بسم الله الرحمن الرحيم

الفصل السابع: الاحتمالات

Probabilities

للصف الثاني ثانوي مطور

للفصل الدراسي الثاني

إعداد المعلمة: حلم وري حلم

الثانوية . . . .

اليوم :   الموضوع : التهيئة للفصل السابع.   التاريخ :   /   /   1433هـ

بسّطي كلاًّ مما يأتي :

1) $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$
$=\frac{4}{8}+\frac{3}{8}$
$=\frac{7}{8}$

2) $\frac{7}{9}+\frac{2}{6}$
$=\frac{14}{18}+\frac{6}{18}$
$=\frac{20}{18}=\frac{10}{9}$

3) $\frac{2}{5}+\frac{7}{8}$
$=\frac{16}{40}+\frac{35}{40}$
$=\frac{51}{40}$

4) $\frac{2}{9}\cdot\frac{4}{8}$
$=\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{9}$

5) $\frac{3}{7}\cdot\frac{21}{24}$
$=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{8}$
$=\frac{3}{8}$

6) $\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}$
$=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3}$
$=\frac{1}{15}$

7) كرة قدم : لدى فريق كرة قدم 54 L من الماء البارد في قوارير سعة كل منها 500 ml . كم قارورة لديهم ؟

54 (1000) = 54000 m l

عدد القوارير لدى الفريق : $108=\frac{54000}{500}$ ، إذن لديهم 108 قارورة .

إذا ألقي مكعب مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة ، فأوجدي احتمال كلّ مما يأتي :

8) أن يكون العدد الظاهر أكبر من 1
P (أكبر من 1) = عدد النواتج الممكنة للحادثة / عدد جميع النواتج
$=\frac{5}{6}\approx 83\ \%$

9) أن يكون العدد الظاهر فرديًا
P (فرديًا) = عدد النواتج الممكنة للحادثة / عدد جميع النواتج
$=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=50\ \%$

10) أن يكون العدد الظاهر أقل من 2
P (أقل من 2) = عدد النواتج الممكنة للحادثة / عدد جميع النواتج
$=\frac{1}{6}\approx 17\ \%$

11) أن يكون العدد الظاهر (1 أو 6)
P (1 أو 6) = عدد النواتج الممكنة للحادثة / عدد جميع النواتج
$=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\approx 33\ \%$

12) احتمالات : ألقي مجسم ذو 20 وجهاً متطابقاً ، كُتب على كل وجه أحد الأعداد من 1 إلى 26 ما عدا الأعداد 4 , 8 , 12 , 16 ,20 , 24 . ما احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي عدداً أوليًا ؟

P (أن يكون العدد أوليًا) = عدد النواتج الممكنة للحادثة / عدد جميع النواتج $=\frac{9}{20}=45\ \%$

يبيّن الجدول الآتي نواتج تجربة استقرار مؤشر دوار لقرص مقسم إلى قطاعات مرقمة بالأعداد 4 -1 .

النتيجة	الإشارات	التكرار
1	|||	3
2	卌 ||	7
3	卌 |	6
4	||||	4

13) ما الاحتمال التجريبي لاستقرار المؤشر عند العدد 4 ؟
P (4) = عدد النواتج ظهور 4 / عدد جميع
$=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$
$=20\ \%$

14) ما الاحتمال التجريبي لاستقرار المؤشر عند عدد فردي ؟
P (عدد فردي) = عدد النواتج ظهور فردي / عدد جميع
$=\frac{9}{20}$
$=45\ \%$

15) ما الاحتمال التجريبي لاستقرار المؤشر عند عدد زوجي ؟
P (عدد زوجي) = عدد النواتج ظهور زوجي / عدد جميع
$=\frac{11}{20}$
$=55\ \%$

اليوم : الموضوع : تمثيل فضاء العيّنة . التاريخ : / 1433هـ

تحقق من فهمك

1) أُلقيت قطعة نقد مرة واحدة ، ثم رمي مكعب مرقم مرة واحدة أيضاً . مثّلي فضاء العيِّنة لهذه التجربة باستعمال القائمة المنظمة ، والجدول ، والرسم الشجري .

الحل :

هنالك ناتجان ممكنان لكل رمية لقطعة النقد هما : الشعار **(L)** و الكتابة **(T)** .

وهناك ستة نواتج ممكنة لكل رمية لمكعب مرقم هي : **1 , 2 ,3 , 4 ,5 ,6**

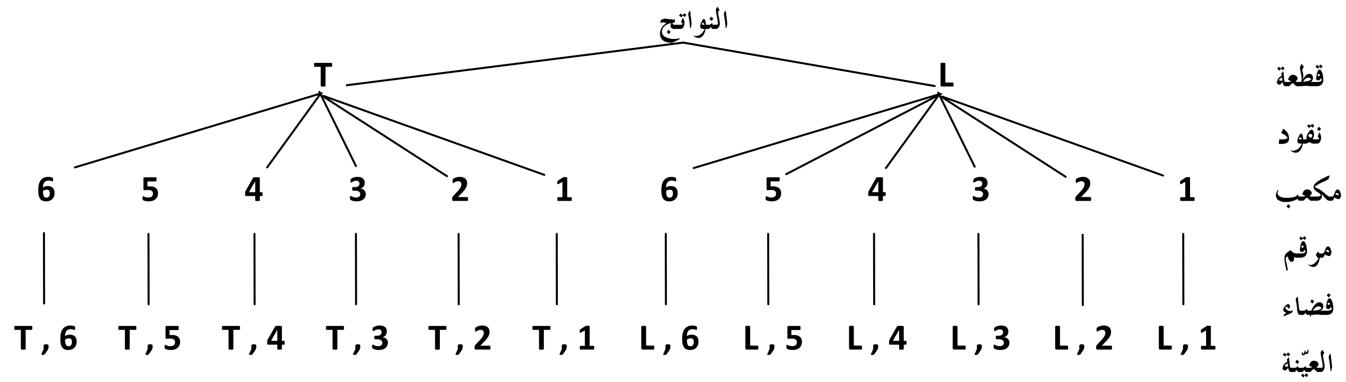
القائمة المنظمة : اكتبي أزواج النواتج الممكنة .

