

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الفصل الخامس: العلاقات والدوال النسبية

Rational Functions and Relations

للصيف الثاني ثانوي مطور

للفصل الدراسي الثاني

إعداد المعلمة: حلم وري حلم

الثانوية

حلّ كل معادلة مما يأتي ، و اكتب الحل في أبسط صورة :

$$\frac{10}{9}p = 7 \quad (4)$$

$$\frac{8}{5} = \frac{1}{4}k \quad (3)$$

$$\frac{1}{8}m = \frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{14} = \frac{1}{3}x \quad (1)$$

5 (شاحنات : استهلكت شاحنة $\frac{1}{3}$ سعة خزان وقودها الممتلئ في إحدى الرحلات . فإذا بقي في الخزان 80 لتراً من الوقود عند نهاية الرحلة ، فما سعة خزان وقود الشاحنة ؟

بسّط كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{10}{3} + \frac{5}{6} + 3 \quad (9)$$

$$\frac{9}{10} - \frac{4}{15} + \frac{1}{3} \quad (8)$$

$$\frac{8}{9} - \frac{7}{6} + \frac{1}{3} \quad (7)$$

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{8} \quad (6)$$

10 (دقيق : تستعمل علىاء $\frac{2}{3}$ كوب من الدقيق لعمل كعكة الفراولة ، في حين تستعمل $4\frac{1}{2}$ أكواب لعمل كعكة الفانيليا . كم كوباً من الدقيق تحتاج لعمل الكعكتين ؟

حلّ كل تناسب مما يأتي :

$$\frac{2}{7} = \frac{5}{k} \quad (13)$$

$$\frac{9}{18} = \frac{6}{m} \quad (12)$$

$$\frac{9}{12} = \frac{p}{36} \quad (11)$$

14 (تسوق : تسوق أحمد من متجر في موسم التخفيضات ، فاشترى ملابس بقيمة 550 ريالاً ، ودفع مبلغ 440 ريالاً بعد الخصم . إذا أراد شراء ملابس أخرى من المتجر نفسه بقيمة 350 ريالاً ونسبة التخفيض نفسها ، فكم يدفع ؟



(1) بسّطي كل عبارة مما يأتي ، وحددي متى تكون غير معرفة :

$$(1A) \frac{4y(y-3)(y+4)}{y(y^2-y-6)}$$

الحل :

$$(1B) \frac{2z(z+5)(z^2+2z-8)}{(z-1)(z+5)(z-2)}$$

الحل :



(2) ما قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x(x^2+8x+12)}{-6(x^2-3x-10)}$ غير معرفة ؟

5, -2, -6	D	0, -2, -6	C	5, -2	B	5, 0, -2	A
-----------	---	-----------	---	-------	---	----------	---

الحل :



بسّطي كل عبارة مما يأتي :

$$(3A) \frac{(xz-4z)}{z^2(4-x)}$$

الحل :

$$\frac{8a^3 - b^3}{b - 2a} \quad (3B)$$

الحل :



بسّطي كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{12c^3d^2}{12ab} \cdot \frac{14a^2b}{8c^2d} \quad (4A)$$

الحل :

$$\frac{6xy}{15ab^2} \cdot \frac{21a^3}{18x^4y} \quad (4B)$$

الحل :

$$\frac{16mt^2}{21a^4b^3} \div \frac{24m^3}{7a^2b^2} \quad (4C)$$

الحل :

$$\frac{12x^4y^2}{40a^4b^4} \div \frac{6x^2y^4}{16a^2x} \quad (4D)$$

الحل :



بسّطي كلّاً من العبارتين الآتيتين :

$$\frac{8x-20}{x^2+2x-35} \cdot \frac{x^2-7x+10}{4x^2-16} \quad (5A)$$

الحل :

$$\frac{x^2-9x+20}{x^2+10x+21} \div \frac{x^2-x-12}{6x+42} \quad (5B)$$

الحل :



بسّطي كلّاً من العبارتين الآتيتين :

$$\frac{\frac{(x-2)^2}{2(x^2-5x+4)}}{\frac{x^2-4}{4x-10}} \quad (6A)$$

الحل :

$$\frac{\frac{x^2 - y^2}{y^2 - 49}}{\frac{y - x}{y + 7}} \quad (6B)$$

الحل :



بسّطي كلّاً من العبارتين الآتيتين :

$$\frac{x^2 - 5x - 24}{x^2 - 64} \quad (1)$$

الحل :

$$\frac{c + d}{3c^2 - 3d^2} \quad (2)$$

الحل :

(3) اختيار من متعدد : حددي قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x+7}{x^2 - 3x - 28}$ غير معرفة .

-4 , 7	D	-7 , 4 , 7	C	4 , 7	B	-7 , 4	A
--------	---	------------	---	-------	---	--------	---

الحل :

بسّطي كلّ عبارة مما يأتي :

$$\frac{y^2 + 3y - 40}{25 - y^2} \quad (4)$$

الحل :

$$\frac{a^2 x - b^2 x}{b y - a y} \quad (5)$$

الحل :

$$\frac{x^3 + 27}{3 x + 9} \quad (6)$$

الحل :

$$\frac{27 x^2 y^4}{16 y z^3} \cdot \frac{8 z}{9 x y^3} \quad (7)$$

الحل :

$$\frac{12 x^3 y}{13 a b^2} \div \frac{36 x y^3}{26 b} \quad (8)$$

الحل :

$$\frac{x^2 - 4 x - 21}{x^2 - 6 x + 8} \cdot \frac{x - 4}{x^2 - 2 x - 35} \quad (9)$$

الحل :

$$\frac{\frac{a^3 b^3}{x y^4}}{\frac{a^2 b}{x^2 y}} \quad (10)$$

الحل :

$$\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}} \quad (11)$$

الحل :

$$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3} \div \frac{4a+4b}{a^2-1} \quad (12)$$

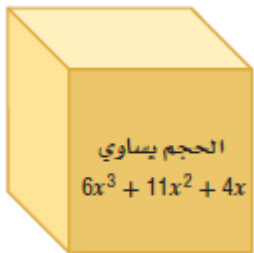
الحل :

(13) يمكن استعمال كثيرة الحدود $(6x^3 + 11x^2 + 4x)$ للتعبير عن حجم الصندوق المجاور الذي له شكل منشور متوازي مستطيلات

، حيث x ارتفاع الصندوق .

(a) أوجد طول الصندوق وعرضه .

الحل :



(b) أوجد النسبة بين أبعاد الصندوق الثلاثة عندما $x = 2$.

