

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>1A) $\lim_{x \rightarrow 2} (-x^3 + 4) = -(\lim_{x \rightarrow 2} X)^3 + \lim_{x \rightarrow 2} 4$ تحقق من فهمك $= -(2)^3 + 4 = -8 + 4 = -4$</p> <p>1B) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{2x^2-x-15} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} 3}{2(\lim_{x \rightarrow 2} x)^2 - \lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} 15}$ $= \frac{2-3}{2(2)^2 - (2) - 15} = \frac{-1}{-9} = \frac{1}{9}$</p> <p>1C) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{x+3} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -1} x + \lim_{x \rightarrow -1} 3} = \sqrt{-1+3} = \sqrt{2}$</p>	رقم (1) ص 140
لتحديد امكانية وجود النهاية لابد من تحديد مجال الدالة والتحقق انها معرفة حول العدد المطلوب حساب النهاية عنده حل الفقرة C بالتعويض المباشر وهذا غير صحيح	<p>2A) تحقق من فهمك 2 الدالة معرفة حول العدد 4 $\Rightarrow R = \text{مجال الدالة}$, بما أن الدالة كثيرة حدود فيمكننا حساب النهاية بالتعويض المباشر $\lim_{x \rightarrow 4} (x^3 - 3x^2 - 5x + 7) = 64 - 48 - 20 + 7 = 3$</p> <p>=====</p> <p>2B) الدالة معرفة بشرط $x^2 + 3 \neq 0$ وهذا محقق دائما $\text{مجال الدالة} = R$ بما أن الدالة نسبية مقامها ليس صفر عند $x = -5$ فيمكننا حساب النهاية بالتعويض المباشر $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+1}{x^2+3} = \frac{-5+1}{(-5)^2+3} = \frac{-4}{28} = \frac{-1}{7}$</p> <p>=====</p> <p>2C) الدالة معرفة بشرط $x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6$ المجال = $[-6, \infty)$ الدالة غير معرفة حول العدد -8 لذلك فالنهاية ليس لها وجود</p>	رقم (2) ص 141

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة															
	<p>3A)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $x + 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$</p> <p>الدالة = $\mathbb{R} - \{-2\}$</p> <p>الدالة معرفة حول العدد -2</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x + 2} = \frac{0}{0}$ <p>كمية غير محدودة</p> <p>بالتحليل</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">12</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">-12</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-5</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> </tr> </table> $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x^2 - 5x + 6)}{x + 2}$ $= \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 5x + 6)$ $= (-2)^2 - 5(-2) + 6 = 4 + 10 + 6 = 20$	-2	1	-3	-4	12			-2	10	-12		1	-5	6	0	<p>رقم (3) ص 142</p>
-2	1	-3	-4	12													
		-2	10	-12													
	1	-5	6	0													
	<p>3B)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $3x^2 - 11x - 42 \neq 0 \Rightarrow (3x + 7)(x - 6) \neq 0$</p> <p>الدالة = $\mathbb{R} - \{6, -\frac{7}{3}\}$</p> <p>الدالة معرفة حول العدد 6</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 7x + 6}{3x^2 - 11x - 42} = \frac{0}{0}$ <p>كمية غير محدودة</p> <p>بالتحليل</p> $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 7x + 6}{3x^2 - 11x - 42} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x - 6)(x - 1)}{(x - 6)(3x + 7)}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x - 1)}{(3x + 7)} = \frac{(6 - 1)}{(3(6) + 7)} = \frac{1}{5}$																

