pm\sqrt{100y^8}$ = ...	$-\sqrt{49u^8v^{12}}$ = ...	$\sqrt{(y-6)^8}$ = ...
$\sqrt[3]{-125}$ = ...	$\sqrt[4]{16g^{16}h^{24}}$ = ...	$\sqrt[6]{64(2y+1)^{18}}$ = ...
$\sqrt[6]{x^{18}}$ = ...	$\sqrt[3]{a^{12}}$ = ...	$\sqrt[4]{81(x+4)^4}$ = ...
$\sqrt[4]{x^4}$ = ...	$\sqrt{36y^6}$ = ...	$\sqrt[4]{16(x-3)^{12}}$ = ...

أوجد قيمة x فيما يلي :

$$\sqrt[3]{x^2} = 2$$

استعمل الحاسبة البيانية لتقريب قيمة كل مما يأتي إلى أقرب ثلاث منازل عشرية :

$\sqrt{58}$ = ...	$-\sqrt{76}$ = ...	$\sqrt[4]{71}$ = ...

١٣) العمليات على العبارات الجذرية :

خاصية ضرب الجذور

التعبير اللفظي: لأي عددين حقيقيين a, b ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$ ، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$، إذا كانت n عددًا زوجيًا وكان a, b عددين غير سالبين أو إذا كان n عددًا فرديًا.

مثال: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ و $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3$

1) بسط كلاً مما يأتي :

$\sqrt{32x^8} =$	$\sqrt[4]{16a^{24}b^{13}} =$ ....
$\sqrt{12d^3c^{12}} =$	$\sqrt[3]{27y^{12}z^7} =$ ....

2) بسط كلاً مما يأتي :

$\sqrt{\dfrac{x^6}{y^7}} =$	$\sqrt[4]{\dfrac{6}{5x}} =$ ....
$\dfrac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}} =$	$\sqrt[5]{\dfrac{3}{4y}} =$ ....

ملخص المفاهيم

تبسيط العبارات الجذرية

تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت جميع الشروط الآتية:

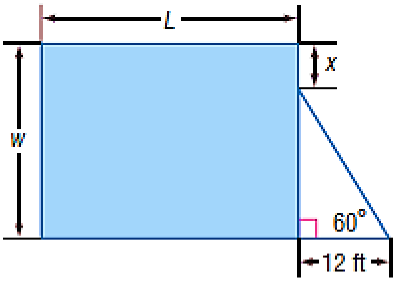
- إذا كان دليل الجذر n أصغر ما يمكن.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر عوامل (غير العدد 1) يمكن أن تُكتب على صورة قوى نونية لعدد صحيح أو كثيرة حدود.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر كسورًا.
- إذا لم توجد جذور في المقام.

بسط كلاً مما يلي :

4A. $4\sqrt{8}+3\sqrt{50}$	**4B.** $5\sqrt{12}+2\sqrt{27}-\sqrt{128}$
5A. $(6\sqrt{3}-5)(2\sqrt{5}+4\sqrt{2})$	**5B.** $(7\sqrt{2}-3\sqrt{3})(7\sqrt{2}+3\sqrt{3})$

6A. $\dfrac{2}{\sqrt{5}-1}$

6B. إذا كانت مساحة المستطيل في الشكل المجاور تساوي $900\ ft^2$ ، فاكتب معادلة تمثل طول المستطيل L بدلالة x ، ثم بسطها .



٦) الأسس النسبية :

A١.اكتب ما يلي على الصورة الجذرية :

$x^{\frac{1}{6}} =$ ....
$a^{\frac{1}{5}} =$ ....
$d^{\frac{7}{4}} =$ ....

B١.اكتب ما يلي على الصورة الأسية :

$\sqrt[4]{z} =$ ....
$\sqrt[8]{c} =$ ....
$\sqrt[3]{c^{-5}} =$ ....

الأسس النسبية

التعبير اللفظي: يكون $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$ لأي عدد حقيقي b لا يساوي صفرًا ، ولأي عددين صحيحين x, y بحيث $y > 1$، إلا إذا كانت $b < 0$ و y عددًا زوجيًا، فإن الجذر قد يكون عددًا مركبًا.

مثالان: $27^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$ ، $(-16)^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{-16})^3 = (4i)^3 = -64i$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي :

$81^{-\frac{1}{4}} =$ ....
$216^{\frac{2}{3}} =$ ....
$32^{-\frac{1}{5}} =$ ....
$125^{\frac{2}{3}} =$ ....
$\dfrac{24}{4^{\frac{3}{2}}} =$ ....

بسط كل عبارة مما يأتي :

$a^{\frac{2}{7}} \bullet a^{\frac{4}{7}} =$ ....
$b^{-\frac{5}{6}} =$ ....
$p^{\frac{1}{4}} \bullet p^{\frac{9}{4}} =$ ....
$r^{-\frac{4}{5}} =$ ....

بسط كل عبارة مما يأتي :

$\dfrac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{3}} =$ ....
$\sqrt[3]{64z^6} =$ ....
$\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}} =$ ....
$\sqrt[3]{16x^4} =$ ....

٧) حل المعادلات والمتباينات الجذرية :

حل المعادلات الجذرية

الخطوة 1	اجعل الجذر في طرف واحد من المعادلة.
الخطوة 2	ارفع طرفي المعادلة لأس يساوي دليل الجذر؛ وذلك للتخلص من الجذر.
الخطوة 3	حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة، ثم تحقق من صحة الحل.

حل كل معادلة مما يأتي :

1B. $\sqrt{x-2}-1=5$	**1A.** $\sqrt{x+2}+4=7$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين :

2B. $3(5y-1)^{\frac{1}{3}}-2=0$	**2A.** $(3n+2)^{\frac{1}{3}}+1=0$

ما حل المعادلة : $4(3x+6)^{\frac{1}{4}}-12=0$ ؟

d) $x=37$	c) $x=29$	b) $x=25$	a) $x=7$

حل المتباينات الجذرية

الخطوة 1	إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا، فعين قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالبًا.
الخطوة 2	حل المتباينة جبريًا.
الخطوة 3	اختبر القيم لتتأكد من صحة الحل.

حل المتباينة فيما يأتي :

$\sqrt{2x+2}+1\geq 5$