مدارس دار الرواد النموذجية – بنين- جدة
القسم الثانوي

مـــدارس
دار الرواد النموذجية
DAR ALRWAD TYPICAL SCHOOL
خيـــار رائـــد ..لغـــة واعـــد

أنا أحب الرياضيات

"التحويلات الهندسية والتماثل"

الاســـم :

الشعبـة :

الأول الثانوي
الفصل الدراسي الثاني

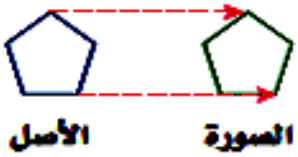
أ/ محمد شعبان

التحويلات الهندسية
Transformations

التحويل عملية تنقل الشكل الأصلي إلى شكل آخر جديد يُسمّى الصورة. وفيما يلي بعض أنواع التحويلات: (والخطوط الحمراء تبيّن بعض النقاط المتناظرة).

الإزاحة أو الانسحاب

يمكن إزاحة أي شكل في أي اتجاه.



الانعكاس

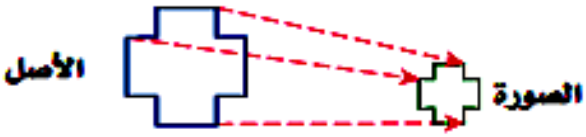
يمكن قلب أي شكل فوق خط مستقيم.

الدوران

يمكن تدوير أي شكل حول نقطة.

التمدد

يمكن تكبير أي شكل أو تصغيره.



تمارين ومسائل

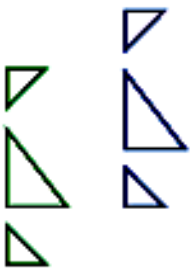
حدّد التحويلات التالية، علمًا بأن الشكل الملوّن باللون الأزرق هو الشكل الأصلي:

(1

(2

(3

(4



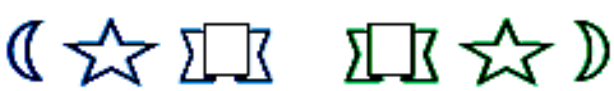
(5

(6

(7

(8

(9



لا تقلق عزيزي الطالب: 0538272611

3-1 الانعكاس Reflection

رسم الانعكاسات: تعلمت أن الانعكاس هو تحويل هندسي يمثّل قلب الشكل حول مستقيم يسمى **خط الانعكاس** ، بحيث يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن خط الانعكاس متساويين.

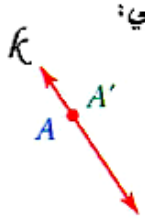
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

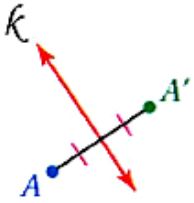
الانعكاس حول مستقيم

ينقل الانعكاس حول مستقيم النقطة إلى صورتها كما يأتي:

- إذا كانت النقطة واقعة على خط الانعكاس فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على خط الانعكاس، يكون خط الانعكاس هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها.



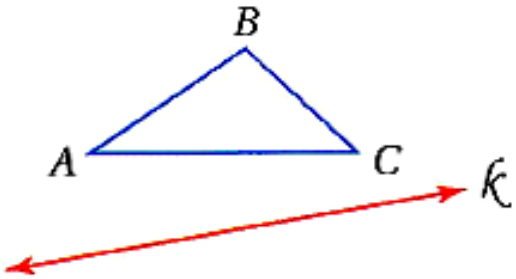
تقع A على المستقيم k

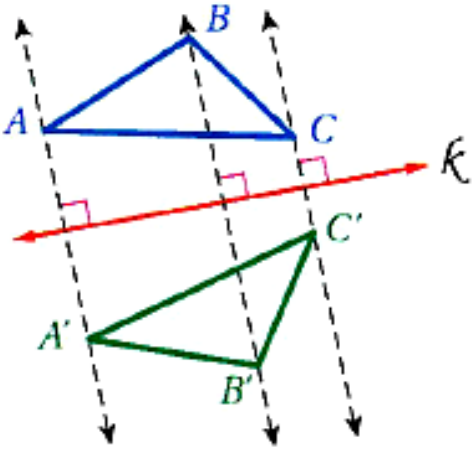


لا تقع A على المستقيم k

مثال 1 ارسم صورة $\triangle ABC$ بالانعكاس حول المستقيم k .

الحل



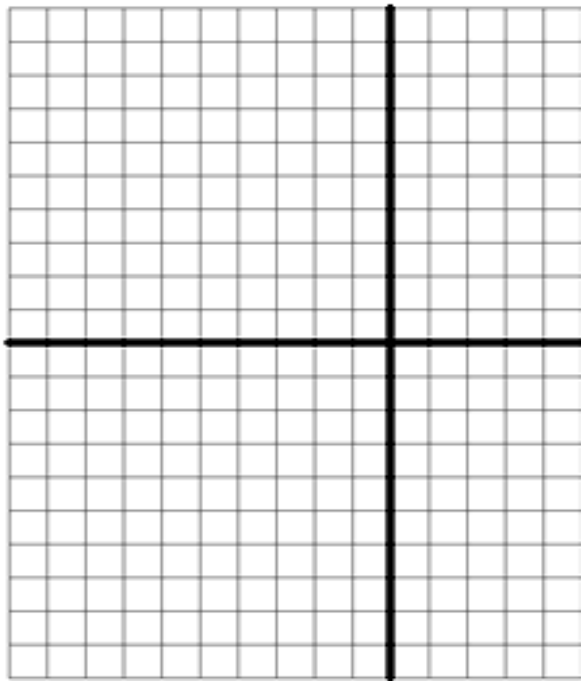


كتاب الطالب ص 116
تمارين إضافية

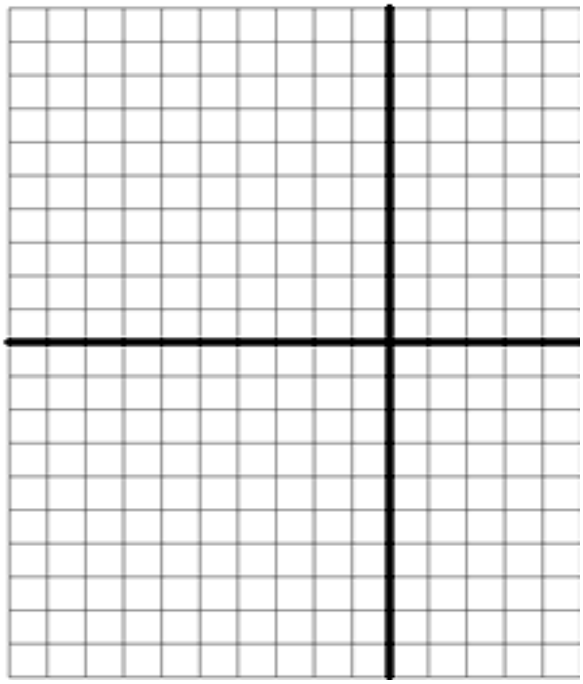
مثال 2 مثّل بيانيًّا $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(0, 3), K(-2, -1), L(-6, 1)$ وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المُعطى

.....>

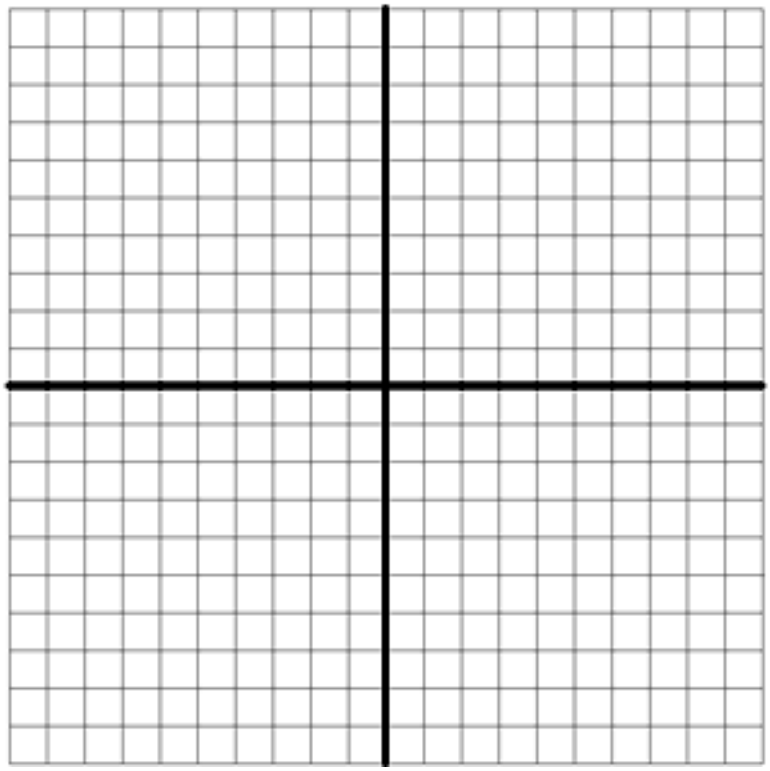
$y = 2$



$x = -4$



مثال 3 مثِّل بيانيًّا $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(-5, 3), B(2, 0), C(1, 2)$ وارسم صورته بالانعكاس حول المحور x .