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>تحقق من فهمك 4 :</p> <p>4A) $\sqrt{x} - 5 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \neq 5 \Rightarrow x \neq 25, x \geq 0$ الدالة معرفة بشرط الدالة = $[0, \infty) - \{25\}$ الدالة معرفة حول العدد 25</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5} = \frac{0}{0}$ <p>كمية غير محدودة</p> <p>بالضرب في المرافق</p> $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5} &= \lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5} \times \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 5} \\ &= \lim_{x \rightarrow 25} \frac{(x - 25)(\sqrt{x} + 5)}{x - 25} = \lim_{x \rightarrow 25} (\sqrt{x} + 5) = \sqrt{25} + 5 = 10 \end{aligned}$	رقم (4) ص 143
	<p>4B) $x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4, x \neq 0$ الدالة معرفة بشرط الدالة = $[-4, \infty) - \{0\}$ الدالة معرفة حول العدد 0</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x + 4}}{x} = \frac{0}{0}$ <p>كمية غير محدودة</p> <p>بالضرب في المرافق</p> $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x + 4}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x + 4}}{x} \times \frac{2 + \sqrt{x + 4}}{2 + \sqrt{x + 4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (x + 4)}{x(2 + \sqrt{x + 4})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - x - 4}{x(2 + \sqrt{x + 4})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{(2 + \sqrt{x + 4})} = \frac{-1}{(2 + \sqrt{0 + 4})} = \frac{-1}{4} \end{aligned}$	
	<p>5A) $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3 - 4x^2 + 9) = -\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3) = -\infty$</p> <p>=====</p> <p>5B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^6 + 3x^5 - x) = 4 \lim_{x \rightarrow -\infty} x^6 = 4(-\infty)^6 = \infty$</p> <p>=====</p> <p>5C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 6x^2 + 4x^5) = 4 \lim_{x \rightarrow -\infty} (x)^5 = 4(-\infty)^5 = -\infty$</p>	رقم (5) ص 144

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>6A) تحققمن فهمك 6</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x-10} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x}{x} - \frac{10}{x}} =$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{5}{x}}{1 - \frac{10}{x}} = \frac{0}{1-0} = 0$ <hr/> <p>6B)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + 7}{5x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3x^2}{x^2} + \frac{7}{x^2}}{\frac{5x}{x^2} - \frac{1}{x^2}} =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3 + \frac{7}{x^2}}{\frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{-3+0}{0-0} = -\infty$ <hr/> <p>6C)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 3x^2 + 1}{2x^3 + 4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{7x^3}{x^3} - \frac{3x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3} - \frac{4x}{x^3}} =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}}{2 - \frac{4}{x^2}} = \frac{7-0+0}{2-0} = \frac{7}{2} = 3.5$	<p>رقم (6) ص 145</p>

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p style="text-align: right;">تحقق من فهمك 7</p> <p>7A الحدود الخمسة الأولى هي</p> $\frac{4}{1^2+1} = 2, \frac{4}{2^2+1} = \frac{4}{5}, \frac{4}{3^2+1} = \frac{2}{5}, \frac{4}{4^2+1} = \frac{4}{17}, \frac{4}{5^2+1} = \frac{4}{26}$ <p>الحدود الخمسة الأولى بصورة تقريبية : 2 , 0.8 , 0.4 , 0.2 , 0.1</p> <p>تقترب من العدد صفر</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} + \frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1+0} = 0$ <hr/> <p>7B الحدود الخمسة الأولى هي</p> $\frac{2(1)^3}{3(1)+8} = \frac{2}{11}, \frac{2(2)^3}{3(2)+8} = \frac{8}{7}, \frac{2(3)^3}{3(3)+8} = \frac{54}{17}, \frac{2(4)^3}{3(4)+8} = \frac{32}{5}, \frac{2(5)^3}{3(5)+8} = \frac{250}{23}$ <p>الحدود الخمسة الأولى بصورة تقريبية : 0.18 , 1.14 , 3.18 , 6.4 , 10.9</p> <p>تتزايد بلا حدود</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3}{3n+8} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n^3}{n^3}}{\frac{3n}{n^3} + \frac{8}{n^3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\frac{3}{n^2} + \frac{8}{n^3}} = \frac{2}{0+0} = \infty$ <hr/> <p>7C)</p> <p>الحدود الخمسة الأولى بصورة تقريبية : 9 , 5.625 , 4.667 , 4.219 , 3.96</p> <p>تقترب من العدد 3</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{n^3} \left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right] \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{n^2} \left[\frac{2n^2+3n+1}{6} \right] \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{18n^2+27n+9}{6n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{18n^2}{n^2} + \frac{27n}{n^2} + \frac{9}{n^2}}{\frac{6n^2}{n^2}} \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{18 + \frac{27}{n} + \frac{9}{n^2}}{6} \right) = \frac{18+0+0}{6} = 3$	<p>رقم (7) ص 146</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	تدرب وحل المسائل	
	1) $\lim_{x \rightarrow -3} (5x - 10) = 5 \lim_{x \rightarrow -3} x - \lim_{x \rightarrow -3} 10$ $= 5(-3) - 10 = -25$	رقم (1) صد 147
	2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 4x + 13}{x - 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 5} x^2 + 4 \lim_{x \rightarrow 5} x + \lim_{x \rightarrow 5} 13}{\lim_{x \rightarrow 5} x - \lim_{x \rightarrow 5} 3}$ $= \frac{5^2 + 4(5) + 13}{5 - 3} = \frac{58}{2} = 29$	رقم (2) صد 147
	3) $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{1}{x} + 2x + \sqrt{x} \right) = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 9} x} + 2 \lim_{x \rightarrow 9} x + \sqrt{\lim_{x \rightarrow 9} x}$ $= \frac{1}{9} + 2(9) + \sqrt{9} = \frac{190}{9} = 21.11$	رقم (3) صد 147
	4) $\lim_{x \rightarrow -4} [x^2(x + 1) + 2] = [(\lim_{x \rightarrow -4} x)^2 \cdot (\lim_{x \rightarrow -4} x + \lim_{x \rightarrow -4} 1) + \lim_{x \rightarrow -4} 2]$ $= [(-4)^2 \cdot (-4 + 1) + 2] = -46$	رقم (4) صد 147
	5) $\lim_{x \rightarrow 12} \left(\frac{x^2 - 10x}{\sqrt{x + 4}} \right) = \frac{(\lim_{x \rightarrow 12} x)^2 - 10(\lim_{x \rightarrow 12} x)}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 12} x + \lim_{x \rightarrow 12} 4}}$ $= \frac{12^2 - 10(12)}{\sqrt{12 + 4}} = 6$	رقم (5) صد 147
	6) $\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{x^4 - x^3}{x^2} \right) = \frac{(\lim_{x \rightarrow -6} x)^4 - (\lim_{x \rightarrow -6} x)^3}{(\lim_{x \rightarrow -6} x)^2}$ $= \frac{(-6)^4 - (-6)^3}{(-6)^2} = 42$	رقم (6) صد 147