الحل :

(c) هل النسبة بين أبعاد الصندوق الثلاثة ثابتة لكل قيم x ؟

الحل :

الواجب المترلي		
كتاب التمارين : 1,6	كتاب الطالبة : 14,18,19,24,31,55	الباقية الأولى
كتاب التمارين : 2,7	كتاب الطالبة : 15,18,20,25,32,55	الباقية الثانية
كتاب التمارين : 3,8	كتاب الطالبة : 16,18,21,26,33,55	الباقية الثالثة



أوجد لي LCM لكل مجموعة من كثيرات الحدود مما يأتي :

(1A) $12 a^2 b$, $15 a b c$, $8 b^3 c^4$

الحل :

(1B) $4 a^2 - 12 a - 16$, $a^3 - 9 a^2 + 20 a$

الحل :



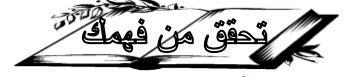
بسّطي كلاً من العبارتين الآتيتين :

(2A) $\frac{4}{5 a^3 b^2} + \frac{9 c}{10 a b}$

الحل :

(2B) $\frac{3 a^2}{16 b^2} - \frac{8 x}{5 a^3 b}$

الحل :



بسّطي كلاً من العبارتين الآتيتين :

$$\frac{x-1}{x^2-x-6} - \frac{4}{5x+10} \quad (3A)$$

الحل :

$$\frac{x-8}{4x^2+21x+5} + \frac{6}{12x+3} \quad (3B)$$

الحل :



بسّطي كلاً من العبارتين الآتيتين :

$$\frac{1-\frac{y}{x}}{\frac{1}{y}+\frac{1}{x}} \quad (4A)$$

الحل :

$$\frac{\frac{c}{d} - \frac{d}{c}}{\frac{d}{c} + 2} \quad (4B)$$

الحل :



بسّطي كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{1 + \frac{2}{3} \frac{x}{y}}{\frac{4}{x} - \frac{4}{x}} \quad (5A)$$

الحل :

$$\frac{\frac{1}{d} - \frac{d}{c}}{\frac{1}{c} + 6} \quad (5B)$$

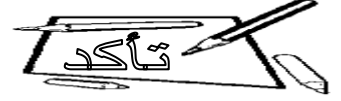
الحل :

$$\frac{\frac{1}{y} + \frac{1}{x}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}} \quad (5C)$$

الحل :

$$\frac{\frac{a}{b} + 1}{1 - \frac{b}{a}} \quad (5D)$$

الحل :



أوجد لي LCM لكل مما يأتي :

(1) $16x, 8x^2y^3, 5x^3y$

الحل :

(2) $7a^2, 9ab^3, 21abc^4$

الحل :

(3) $3y^2 - 9y, y^2 - 8y + 15$

الحل :

(4) $x^3 - 6x^2 - 16x, x^2 - 4$

الحل :

بسّطي كل عبارة مما يأتي :

(5) $\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3}$

الحل :

$$\frac{5}{6ab} + \frac{3b^3}{14a^3} \quad (6)$$

الحل :

$$\frac{7b}{12a} - \frac{1}{18ab^3} \quad (7)$$

الحل :

$$\frac{y^2}{8c^2d^2} - \frac{3x}{14c^4d} \quad (8)$$

الحل :

$$\frac{4x}{x^2+9x+18} + \frac{5}{x+6} \quad (9)$$

الحل :

$$\frac{8}{y-3} + \frac{2y-5}{y^2-12y+27} \quad (10)$$

الحل :

$$\frac{4}{3x+6} - \frac{x+1}{x^2-4} \quad (11)$$

الحل :

$$\frac{3a+2}{a^2-16} - \frac{7}{6a+24} \quad (12)$$

الحل :

(13) أوجدني محيط المستطيل في الشكل المجاور :

الحل :

$$\frac{3}{x-2}$$

$$\frac{4}{x+1}$$

بسّطي كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{4 + \frac{2}{x}}{3 - \frac{2}{x}} \quad (14)$$

الحل :

$$\frac{6 + \frac{4}{y}}{2 + \frac{6}{y}} \quad (15)$$

الحل :

$$\frac{\frac{3}{x} + \frac{2}{y}}{1 + \frac{4}{y}} \quad (16)$$

الحل :

$$\frac{2}{b} + \frac{5}{a} = \frac{3}{a} - \frac{8}{b} \quad (17)$$

الحل :

الواجب المتزلي		
كتاب التمارين : 1,7	كتاب الطالبة : 18,22,36,61	الباقية الأولى
كتاب التمارين : 2,8	كتاب الطالبة : 19,23,37,61	الباقية الثانية
كتاب التمارين : 3,9	كتاب الطالبة : 20,24,38,61	الباقية الثالثة



أوجدني قيمة x التي تجعل كل دالة مما يأتي غير معرفة :

$$f(x) = \frac{2}{x-1} \quad (1A)$$

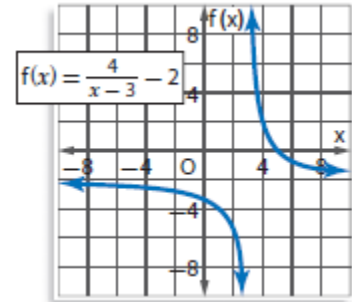
الحل :

$$f(x) = \frac{7}{3x+2} \quad (2A)$$

الحل :

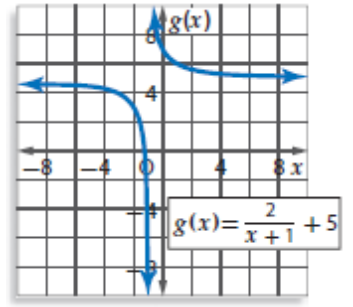


حددي خطوط التقارب ، و المجال ، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين :



(2A)

الحل :



(2B)

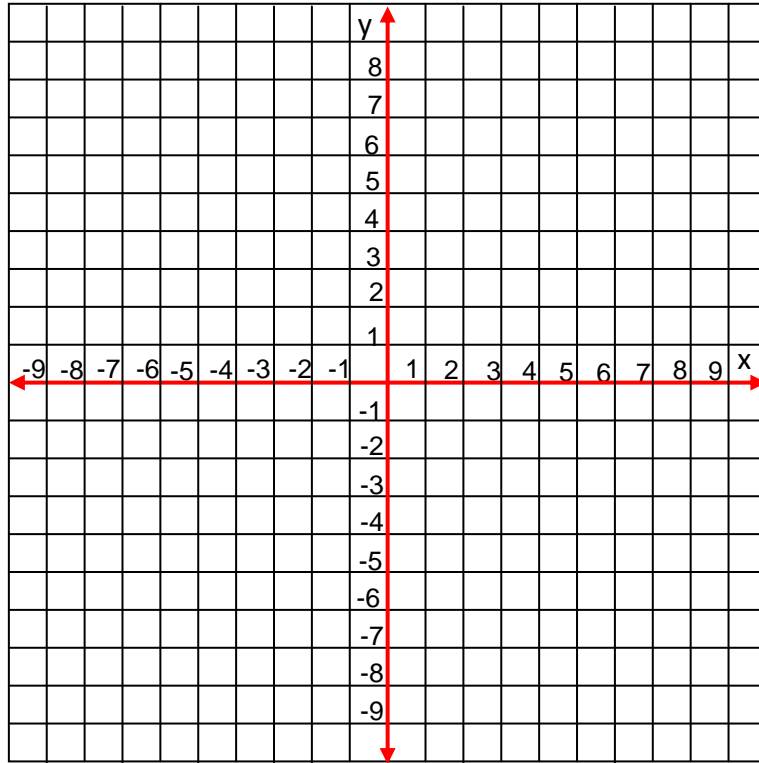
الحل :