ماذا تلاحظ ؟؟؟؟

إليك قاعدة مباشرة للحل

يمكنك استعمال القاعدة الآتية عندما يكون خط الانعكاس هو المحور x أو المحور y .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

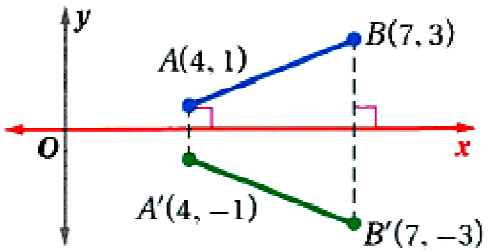
الانعكاس حول المحور x أو المحور y

الانعكاس حول المحور x

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x، اضرب إحداثي y لها في -1.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$

مثال:

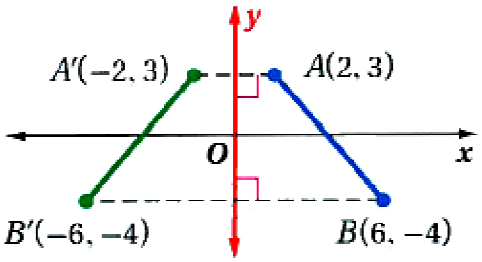


الانعكاس حول المحور y

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y، اضرب إحداثي x لها في -1.

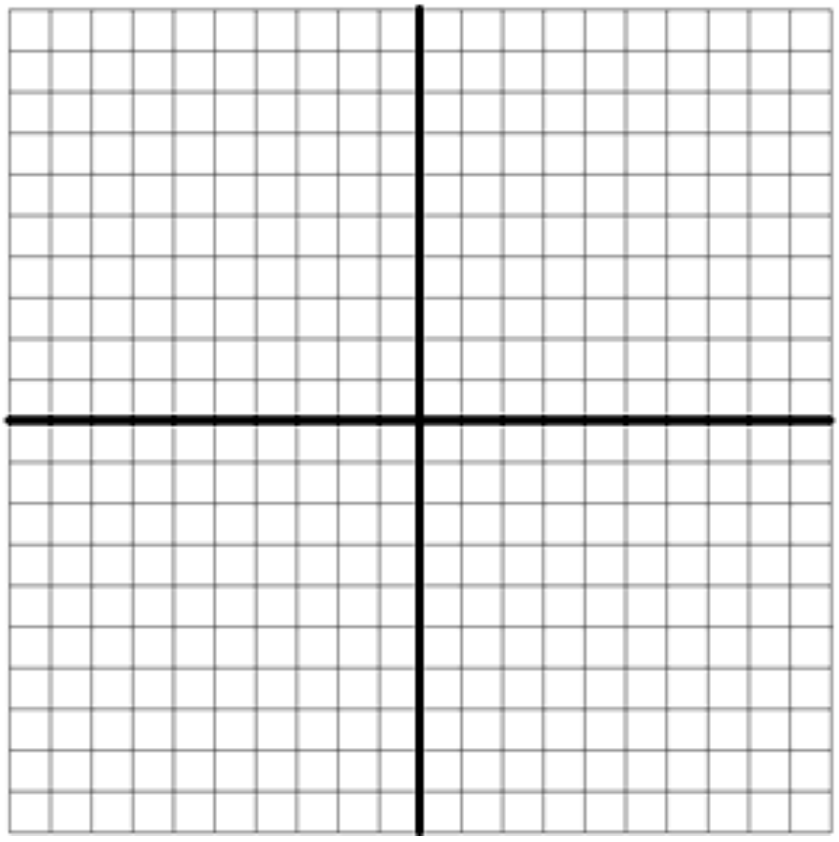
الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, y)$

مثال:



61 ص 121

المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $M(-4, 2), L(0, 2), K(0, 6), J(-4, 6)$ بالانعكاس حول المحور y .



مفهوم أساسي

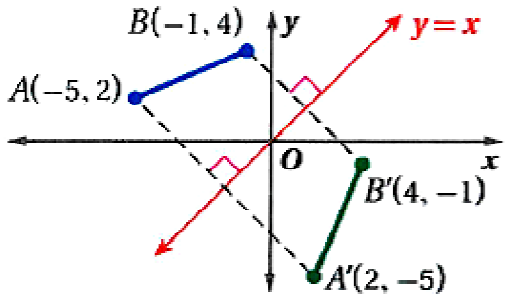
أضف إلى مطويتك

الانعكاس حول المستقيم $y = x$

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ بدّل الإحداثيين x و y.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, x)$

مثال:



مثال 5

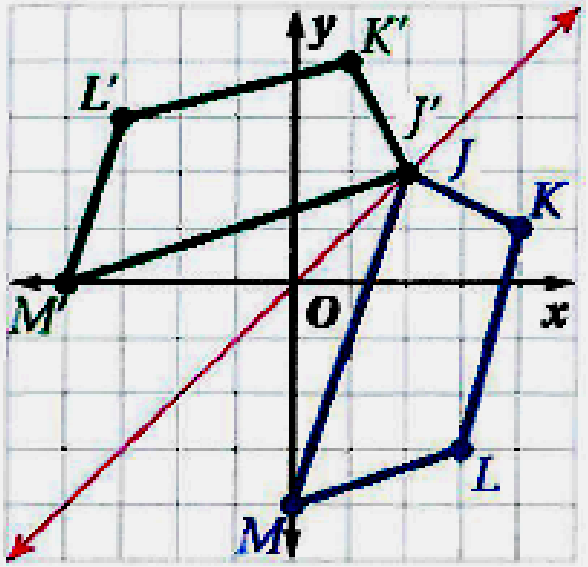
مثّل بيانيًّا الشكل الرباعي $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه هي $J(2, 2), K(4, 1), L(3, -3), M(0, -4)$.

وارسم صورته $J'K'L'M'$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

الحل

بدّل الإحداثيين x و y لكل الرؤوس.

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (y, x) \\ J(2, 2) &\rightarrow J'(2, 2) \\ K(4, 1) &\rightarrow K'(1, 4) \\ L(3, -3) &\rightarrow L'(-3, 3) \\ M(0, -4) &\rightarrow M'(-4, 0) \end{aligned}$$



تحقق من فهمك

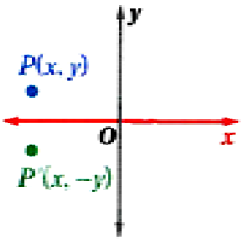
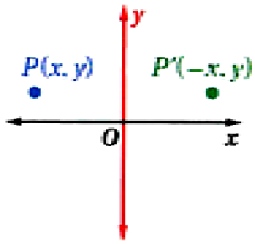
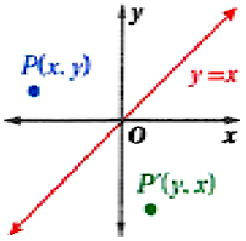
5) مثّل بيانيًّا $\triangle BCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي $B(-3, 3), C(1, 4), D(-2, -4)$.

وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

أضف إلى مطويتك

ملخص المفهوم

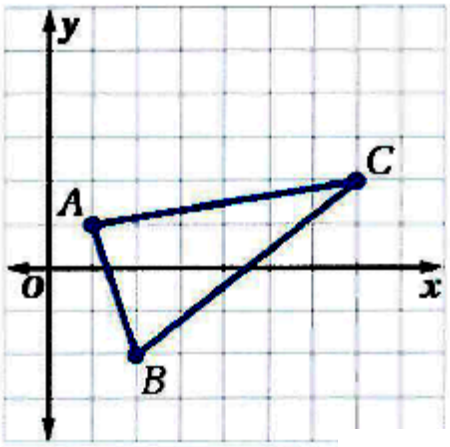
الانعكاس في المستوى الإحداثي

الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المستقيم $y = x$
		
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (y, x)$

الواجـــب

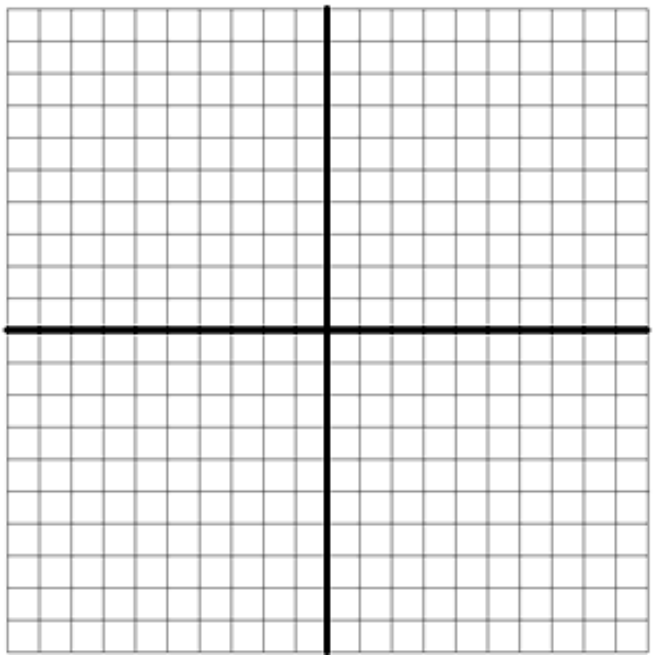
1) مثّل بيانيًّا صورة $\triangle ABC$ المبيّن جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى

$x = 3$



2) مثّل بيانيًّا كل شكل مما يأتي، وارسم صورته بالانعكاس المحدد.

