

## الاحتمال باستعمال التباديل و التوافيق

<p style="text-align: center;">إرجاء الرجوع بالامتنان ...</p>	<p style="text-align: center;">أتمنى لكم</p>	<p style="text-align: center;">الثانوية الرياضية (المتخرج)</p>	<p style="text-align: center;">التميز و الرصود الرز</p>
<p>إيجاد الاحتمال باستعمال التباديل <math>nP_n</math> :</p> <p>وزعت بطاقات مرقمة من 1 إلى 50 شخصاً في حفلة ، وكان حسين و زيد من بين الحاضرين . ما احتمال أن يكون حسين قد أخذ البطاقة رقم 14 و زيد البطاقة رقم 23 ؟</p> <p style="text-align: center;">الحل :</p> <p>الخطوة 1 : نوجد عدد نواتج فضاء العينة . وهو عدد التباديل الممكنة لأرقام الحاضرين ويساوي 50!</p> <p>الخطوة 2 : نوجد عدد النواتج التي يتكون منها الحدث وهو عدد التباديل الممكنة لأرقام الحاضرين المتبقية إذا كان حسين قد أخذ البطاقة رقم 14 و زيد البطاقة رقم 23 ويساوي <math>48! = (50 - 2)!</math></p> <p>الخطوة 3 : نحسب الاحتمال</p> $P ( \text{حسين 14 و زيد 23} ) = \frac{\text{عدد المولكات للحدث}}{\text{عدد النواتج}} = \frac{48!}{50!} = \frac{1}{2450}$	<p>تخطط وكالة سياحة و سفر لرحلة سياحية يزور المسافرون خلالها 5 مدن في المملكة . بكم طريقة يمكن أن ترتب الوكالة المدن الخمس في خطة الرحلة ؟</p> <p style="text-align: center;">الحل :</p> <p>بما أن الترتيب مطلوب ، فإن عدد النواتج الممكنة هو عدد التباديل الممكنة للمدن الخمسة ويساوي : <math>5! = 120</math> .</p> <p>إذن هناك 120 طريقة لترتيب المدن الخمس .</p> <p>دخلت سارة و خمسة من صديقاتها قاعة محاضرات . فبكم طريقة يمكنهن أن يجلسن جميعاً على 6 مقاعد خالية في صف واحد ؟</p> <p style="text-align: center;">الحل :</p> <p>بما أن الترتيب مطلوب ، فإن عدد النواتج الممكنة هو عدد التباديل الممكنة لطريقة جلوس سارة و صديقاتها ويساوي : <math>6! = 720</math> .</p> <p>إذن هناك 720 طريقة يمكن أن يجلسن بها جميعاً على 6 مقاعد خالية في صف واحد .</p>	$n P_n = n!$	<p style="text-align: center;">عدد تباديل n من العناصر المتمايزة مأخوذة n (كلها) .</p> <p style="text-align: center;">التباديل (تنظيم مجموعة من العناصر يكون الترتيب فيها مهماً) .</p>

$${}_nP_r$$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

🔴 تريد أمينة المكتبة أن تعرض على رف 6 مجلات من بين 10 مجلات مختلفة . فبكم طريقة يمكنها ذلك ؟

الحل :

بما أن الترتيب مطلوب ، فإن عدد النواتج الممكنة هو عدد تباديل 10 مجلات أخذ منها 6 في كل مرة ، أي :

$${}_{10}P_6 = \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10!}{4!} = 10(9)(8)(7)(6)(5) = 151200$$

إذن هناك 151200 طريقة لعرض 6 مجلات من بين 10 مجلات مختلفة على رف .

🔴 يعمل قاسم في محل لبيع الجواهرات . وقد طلب منه مديره أن يضع ثلاثاً من القلائد الاثنتي عشرة في خزنة العرض الأمامية . فبكم طريقة يمكن أن يرتب قاسم القلائد في خزنة العرض ؟

الحل :

بما أن الترتيب مطلوب ، فإن عدد النواتج الممكنة هو عدد تباديل 12 قلادة أخذ منها 3 قلائد في كل مرة ، أي :

$${}_{12}P_3 = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = 12(11)(10) = 1320$$

إذن هناك 1320 يمكن أن يرتب بها قاسم القلائد في خزنة العرض .