متلي كلاً من الدالتين الآتيتين بيانياً ، و حددي مجال ومدى كل منهما :

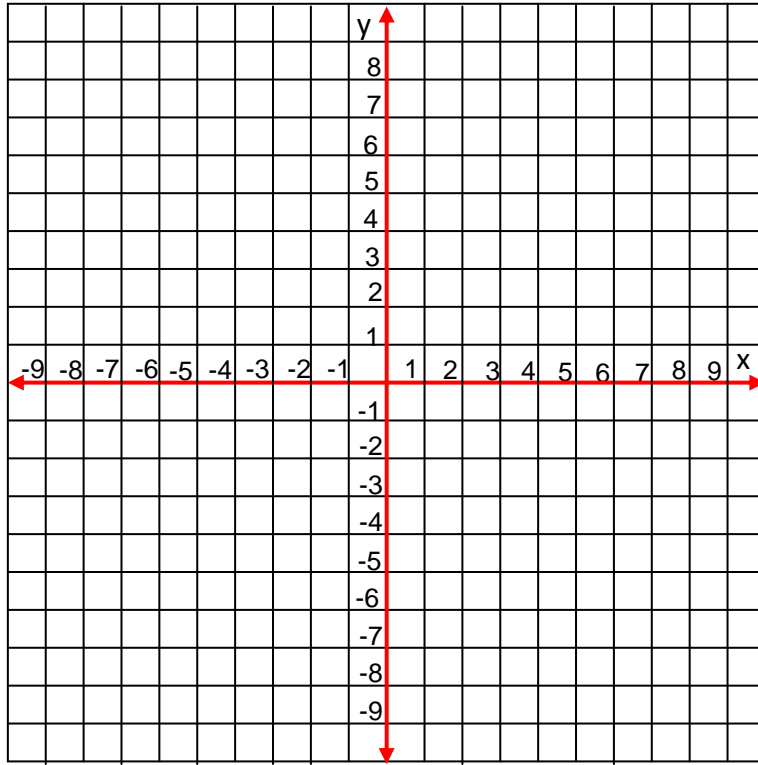
$$f(x) = \frac{-2}{x+4} + 1 \quad (3A)$$

الحل :



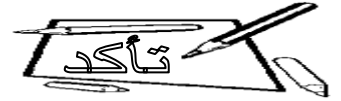
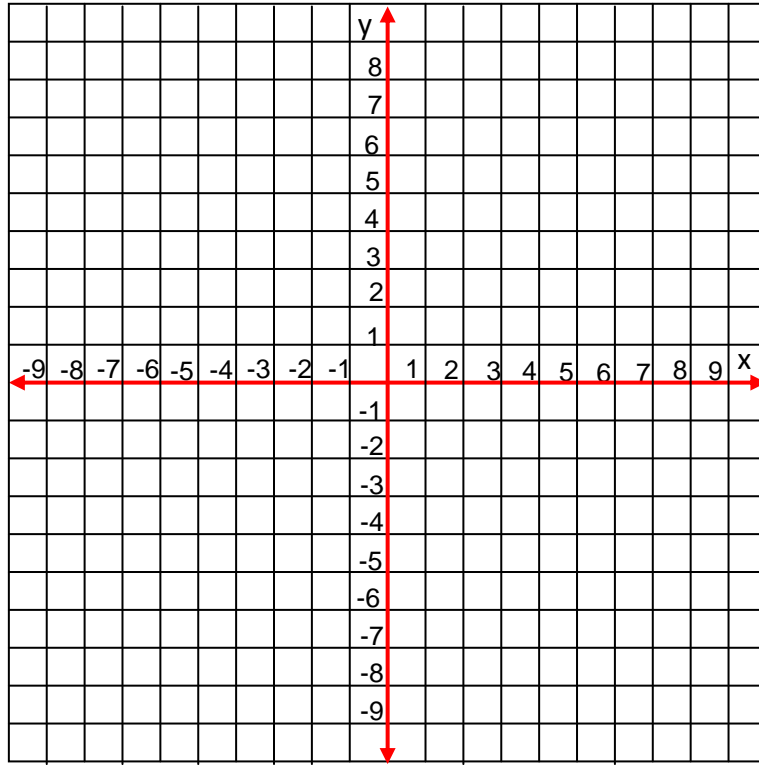
$$g(x) = \frac{1}{3(x-1)} - 2 \quad (3B)$$

الحل :

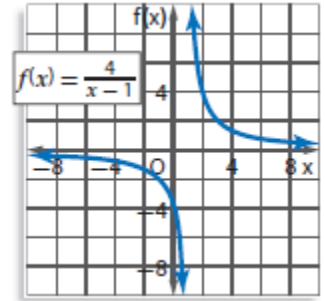


4) رحلات : نظم طلبة الصف الثاني الثانوي رحلة إلى منطقة أثرية بإشراف إدارة مدرستهم ، حيث دفع كل واحد منهم **45** ريالاً أجرة للحافلة التي أقلتهم ، وتكفلت إدارة المدرسة بالنفقات الأخرى للرحلة وهي **2500** ريالاً . اكتب دالة تمثل متوسط التكلفة الكلية للطالب الواحد و مثلها بيانياً . و وضحي أية قيود يمكن وضعها على كل من المجال والمدى .

الحل :

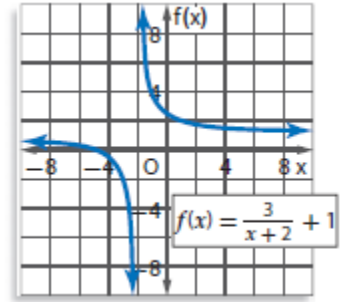


حددي خطوط التقارب ، والمجال ، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين :



(1)

الحل :

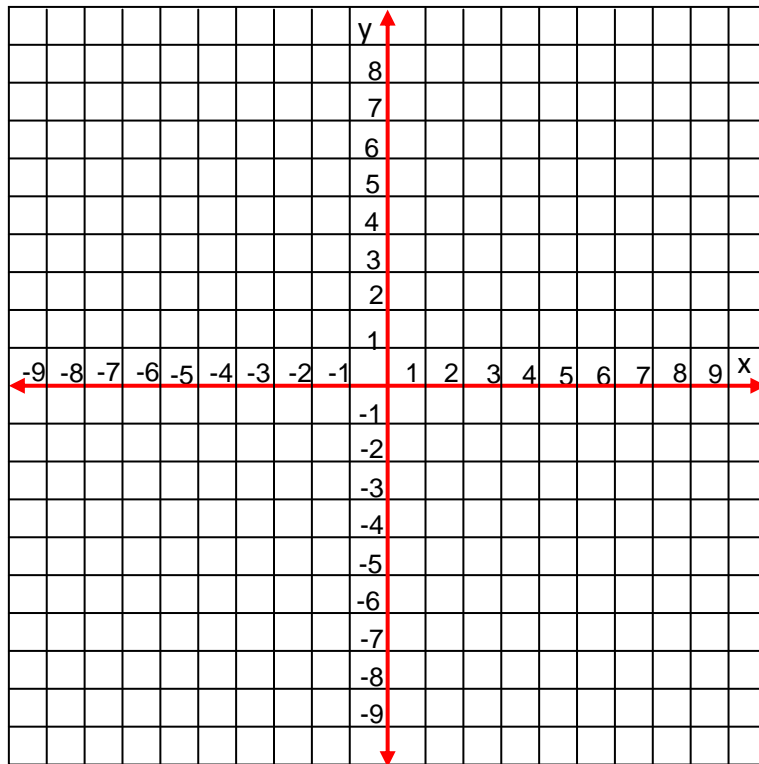


(2)