L , 1
L , 2
L , 3
L , 4
L , 5
L , 6
T , 1
T , 2
T , 3
T , 4
T , 5
T , 6

الجدول : دوّني نواتج رمي قطعة النقود في العمود الأيمن ، ونواتج رمي المكعب المرقم في الصف العلوي .

النواتج	1	2	3	4	5	6
شعار (L)	L , 1	L , 2	L , 3	L , 4	L , 5	L , 6
كتابة (T)	T , 1	T , 2	T , 3	T , 4	T , 5	T , 6

الرسم الشجري :

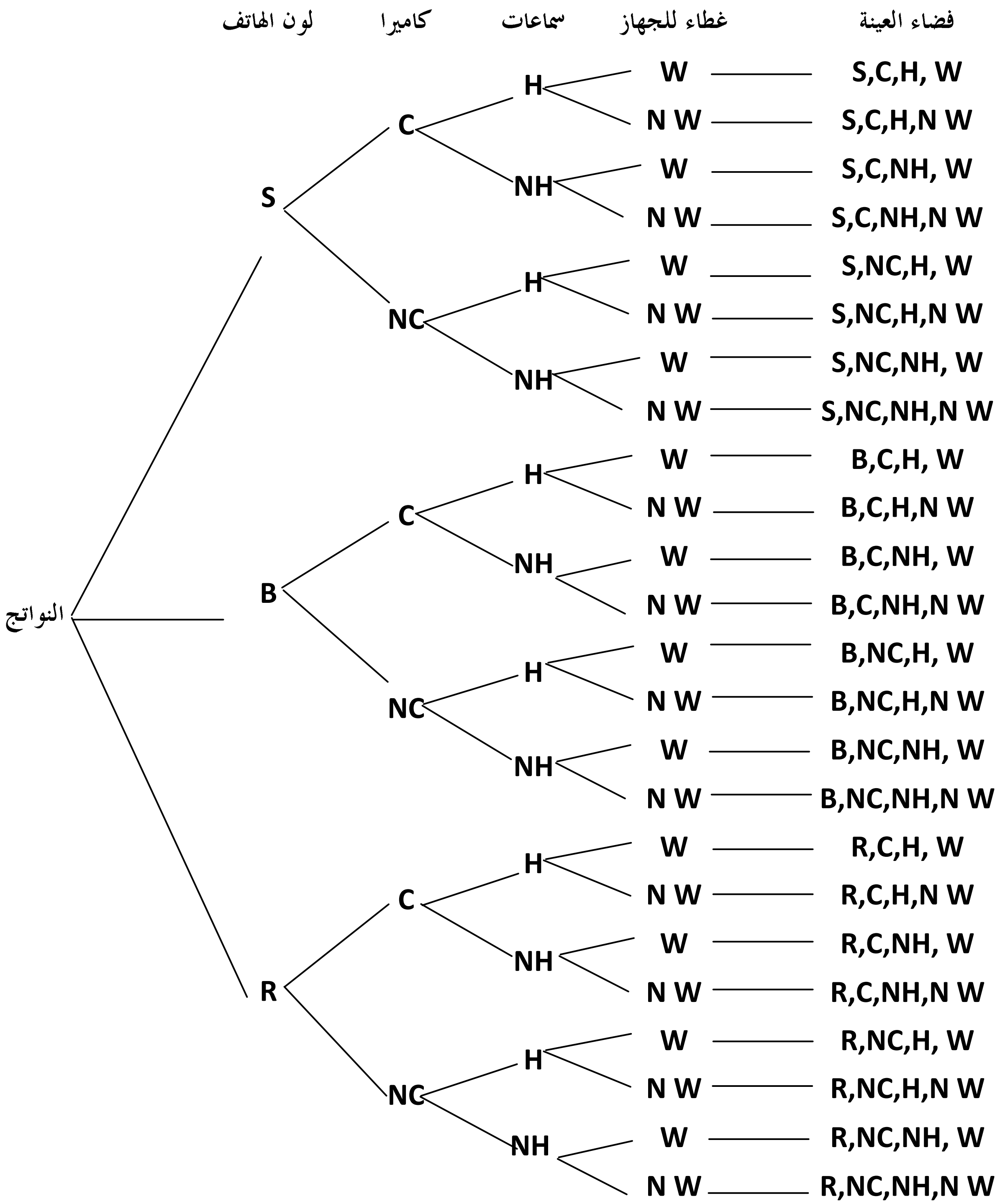


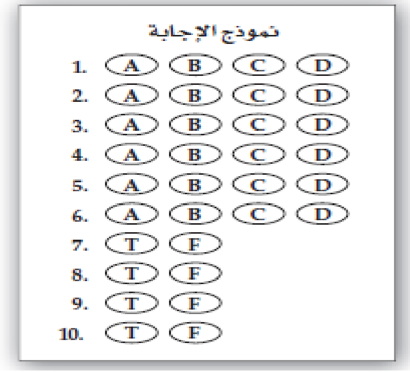
تحقق من فهمك

2) هواتف : يرغب مصطفى في شراء هاتف نقال ، ويمكنه أن يختاره بلون فضي (S) أو أسود (B) أو أحمر (R) ، وأن يكون بكاميرا (C) أو بدونها (NC) . ويمكنه أن يحصل على سماعات (H) و / أو غطاء للجهاز (W) . مثّلي فضاء العيِّنة لهذا الموقف بالرسم الشجري .