$\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي $X(0, 4), Y(-3, 4), Z(-4, -1)$ بالانعكاس حول المحور y .



مسائل مهارات التفكير العليا

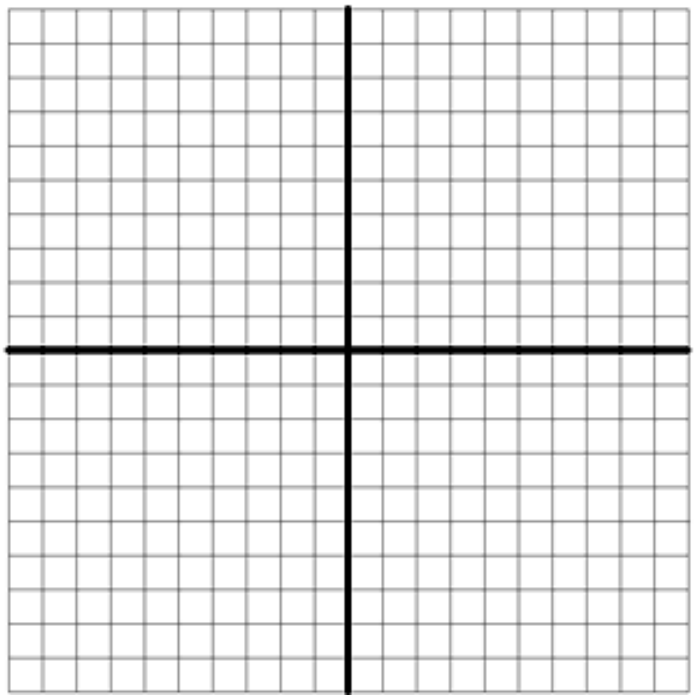
3)

37) اكتشف الخطأ: يجد جميل وإبراهيم إحداثيات صورة النقطة $(2, 3)$ الناتجة عن انعكاس حول المحور x. هل إجابة أي منهما صحيحة؟ وضّح إجابتك.

جميل	إبراهيم
$C'(2, -3)$	$C'(-2, 3)$

4)

الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه $J(-3, 1), K(-1, 3), L(1, 3), M(-3, -1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



لا تقلق عزيزي الطالب: 0538272611

3-2 الإزاحة (الانسحاب) Translation

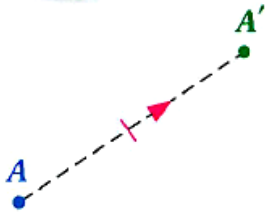
مفاهيم أساسية

أضف إلى مطويتك

الإزاحة (الانسحاب)

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافة محدّدة وباتجاه محدّد. فالإزاحة التي تنقل النقطة A إلى صورتها A' تنقل أيضًا نقاط الشكل جميعها بحيث إن:

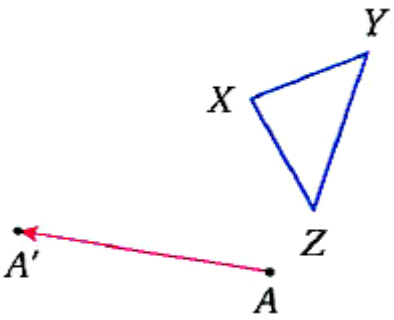
- طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي $\overline{AA'}$.



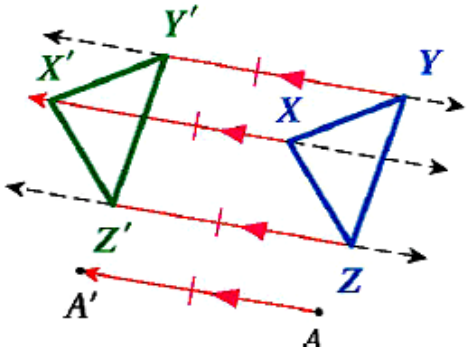
النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة.

مثال 1

ارسم صورة $\triangle XYZ$ الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A'.



خطوات الحل تابع الكتاب ص 124



إرشادات للدراسة

تحويلات التطابق

الإزاحة هي تحويل تطابق أيضًا، فهي تحافظ على الأبعاد وقياسات الزوايا وترتيب مواقع النقاط والاستقامة.

رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي:

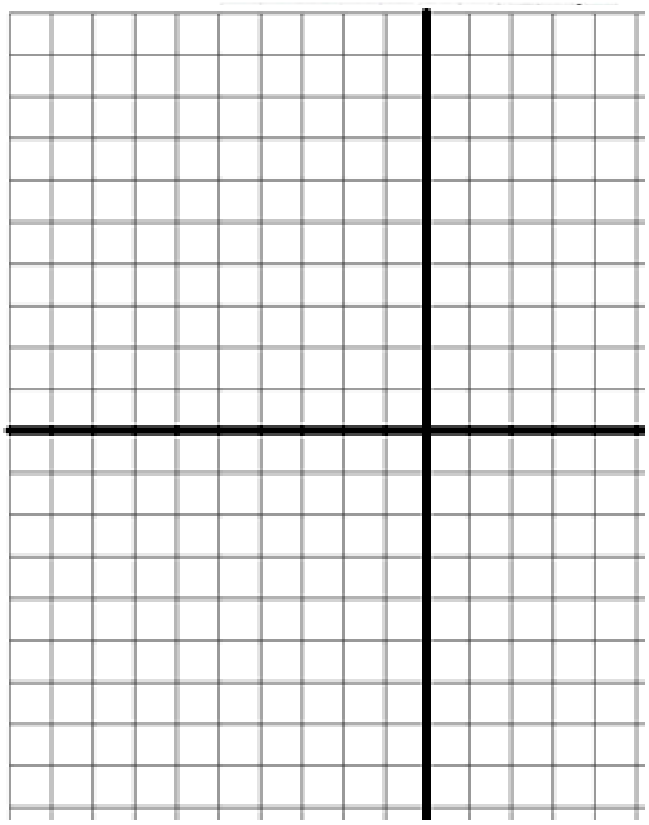
لإزاحة نقطة ما مسافة a وحدة أفقيًا، و b وحدة رأسيًا، اجمع a إلى الإحداثي x ، و b إلى الإحداثي y.

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

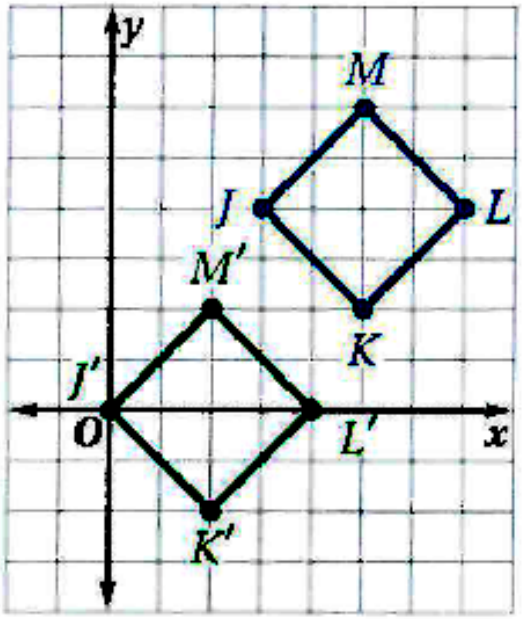
مثال 2

مثِّل بيانيًّا الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل مما يأتي:

a) $\triangle EFG$ الذي إحداثيات رؤوسه هي $E(-7, -1), F(-4, -4), G(-3, -1)$، أُزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 5)$



b) المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(3, 4), K(5, 2), L(7, 4), M(5, 6)$، أُزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x - 3, y - 4)$



تدل هذه القاعدة على إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أسفل .