الحل :

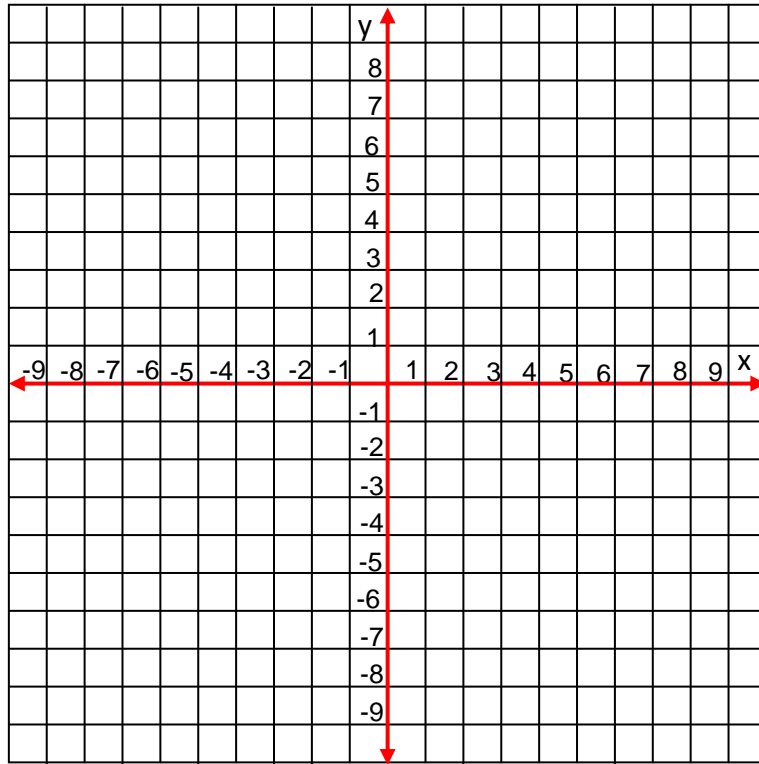
مثلي كل دالة مما يأتي بياناً ، وحددي مجال ومدى كل منها :

(3) $f(x) = \frac{5}{x}$



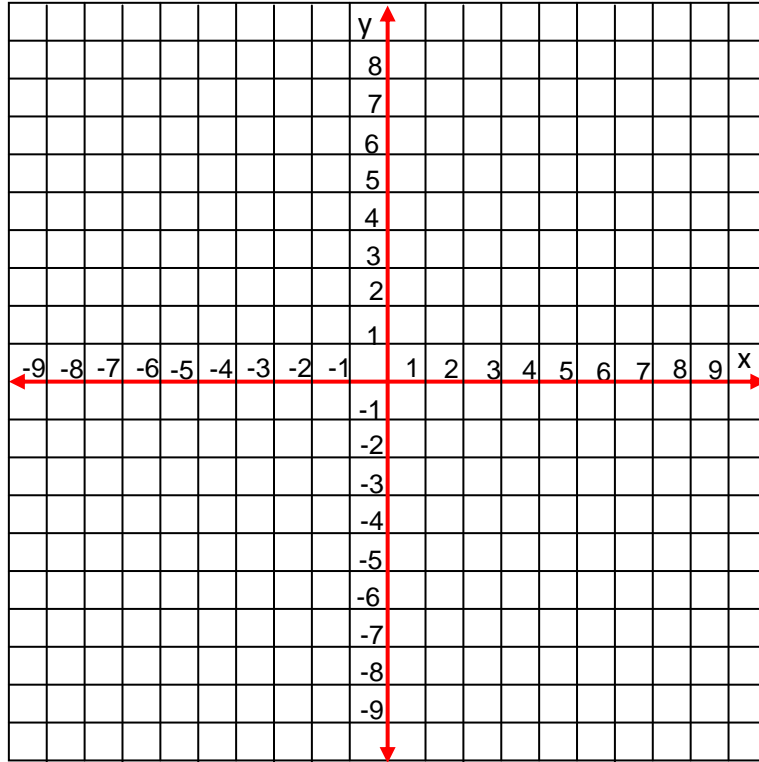
الحل :

$$f(x) = \frac{2}{x+3} \quad (4)$$



الحل :

$$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4 \quad (5)$$



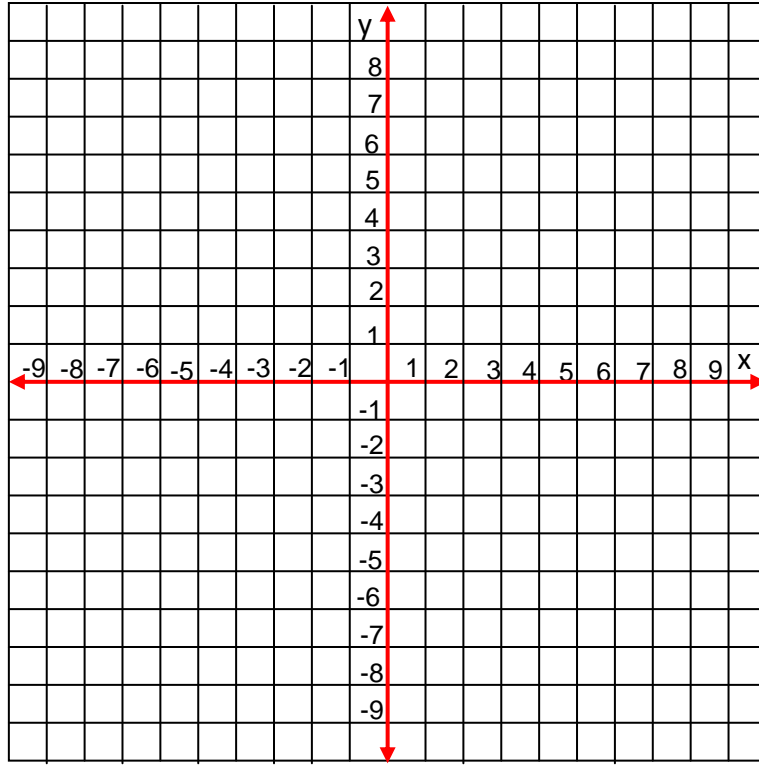
الحل :

(6) هدية جماعية : يرغب بعض الطلاب في إرسال هدية ثمنها 150 ريالاً إلى أحد أصدقائهم .

(a) فإذا كانت c تمثل المبلغ الذي يدفعه كل منهم ، f عدد الأصدقاء ، فاكتبي دالة تمثل المبلغ الذي يدفعه كل منهم بدلالة عدد الأصدقاء .