الحل : يتكون فضاء العيِّنة من : ∞ لون الهاتف النقال (S : فضي ، B : أسود ، R : أحمر). ∞ كاميرا (C : بكاميرا ، NC : بدون كاميرا). ∞ سماعات (H : سماعات ، NH : بدون سماعات) . ∞ غطاء للجهاز (W : غطاء للجهاز ، NW : بدون غطاء للجهاز).

الرسم الشجري :




نموذج الإجابة
1. A B C D
2. A B C D
3. A B C D
4. A B C D
5. A B C D
6. A B C D
7. T F
8. T F
9. T F
10. T F

تحقق من فهمك

3) أوجدي عدد النواتج الممكنة في الحالات الآتية :

A) اختيار إجابات لجميع الأسئلة المبينة في النموذج المجاور .

الحل :

نستعمل مبدأ العد الأساسي .

السؤال10	السؤال 9	السؤال 8	السؤال 7	السؤال 6	السؤال 5	السؤال 4	السؤال 3	السؤال 2	السؤال 1

$$65536 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

إذن ، هناك **65536** خياراً لاختيار إجابات لجميع الأسئلة المبينة في النموذج .

B) رمي مكعب مرقم أربع مرات .

الحل :

نستعمل مبدأ العد الأساسي .

	الرمية الرابعة	الرمية الثالثة	الرمية الثانية	الرمية الأولى

$$1296 = 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

إذن ، هناك **1296** خياراً عند رمي مكعب مرقم أربع مرات .

C) أحذية : اختيار زوج من الأحذية من بين المقاسات : 45 , 44 , 43 , 42 , 41 , 40 , 39 ، بلون أسود أو بني أو رمادي أو أبيض ، ويمكن أن يكون من الجلد الطبيعي أو الصناعي ، وهناك ثلاثة أشكال مختلفة للحذاء .

الحل :

نستعمل مبدأ العد الأساسي .

	الشكل	الجلد	اللون	المقاسات

$$168 = 3 \times 2 \times 4 \times 7$$

إذن ، هناك **168** خياراً لاختيار زوج من الأحذية .

تأكد

مثّلي فضاء العيّنة لكل تجربة مما يأتي باستعمال القائمة المنظمة ، والجدول ، والرسم الشجري .

1) عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفاً (G) أولا يسجل (O). افرضي أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين .

الحل : هنالك ناتجان ممكنان لكل ركلة جزاء هما : يسجل هدفاً **(G)** و لا يسجل هدف **(O)** .

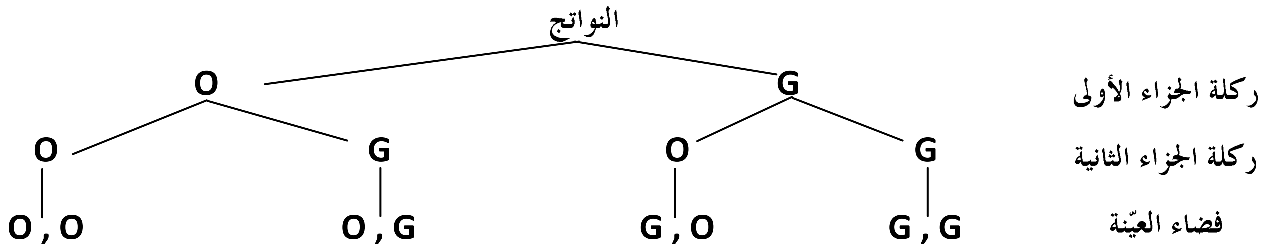
القائمة المنظمة : اكتبي أزواج النواتج الممكنة .

G , G
G , O
O , G
O , O

الجدول : دوّني نواتج رمي ركلة الجزاء الأولى في العمود الأيمن ، ونواتج رمي ركلة الجزاء الثانية في الصف العلوي .

النواتج	يسجل هدفاً (G)	لا يسجل هدف (O)
يسجل هدفاً (G)	G , G	G , O
لا يسجل هدف (O)	O , G	O , O

الرسم الشجري :



2) سحب سمير بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها :
(عصير مجاني J) أو (دفتر ملحوظات مجاني) .

الحل : هنالك ناتجان ممكنان لكل عملية سحب هما : بطاقة كتب عليها عصير مجاني **(J)** و بطاقة كتب عليها دفتر ملحوظات مجاني **(N)** .

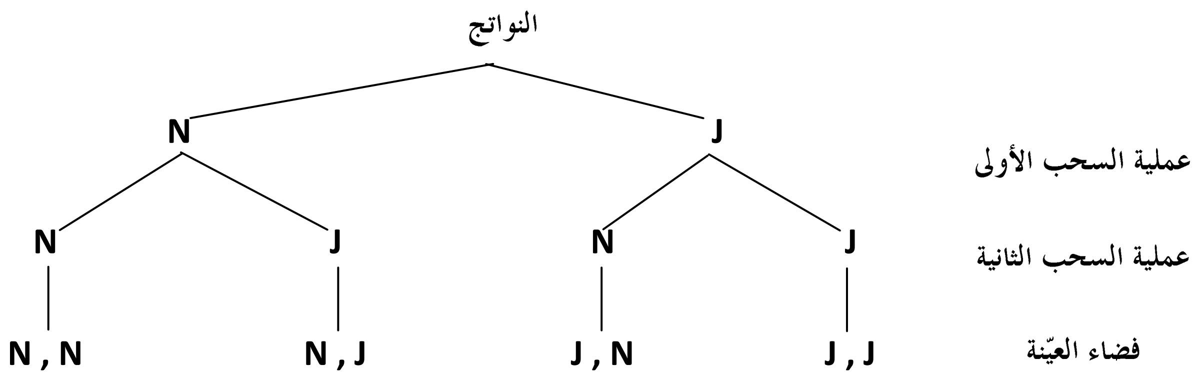
القائمة المنظمة : اكتبي أزواج النواتج الممكنة .