إيجاد الاحتمال باستعمال التباديل  ${}_nP_r$  :

🔴 تم اختيار شخصين عشوائياً من مجموعة عشرة أشخاص . ما احتمال

اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً ؟

الحل :

الخطوة 1 : نوجد عدد نواتج فضاء العينة . وهو عدد تباديل 10 أشخاص

أخذ منهم اثنان في كل مرة أي  ${}_{10}P_2$

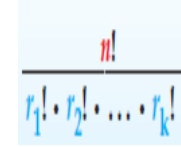
$${}_{10}P_2 = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = 10(9) = 90$$

الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي 1 ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط

لاختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً .

الخطوة 3 : نحسب الاحتمال

$$P = \frac{\text{عدد المواقف المواتية}}{\text{عدد النواتج}} = \frac{1}{90}$$



إيجاد الاحتمال باستعمال التباديل مع التكرار :

☞ إذا استعملت الأرقام 2, 2, 4, 5, 5, 6, 2 لتكوين رقم هاتف ، فما احتمال أن يكون رقم الهاتف 6545222 ؟

الحل :

الخطوة 1 : هناك 7 أرقام يتكرر منها الرقم 2 ثلاث مرات ، والرقم 5 مرتين . ولذا ؛ فإن عدد التباديل المتميزة لهذه الأرقام هو :

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{7(6)(5)(4)}{2(1)} = 7(6)(5)(2) = 420$$

الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي 1 ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط صحيح يعطي رقم الهاتف 6545222

الخطوة 3 : نحسب الاحتمال

$$P ( 6545222 \text{ الهاتف أن يكون رقم الهاتف} ) = \frac{\text{عدد المولكجة الحدث}}{\text{عدد النواتج}} = \frac{1}{420}$$

☞ اشترى عدنان أحرفاً ممغنطة يمكن ترتيبها على باب ثلاجه بحيث تشكل كلمات معينة

إذا اختار عشوائياً تبديلاً من الأحرف المبينة في الشكل المجاور ،

فما احتمال أن تشكل هذه الأحرف كلمة " مكالمات " ؟

الحل :

الخطوة 1 : هناك 7 أحرف يتكرر منها الحرف ا مرتين ، والحرف م مرتين . ولذا ؛ فإن عدد التباديل المتميزة لهذه الأحرف هو :

$$\frac{7!}{2! \cdot 2!} = \frac{7(6)(5)(4)(3)}{2(1)} = 7(6)(5)(2)(3) = 1260$$

الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي 1 ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط صحيح يعطي كلمة " مكالمات "

الخطوة 3 : نحسب الاحتمال

$$P ( \text{ أن تشكل هذه الأحرف كلمة " مكالمات " } ) = \frac{\text{عدد المولكجة الحدث}}{\text{عدد النواتج}} = \frac{1}{1260}$$