الحل :

(b) مثلي هذه الدالة بيانياً .



(c) وضح أي قيود يمكن وضعها على كل من المجال و المدى في هذه الحالة .

الحل :

الواجب المنزلي		
كتاب التمارين : 1,5	كتاب الطالبة : 7,9,16,22	الباقية الأولى
كتاب التمارين : 2,6	كتاب الطالبة : 8,10,17,25	الباقية الثانية
كتاب التمارين : 3,7	كتاب الطالبة : 8,11,18,26	الباقية الثالثة

اليوم : الموضوع : اختبار منتصف الفصل الدروس 5-1 إلى 5-3 . التاريخ : / 1433هـ

الاسم : الصف :

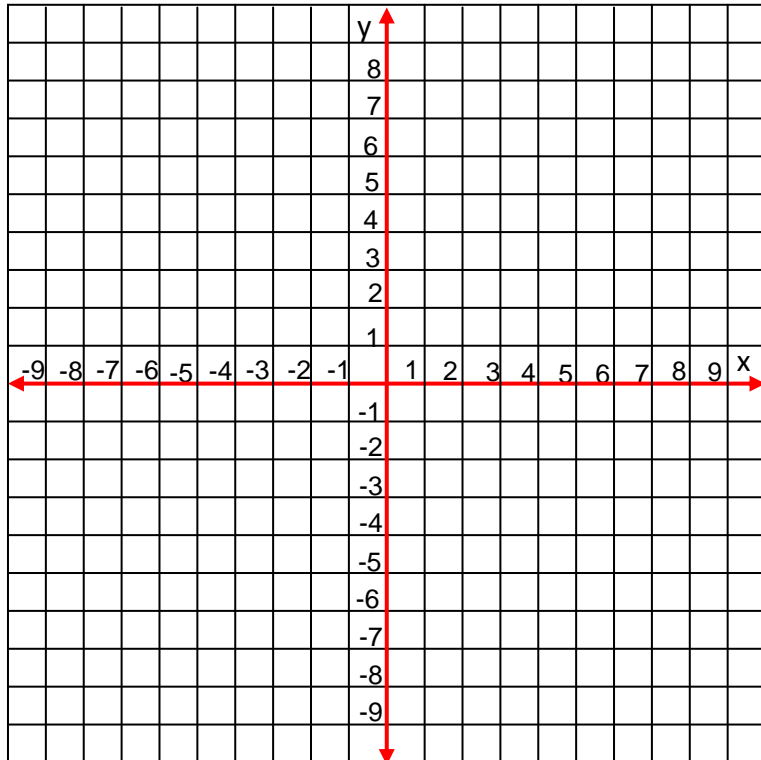
عزيزتي الطالبة : اختاري تمرينين على كل درس من تمارين اختبار منتصف الدروس الموجودة في صفحة 30 ، ومن ثم أجيبي عليه .

ملاحظة : بإمكانك الإستعانة بمطويتك في الحل وفقك الله .



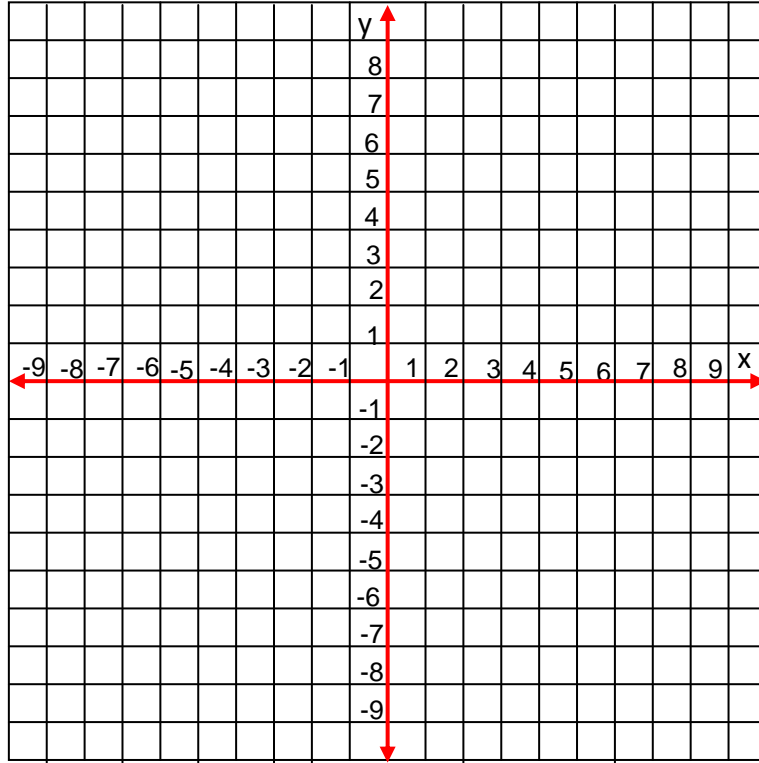
(1) مثلي الدالة $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 1}$ بيانياً.

الحل :





(2) رواتب : تستعمل إحدى الشركات الدالة $S(x) = \frac{13500x+250}{x+1}$ لحساب راتب موظف بعد x سنة من عمله لديها ، مثلي هذه الدالة بيانياً . وحددي القيم المنطقية لمجال الدالة و مداها في سياق المسألة ، وعلى ماذا يدل على خط التقارب الأفقي في هذه المسألة ؟



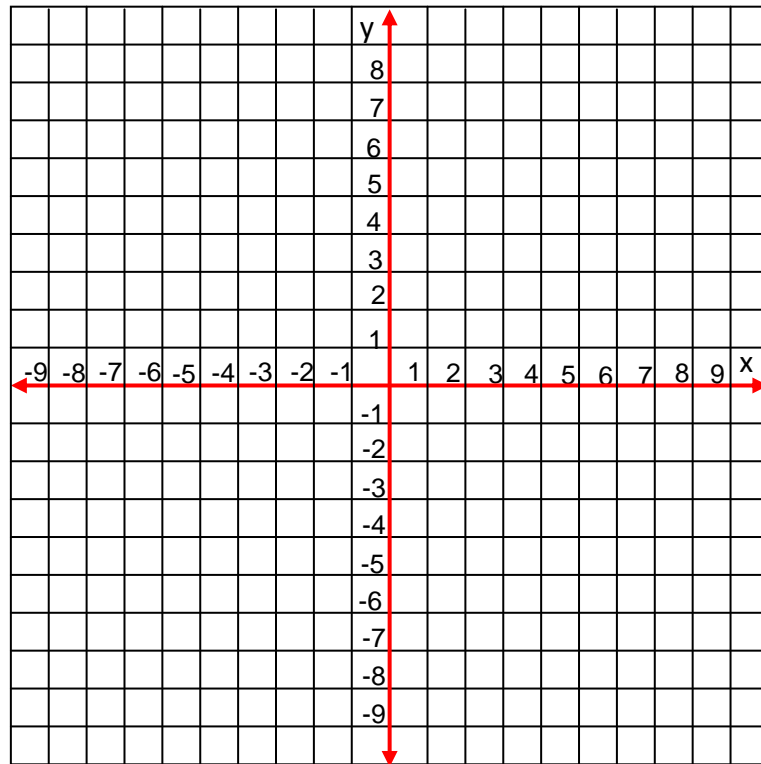
الحل :