J , J
J , N
N , J
N , N

الجدول : دوّني نواتج عملية السحب الأولى في العمود الأيمن ، ونواتج عملية السحب الثانية في الصف العلوي .

النواتج	بطاقة كتب عليها عصير مجاني (J)	بطاقة كتب عليها دفتر ملحوظات مجاني (N)
بطاقة كتب عليها عصير مجاني (J)	J , J	J , N
بطاقة كتب عليها دفتر ملحوظات مجاني (N)	N , J	N , N

الرسم الشجري :



3)ملابس : تريد سمر حضور حفلة ، وعليها أن تختار ما ترتديه في الحفلة من القائمة المجاورة . مثّلي فضاء العيِّنة في هذا الموقف بالرسم الشجري .

الحل : يتكون فضاء العيِّنة من :

- لون البلوزة (Y : أصفر ، G : أخضر ، P : وردي) .
- لون التنورة (B : أسود ، O : أزرق) .
- ساعة (W : ساعة ، NW : بدون ساعة) .
- عقد (H : عقد ، N H : بدون عقد) .

الرسم الشجري :

النواتج	لون البلوزة	لون التنورة	ساعة	عقد	فضاء العينة
	Y	B	W	H	Y,B, W, H
				N H	Y,B, W,N H
			NW	H	Y,B,NW, H
				N H	Y,B,NW,N H
		O	W	H	Y,O, W, H
				N H	Y, O, W,N H
			NW	H	Y, O,NW, H
				N H	Y,L,NW,N H
	G	B	W	H	G,B, W, H
				N H	G,B, W,N H
			NW	H	G,B,NW, H
				N H	G,B,NW,N H
		O	W	H	G, O, W, H
				N H	G, O, W,N H
			NW	H	G, O,NW, H
				N H	G, O,NW,N H
	P	B	W	H	P,B, W, H
				N H	P,B, W,N H
			NW	H	P,B,NW, H
				N H	P,B,NW,N H
		O	W	H	P, O, W, H
				N H	P, O, W,N H
			NW	H	P, O,NW, H
				N H	P, O,NW,N H

قائمة المأكولات	عدد البدائل
المقبلات	8
الحساء	4
السلطة	6
الطبق الرئيس	12
الحلوى	9

4) عُرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور ، وكل صنف منها يحتوي على عدد من الأنواع .
افرضي أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع فما عدد النواتج الممكنة ؟

الحل :

نستعمل مبدأ العد الأساسي .

الحلوى		الطبق الرئيس		السلطة		الحساء		المقبلات

$$20736 = 9 \times 12 \times 6 \times 4 \times 8$$

إذن ، هناك **20736** خياراً لاختيار طبق واحد من كل صنف و نوع .

	الواجب المنزلي	
الباقة الأولى	كتاب الطالبة : **9,11**	كتاب التمارين : **1,4**
الباقة الثانية	كتاب الطالبة : **10,13**	كتاب التمارين : **2,5**
الباقة الثالثة	كتاب الطالبة : **10,14**	كتاب التمارين : **3,6**

تحقق من فهمك

1) تصوير : ارجعي إلى فقرة " لماذا؟ " . ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة ، وأن يقف فراس في أقصى يمينها ؟

الحل :

الخطوة 1 : أوجدي عدد نواتج فضاء العيِّنة . و هو عدد التباديل الممكنة ويساوي **4!**

الخطوة 2 : أوجدي عدد النواتج التي يتكون منها الحدث . و هو عدد التباديل الممكنة ويساوي **2! = (4 – 2)!**

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

$\frac{2!}{4!}$ = P (علي أقصى يمينها و فراس أقصى يسارها) $\rightarrow \frac{\text{عدد النواتج المكونة للحدث}}{\text{عدد النواتج}}$

$= \frac{2!}{4 \cdot 3 \cdot 2!}$ بإيجاد مفكوك **4!** والقسمة على العوامل المشتركة

$= \frac{1}{12}$ بالتبسيط

تحقق من فهمك

2) تستعمل الأرقام 9 - 1 دون تكرار ؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل .

A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة ؟

الحل :

عدد النواتج الممكنة في فضاء العيِّنة يساوي عدد تباديل 9 أرقام أخذ منها 8 في كل مرة ، أي $_9P_8$

$$_9P_8 = \frac{9!}{(9-8)!} = \frac{9!}{1!} = \frac{9!}{1} = 9! = 362880$$

B) اختيرت بطاقة جامعية عشوائيّاً ، ما احتمال أن تحمل الرقم 42135976 ؟

الحل : عدد نواتج الحدث يساوي **1** ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط .

لذا ، فإن احتمال أن تحمل الرقم **42135976** ، يساوي $\frac{1}{362880}$

تحقق من فهمك

3) أرقام هواتف : ما احتمال أن يكون 55652113 رقماً لهاتف مكوّن من 8 أرقام هي 3 , 5 , 1 , 2 , 5 , 6 , 1 , 5 ؟

الحل :

الخطوة 1 : هناك **8** أرقام يتكرر فيها الرقم **1** مرتين ، والرقم **5** ثلاث مرات .ولذا ؛ فإن عدد التباديل المتمايزة لهذه الأرقام هو :

$$\frac{8!}{2!\,.3!} = \frac{40320}{2\,.\,6} = \frac{40320}{12} = 3360$$ وذلك باستعمال الآلة الحاسبة .

الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي **1** ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط .

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

$$P\,(\text{أن يكون 55652113 رقماً لهاتف}) = \frac{1}{3360} \longleftarrow \frac{\text{عددالمولكيةالحدث}}{\text{عدد النواتج}}$$

تحقق من فهمك

4) كرة قدم : تجمَّع فريق كرة قدم مكوَّن من 11 لاعباً على شكل حلقة يتشاورون قبل بداية المباراة .