<p>إيجاد الاحتمال باستعمال التباديل الدائرية :</p> <p>عُلفت على حلقة دائرية 5 بطاقات كُتب على كل منها إحدى الكلمات : الوفاء ، الصدق ، الأمانة ، الإيمان ، العلم . فما احتمال أن تكون البطاقات بالترتيب الآتي : الإيمان ، الوفاء ، العلم ، الصدق ، الأمانة ؟</p> <p>الحل :</p> <p>الخطوة 1 : بما أنه لا توجد نقطة مرجع ثابتة ، فإن هذا تبديل دائري . لذا يوجد <math>(5 - 1)!</math> أو <math>4!</math> من التباديل المختلفة لهذه الكلمات .</p> $(5 - 1)! = 4! = 4(3)(2)(1) = 24$ <p>الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي 1 ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط صحيح يعطي البطاقات بالترتيب : الإيمان ، الوفاء ، العلم ، الصدق ، الأمانة</p> <p>الخطوة 3 : نحسب الاحتمال</p> $P ( \text{ أن تكون البطاقات بالترتيب المذكور } ) = \frac{\text{عدد المولكجة الحدث}}{\text{عدد النواتج}} = \frac{1}{4!} = \frac{1}{24}$	$\frac{n!}{n} = (n - 1)!$	<p>التباديل الدائرية ( دون نقطة مرجع ثابتة )</p> <p>عدد التباديل المختلفة لـ <math>n</math> من العناصر مرتبة على دائرة</p> <p>التباديل ( تنظيم مجموعة من العناصر يكون الترتيب فيها مهماً ) .</p>
<p>إيجاد الاحتمال باستعمال التباديل الخطية :</p> <p>يلتقي 6 أصدقاء من أعمار مختلفة في استراحة سياحية و يجلسون في شكل دائري على 6 مقاعد . فما احتمال أن يجلس أصغرهم سناً على المقعد الوحيد الأقرب إلى الباب ؟</p> <p>الحل :</p> <p>الخطوة 1 : بما أن الأصدقاء يجلسون بشكل دائري حسب نقطة مرجع ثابتة فإن هذا تبديل خطي . لذا يوجد <math>6!</math> أو <math>720</math> طريقة يجلس بها الأصدقاء .</p> <p>الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي عدد تباديل الأصدقاء الخمسة الآخرين حيث يجلس أصغرهم سناً على المقعد الوحيد الأقرب إلى الباب وهذا يساوي <math>5!</math> أو <math>120</math> .</p> <p>الخطوة 3 : نحسب الاحتمال</p> $P ( \text{ أن يجلس أصغرهم سناً على المقعد الوحيد الأقرب إلى الباب } ) = \frac{\text{عدد المولكجة الحدث}}{\text{عدد النواتج}} = \frac{5!}{6!} = \frac{120}{720} = \frac{1}{6}$	${}_nP_n = n!$	<p>التباديل الخطية ( وجود نقطة مرجع ثابتة )</p>

$${}_nC_r$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$${}_nC_n = 1$$

$${}_nC_0 = 1$$

تطلب أم إلى أبنائها الخمسة القيام ببعض الأعمال المنزلية كل أسبوع .

بكم طريقة يمكن اختيار اثنين منهم لتنظيف ساحة المنزل ؟

الحل :

بما أن الترتيب في عملية الاختيار ليس مهماً ، فإن عدد النواتج الممكنة هو

عدد توافيق 5 أبناء اختيار اثنين منهم في كل مرة ، أي :

$${}_5C_2 = \frac{5!}{(5-2)! 2!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{6(2)} = \frac{120}{12} = 10$$

إذن هناك 10 طرائق ممكنة لاختيار اثنين من الأبناء .

تقدم سعيد لاختبار في التاريخ طلب فيه الإجابة عن 10 أسئلة من بين

12 سؤالاً . بكم طريقة يمكن أن يختار الأسئلة ؟

الحل :

بما أن الترتيب في عملية الاختيار ليس مهماً ، فإن عدد النواتج الممكنة هو

عدد توافيق 12 سؤال اختيار 10 أسئلة منها في كل مرة ، أي :

$${}_{12}C_{10} = \frac{12!}{(12-10)! 10!} = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = \frac{12(11)}{2} = \frac{132}{2} = 66$$

إذن هناك 66 طريقة ممكنة لاختيار 10 أسئلة من بين 12 سؤالاً .

إيجاد الاحتمال باستعمال التوافيق  ${}_nC_r$  :

وزع سمر إعلانات تتعلق بخدمة الإنترنت على 20 شخصاً في الحي ،

فإذا اتصل به 6 أشخاص يريدون الاشتراك . فما احتمال أن يكونوا : نواف

، أيمن ، حمد ، عبدالملك ، منصور ، عبدالله ، القاطنين في الحي ؟

الحل :

الخطوة 1 : نوجد عدد نواتج فضاء العينة . وهو عدد توافيق 20 شخص

أخذ منهم 6 أشخاص في كل مرة أي  ${}_{20}C_2$

$${}_{20}C_6 = \frac{20!}{(20-6)! 6!} = \frac{20!}{14! \cdot 6!}$$

$$= \frac{20(19)(18)(17)(16)(15) 14!}{14! \cdot 6!}$$

$$= \frac{27907200}{720} = 38760$$

الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي 1 ؛ وفي هذه الحالة يساوي

${}_6C_6 = 1$  ، وهو أن يكون الأشخاص الستة المذكورين ، وترتيب

اختيارهم ليس مهماً .