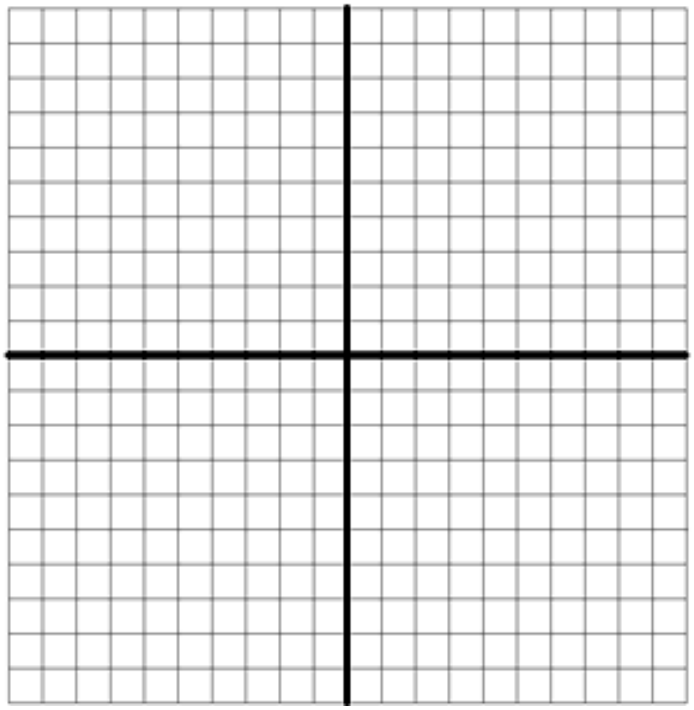
(x, y)	$\rightarrow$	$(x-3, y-4)$
$J(3, 4)$	$\rightarrow$	$J'(0, 0)$
$K(5, 2)$	$\rightarrow$	$K'(2, -2)$
$L(7, 4)$	$\rightarrow$	$L'(4, 0)$
$M(5, 6)$	$\rightarrow$	$M'(2, 2)$

الواجـــب

1) مثِّل بيانيًّا الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة

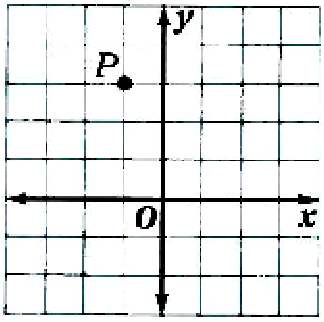
$\triangle DFG$ الذي إحداثيات رؤوسه $D(-8, 8), F(-10, 4), G(-7, 6)$، أزيح وفق القاعدة

$(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 2)$



تدريب على الاختبار المعياري

25) عين موقع صورة النقطة P الناتجة عن الإزاحة $(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 1)$.



A $(0, 6)$ **C** $(2, -4)$

B $(0, 3)$ **D** $(2, 4)$

---

27) إجابة قصيرة: ما قاعدة الإزاحة التي تنقل النقطة $A(3, -5)$ إلى النقطة $A'(-2, -8)$؟

لا تقلق عزيزي الطالب: 0538272611

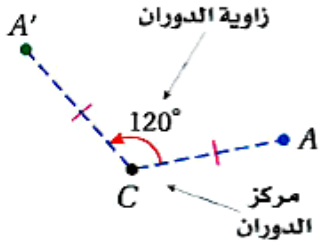
3-3 الدوران Rotations

مفهوم أساسي الدوران

أضف إلى مطويتك

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى **مركز الدوران**) بزاوية معينة قياسها $x°$ واتجاه معين يحول النقطة إلى صورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تُسمى **زاوية الدوران** وقياسها يساوي x .

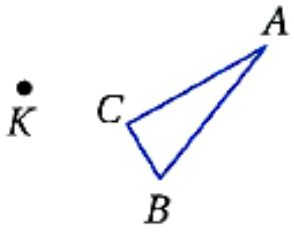


A' هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية $120°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C.

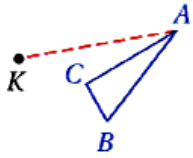
اتجاه حركة عقارب الساعة — عكس اتجاه حركة عقارب الساعة

مثال 1 رسم الشكل الناتج عن الدوران

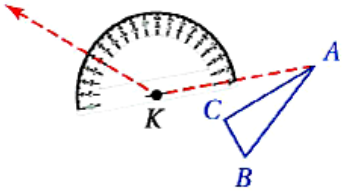
استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن دوران بزاوية $140°$ حول النقطة K.



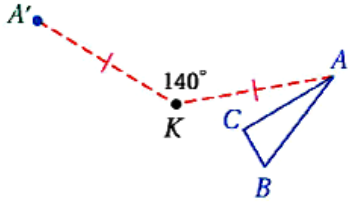
الخطوة 1: ارسم قطعة مستقيمة من الرأس A إلى النقطة K.



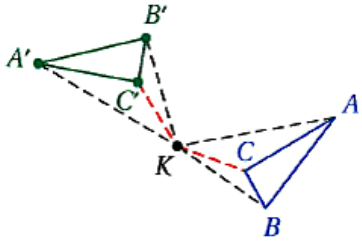
الخطوة 2: ارسم زاوية قياسها $140°$ تكون $\overline{KA}$ أحد ضلعيها .



الخطوة 3: استعمل مسطرة لتعيين A' على الضلع الثاني بحيث يكون $KA' = KA$.



الخطوة 4: كرر الخطوات 3–1 للرأسين B و C ثم ارسم $\triangle A'B'C'$.



إرشادات للدراسة

الدوران باتجاه حركة عقارب الساعة يشير قياس زاوية الدوران السالب إلى أنه باتجاه حركة عقارب الساعة. فالدوران بزاوية $-90°$ حول نقطة الأصل هو دوران بزاوية $90°$ باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

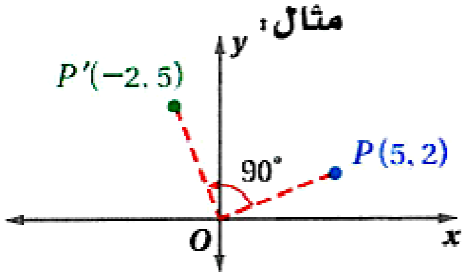
الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية 90°

عند تدوير نقطة بزاوية 90° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في -1 ثم بدّل موقعي الإحداثيين x, y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

مثال:

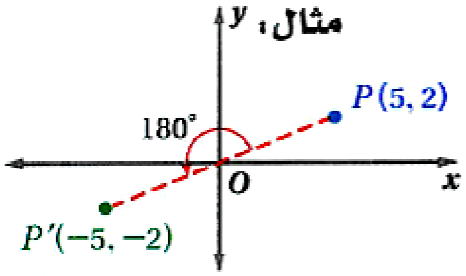


الدوران بزاوية 180°

عند تدوير نقطة بزاوية 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب كلًّا من الإحداثيين x, y في -1.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

مثال:

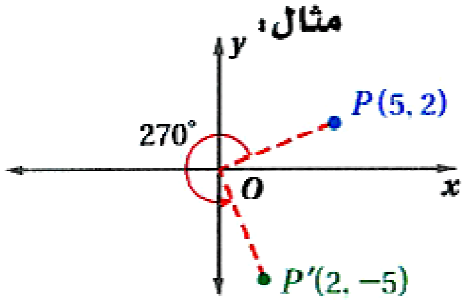


الدوران بزاوية 270°

عند تدوير نقطة بزاوية 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي x في -1 ثم بدّل موقعي الإحداثيين x, y .

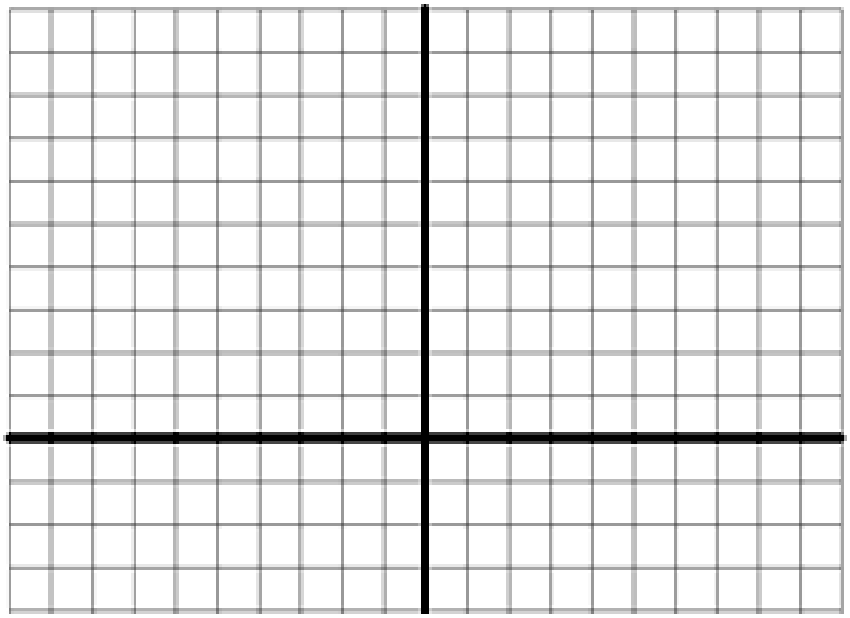
الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال:



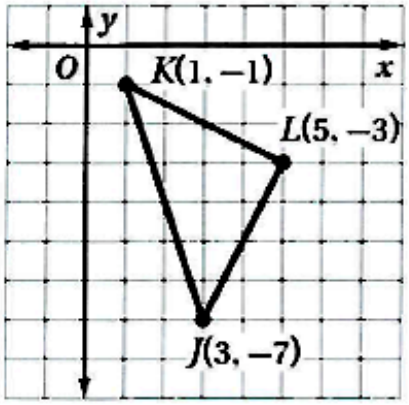
مثال 2

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي $P(1, 1), Q(4, 5), R(5, 1)$. مثّل بيانيًّا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.