A) ما احتمال أن يقف قلب الهجوم إلى يمين حارس المرمى مباشرة ، إذا تجمّع الفريق بشكل عشوائي ؟ وضّحي تبريركِ .

الحل :

الخطوة 1 : بما أنه لا توجد نقطة مرجع ثابتة ، فإن هذا تبديل دائري . لذا يوجد! (1 – 11) أو ! 10 من التباديل المتمايزة للاعبين .

الخطوة 2 : عدد النواتج التي يتكون منها الحدث المطلوب يساوي عدد تباديل اللاعبين التسعة الآخرين في التجمع و هذا يساوي! 9 .

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

لذا فإن احتمال أن يقف قلب الهجوم إلى يمين حارس المرمى مباشرة يساوي :

$$P\,(\text{أن يقف قلب هجوم إلى يمين حارس المرمى}) = \frac{9!}{10!} = \frac{9\,!}{10\,.\,9!} = \frac{1}{10} \longleftarrow \frac{\text{عددالمولكيةالحدث}}{\text{عدد النواتج}}$$

B) إذا وقف حكم المباراة تماماً خلف أحدهم ، فما احتمال وقوف الحكم خلف حارس المرمى ؟ وضّحي تبريركِ .

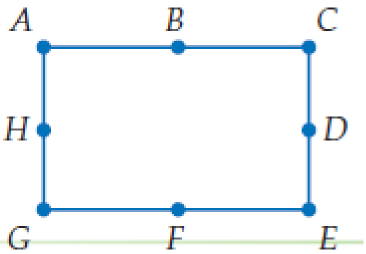
الحل :

الخطوة 1 : بما أن اللاعبين يقفون حسب نقطة مرجع ثابتة فإن هذا تبديل خطي . لذا يوجد!11 طريقة يقف بها اللاعبين .

الخطوة 2 : عدد النواتج التي يتكون منها الحدث المطلوب يساوي عدد تباديل اللاعبين العشرة الآخرين في التجمع و هذا يساوي! 10 .

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

$$P\,(\text{أن يقف الحكم خلف حارس المرمى}) = \frac{10!}{11!} = \frac{10\,!}{11\,.10\,!} = \frac{1}{11} \longleftarrow \frac{\text{عددالمولكيةالحدث}}{\text{عدد النواتج}}$$



تحقق من فهمك

5) هندسة : إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائيّاً من النقاط المسماة على المستطيل في الشكل المجاور ، فما احتمال أن تقع النقاط الثلاث على قطعة مستقيمة واحدة ؟

الحل :

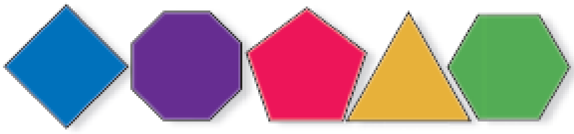
الخطوة 1 : بما أن ترتيب اختيار النقاط ليس مهمّاً ، فإن عدد النواتج الممكنة في فضاء العيّنة يساوي عدد توافيق8 مأخوذة 3 في كل مرة أي ${}_8C_3$.

$${}_8C_3 = \frac{8!}{(8-3)!\,3!} = \frac{8!}{5!\,.\,3!} = \frac{8\,.\,7\,.\,6\,.\,5!}{5!\,.\,3\,.\,2\,.1} = \frac{56}{1} = 56$$

الخطوة 2 : عدد النواتج التي يتكون فيها الحدث ، وفي هذه الحالة يساوي 4 .

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

$$P\,(\text{أن تقع النقاط الثلاث على قطعة مستقيمة واحدة}) = \frac{4}{56} = \frac{1}{14} \longleftarrow \frac{\text{عددالمولكيةالحدث}}{\text{عدد النواتج}}$$



تأكد

1) هندسة : إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صف من اليمين إلى اليسار ، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني ؟

الحل :

الخطوة 1 : أوجدي عدد نواتج فضاء العيِّنة . و هو عدد التباديل الممكنة ويساوي !5

الخطوة 2 : أوجدي عدد النواتج التي يتكون منها الحدث . و هو عدد التباديل الممكنة ويساوي $3! = (5-2)!$

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

$\frac{3!}{5!}$ = P (المثلث هو الأول و المربع هو الثاني) ← $\frac{\text{عدد النواتج المكونة للحدث}}{\text{عدد النواتج}}$

$\frac{3!}{5 \,.\, 4 \,.\, 3!}$ = بإيجاد مفكوك !5 والقسمة على العوامل المشتركة

$\frac{1}{20}$ = بالتبسيط

2) معرض علمي : تعرض جماعة النادي العلمي البالغ عدد أفرادها 15 طالباً في مدرسة ثانوية تجارب علمية ، إذا اختير ثلاثة طلاب من الجماعة عشوائيّاً . فما احتمال أن يتم اختيار عبد المجيد للإشراف على تجارب الفيزياء ، وزيد للإشراف على تجارب الكيمياء ، ومحمود للإشراف على تجارب الأحياء ؟

الحل :

الخطوة 1 : عدد النواتج الممكنة في فضاء العيِّنة يساوي عدد تباديل 15 أرقام أخذ منها 3 في كل مرة ، أي ${}_{15}P_3$

$${}_{15}P_3 = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15!}{12!} = \frac{15 \,.\, 14 \,.\, 13 \,.\, 12!}{12!} = 2730$$

الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي 1 ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط .

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

$\frac{1}{2730}$ = P (عبدالمجيد للفيزياء و زيد للكيمياء و محمود للأحياء) ← $\frac{\text{عدد النواتج المكونة للحدث}}{\text{عدد النواتج}}$

3) أعداد : يتكون عدد من الأرقام 1 , 3 , 3 , 3 , 6 , 6 , 5. ما احتمال أن يكون هذا العدد 5663133 ؟

الحل :

الخطوة 1 : هناك 7 أرقام يتكرر فيها الرقم 3 ثلاث مرات ، والرقم 6 مرتين .ولذا ؛ فإن عدد التباديل المتمايزة لهذه الأرقام هو :

$\frac{7!}{3! \,.\, 2!} = \frac{5040}{6 \,.\, 2} = \frac{5040}{12} = 420$ وذلك باستعمال الآلة الحاسبة .

