



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نشاط للفصل السادس: المتتابعات والمتسلسلات

Sequences and Series

للصف الثاني ثانوي مطور

للفصل الدراسي الثاني

إعداد المعلمة: سميرة الحسري

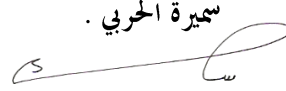
الثانوية الثالثة بدير



اسم المجموعة:

نبذة عن طالبات
المجموعة :
(أسمائهن ، أحلامهن ،
رؤيتهن و تطلعاتهن
للمستقبل)



	14 / / هـ		14 / / هـ	النقاط المكتسبة .
	14 / / هـ		14 / / هـ	
	14 / / هـ		14 / / هـ	
	14 / / هـ		14 / / هـ	
	14 / / هـ		14 / / هـ	
	14 / / هـ		14 / / هـ	
				مجموع النقاط المكتسبة .
<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>				<p>رأي و ملاحظات معلمة المادة :</p> <p>سميرة الحربي .</p> 
<p>.....</p> <p>.....</p>				متابعة ولي الأمر و مقترحاته :
<p>.....</p> <p>.....</p>				متابعة المرشدة الطلابية و مقترحاتها : أ / عزيزة الصبحي .
<p>.....</p> <p>.....</p>				متابعة مديرة المدرسة و مقترحاتها : أ / نور الصبحي .
<p>.....</p> <p>.....</p>				متابعة المشرفة التربوية و مقترحاتها : أ / صالحة الصبحي .

Sequences and Series الفصل السادس: المتتابعات والمتسلسلات

المتتابعة : مجموعة من الأعداد مرتبة في نمط محدد أو ترتيب معين . و يُسمَّى كل عدد في المتتابعة حدًّا .

المتتابعة غير المنتهية

مثال : $1, 2, 3, 4, \dots$ ، مثال : $2, 4, 8, 16, \dots$

المتتابعة المنتهية

مثال : $1, 2, 3, 4$ ، مثال : $2, 4, 8, 16$

المتتابعة الهندسية

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots, a_n$

بحيث أن :

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \text{قيمة ثابتة}$$

$$r = \text{قيمة الثابت} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \text{ أساس المتتابعة الهندسية}$$

(النسبة المشتركة) .

نلاحظ أن التمثيل البياني للمتتابعة الحسابية أسياً

مثال لمتتابعة هندسية :

$5, 10, 20, 40, 80, \dots$

أساسها : $r = 2$

الحد النوني في المتتابعة الهندسية

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

المتتابعة الحسابية

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots, a_n$

بحيث أن :

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = \text{قيمة ثابتة}$$

$$a_n - a_{n-1} = \text{قيمة الثابت} = d \text{ أساس المتتابعة الحسابية}$$

(الفرق المشترك) .

نلاحظ أن التمثيل البياني للمتتابعة الحسابية خطياً

مثال لمتتابعة حسابية :

$5, 10, 15, 20, 25, \dots$

أساسها : $d = 5$

الحد النوني في المتتابعة الحسابية

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

المتسلسلة : نحصل عليها بوضع إشارة الجمع بين حدود المتتابعة .

المتسلسلة الهندسية

مجموع حدود متتابعة هندسية

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6, \dots, a_n$

المجموع الجزئي في متسلسلة هندسية : ناتج جمع الحدود n الأولى من

المتسلسلة و يُرمز له بالرمز S_n

الصيغة البديلة

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, r \neq 1$$

الصيغة العامة

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}, r \neq 1$$

المتسلسلة الحسابية

مجموع حدود متتابعة حسابية

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6, \dots, a_n$

المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية : ناتج جمع الحدود n الأولى

من المتسلسلة و يُرمز له بالرمز S_n

الصيغة البديلة

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

الصيغة العامة

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

المتسلسلة الهندسية غير المنتهية : هي التي لها عدد لا نهائي من الحدود .

المتسلسلة المتباعدة

هي متسلسلة هندسية غير منتهية لا يقترب مجموعها من عدد حقيقي

وذلك عندما تكون النسبة المشتركة (الأساس) : $|r| \geq 1$

لا يوجد للمتسلسلة مجموع

المتسلسلة المتقاربة

هي متسلسلة هندسية غير منتهية يقترب مجموعها من عدد حقيقي

وذلك عندما تكون النسبة المشتركة (الأساس) : $|r| < 1$

مجموع حدود المتسلسلة الهندسية اللانهائية

$$S = \frac{a_1}{1 - r}, r \neq 1$$



ازرعي فكرة تحصيلين عملاً، ازرعي عملاً تحصيلين عادة، ازرعي عادة تحصيلين شخصية، ازرعي شخصية تحصيلين قدراً .