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>7)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $\sqrt{x} - 4 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \neq 4 \Rightarrow x \neq 16, x \geq 0$ مجال الدالة = $[0, \infty) - \{16\}$ الدالة معرفة حول العدد 16</p> <p>بالتعويض المباشر :</p> $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x^2 + 9}{\sqrt{x} - 4} = \frac{16^2 + 9}{\sqrt{16} - 4} = \frac{265}{0}$ <p>كمية غير معرفة النهاية ليس لها وجود</p>	رقم (7) صد 147
	<p>8)</p> <p>الدالة معرفة لكل $x \in R$ بما ان الدالة كثيرة حدود فإنه يمكن حساب النهاية بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^3 - 3x^2 + 10) = 4(2)^3 - 3(2)^2 + 10 = 30$	رقم (8) صد 147
	<p>9)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Rightarrow (x + 3)(x + 2) \neq 0$ مجال الدالة = $R - \{-3, -2\}$ بما أن الدالة نسبية مقامها ليس صفر عندما $x = 3$ فإنه يمكن حساب النهاية بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + 9x + 6}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(3)^3 + 9(3) + 6}{(3)^2 + 5(3) + 6} = 2$	رقم (9) صد 147
	<p>10)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$ مجال الدالة = $(-\infty, 2]$ الدالة غير معرفة حول العدد 3 النهاية ليس لها وجود</p>	رقم (10) صد 147
	<p>11)</p> <p>الدالة معرفة لكل $x \in R$ بما ان الدالة كثيرة حدود فإنه يمكن حساب النهاية بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 9} (3x^2 - 10x + 35) = 3(9)^2 - 10(9) + 35 = 188$	رقم (11) صد 147
	<p>12)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $x \geq 0$ مجال الدالة = $[0, \infty)$ الدالة معرفة حول العدد 10</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 10} (-x^2 + 3x + \sqrt{x}) = -(10)^2 + 3(10) + \sqrt{10} = -66.84$	رقم (12) صد 147