الخطوة 2 : عدد نواتج الحدث يساوي 1 ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط .

الخطوة 3 : احسبي الاحتمال .

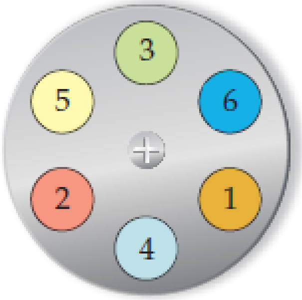
$\frac{1}{420}$ = P (أن يكون العدد 5663133) ← $\frac{\text{عدد النواتج المكونة للحدث}}{\text{عدد النواتج}}$

4) كيمياء : في معمل الكيمياء طُلب إليك اختيار ست عينات رُتبت عشوائيّاً على منضدة دائرية .

a) ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور ؟

الحل :

الخطوة **1** : بما أنه لا توجد نقطة مرجع ثابتة ، فإن هذا تبديل دائري . لذا يوجد **!(1-6)** أو **!5** من التباديل المختلفة لهذه القطع .



الخطوة **2** : عدد نواتج الحدث يساوي **1** ؛ لأن هناك ترتيباً واحداً فقط .

الخطوة **3** : احسبي الاحتمال .

$\frac{1}{120} = \frac{1}{5!} =$ **P (** ظهور الترتب المبين في الشكل المجاور **)** $\rightarrow$ عددالمولكجة الحدث / عدد النواتج

b) ما احتمال أن تكون العينة 2 في الوسط في المكان المشار إليه بسهم على الرسم ؟

الحل :

الخطوة **1** : بما أنه توجد نقطة مرجع ثابتة ، فإن هذا تبديل خطي . لذا يوجد **!6** من التباديل المختلفة لهذه القطع .

الخطوة **2** : عدد نواتج الحدث يساوي عدد تباديل العينات الخمس الأخرى وهذا يساوي **!5**.

الخطوة **3** : احسبي الاحتمال .

$\frac{1}{6} = \frac{5\,!}{6\,.\,5\,!} = \frac{5\,!}{6\,!} =$ **P (** أن تكون العينة **2** في الوسط في المكان المشار إليه بسهم على الرسم **)** $\rightarrow$ عددالمولكجة الحدث / عدد النواتج

5) مسابقات : اشترك 15 طالباً من الصف الثاني الثانوي في مسابقة ثقافية . إذا اختير منهم 4 طلاب عشوائيّاً ، فما احتمال أن يكونوا: ماجد و عبد العزيز وخالد و فوزي ؟

الحل :

الخطوة **1** : بما أن ترتيب اختيار الطلاب ليس مهمّاً ، فإن عدد النواتج الممكنة في فضاء العيّنة يساوي عدد توافيق **15** مأخوذة **4** في كل مرة أي $_{15}C_4$.

$$_{15}C_4 = \frac{15!}{(15-4)!\,4!} = \frac{15!}{11!\,.\,4!} = \frac{15\,.\,14\,.\,13\,.\,12\,.\,11!}{11!\,.\,4\,.\,3\,.\,2\,.\,1} = \frac{32760}{24} = 1365$$

الخطوة **2** : عدد النواتج التي يتكون فيها الحدث ، وفي هذه الحالة يساوي $_4C_4 = 1$.

الخطوة **3** : احسبي الاحتمال .

$\frac{1}{1365} =$ **P (** أن يكونوا ماجد وعبدالعزيز و خالد وفوزي **)** $\rightarrow$ عددالمولكجة الحدث / عدد النواتج

	الواجب المنزلي	
الباقة الأولى	كتاب الطالبة : **6,8,11**	كتاب التمارين: **2,7**
الباقة الثانية	كتاب الطالبة : **7,8,12**	كتاب التمارين : **3,7**
الباقة الثالثة	كتاب الطالبة : **8,9,14**	كتاب التمارين : **1,5**

تحقق من فهمك

إذا اخترت النقطة X عشوائيّاً على $\overline{JM}$ ، فأوجدي قيمة كل مما يأتي :

1A) P (تقع X على $\overline{LM}$)

الحل :

$P($ تقع X على $\overline{LM}) = \frac{LM}{JM}$ احتمال الطول

$= \frac{4}{14}$

$= \frac{2}{7}$

≈ 0.286

$\approx 28.6\ \%$

1B) P (تقع X على $\overline{KM}$)

الحل :

$P($ تقع X على $\overline{KM}) = \frac{KM}{JM}$ احتمال الطول

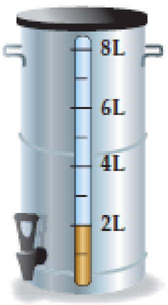
$= \frac{11}{14}$

≈ 0.786

$\approx 78.6\ \%$

تحقق من فهمك

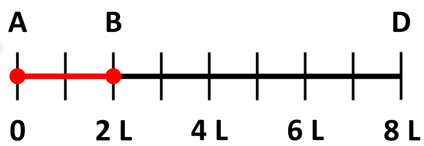
2) شاي : يُحضر مطعم الشاي في وعاء سعته 8 L ، وعندما ينخفض مستوى الشاي في الوعاء عن 2 L يصبح تركيز الشاي كبيراً و يختلف طعمه .



A) إذا حاول شخص ملء كأس من الشاي ، فما احتمال أن يكون مستوى الشاي في الوعاء تحت مستوى 2 L ؟

الحل :

يمكن تمثيل الموقف باستعمال خط الأعداد . و تمثل سعة الوعاء بالقطعة المستقيمة AD على خط الأعداد . ويمثل مستوى الشاي في الوعاء تحت مستوى 2 L بالقطعة المستقيمة AB على خط الأعداد .