اتفق صاحب بئر مع مقاول أن يحفر له بئر عمقها ستة أمتار على أن يتقاضى مبلغاً قدره 50 ريالاً عن أول متر يحفره، و 75 ريالاً عن المتر الثاني، 100 ريالاً عن المتر الثالث وهكذا . .

ساعدي صاحب البئر في معرفة كم يكلفه حفر المتر السادس من البئر ؟



ثم ساعدي صاحب البئر في معرفة التكلفة الإجمالية لحفر البئر ؟



هدف التعليم يتجاوز تذكر المعلومات وإضافة المفاهيم إلى توجيه الإرادة والمصير .



تُشكّل قياسات زوايا شكل رباعي متتابعة حسابية . إذا كان قياس الزاوية الصغرى 30° ، فما قياسات الزوايا الثلاثة الأخرى ؟
تذكري : أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي يساوي 360° .



حوض يتسع لـ 625 لتر ، مركب عليه صنبور يصب ماء في الحوض بمعدل 40 لتر في الساعة الأولى ويزيادة قدرها 5 لترات في كل ساعة
عن الساعة التي قبلها ، فبعد كم ساعة يمتلئ الحوض ؟



اقترئي لالتعارض وتناقضي ، ولا تستلمي وتؤمني ، ولا تحبطي وتشاءمي ، ولكن لأجل أن تتألمي وتحكمي .



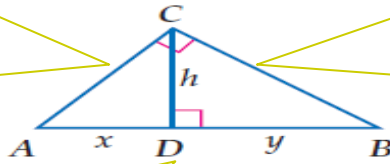


أكمل ما يلي بشكل صحيح حتى يتضح لنا كيفية تمثيل الأوساط الهندسية هندسياً ؟

قراءة الرياضيات

الأوساط الهندسية

يمكن تمثيل الأوساط الهندسية هندسياً كما في الشكل أدناه حيث تمثل h الوسط الهندسي بين x, y



في $\triangle CDB$ القائم الزاوية يكون :
مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي
طولي الضلعين الآخرين .

$$CD^2 + DB^2 = CB^2$$

$$h^2 + y^2 = CB^2$$

1

في $\triangle ADC$ القائم الزاوية يكون :
مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي
طولي الضلعين الآخرين .

$$AD^2 + DC^2 = AC^2$$

$$x^2 + h^2 = AC^2$$

2

من 1 و 2 نجد أن :

في $\triangle ACB$ القائم الزاوية يكون :

مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .

$$AC^2 + CB^2 = AB^2$$

$$\dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = (x+y)^2$$

$$\dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$h = \sqrt{xy}$$

في المثلث القائم الزاوية مربع طول الارتفاع المرسوم على الوتر يساوي حاصل ضرب المسقطين على الوتر .

مما سبق نجد أن : $h = \sqrt{xy}$

فإذا كانت : $x = 4$, $y = 16$ فإن : $h = \dots\dots\dots$

وبالتالي فإن : المتتابعة 4 , , 16 متتابعة هندسية أساسها $r = \dots\dots\dots$

"الإبداع يحل أي مشكلة ، العمل المبدع والانتصار على العادة الموروثة يتخطى كل الحواجز " . (جورج لويس)



تقيم إحدى الوزارات في المملكة العربية السعودية مسابقة لحفظ القرآن الكريم وتجويده ، وبعد نهاية كل جولة يتم إخراج نصف عدد المشاركين ، إذا كان عدد المشاركين في الجولة الأولى هو 384 . فما عدد المشاركين في الجولة السادسة ؟





يريد شخص أن يوفر مبلغاً من المال من خلال توفير ريال واحد في اليوم الأول .
وكل يوم يوفر ضعف ما وفره في اليوم السابق مباشرة .
أوجدني مجموع ما يوفره بعد 15 يوم ؟