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>13)</p> <p>a) $\lim_{v \rightarrow 0} m = \lim_{v \rightarrow 0} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{0}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 0}} = \frac{m_0}{1} = m_0$</p> <p>عندما تقترب سرعة الجسيم من الصفر فإن كتلته تقترب من كتلته الابتدائية أو كتلته في وضع السكون</p> <p>b) تبدأ كتله الجسيم بالزيادة بلا حدود</p>	رقم (13) صد 147
	<p>14)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$</p> <p>الدالة معرفة حول العدد 1</p> <p>بالتعويض المباشر</p> <p>كمية غير محدودة</p> <p>بالتحليل</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1} = \frac{0}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 5)}{(x - 1)(x + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 5)}{(x + 1)} = \frac{(1 + 5)}{(1 + 1)} = 3$	رقم (14) صد 147
	<p>15)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $\sqrt{x + 1} - 1 \neq 0$, $x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$</p> <p>$\Rightarrow \sqrt{x + 1} \neq 1$</p> <p>$\Rightarrow x + 1 \neq 1$</p> <p>$\Rightarrow x \neq 0$</p> <p>الدالة معرفة حول العدد 0</p> <p>بالتعويض المباشر</p> <p>بالتعويض في المرافق</p> <p>كمية غير محدودة</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x + 1} - 1} = \frac{0}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x + 1} - 1} \times \frac{\sqrt{x + 1} + 1}{\sqrt{x + 1} + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x(\sqrt{x + 1} + 1)}{x + 1 - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x(\sqrt{x + 1} + 1)}{x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} 4(\sqrt{x + 1} + 1) = 8$	رقم (15) صد 147

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>16)</p> <p>الدالة معرفة بشرط</p> $3x^2 + 17x + 10 \neq 0 \Rightarrow (3x + 2)(x + 5) \neq 1$ $\Rightarrow x \neq -\frac{2}{3}, x \neq -5$ <p>الدالة = مجال الدالة = $\mathbb{R} - \{-\frac{2}{3}, -5\}$</p> <p>الدالة معرفة حول العدد -5</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 21x + 5}{3x^2 + 17x + 10} = \frac{0}{0} \quad \text{كمية غير محدودة}$ <p>بالتحليل</p> $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 21x + 5}{3x^2 + 17x + 10} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(4x + 1)(x + 5)}{(3x + 2)(x + 5)}$ $= \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(4x + 1)}{(3x + 2)} = \frac{(4(-5) + 1)}{(3(-5) + 2)} = \frac{-19}{-13} = 1.64$	<p>رقم (16) صد 147</p>
	<p>17)</p> <p>الدالة معرفة بشرط</p> $3 - \sqrt{x + 9} \neq 0, x + 9 \geq 0 \Rightarrow x \geq -9$ $\Rightarrow \sqrt{x + 9} \neq 3$ $\Rightarrow x + 9 \neq 9$ $\Rightarrow x \neq 0$ <p>الدالة = مجال الدالة = $[-9, \infty) - \{0\}$</p> <p>الدالة معرفة حول العدد 0</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x + 9}} = \frac{0}{0} \quad \text{كمية غير محدودة}$ <p>بالضرب في المرافق</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x + 9}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x + 9}} \times \frac{3 + \sqrt{x + 9}}{3 + \sqrt{x + 9}}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(3 + \sqrt{x + 9})}{9 - (x + 9)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(3 + \sqrt{x + 9})}{-x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} -2(3 + \sqrt{x + 9}) = -12$	<p>رقم (17) صد 147</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>21)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 10x + 2}{4x^3 + 20x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^3}{x^3} - \frac{10x}{x^3} + \frac{2}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3} + \frac{20x^2}{x^3}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{10}{x^2} + \frac{2}{x^3}}{4 + \frac{20}{x}} = \frac{3 - 0 + 0}{4 - 0} = \frac{3}{4}$	رقم (21) صد147
	<p>22)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} (10x + 14 + 6x^2 - x^4) = -\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4) = -\infty$	رقم (22) صد147
	<p>23)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^3 - 12x}{4x^2 + 13x - 8} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{14x^3}{x^3} - \frac{12x}{x^3}}{\frac{4x^2}{x^3} + \frac{13x}{x^3} - \frac{8}{x^3}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14 - \frac{12}{x^2}}{\frac{4}{x} + \frac{13}{x^2} - \frac{8}{x^3}} = \frac{14 - 0}{0 + 0 - 0} = \frac{14}{0} = \infty$	رقم (23) صد147
	<p>24)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x - 11}{-x^5 + 17x^3 + 4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6x^3}{x^5} + \frac{2x}{x^5} - \frac{11}{x^5}}{\frac{-x^5}{x^5} + \frac{17x^3}{x^5} + \frac{4x}{x^5}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{x^2} + \frac{2}{x^4} - \frac{11}{x^5}}{-1 + \frac{17}{x^2} + \frac{4}{x^4}} = \frac{0 + 0 - 0}{-1 + 0 + 0} = \frac{0}{-1} = 0$	رقم (24) صد147
	<p>25)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^4 - 2}{5x^5 + 3x^3 - 2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{10x^4}{x^5} - \frac{2}{x^5}}{\frac{5x^5}{x^5} + \frac{3x^3}{x^5} - \frac{2x}{x^5}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{10}{x} - \frac{2}{x^5}}{5 + \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x^4}} = \frac{0 - 0}{5 + 0 - 0} = \frac{0}{5} = 0$	رقم (25) صد147