نوجد احتمال هذه الحادثة .

$P($ مستوى الشاي في الوعاء تحت مستوى $2\ L) = \frac{AB}{AD}$ احتمال الطول

$= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

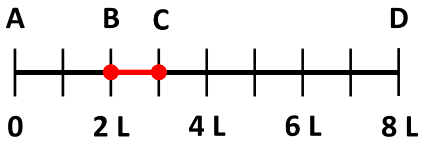
$= 0.25$

$= 25\ \%$

B) ما احتمال أن يكون مستوى الشاي في الوعاء في أي وقت بين 2 L و 3 L ؟

الحل :

يمكن تمثيل الموقف باستعمال خط الأعداد . و تمثل سعة الوعاء بالقطعة المستقيمة AD على خط الأعداد . ويمثل مستوى الشاي في الوعاء في أي وقت بين 2 L و 3 L بالقطعة المستقيمة BC على خط الأعداد .



نوجد احتمال هذه الحادثة .

احتمال الطول P (مستوى الشاي في الوعاء بين 2 L و 3 L) = $\frac{BC}{AD}$

$= \frac{1}{8}$

$= 0.125$

$= 12.5\ \%$

تحقق من فهمك

3) الهبوط بالمظلات : أوجدي كلاًّ مما يأتي بالاعتماد على المثال السابق .

A) P (أن يهبط المظلي في المنطقة الزرقاء)

الحل :

نجد نسبة مساحة الدائرة الزرقاء إلى مساحة الهدف الكلي ، نصف قطر الدائرة الزرقاء يساوي 3 m ، بينما نصف قطر الهدف الكلي يساوي 3 m .

احتمال المساحة P (أن يهبط المظلي في المنطقة الزرقاء) = $\frac{\text{مساحة الدائرة الزرقاء}}{\text{مساحة}}$

$= \frac{\pi\,(3)^2 - \pi\,(2)^2}{\pi\,(3)^2}$

$= \frac{5\,\pi}{9\,\pi}$

$= \frac{5}{9}$

≈ 0.555

$\approx 55.5\ \%$

B) P (أن يهبط المظلي في المنطقة البيضاء)

الحل :

نجد نسبة مساحة الدائرة البيضاء إلى مساحة الهدف الكلي ، نصف قطر الدائرة البيضاء يساوي 2 m ، بينما نصف قطر الهدف الكلي يساوي 3 m .

احتمال المساحة P (أن يهبط المظلي في المنطقة البيضاء) = $\frac{\text{مساحة الدائرة البيضاء}}{\text{مساحة}}$

$= \frac{\pi\,(2)^2 - \pi\,(1)^2}{\pi\,(3)^2}$

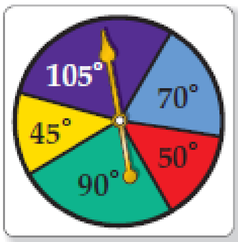
$= \frac{3\pi}{9\pi}$

$= \frac{1}{3}$

≈ 0.333

$\approx 33.3\ \%$

تحقق من فهمك



4) استعملي القرص ذا المؤشر الدوّار في الشكل المجاور لإيجاد كل مما يأتي :

4A) P (عدم استقرار المؤشر على اللون الأخضر)

الحل :

P (عدم استقرار المؤشر على اللون الأخضر) $= \frac{360-90}{360} = \frac{270}{360} = \frac{3}{4} = 75\ \%$

4B) P (استقرار المؤشر على اللون الأزرق)

الحل :

P (عدم استقرار المؤشر على اللون الأزرق) $= \frac{70}{360} = \frac{7}{36} \approx 19\ \%$

تأكد

إذا اخترت النقطة X عشوائيّاً على $\overline{AD}$ ، فأوجدي قيمة كل مما يأتي :

1) P (تقع X على $\overline{BD}$)

الحل :

احتمال الطول

P (تقع X على $\overline{BD}$) $= \frac{BD}{AD}$

$= \frac{5}{10}$

$= \frac{1}{2}$

$= 0.5$

$= 50\ \%$

2) P (تقع X على $\overline{BC}$)

الحل :

احتمال الطول

P (تقع X على $\overline{BC}$) $= \frac{BC}{AD}$

$= \frac{3}{10}$

$= 0.3$

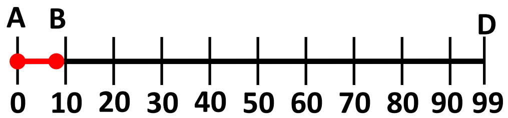
$= 30\ \%$

3) بطاقات : طبعت إدارة مدرسة بطاقات دعوة لحفل تخرج 20 طالبة مرقمة من 1 إلى 104 ، وأعطت كل طالبة 5 بطاقات . إذا لم تكن البطاقة رقم 104 مع الطالبة مروة ، فما احتمال أن تكون مع زميلتها زينب ، أو ضمن البطاقات التي لم توزع ؟

الحل :

يمكن تمثيل الموقف باستعمال خط الأعداد . بما أن البطاقة رقم 104 ليست مع الطالبة مروة ، فإن عدد البطاقات المتبقية يساوي :

$104 - 5 = 99$ ، تمثل أرقام البطاقات المتبقية بالقطعة المستقيمة AD على خط الأعداد . و تمثل أرقام البطاقات التي مع زينب أو البطاقات التي لم توزع بالقطعة المستقيمة AB على خط الأعداد وعددها $5 + 4 = 9$.



نوجد احتمال هذه الحادثة .