مثلي كلاً من الدالتين الآتيتين بيانياً :

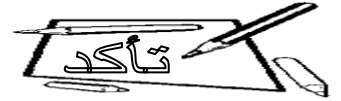
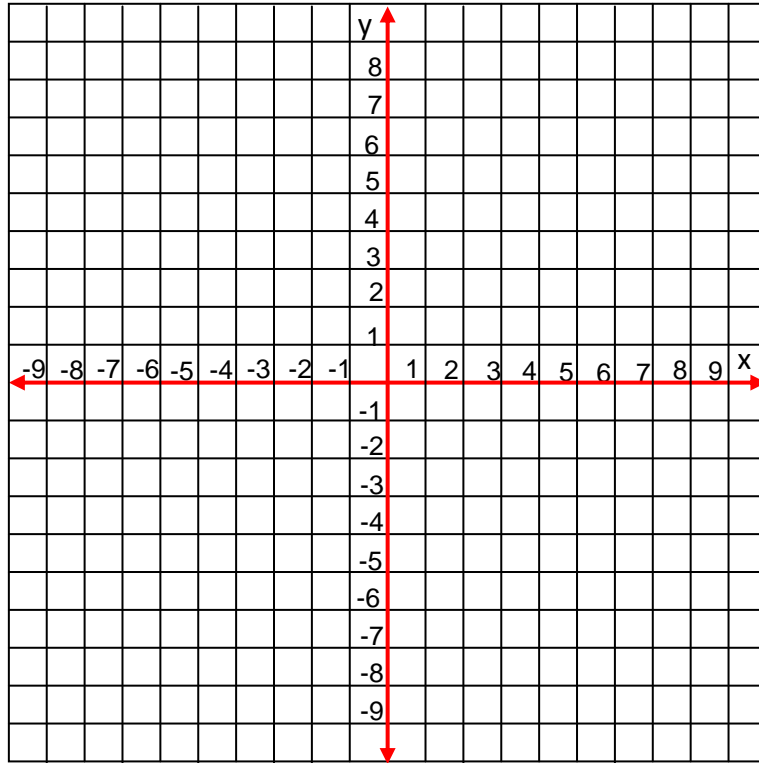
$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5} \quad (3A)$$

الحل :



$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{x^2 - 9} \quad (3B)$$

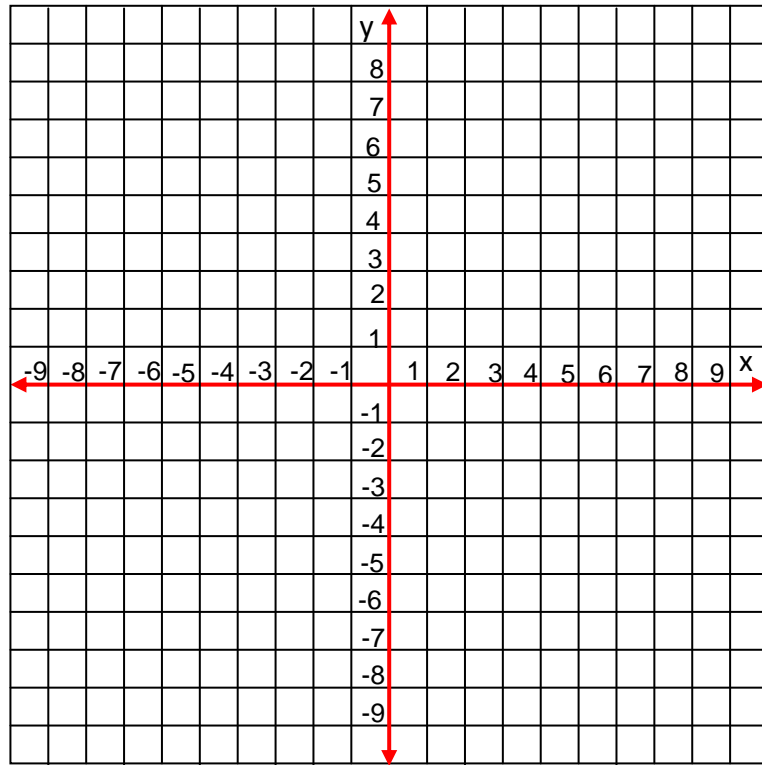
الحل :



مثلي الدالتين الآتيتين بيانياً :

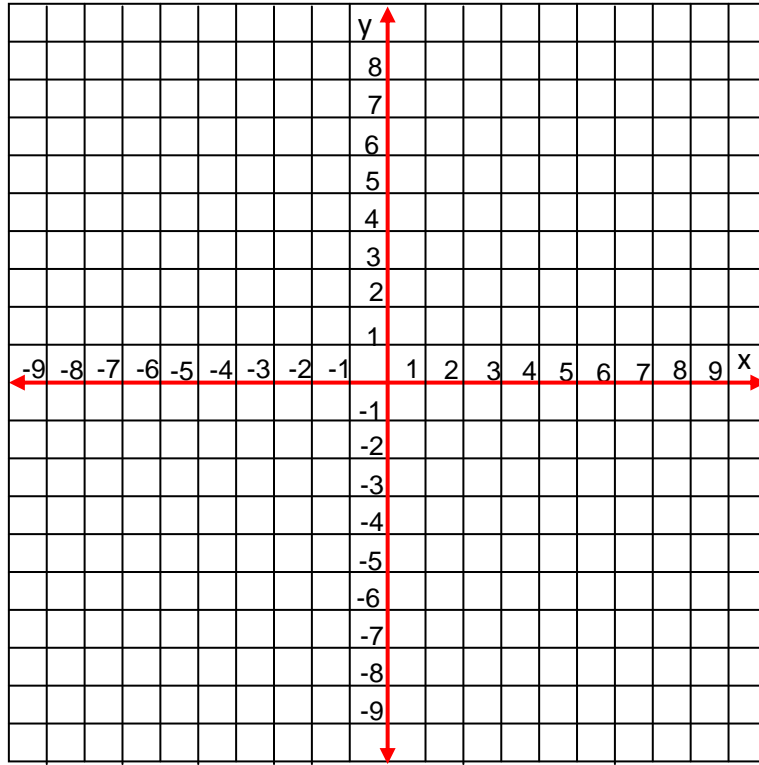
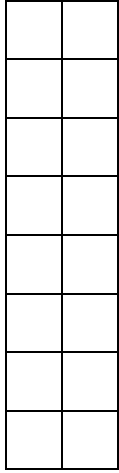
$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 1} \quad (1)$$

الحل :



$$f(x) = \frac{x^2}{x+2} \quad (2)$$

الحل :