الخطوة 3 : نحسب الاحتمال

$$P = \frac{\text{عدد المواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج}} = \frac{1}{38760}$$

( أن يكون الأشخاص الستة المذكورين )

## الاحتمال باستكمال التباديل و التوافيق

### تجارب

📖 يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صورة جوائزه الست التي يوزّعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟  
الحل :

📖 أعلنت شركة عن خمس وظائف شاغرة لديها ، فتقدم للإعلان ثمانية أشخاص . بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الخمس ؟  
الحل :



📖 استعملي الشكل الآتي ، مفترضة أن الكرات رُتبت عشوائياً :  
🔗 ما احتمال أن تكون الكرة 2 و الكرة 11 هما الأولى و الثانية من اليسار ؟  
الحل :

❧ إذا خلطت الكرات الثماني عشوائياً . فما احتمال أن يكون الترتيب كما هو مبين في الشكل أعلاه ؟

الحل :

❧ تستعمل الأرقام 9 , ..... , 3 , 2 دون تكرار الرقم الواحد أكثر من مرة ؛ لتكوين أعداد مختلفة مكونة من 5 أرقام ، إذا اختير عدد بشكل عشوائياً . ما احتمال أن يكون العدد هو 75829 ؟

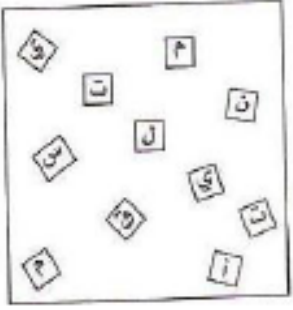
الحل :

❧ ما احتمال أن يكون الرمز البريدي 39372375 إذا تم تكوينه عشوائياً من الأرقام 3 , 7 , 3 , 9 , 5 , 7 , 2 , 3 ؟

الحل :

اشترت ميساء بعض أحرف الزينة لتزيين كتابها ( م ، ن ، ت ، ا ، ي ، ل ، ق ، ت ، ي ، س ، م ) بحيث تضع هذه الحروف بجوار بعضها لتشكيل كلمات . فإذا اختارت تبديلاً من الأحرف المبينة في الشكل المجاور ، فما احتمال أن تشكّل هذه الأحرف كلمة " المستقيمتين " ؟

الحل :



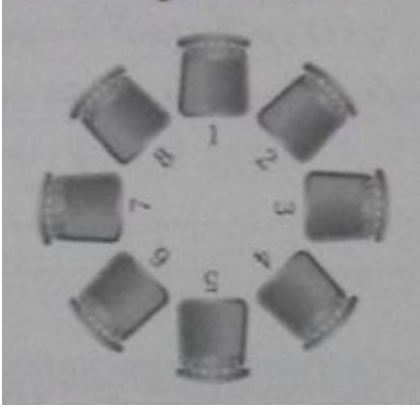
يحتوي كيس على بطاقات كُتب على كل واحدة منها حرف واحد من الحروف : ر ، ف ، س ، ة ، و ، ي . إذا اختير تبديل واحد من هذه الحروف عشوائياً لتكوين كلمة ، فما احتمال أن تكون الكلمة " فروسية " ؟

الحل :



📖 إذا جلس 8 طلاب عشوائياً على مقاعد موضوعة بشكل دائري كما في الشكل أدناه . فما احتمال أن يجلس الطلاب حسب الترتيب المبين ؟

الحل :



📖 يرتب سامي المقاعد على صورة دوائر للعمل في مجموعات متعاونة . إذا كان في دائرة سامي 7 مقاعد ، فما احتمال أن يكون مقعد سامي الأقرب إلى الباب ؟

الحل :

📖 للترويج لشركته ، يفكر مندوب مبيعات في زيارة 10 مجموعات تجارية تقع خمسة منها في الرياض ، وثلاثة في الخرج ، واثنان في الجمعة . فإذا اختار المندوب 3 مجموعات فما احتمال أن تكون في الرياض ؟

الحل :

10