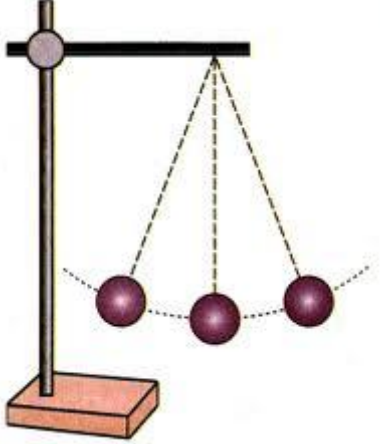
سقطت كرة مطاطية من ارتفاع 5120 m فوق سطح الأرض .
فإذا علمت أن الكرة تترد أعلى بعد كل اصطدام ربع ارتفاعها السابق مباشرة .
فكم يكون ارتفاعها بعد الصدمة السادسة ؟





عندما تعرّف الملك الهندي (في القرن السادس) على لعبة الشطرنج أندھش لذكاثها وعندما علم أن مخترعها من رعاياه أمر بإحضاره إليه لكي يكافئه شخصياً على فكرته الموقفة، حضر المخترع واسمه (سيثا) فعندما خيره الملك بنوع المكافئة التي يرغب بالحصول عليها قال (سيثا): أريد أن تُعطي لي من أجل أول مربع من رقعة الشطرنج حبة قمح واحدة وعن المربع الثاني حبتان وعن الثالث أربع حبات وعن الرابع ثمان وعن الخامس (16) وعن السادس (32) حبة وهكذا . .

عن كل مربع ضعف ما أخذته عن المربع الذي سبقه وهلم جرا عن جميع (64) مربعا في رقعة الشطرنج . تضايق الملك وقال ستأخذ الحبات تماماً كما طلبت ولكن اعلم أن رغبتك هذه غير جديرة بكرمي ! ولكن عند المساء تذكر الملك فسأل من حاشيته عما إذا نال مخترع الشطرنج مكافأته أم لا فكانت المفاجأة أن رياضيو القصر ما زالوا يقومون بحساب عدد الحبوب اللازمة . في صباح اليوم التالي قيل أن كبير علماء الرياضيات يرجوه لسماع شيء هام . حضر أمامه وهو يتصبب عرقاً ليقول للملك : لقد حسبنا كل عدد الحبوب التي يريد أن يحصل عليها (سيثا) ، وأن هذا العدد لضخم جداً وليس في سلطتك أيها الملك إذا لا يوجد في كل خزائنك أو حتى في خزائن العالم العدد المطلوب من الحبوب ، فقال الملك أذكر لي العدد العجيب ، فقال : ﴿ 18446744073709551615 ﴾ حبة قمح يا مولاي !!! ولو حسبنا ما في الصاع الواحد ، وحسبنا متوسط محصول العالم كله من القمح في العام الواحد ، لوجدنا حبات القمح التي التمسها الوزير المتواضع (المكرر) تعادل محصول العالم كله لمدة (ألفي سنة) تقريباً .



يتأرجح بندول بحيث تكون المسافة التي يقطعها في الأرجحة الأولى 8 ft ، وفي كل تأرجح تالي تكون المسافة التي يقطعها $\frac{4}{5}$ المسافة السابقة مباشرة .
أوجد المسافة الكلية التي يقطعها البندول عندما يتوقف عن الحركة .