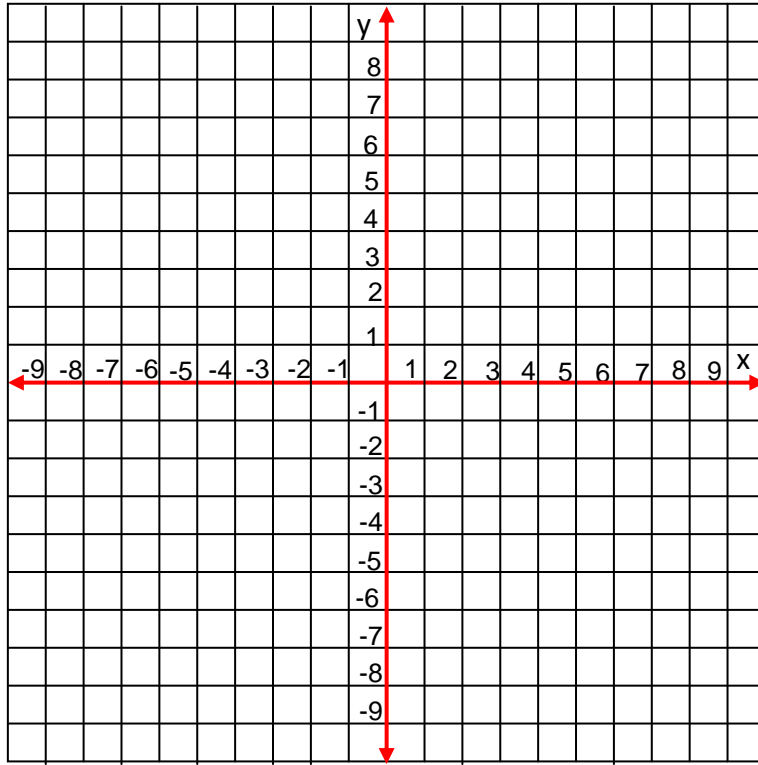


(3) كرة سلة : في بداية تدريب لفريق كرة سلة ، أحرز سعيد **7** أهداف من **11** رمية حرة لعبها ، ويرغب في تحسين النسبة المئوية للأهداف

التي يحرزها و الممثلة بالدالة $P(x) = \frac{7+x}{11+x}$ ، حيث x عدد الرميات الحرة الأخرى التي سيلعبها .

(a) مثلي هذه الدالة بياناً .

الحل :



(b) أي جزء من التمثيل البياني للدالة منطقي في سياق المسألة ؟

الحل :

(c) ماذا يمثل مقطع المحور الرأسي للتمثيل البياني .

الحل :

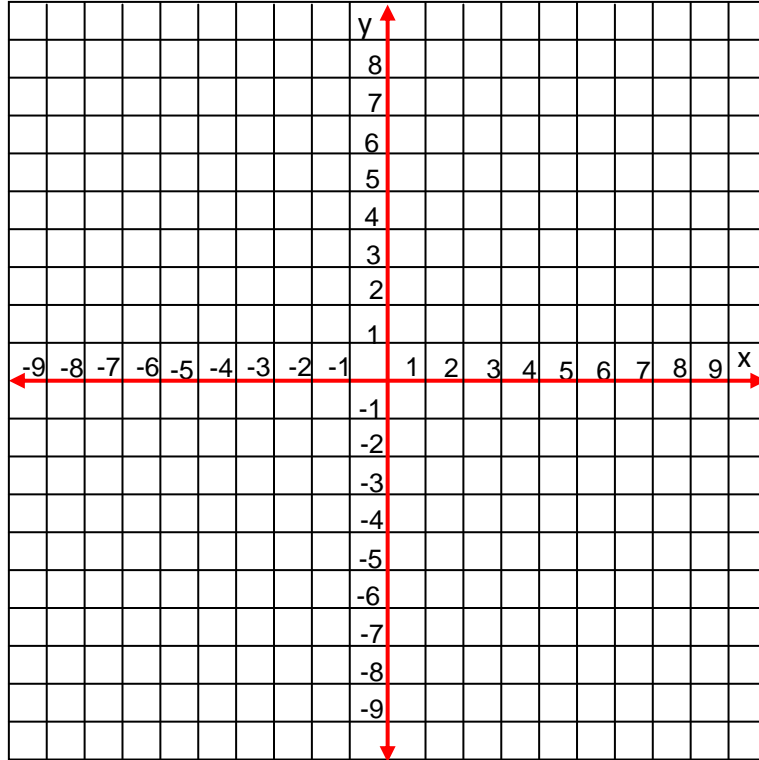
(d) ما معادلة خط التقارب الأفقي ؟ وما النسبة المئوية التي يمثلها ؟ وهل يمكن الوصول إلى هذه النسبة ؟

الحل :

مثلي كل دالة مما يأتي بياناً :

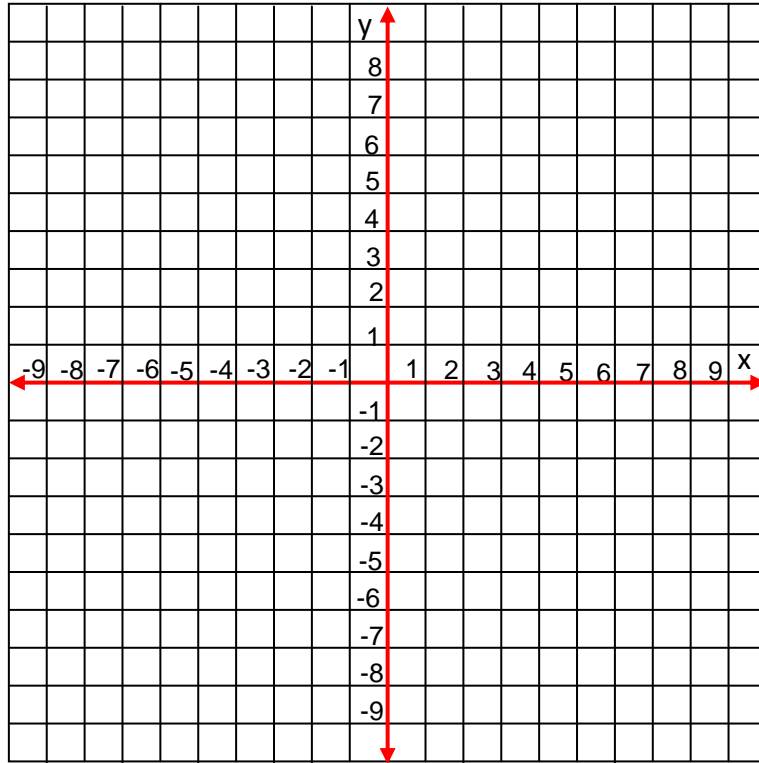
$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1} \quad (4)$$

الحل :



$$f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} \quad (5)$$

الحل :



الواجب المنزلي		
كتاب التمارين : 1,7	كتاب الطالبة : 6,9,15	الباقية الأولى
كتاب التمارين : 2,8	كتاب الطالبة : 7,10,16	الباقية الثانية
كتاب التمارين : 3,9	كتاب الطالبة : 8,11,17	الباقية الثالثة



(1) إذا كانت r تتغير طردياً مع t ، وكانت $r = -20$ عندما $t = 4$ ، فأوجد قيمة r عندما $t = -6$.