مثال 3 من الاختبار المعياري

ما صورة النقطة J الناتجة عن دوران $\triangle JKL$ بزاوية $270°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟



A $(-3, -7)$

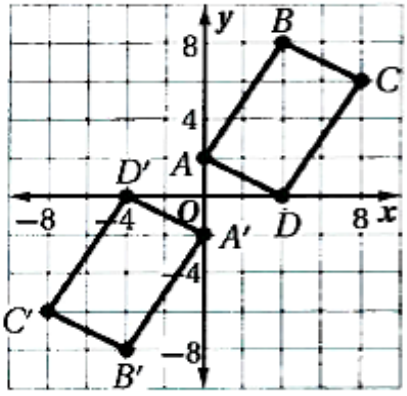
B $(-7, 3)$

C $(-7, -3)$

D $(7, -3)$

4) **اختيار من متعدد:** يبيّن الشكل المجاور الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل.

ما قياس زاوية الدوران؟



A $90°$

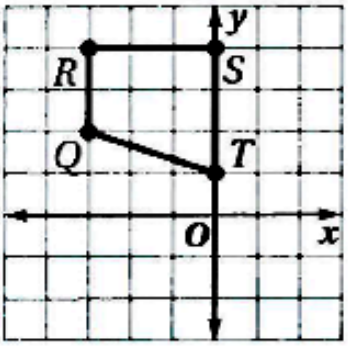
B $180°$

C $270°$

D $360°$

تدريب على الاختبار المعياري

26) ما الدوران الذي يُجرى على شبه المنحرف $QRST$ لينقل الرأس R إلى $R'(4, 3)$؟



A $270°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T.

B $185°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T.

C $180°$ باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

D $90°$ باتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

إرشادات للدراسة

الدوران بزاوية $360°$

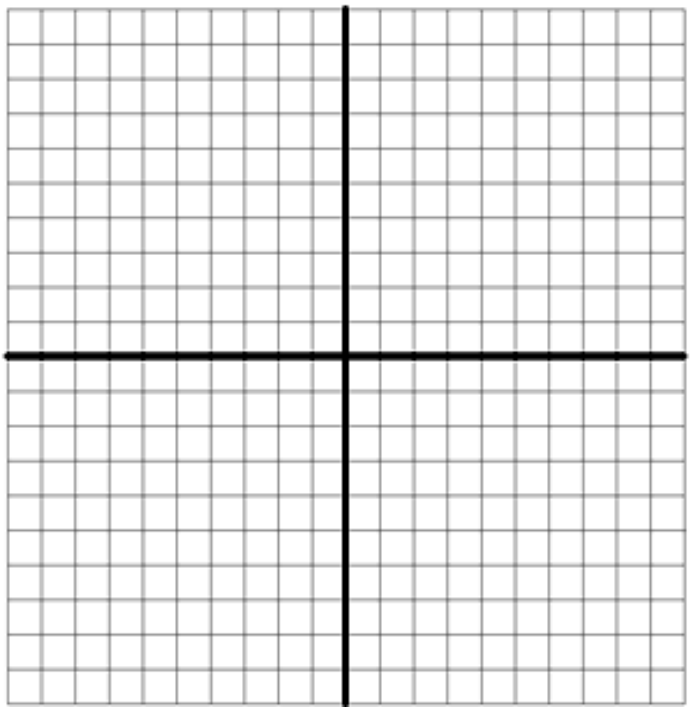
الدوران بزاوية $360°$ حول نقطة ما يعيد الشكل إلى وضعه الأصلي؛ أي أن الصورة الناتجة عن دوران بزاوية $360°$ هي الشكل الأصلي نفسه.

لا تقلق عزيزي الطالب: 0538272611

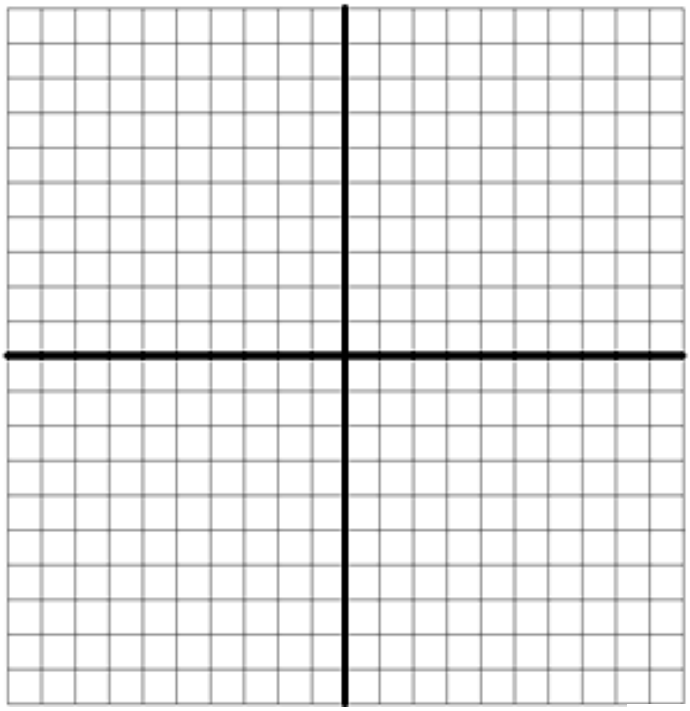
الواجـــب

مثّل بيانيًّا الشكل وصورته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كل مما يأتي:

متوازي الأضلاع $MPQV$ الذي إحداثيات رؤوسه $M(-6,3), P(-2,3), Q(-3,-2), V(-7,-2)$ ، $270°$.



المعين $WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه $W(-3,4), X(0,7), Y(3,4), Z(0,1)$ ، $90°$



اختبار منتصف الفصل
الدروس 1-3 إلى 3-3

3-4 تركيب التحويلات الهندسية
Composition of Transformations

مثال 1 تمثيل تركيب الإزاحة والانعكاس بيانيًا

إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي $J(6, -1), K(10, -2), L(5, -3)$. مثِّل بيانيًا $\triangle JKL$ وصورته الناتجة عن إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى الأعلى ثم انعكاس حول المحور y .

الحـل

الخطوة 1: الإزاحة 4 وحدات إلى أعلى

$$(x, y) \rightarrow (x, y+4)$$

$$J(6, -1) \rightarrow J'(6, 3)$$

$$K(10, -2) \rightarrow K'(10, 2)$$

$$L(5, -3) \rightarrow L'(5, 1)$$

الخطوة 2: الانعكاس حول المحور y

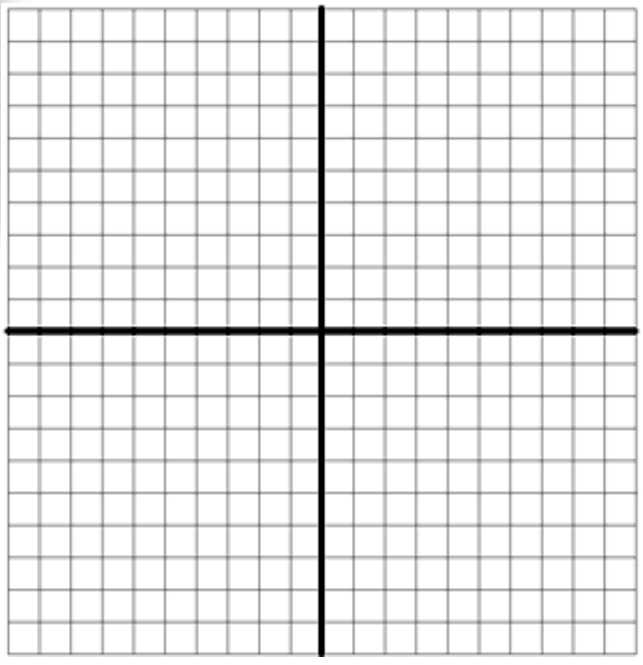
$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

$$J'(6, 3) \rightarrow J''(-6, 3)$$

$$K'(10, 2) \rightarrow K''(-10, 2)$$

$$L'(5, 1) \rightarrow L''(-5, 1)$$

الخطوة 3: مثِّل بيانيًا $\triangle JKL$ وصورته $\triangle J''K''L''$.



فيما سبق:

درستُ رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن الانعكاس والانسحاب والدوران.

والآن:

- ارسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما الانعكاس.
- ارسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين .

المفردات:

التحويل الهندسي المركب

composite transformation

نظرية 3.1 تركيب تحويلات التطابق

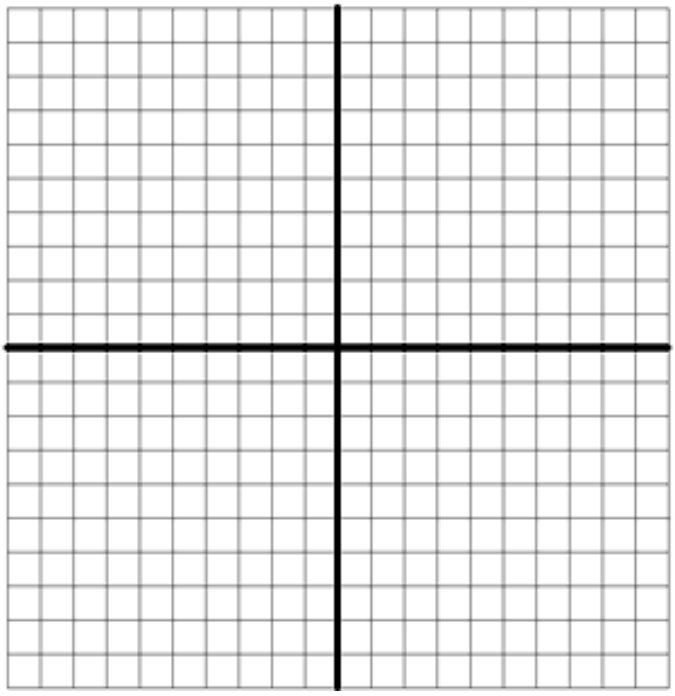
أضف إلى مطويتك

تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

ص 140

مثال 2 تمثيل تركيب تحويلي تطابق بيانيًا

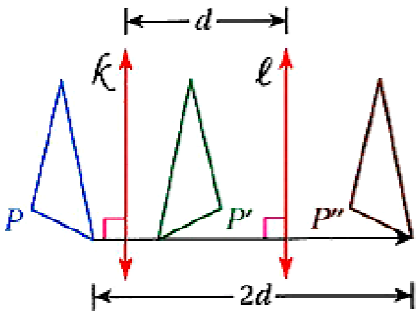
إحداثيات طرفي $\overline{CD}$ هما $C(-7, 1), D(-3, 2)$. مثِّل بيانيًّا $\overline{CD}$ و صورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ودوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



تركيب انعكاسين: إن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين يعادل إزاحة.

نظرية 3.2 **تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين**

أضف إلى مطويتك



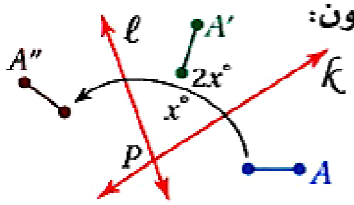
يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كل من المستقيمين.
- مقدارها يساوي مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

إن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين يكافئ دورانًا .

نظرية 3.3 **تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين**

أضف إلى مطويتك



يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

- مركزه نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاوية دورانه يساوي مثلي قياس الزاوية الحادة أو القائمة التي يشكلها تقاطع هذان المستقيمان.

أمثلة بالكتاب ص 141

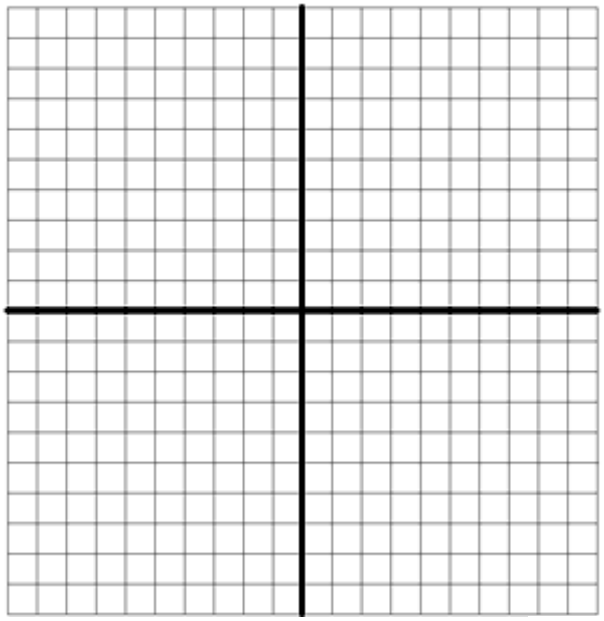
ملخص المفهوم **تركيب التحويلات الهندسية**

أضف إلى مطويتك

الإزاحة	الدوران
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين	تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

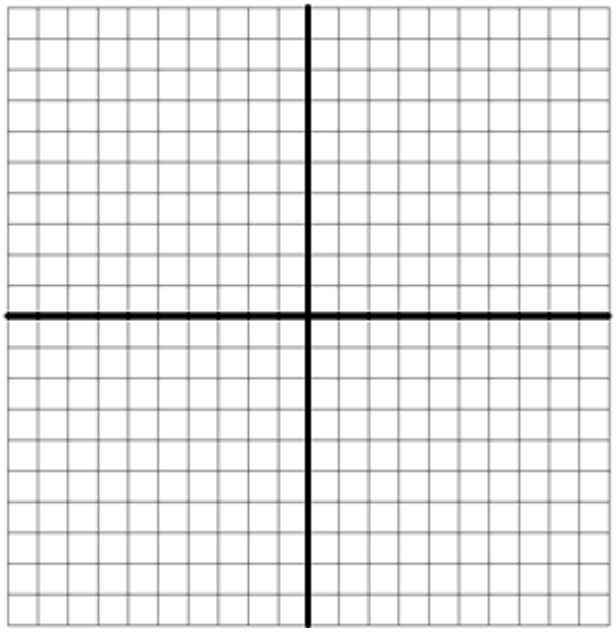
الواجـــب

1) إحداثيات طرفي $\overline{JK}$ هما $J(2, 5)$ ، $K(6, 5)$. مثِّل بيانيًّا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ودوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



مثِّل بيانيًّا الشكل وصورته الناتجة عن التحويل المركّب المحدّد

10) $\overline{RS}$ ، حيث $R(2, -1), S(6, -5)$.
إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدتان إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور y



تدريب على الاختبار المعياري

33) ما صورة النقطة $A(4, 1)$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم $y = x$ ؟

A $(1, -4)$ **C** $(-1, 4)$

B $(1, 4)$ **D** $(-1, -4)$

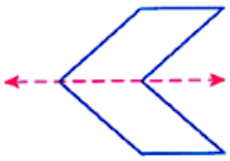
34) إجابة قصيرة: إحداثيات طرفي $\overline{CD}$ هما $C(2, 4)$ و $D(8, 7)$. إذا أُزيحت هذه القطعة المستقيمة بمقدار 6 وحدات إلى اليسار ووحدتين إلى أعلى ثم عكست الصورة حول المحور y ، فما إحداثيات D''؟

3-5 التماثل Symmetry

مفهوم أساسي — التماثل حول محور

أضف إلى مطويتك

يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متماثلًا حول محور** إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور تماثل**.



مثال 1 من واقع الحياة — تعيين محاور التماثل

مخلوقات بحرية: بيّن ما إذا كان للمخلوق البحري محور تماثل أم لا. وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كل مما يأتي:

(a

(b

(c

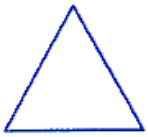
الكتاب ص 150

تحقق من فهمك

بيّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا. وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كل مما يأتي:

(1A

(1B

(1C 

فيما سبق:

درستُ رسم صورة ناتجة عن الانعكاس و الدوران .

والآن:

- أحدّد محاور التماثل والتماثل الدوراني للأشكال الثنائية الأبعاد.
- أحدّد مستويات التماثل والتماثل الدوراني للأشكال الثلاثية الأبعاد.

المفردات:

التماثل symmetry

التماثل حول محور line symmetry

محور التماثل line of symmetry

التماثل الدوراني rotational symmetry

مركز التماثل center of symmetry

رتبة التماثل order of symmetry

مقدار التماثل magnitude of symmetry

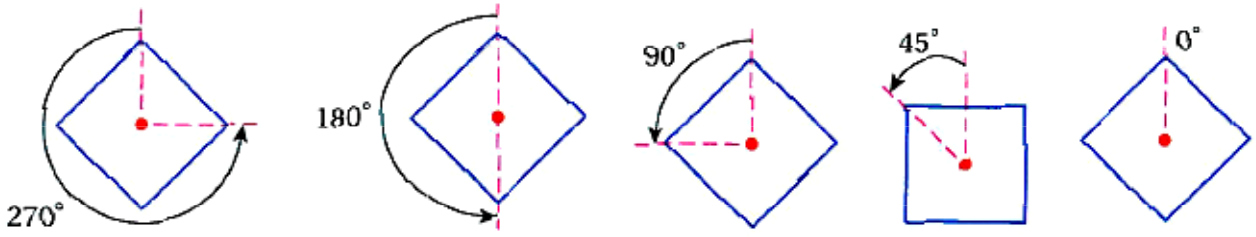
و هناك نوع آخر من التماثل هو التماثل الدوراني .

مفهوم أساسي أضف إلى مطويتك

التماثل الدوراني

يكون للشكل الثنائي الأبعاد **تماثل دوراني** (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه. ويسمّى مركز الدوران في هذه الحالة **مركز التماثل** (أو نقطة التماثل).

أمثلة: الشكل الآتي له تماثل دوراني؛ لأن الدوران بكل من الزوايا 90°، 180°، 270° ينتج عنه الشكل نفسه.



يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من 0° إلى 360° اسم **رتبة التماثل**.

مقدار التماثل (أو زاوية الدوران) فهو قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه،

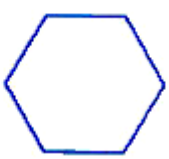
$$\text{مقدار التماثل} = \frac{360}{\text{رتبة التماثل}}$$

ففي الشكل أعلاه، رتبة التماثل الدوراني 4، ومقدار التماثل 90°.