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>26)</p> $l(t) = \frac{105t^2}{10+t^2} + 25$ <p>a) $t = 0$ قبل وضعه في الماء</p> $l(0) = \frac{105(0)^2}{10+0^2} + 25 = 25 \text{ mm}$ <hr/> <p>b)</p> $\lim_{t \rightarrow \infty} l(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{105t^2}{10+t^2} + 25 \right)$ $= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{105t^2}{\frac{10}{t^2} + t^2} + \lim_{t \rightarrow \infty} 25$ $= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{105}{\frac{10}{t^2} + 1} + \lim_{t \rightarrow \infty} 25 = \frac{105}{0+1} + 25 = 130 \text{ mm}$ <hr/> <p>c) 130 mm طول حيوان الأسفنج لن يتعدى</p>	<p>رقم (26) صد 147</p>
<p>لم يتطرق في الدرس للنظرية المستخدمة لحساب نهاية عدد مرفوع لقوي عند اللانهاية</p>	<p>27)</p> $w(d) = \frac{50}{2+98(0.85)^d}$ <p>a) $d = 0$ عند ولادته</p> $w(0) = \frac{50}{2+98(0.85)^0} = \frac{50}{2+98(1)} = \frac{1}{2} \text{ kg}$ <hr/> <p>b)</p> $\lim_{d \rightarrow \infty} w(d) = \lim_{d \rightarrow \infty} \left(\frac{50}{2+98(0.85)^d} \right)$ $= \frac{50}{2+98(0)} = \frac{50}{2} = 25 \text{ kg}$ <p>نظرية :</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} (a^x) = \begin{cases} 0 & -1 < a < 1 \\ \infty & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$	<p>رقم (27) صد 147</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>28)</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n+1}{n^2-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{8n}{n^2} + \frac{1}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} - \frac{3}{n^2}}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{8}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{3}{n^2}} = \frac{0+0}{1-0} = 0$	<p>رقم (28) ص 147</p>
	<p>29)</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4n^2+6n-1}{n^2+3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{-4n^2}{n^2} + \frac{6n}{n^2} - \frac{1}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} + \frac{3n}{n^2}}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4 + \frac{6}{n} - \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{3}{n}} = \frac{-4+0-0}{1+0} = -4$	<p>رقم (29) ص 147</p>
	<p>30)</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12n^2+2}{6n^2-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{12n^2}{n^2} + \frac{2}{n^2}}{\frac{6n^2}{n^2} - \frac{1}{n^2}}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12 + \frac{2}{n^2}}{6 - \frac{1}{n^2}} = \frac{12+0}{6-0} = 2$	<p>رقم (30) ص 147</p>
	<p>31)</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2+5n+2}{3+2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{8n^2}{n^2} + \frac{5n}{n^2} + \frac{2}{n^2}}{\frac{3}{n^2} + \frac{2n}{n^2}}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 + \frac{5}{n} + \frac{2}{n^2}}{\frac{3}{n^2} + \frac{2}{n}} = \frac{8+0+0}{0+0} = \infty$	<p>رقم (31) ص 147</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>32)</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^4} \left[\frac{n^2(n+1)^2}{4} \right] \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left[\frac{(n+1)^2}{4n^2} \right] \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2n + 1}{4n^2} \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{n^2}{n^2} + \frac{2n}{n^2} + \frac{1}{n^2}}{\frac{4n^2}{n^2}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{4} \right)$ $= \frac{1+0+0}{4} = \frac{1}{4}$	<p>رقم (32) صد 147</p>
	<p>33)</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{12}{n^2} \left[\frac{n(2n+1)(n+1)}{6} \right] \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{12}{n^2} \left[\frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{6} \right] \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2(2n^2 + 3n + 1)}{n} \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{4n^2}{n^2} + \frac{6n}{n^2} + \frac{2}{n^2}}{\frac{n}{n^2}} \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4 + \frac{6}{n} + \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n}} \right) = \frac{4+0+0}{0} = \infty$	<p>رقم (33) صد 147</p>
	<p>34)</p> $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x - 3) = -2 - 3 = -5$ $\lim_{x \rightarrow -2^+} (2x - 1) = 2(-2) - 1 = -5$ $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -5$	<p>رقم (34) صد 147</p>
	<p>35)</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} (5 - x^2) = 5 - 0 = 5$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} (5 - x) = 5 - 0 = 5$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$	<p>رقم (35) صد 147</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>36)</p> $\lim_{x \rightarrow 2^-} [(x-2)^2 + 1] = (2-2)^2 + 1 = 1$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-6) = 2-6 = -4$ <p>ليس لها وجود $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$</p>	رقم (36) صد147
	<p>37)</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = \frac{\sin \pi}{\pi} = 0$	رقم (37) صد148
	<p>38)</p> <p>بالتعويض المباشر</p> $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x+2^x - \cos x) = 1+0+2^0 - \cos 0$ $= 1+0+1-1=1$	رقم (38) صد148
لم يتطرق خلال الدرس للنظريات المستخدمة في حساب النهايات للدوال المثلثية في حالات عدم التعيين أي ناتج التعويض $\frac{0}{0}$	<p>39)</p> <p>بالتعويض المباشر</p> <p>كمية غير محدودة</p> <p>نظرية :</p> <p>نتيجة</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{x} \right) = \frac{\tan 0}{0} = \frac{0}{0}$ <p>حيث x بالتقدير الدائري</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right) = 1$ $x \rightarrow 0 \Rightarrow 2x \rightarrow 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{x} \right) = \lim_{2x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \tan 2x}{2x} \right)$ $= 2 \lim_{2x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{2x} \right) = 2(1) = 2$	رقم (39) صد148
	<p>40)</p> <p>الدالة معرفة بشرط $x \geq 0$, $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$</p> <p>الدالة = $[0, \infty) - \{1\}$</p> <p>الدالة معرفة حول العدد 1</p> <p>بالتعويض المباشر</p> <p>كمية غير محدودة</p> <p>بالضرب في المرافق</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{x-1} = \frac{0}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{x-1} \times \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(x-1)(1+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{(x-1)(1+\sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{1+\sqrt{x}} = \frac{-1}{1+\sqrt{1}} = \frac{-1}{2}$	رقم (40) صد148