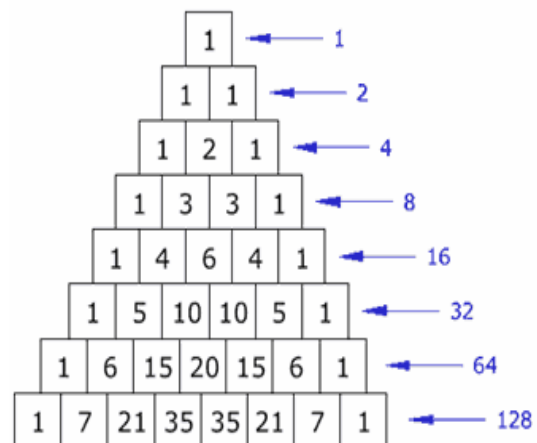
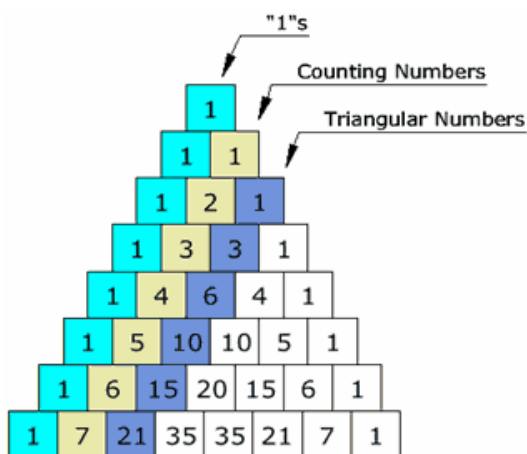
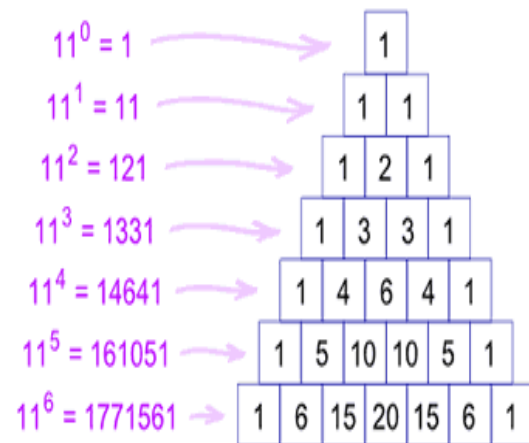
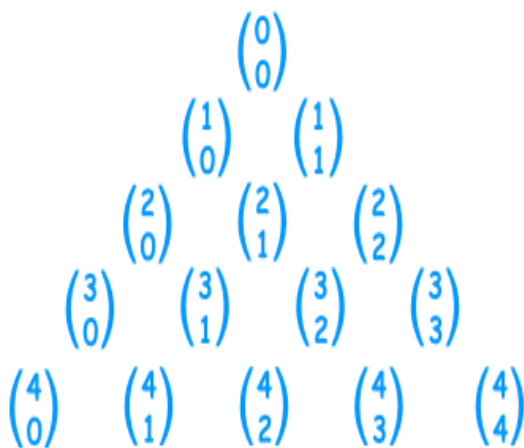
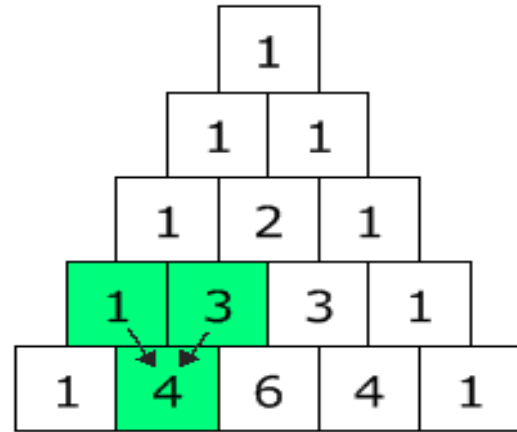
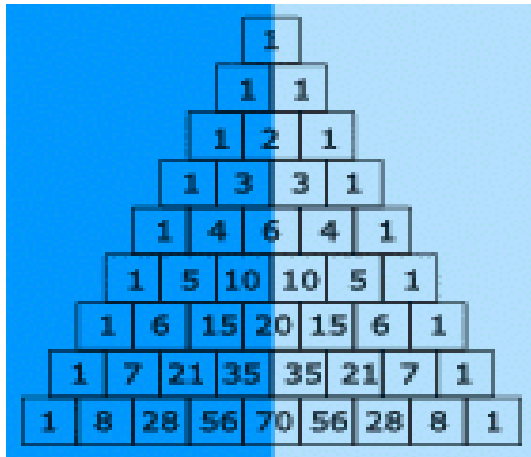