الحل :



(2) إذا كانت r تتغير مشتركاً مع v و t ، وكانت $r = 70$ عندما $v = 10$ و $t = 4$ ، فأوجد قيمة r عندما $v = 2$ و $t = 8$.

الحل :



(3) إذا كانت x تتغير عكسياً مع y ، وكانت $x = 24$ عندما $y = 4$ ، فأوجد قيمة x عندما $y = 12$.

الحل :



4) يتغير الطول الظاهري لجسم عكسياً مع بعد الناظر إلى الجسم . إذا كان بعد الأرض عن الشمس تقريباً 93 مليون ميل ، وبعد المشتري عن الشمس 483.6 مليون ميل ، فكم مرة سيبدو طول قطر الشمس أكبر عند النظر إليها من الأرض مقارنة مع طول قطرها عند النظر إليها من المشتري ؟

الحل :



5) إذا كانت p تتغير طردياً مع r وعكسياً مع t ، وكانت $t = 20$ عندما $p = 4$ و $r = 2$. فأوجد قيمة t عندما $r = 10$ و $p = -5$ ؟

الحل :



1) إذا كانت y تتغير طردياً مع x ، وكانت $y = 12$ عندما $x = 8$ ، فأوجد قيمة y عندما $x = 14$.

الحل :

2) إذا كانت y تتغير تغيراً مشتركاً مع x و z ، وكانت $y = -50$ عندما $z = 5$ و $x = -10$ ، فأوجد قيمة y عندما $x = 9$ و $z = -3$.

الحل :

(3) إذا كانت y تتغير عكسياً مع x ، وكانت $y = -18$ عندما $x = 16$ ، فأوجد قيمة x عندما $y = 9$.

الحل :

(4) خرائط : إذا كانت مسافة 2 in على إحدى الخرائط تعادل 15 mi على سطح الأرض . وكانت المسافة بين نقطتان تمثلان مدينتين على الخريطة 12 in ، فأوجد المسافة الحقيقية بينهما .

الحل :

(5) إذا كانت a تتغير طردياً مع b و عكسياً مع c ، وكانت $b = 16$ عندما $c = 2$ و $a = 4$. فأوجد قيمة b عندما $a = 8$ و $c = -3$ ؟

الحل :

الواجب المنزلي		
كتاب التمارين : 1,9	كتاب الطالبة : 6,9,13,14,25	الباقية الأولى
كتاب التمارين : 2,19	كتاب الطالبة : 7,10,13,18,25	الباقية الثانية
كتاب التمارين : 3,20	كتاب الطالبة : 8,11,17,19,29	الباقية الثالثة



حلّي كل معادلة مما يأتي ، وتحققي من صحة حلك :

$$\frac{5}{y-2} + 2 = \frac{17}{6} \quad (1A)$$

الحل :

$$\frac{2}{z+1} - \frac{1}{z-1} = \frac{-2}{z^2-1} \quad (1B)$$

الحل :

$$\frac{7n}{3n+3} - \frac{5}{4n-4} = \frac{3n}{2n+2} \quad (1C)$$

الحل :

$$\frac{1}{p-2} = \frac{2p+1}{p^2+2p-8} + \frac{2}{p+4} \quad (1D)$$

الحل :



2) لدى علياء 150 ml عصير بتركيز 10 % ، وتريد الحصول على عصير بتركيز 35% ، وذلك بإضافة عصير تركيزه 65% كم ملئراً
يجب أن تضيف للحصول على العصير ذي التركيز المطلوب ؟
الحل :



3) طيران : إذا قطعت طائرة مسافة 2368 mi في رحلة ذهاب و عودة دون توقف في 7 h ، وكانت سرعة الريح 20 mi/h ، فما سرعة الطائرة في الريح الساكنة ؟

الحل :



4) يحتاج ناصر و محمد إلى 6 h لطلاء سور إذا عملاً معاً ، و يحتاج ناصر إلى 10 h للقيام بالعمل وحده . كم ساعة يحتاج محمد إذا قام بالعمل وحده ؟

الحل :



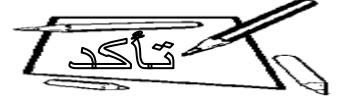
حلي كلاً من المتباينتين الآتيتين :

$$\frac{5}{x} + \frac{6}{5x} > \frac{2}{3} \quad (5A)$$

الحل :

$$\frac{4}{3x} + \frac{7}{x} < \frac{5}{9} \quad (5B)$$

الحل :



حلّي كل معادلة مما يأتي ، وتحققي من صحة حلك :

$$\frac{4}{7} + \frac{3}{x-3} = \frac{53}{56} \quad (1)$$

الحل :

$$\frac{7}{3} - \frac{3}{x-5} = \frac{19}{12} \quad (2)$$

الحل :

$$\frac{8}{x-5} - \frac{9}{x-4} = \frac{5}{x^2 - 9x + 20} \quad (3)$$

الحل :

$$\frac{5}{x+2} - \frac{3}{x-2} = \frac{12}{x^2 - 4} \quad (4)$$

الحل :

5) كيمياء : تضيف سارة محلولاً يحتوي على حمض بنسبة 80 % إلى 5 ml من محلول نسبة الحمض فيه 20 % . كم مللترًا من المحلول الذي نسبة الحمض فيه 80 % يجب إضافته للحصول على محلول نسبة الحمض فيه 50 % ؟

الحل :

(6) مسافة : قطع وليد مسافة 40 mi ذهاباً وعودة مستعملاً دراجته التي سرعتها 11.5 mi/h عندما يكون الريح ساكناً ، فإذا سار في اتجاه الريح زمناً قدره ساعة و 20 دقيقة ، وساعتان ونصف الساعة في عكس اتجاه الريح .
(a) اكتب عبارة تمثل الزمن الذي استغرقه أثناء سيره في اتجاه الريح .

الحل :

(b) اكتب عبارة تمثل الزمن الذي استغرقه أثناء سيره في عكس اتجاه الريح .

الحل :

(c) اكتب معادلة نسبية وحليها لإيجاد سرعة الريح .

الحل :

7) يعمل كل من أحمد وعلي في التبليط ، إذا كان أحمد يحتاج إلى 6 أيام لتبليط فناء منزل وحده ، في حين يحتاج علي إلى 5 أيام للقيام بالعمل نفسه . فكم يوماً يحتاجان إليه إذا عملاً معاً في تبليط هذا الفناء ؟
الحل :

حلّي كل متباينة مما يأتي ، وتحققي من صحة حلك :

$$3 - \frac{4}{x} > \frac{5}{4x} \quad (8)$$

الحل :

$$\frac{x-2}{x+2} + \frac{1}{x-2} > \frac{x-4}{x-2} \quad (9)$$

الحل :

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{x-3} > \frac{x}{x+4} \quad (10)$$

الحل :

الواجب المنزلي		
كتاب التمارين : 1,2,7	كتاب الطالبة : 13,23	الباقية الأولى
كتاب التمارين : 3,4,10	كتاب الطالبة : 14,24	الباقية الثانية
كتاب التمارين : 5,6,12	كتاب الطالبة : 15,24	الباقية الثالثة

بسم الله