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>41)</p> $d(x) = \frac{152x^{-0.45} + 85}{4x^{-0.45} + 10}$ <p>a) تكون الاستضاءة في حدها الأدنى عندما $x \rightarrow 0$</p> $\lim_{x \rightarrow 0} d(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{152x^{-0.45} + 85}{4x^{-0.45} + 10}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{152 + 85x^{0.45}}{\frac{x^{0.45}}{4 + 10x^{0.45}}}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{152 + 85x^{0.45}}{4 + 10x^{0.45}}$ $= \frac{152 + 85(0)^{0.45}}{4 + 10(0)^{0.45}} = \frac{152}{4} = 38$ <p>عندما ينعدم الضوء فإن اتساع البؤبؤ يزداد ويصبح 38mm</p> <hr/> <p>b) تكون الاستضاءة في حدها الأعلى عندما $x \rightarrow \infty$</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} d(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{152x^{-0.45} + 85}{4x^{-0.45} + 10}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{152 + 85x^{0.45}}{\frac{x^{0.45}}{4 + 10x^{0.45}}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{152 + 85x^{0.45}}{4 + 10x^{0.45}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{152}{x^{0.45}} + \frac{85x^{0.45}}{x^{0.45}}}{\frac{4}{x^{0.45}} + \frac{10x^{0.45}}{x^{0.45}}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{152}{x^{0.45}} + 85}{\frac{4}{x^{0.45}} + 10} = \frac{0 + 85}{0 + 10} = 8.5$ <p>عندما تصل الاستضاءة لحددها الأعلى فإن اتساع البؤبؤ يقل ويصبح 8.5 mm</p>	<p>رقم (41) ص 148</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>42)</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h)-1] - (2x-1)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + 2h - 1 - 2x + 1}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2$	<p>رقم (42) ص 148</p>
	<p>43)</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[7 - 9(x+h)] - (7 - 9x)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7 - 9x + 9h - 7 + 9x}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 9 = 9$	<p>رقم (43) ص 148</p>
	<p>44)</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \times \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+0} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	<p>رقم (44) ص 148</p>
	<p>45)</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(x+h)+1} - \sqrt{x+1}}{h} \times \frac{\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1}}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h+1-x-1}{h(\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1})}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{x+0+1} + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$	<p>رقم (45) ص 148</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>46)</p> $\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = (2x + 0) = 2x \end{aligned}$	<p>رقم السؤال (46) رقم الصفحة 148</p>
	<p>47)</p> $\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 + 8(x+h) + 4] - [x^2 + 8x + 4]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2xh + h^2 + 8x + 8h + 4] - [x^2 + 8x + 4]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 8x + 8h + 4 - x^2 - 8x - 4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 8h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h + 8)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h + 8) = (2x + 0 + 8) = 2x + 8 \end{aligned}$	<p>رقم السؤال (47) رقم الصفحة 148</p>
	<p>48)</p> $\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 100} k(t) &= \lim_{t \rightarrow 100} \frac{1}{2} m \cdot (v(t))^2 \\ &= \lim_{t \rightarrow 100} \left[\frac{1}{2} (1) \cdot \left(\frac{50}{1+t^2} \right)^2 \right] \\ &= \left[\frac{1}{2} (1) \cdot \left(\frac{50}{1+(100)^2} \right)^2 \right] \\ &= 0.0000125 \end{aligned}$	<p>رقم السؤال (48) رقم الصفحة 148</p>