بليز باسكال: هو فيزيائي ورياضي وفيلسوف فرنسي اشتهر بتجاربه على السوائل في مجال الفيزياء، وبأعماله الخاصة بنظرية الاحتمالات في الرياضيات، هو من اخترع الآلة الحاسبة. استطاع باسكال أن يسهم في إيجاد أسلوب جديد في النشر الفرنسي بمجموعته الرسائل الريفية. أدت أعمال باسكال المهمة في مجال ضغط السوائل إلى إيجاد المبدأ المسمى قانون باسكال، الذي ظهر خلال الخمسينيات من القرن السابع عشر الميلادي. وينص هذا المبدأ على أن السوائل الموجودة في الأوعية تنقل ضغطاً متساوياً في كافة الجهات، كما يوضح العمليات التي تقوم بها ضاغطات الهواء، والمضخات الفراغية، والرافعات الهيدروليكية، ورافعات السيارات، والمضاغط. ساعدت تجارب باسكال على إثبات أن للهواء وزناً، وأن ضغط الهواء يمكن أن ينتج فراغاً، وبذلك أزال شكوك العلماء في ذلك الوقت في إمكان وجود الفراغ. وخلال الخمسينيات من القرن السابع عشر الميلادي قدم باسكال، وعالم الرياضيات الفرنسي بيير دي فيرمات نظرية الاحتمالات، وناقشا بعض تطبيقاتها. وصمم باسكال عام 1654م تنظيمًا ثلاثيًا من الأرقام يكون فيه كل رقم مساوياً لمجموع الرقمين المجاورين له من جهة اليمين، وعلى جانبه الأيسر في الصف الذي يكون أعلاه مباشرة. ويمكن استخدام هذا التنظيم الذي سمي مثلث باسكال في حساب الاحتمالات.

لطائف مثلث باسكال



بالتعاون مع زميلاتك في المجموعة، صفي أيّ مما سبق بأسلوبك الخاص .

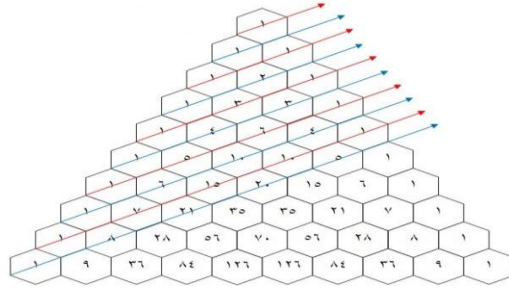


الكرخي : هو أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي العالم الرياضي والمهندس، المولود
بكرخي في بغداد . المجهول سنة المولد والمتوفى سنة 421هـ / 1020م . برع في الأنماط
الرياضية . واكتشف مثلثه الذي عرف فيما بعد بمثلث باسكال .
من أهم مؤلفاته : كتاب الفخري (الذي سماه تيمنا بصديقه الوزير فخر الملك في
عهد بهاء الدولة البويهبي والذي اشتمل على نظريات جديدة لم يسبقه إليها أحد ،
تدل على أصالة الكرخي في التفكير) وكتاب البديع
وكتاب (الكافي في الحساب) الذي أوجد فيه حلولاً متنوعة وفريدة لمعادلات
الدرجة الثانية .

قالوا عنه :

★ يقول عز الدين فراحي كتابه (فضل علماء المسلمين على الحضارة الأوروبية) :
الكرخي من أشهر علماء بغداد في علوم الرياضيات ، وقد ألف كتاباً في الحساب لم
يستخدم فيه الأرقام ، بل كانت الأعداد تكتب كاملة بالحروف .
★ يقول عنه الدكتور اوستن اور في كتابه (تاريخ الأعداد) : أن الكرخي الذي
عاش وتوفي في بغداد يعتبر الخليفة الوحيد لديوفانتوس في علم الحساب .





مستعينة بمثلث باسكال السابق ، اجمعى الأعداد التي تقع على كل قطر (ابدئي من الأعلى) ، ثم دوني ناتج الجمع على هيئة متتابعة .



الـ : حدّدي نوع المتتابعة إذا كانت منتهية أم غير منتهية .



الـ : حدّدي نوع المتتابعة إذا كانت حسابية أم هندسية أم غير ذلك .



الـ : صفي حدود المتتابعة بشكل صحيح .



إضافة من قبل الطالبات أو المعلمة

ليوناردو فيبوناشي: عالم رياضيات إيطالي الجنسية ، ولد فيبوناشي في بيزا بإيطاليا المشهورة بمرجها المائل عام 1170م ، وكان والده تاجر إيطالي غني ، تلقى تعليمه بالأساس في الجزائر بمدينة بجاية والتي كانت زاخرة بالعلماء في مجال الرياضيات . تنسب إليه متتابعة عجيبة تعرف بمتتابعة فيبوناشي وهي تبدأ بالحدود 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , ويكون الحد التالي فيها مساوياً لمجموع الحدين السابقين له مباشرة (وذلك بعد الحد الثاني) . ومن بعض خصائص هذه المتتالية، أن خارج قسمة أي عنصر على العنصر الذي قبله

يقترب رويداً رويداً من الرقم الذهبي المعروف :-

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \simeq 1,6180339887...$$

1.6180339887...