مثال 2 **تعيين التماثل الدوراني**

بيّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا. وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:

(a



(b

التماثل في الأشكال الثلاثية الأبعاد: يمكن أن تكون الأشكال الثلاثية الأبعاد أيضًا متماثلة .

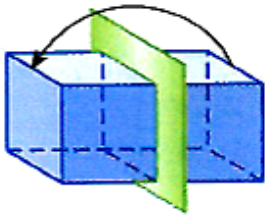
مفاهيم أساسية

أضف إلى مطويتك

التماثلات في الأشكال الثلاثية الأبعاد

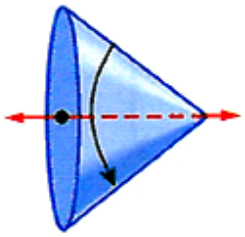
التماثل حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول مستوى** إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس في ذلك المستوى هي الشكل نفسه.



التماثل حول محور

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول محور** إذا كانت صورته الناتجة عن دوران حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° هي الشكل نفسه.

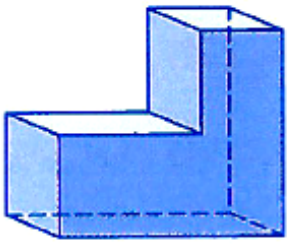


مثال 3

التماثل في الأشكال الثلاثية الأبعاد

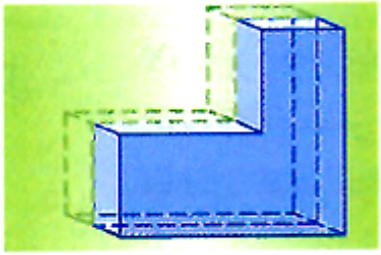
بيّن ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل مما يأتي:

a) منشور على هيئة حرف L

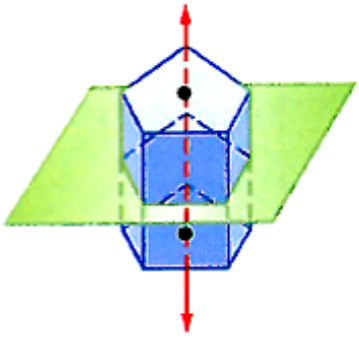


b) منشور خماسي منتظم

متماثل حول مستوى



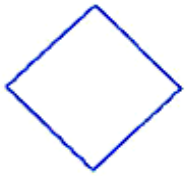
متماثل حول مستوى ومتماثل حول محور



لا تقلق عزيزي الطالب: 0538272611

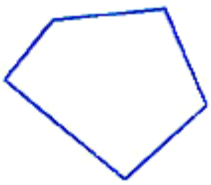
الواجـــب

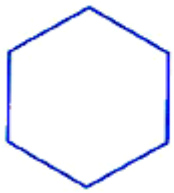
بيّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كل مما يأتي:

1) 

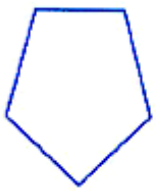
2)

3)

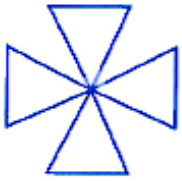
8) 

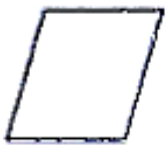
10) 

بيّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:

4) 

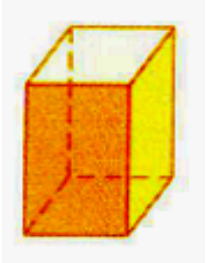
5)

6) 



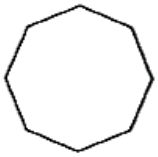
نعم؛ 2؛ 180°

بين ما إذا كان الشكل المجاور متماثلًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



تدريب على الاختبار المعياري

41) **إجابة شبكية:** ما رتبة التماثل للشكل الآتي؟



تابع ص 153

3-6 التمدد Dilations

فيما سبق:
درستُ الانعكاس والإزاحة والدوران.

والآن:
- ارسم الصورة الناتجة عن التمدد باستعمال المسطرة.
- أرسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

المفردات:
التمدد
Dilation
تحويل التشابه
Similavity trand formation
معامل التمدد
Scale factor of dilation

رسم التمدد: **التمدد** هو تحويل هندسي يكبّر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة هي نسبة طول الشكل الأصلي إلى طول صورته. وتسمى هذه النسبة **معامل التمدد**. ولأن الصورة الناتجة عن التمدّد تشابه الشكل الأصلي مع اختلاف الموقع فإن التمدد نوع من أنواع **تحويلات التشابه**. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامل التمدد.

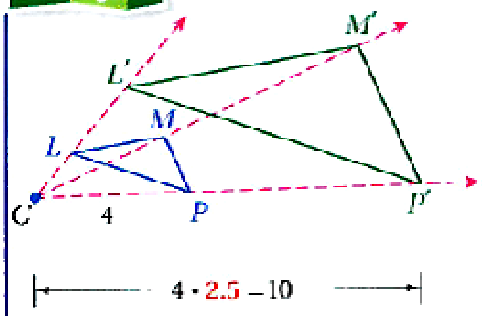
مفاهيم أساسية

التمدد

التمدد الذي مركزه C ومعامله العدد الموجب k : حيث $k \neq 1$ ، يثقل النقطة P في شكل ما إلى صورتها P' ،

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ويكون $CP' = k(CP)$.

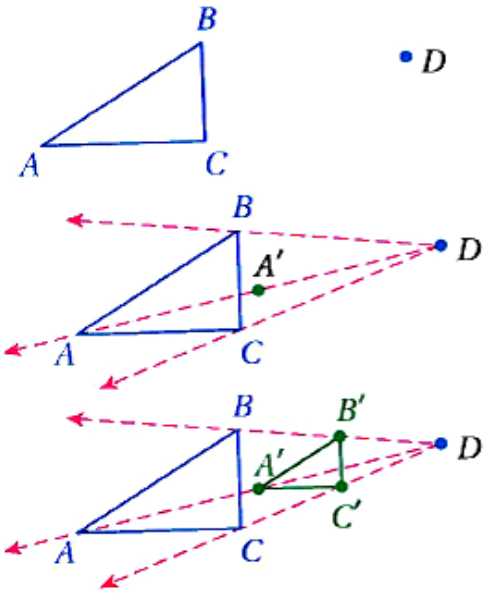
أضف إلى مطويتك



$\triangle L'M'P$ هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5 .

مثال 1 رسم التمدد

استعمل مسطرة لرسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة D ، ومعامله $\frac{1}{2}$.



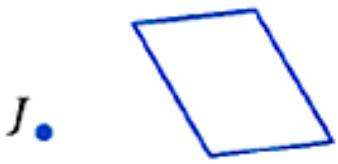
الخطوة 1: ارسم من D أنصاف المستقيمات $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$.

الخطوة 2: عيّن A' على $\overrightarrow{DA}$ ، بحيث يكون $DA' = \frac{1}{2} DA$.

الخطوة 3: عيّن B' على $\overrightarrow{DB}$ و C' على $\overrightarrow{DC}$ بالطريقة نفسها ثم ارسم $\triangle A'B'C'$.

تحقق من فهمك

$k = \frac{3}{2}$



عظات هامة جدا :

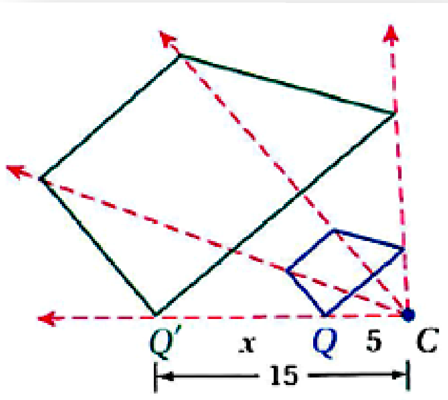
- إذا كان معامل التمدد **أكبر من 1** يكون **تكبيرا** ، والبعد بين مركز التمدد والصورة أطول من البعد من المركز والأصل.
- "" "" "" "" $0 < K < 1$ يكون **تصغيرا** ، والبعد بين مركز التمدد والصورة أقصر من البعد من المركز والأصل.
- إذا كان معامل التمدد = 1 ، يكون الشكل الأصلي وصورته **متطابقين** ، ويسمى تمدد مطابق .
- إذا كان معامل التمدد **سالبا** تكون صورة الشكل في الاتجاه المعاكس لمركز التمدد .

معامل التمدد هو نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر في الشكل الأصلي .

$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$ معامل تمدد الصورة

تحقق من فهمك

2) حدِّد ما إذا كان التمدد من الشكل Q إلى Q' تكبيرًا أم تصغيرًا. ثم أوجد معامل التمدد وقيمة x.



التمدد في المستوى الإحداثي: يمكن أن تستعمل القواعد الآتية لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل.