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>49)</p> $\lim_{x \rightarrow c} p(x) = \lim_{x \rightarrow c} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + ax + a_0)$ $= \lim_{x \rightarrow c} a_n x^n + \lim_{x \rightarrow c} a_{n-1} x^{n-1} + \dots + \lim_{x \rightarrow c} a_2 x^2 + \lim_{x \rightarrow c} ax + \lim_{x \rightarrow c} a_0$ $= a_n (\lim_{x \rightarrow c} x)^n + a_{n-1} (\lim_{x \rightarrow c} x)^{n-1} + \dots + a_2 (\lim_{x \rightarrow c} x)^2 + a \lim_{x \rightarrow c} x + \lim_{x \rightarrow c} a_0$ $= a_n c^n + a_{n-1} c^{n-1} + \dots + a_2 c^2 + ac + a_0$	<p>رقم (49) ص 148</p>
	<p>50)</p> <p>1- نثبت صحة العبارة عندما $n=1$</p> $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^1 = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)]^1 = L^1 = L$ <p>2- نفرض أن العبارة صحيحة عندما $n = k$</p> $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^k = [\lim_{x \rightarrow c} f(x)]^k = L^k$ <p>3- نثبت صحة العبارة عندما $n = k+1$</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ <p>إذن العبارة صحيحة عندما $n = k+1$ من 1-2-3 العبارة صحيحة دائما لأي عدد صحيح</p>	
	<p>51)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + ax + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + bx + b_0}, \text{ if } : n = m$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + ax + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_2 x^2 + bx + b_0}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n x^n}{x^n} + \frac{a_{n-1} x^{n-1}}{x^n} + \dots + \frac{a_2 x^2}{x^n} + \frac{ax}{x^n} + \frac{a_0}{x^n}}{\frac{b_n x^n}{x^n} + \frac{b_{n-1} x^{n-1}}{x^n} + \dots + \frac{b_2 x^2}{x^n} + \frac{bx}{x^n} + \frac{b_0}{x^n}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n + \frac{a_{n-1}}{x} + \dots + \frac{a_2}{x^{n-2}} + \frac{a}{x^{n-1}} + \frac{a_0}{x^n}}{b_n + \frac{b_{n-1}}{x} + \dots + \frac{b_2}{x^{n-2}} + \frac{b}{x^{n-1}} + \frac{b_0}{x^n}}$ $= \frac{a_n + 0 + \dots + 0 + 0 + 0}{b_n + 0 + \dots + 0 + 0 + 0} = \frac{a_n}{b_n}$	

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + ax + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + bx + b_0}, \text{ if } : n > m$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + ax + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + bx + b_0}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n x^n}{x^n} + \frac{a_{n-1} x^{n-1}}{x^n} + \dots + \frac{a_2 x^2}{x^n} + \frac{ax}{x^n} + \frac{a_0}{x^n}}{\frac{b_m x^m}{x^n} + \frac{b_{m-1} x^{m-1}}{x^n} + \dots + \frac{b_2 x^2}{x^n} + \frac{bx}{x^n} + \frac{b_0}{x^n}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n + \frac{a_{n-1}}{x} + \dots + \frac{a_2}{x^{n-2}} + \frac{a}{x^{n-1}} + \frac{a_0}{x^n}}{\frac{b_m}{x^{n-m}} + \frac{b_{m-1}}{x^{n-m+1}} + \dots + \frac{b_2}{x^{n-2}} + \frac{b}{x^{n-1}} + \frac{b_0}{x^n}}$ $= \frac{a_n + 0 + \dots + 0 + 0 + 0}{0 + 0 + \dots + 0 + 0 + 0} = \frac{a_n}{0} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + ax + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + bx + b_0}, \text{ if } : n < m$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + ax + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + bx + b_0}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n x^n}{x^m} + \frac{a_{n-1} x^{n-1}}{x^m} + \dots + \frac{a_2 x^2}{x^m} + \frac{ax}{x^m} + \frac{a_0}{x^m}}{\frac{b_m x^m}{x^m} + \frac{b_{m-1} x^{m-1}}{x^m} + \dots + \frac{b_2 x^2}{x^m} + \frac{bx}{x^m} + \frac{b_0}{x^m}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_n}{x^{m-n}} + \frac{a_{n-1}}{x^{m-n+1}} + \dots + \frac{a_2}{x^{m-2}} + \frac{a}{x^{m-1}} + \frac{a_0}{x^m}}{b_m + \frac{b_{m-1}}{x} + \dots + \frac{b_2}{x^{m-2}} + \frac{b}{x^{m-1}} + \frac{b_0}{x^m}}$ $= \frac{0 + 0 + \dots + 0 + 0 + 0}{b_m + 0 + \dots + 0 + 0 + 0} = \frac{0}{b_m} = 0$	
	<p>52)</p> <p>صحيحة احيانا إذا كانت $r(x)$ معرفة عند c</p>	

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>54)</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ <p>هي كمية غير محدودة ولحساب النهاية في هذه الحالة نقسم على أكبر أس في الدالتين ثم نستخدم نظريات حساب نهاية دالة عند اللانهاية</p>	
	مراجعة تراكمية :	
	<p>55)</p> $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -1, f(-2) = -1$	
	<p>56)</p> $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, f(0) = 4$ <p>ع غير معرف</p>	
	<p>57)</p> $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4, f(3) = 2$	
	<p>58)</p> $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = (x^2 - 2x) + (x + 9)$ $= x^2 - x + 9$ <p>R المجال</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (x^2 - 2x)(x + 9)$ $= x^3 + 7x^2 - 18x$ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 2x}{x + 9}$ <p>R المجال $\{x \neq -9\}$</p>	

الفصل الثامن : درس حساب النهايات جبريا

ملحوظات	الحل	رقم السؤال رقم الصفحة
	<p>59)</p> $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right) + (x^2 - 1)$ $= \frac{x}{x+1} + x^2 - 1$ <p style="text-align: center;">R مجال $\{x \neq -1\}$</p> $(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right) - (x^2 - 1)$ $= \frac{x}{x+1} - x^2 + 1$ <p style="text-align: center;">R مجال $\{x \neq -1\}$</p> $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right) \cdot (x^2 - 1)$ $= \left(\frac{x}{x+1}\right) \cdot (x-1)(x+1)$ $= x(x-1)$ <p style="text-align: center;">R مجال $\{x \neq -1\}$</p> $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x}{x+1}}{x^2 - 1}$ $= \frac{x}{(x+1)(x^2 - 1)}$ <p style="text-align: center;">R مجال $\{x \neq \pm 1\}$</p>	
		تدريب على اختبار
	<p>60)</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^3 - h^2 + 5h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2h^2 - h + 5)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} (2h^2 - h + 5)$ $= 2(0)^2 - (0) + 5 = 5$ <p style="text-align: right;">الاختيار H</p>	
	<p>61)</p> $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \pi}{\cos(x + \pi)}$ $= \frac{0 + \pi}{\cos(0 + \pi)} = \frac{\pi}{\cos \pi} = \frac{\pi}{-1} = -\pi$ <p style="text-align: right;">الاختيار A</p>	
	<p>62)</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ <p style="text-align: right;">الاختيار H</p>	