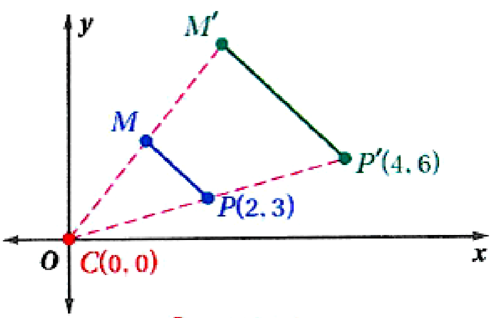
مفهوم أساسي — التمدد في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل اضرب الإحداثيين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل التمدد k.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال:



معامل التمدد: 2

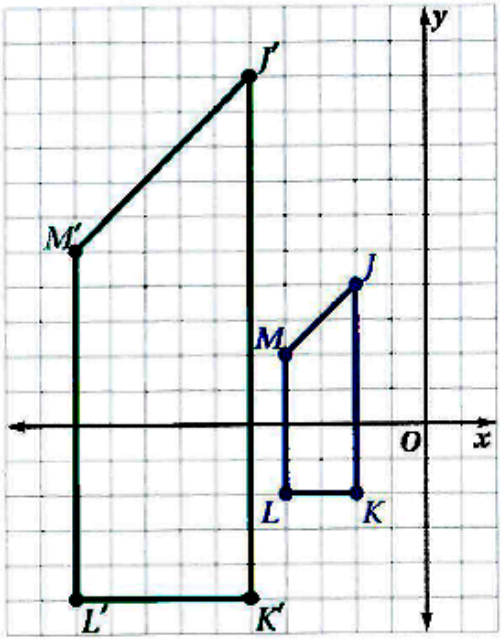
مثال 3 التمدد في المستوى الإحداثي

إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي $J(-2, 4), K(-2, -2), L(-4, -2), M(-4, 2)$. مثّل بيانيًّا $JKLM$ وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2.5 .

اضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد 2.5 .

(x, y)	$\rightarrow$	$(2.5x, 2.5y)$
$J(-2, 4)$	$\rightarrow$	$J'(-5, 10)$
$K(-2, -2)$	$\rightarrow$	$K'(-5, -5)$
$L(-4, -2)$	$\rightarrow$	$L'(-10, -5)$
$M(-4, 2)$	$\rightarrow$	$M'(-10, 5)$

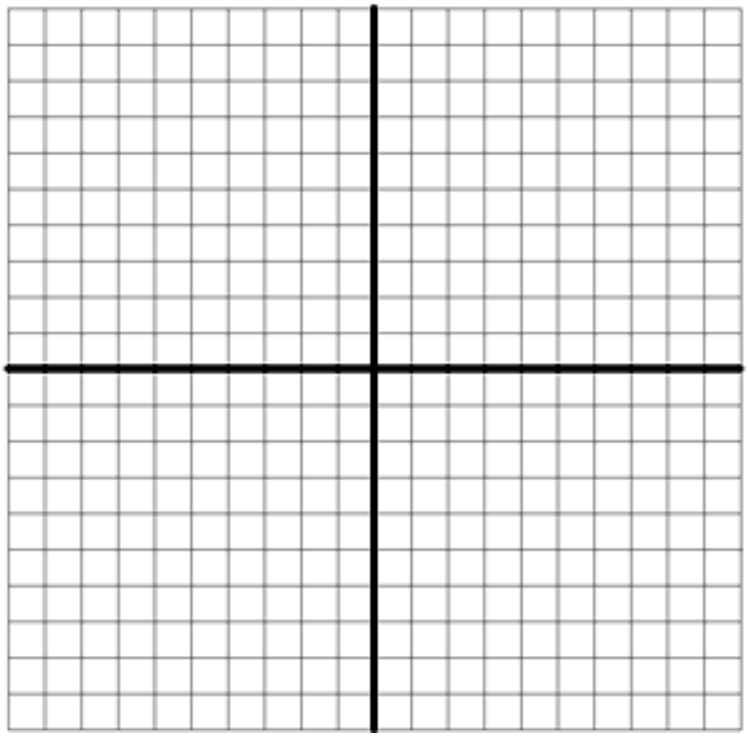
مثّل بيانيًّا $JKLM$ وصورته $J'K'L'M'$.



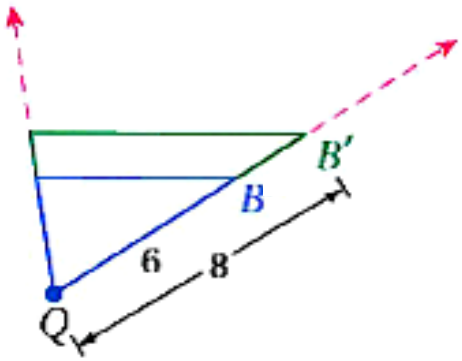
فكر وحل

مثّل بيانيًّا المضلع وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد K المحدد في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

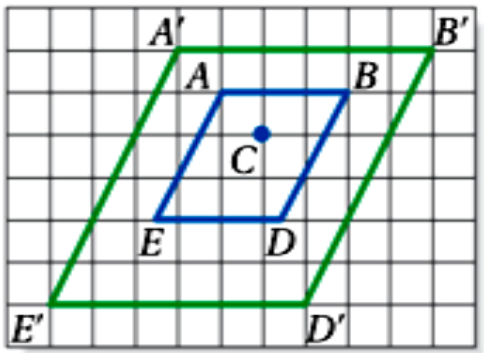
(17 $k = 0.75$ ؛ $D(4, 4), F(0, 0), G(8, 0)$

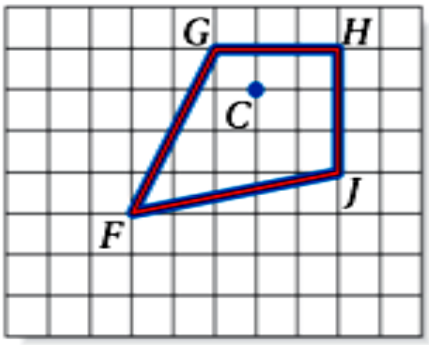


3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيرًا أم تصغيرًا. ثم أوجد معامله وقيمة x .



مثال (4) : احسب معامل التمدد الذي مركزه C، ثم حدد إذا كان التمدد تكبيرًا أم تصغيرًا أم تحويل تطابق.

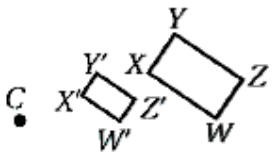




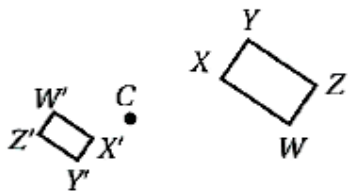
مسائل مهارات التفكير العليا

27) **اكتشف الخطأ:** يحاول كل من متعب وسعود أن يصف تأثير القيمة السالبة لمعامل التمدد في صورة الشكل الرباعي $WXYZ$. فأيهما تفسيره صحيح؟ اشرح تبريرك.

متعب



سعود

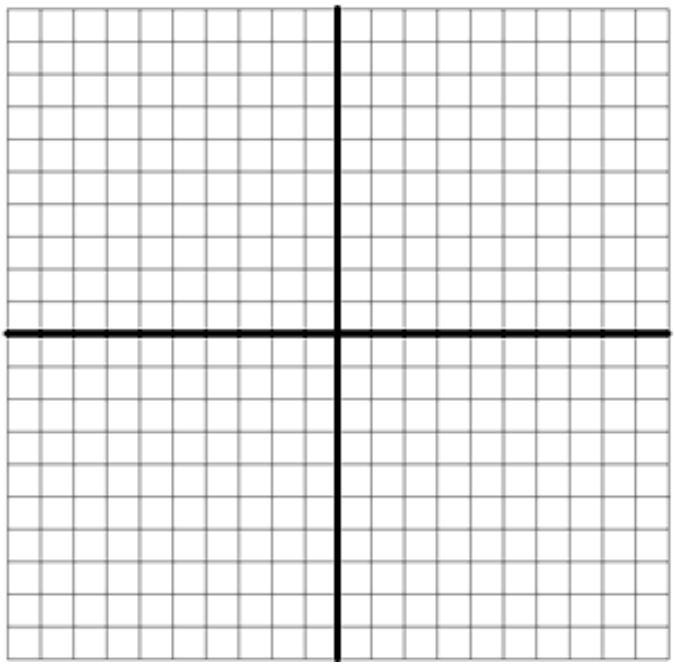


الواجـــب

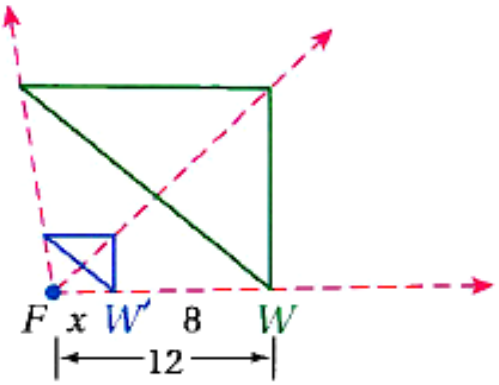
لا تقلق عزيزي الطالب: 0538272611

1) مثِّل بيانيًّا المضلع وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد

$W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0)$ ؛ $k = 1.5$



2) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل W إلى الشكل W' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x .



ارجع إلى دليل الدراسة والمراجعة ص164

انتهى الفصل الثالث ..... تسليم المطوية كاملة نهاية الأسبوع الحالي ...

أمنياتي بالتوفيق والسداد في دراستك ،،،،،،