P (احتمال أن تكون البطاقة مع زميلتها زينب ، أو ضمن البطاقات التي لم توزع) $= \frac{9}{99}$ احتمال الطول

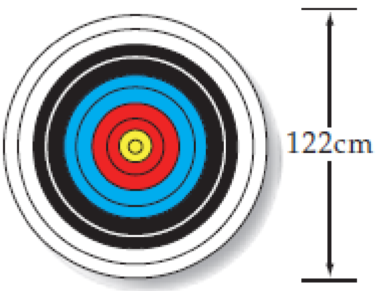
$= \frac{1}{11}$

$\approx 0.09 \approx 9\ \%$

4) لعبة السهام : يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز . أوجدي احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى .

الحل :

نجد نسبة مساحة الدائرة الصغرى إلى مساحة الهدف الكلي ، نصف قطر الدائرة الصغرى يساوي $\frac{12.2}{2} = 6.1\ cm$ ، بينما نصف قطر الهدف الكلي يساوي $\frac{122}{2} = 61\ cm$.



P (أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى) $= \frac{\text{مساحة الدائرة الصغرى}}{\text{مساحة الهدف}}$ احتمال المساحة

$= \frac{\pi\,(6.1)^2}{\pi\,(61)^2}$

$= \frac{37.21\,\pi}{3721\,\pi}$

$= \frac{1}{100}$

$= 0.01 = 1\ \%$

5) ضَلّ أحد طلبة الكشافة طريقه في غابة ، فوجّه بوصلته عشوائياً .
أوجدي احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) و الشمال الشرقي (NE) .

الحل :

P (أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) و الشمال الشرقي(NE)) $= \frac{45}{360} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\ \%$

	الواجب المنزلي	
الباقة الأولى	كتاب الطالب : 6,10,11,14,24	كتاب التمارين :1,6
الباقة الثانية	كتاب الطالب : 7,10,12,15,24	كتاب التمارين : 2,7
الباقة الثالثة	كتاب الطالب : 8,10,13,16,24	كتاب التمارين : 1,7

اليوم : الموضوع : اختبار منتصف الفصل الدروس 1-7 إلى 3-7. التاريخ : / / 1433هـ

الاسم : .... الصف : ....

عزيزتي الطالبة : اختاري تمرينين على كل درس من تمارين اختبار منتصف الدروس الموجودة في صفحة 127 ، ومن ثم أجيبي عليه .

ملاحظة : بإمكانكِ الإستعانة بمطويتكِ في الحل ..... وفقكِ الله .

اليوم : الموضوع : محاكاة مواقف واقعية . التاريخ : / / 1433هـ

تحقق من فهمك

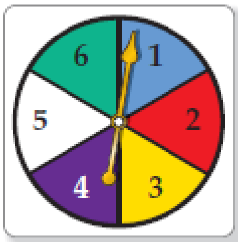
1) مطاعم : يرفق مطعم إحدى قطع لعبة مجزَّأة مع كأس العصير الكبيرة ، ويمنح الشخص الذي يجمع قطع اللعبة الست جميعها جائزة . صمِّمي محاكاة مستعملةً نموذجاً هندسيّاً يمكن استعماله لتقدير عدد كؤوس العصير الكبيرة التي يجب أن يشتريها شخص ليجمع قطع اللعبة جميعها .

الحل :

الخطوة 1 :

النواتج الممكنة	الاحتمال النظري
أن يحصل الشخص على القطعة رقم (1)	$\frac{1}{6}$
أن يحصل الشخص على القطعة رقم (2)	$\frac{1}{6}$
أن يحصل الشخص على القطعة رقم (3)	$\frac{1}{6}$
أن يحصل الشخص على القطعة رقم (4)	$\frac{1}{6}$
أن يحصل الشخص على القطعة رقم (5)	$\frac{1}{6}$
أن يحصل الشخص على القطعة رقم (6)	$\frac{1}{6}$

الخطوة 2 : نفترض أن لجميع القطع فرصاً متساوية لوضعها على كأس العصير الكبير ، وأن على كل كأس قطعة لعبة واحدة فقط .



الخطوة 3 : يمكن استعمال القرص ذي المؤشر الدوّار

بحيث يقسم إلى ستة قطاعات متطابقة مرقمة من 1 إلى 6 ؛

بحيث يكون قياس الزاوية المركزية لكل قطاع يساوي : $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

الخطوة 4 : ستتكون التجربة من تدوير المؤشر حتى يستقر على كل من القطاعات الستة ، و هذا يمثل عدد كؤوس العصير الكبيرة التي يتعين على الشخص أن يشتريها حتى يجمع قطع اللعبة الست .

تحقق من فهمك

2) كرة سلة : سجّل إسماعيل في الموسم السابق 18 % من رمياته الحرة أهدافاً . صمّمي محاكاة تستعمل فيها مولّد الأعداد العشوائية في الحاسبة البيانية ؛ لتقدير احتمال أن يسجل إسماعيل هدفاً في رميته الحرة التالية .

الحل :

الخطوة 1 :

النواتج الممكنة	الاحتمال النظري
يسجل إسماعيل هدفاً في الرمية الحرّة .	18 %
يخطئ إسماعيل في الرمية الحرّة .	% (100 – 18) ، أو 82 %

الخطوة 2 : نفرض أن المحاكاة مكوَّنة من 50 محاولة .

الخطوة 3 : نستعمل مولّد الأعداد العشوائية في الحاسبة البيانية لتوليد الأعداد من 1 إلى 50. و نعيّن الأرقام 9 – 1 تسجيل هدف من رمية حرّة ، و الأرقام 50 – 10 عدم تسجيل هدف .

الخطوة 4 : تمثّل المحاولة اختيار رمية حرّة و ملاحظة تسجيل هدف من رمية حرّة أو عدم التسجيل .

تحقق من فهمك

3) لون العيون : استعملي الحاسبة البيانية ونفذي المحاكاة في المثال 2 . ثم سّجلي النتائج باستعمال ملخصات عددية وبيانية ملائمة .

الحل :

نكوِّن جدولاً تكراريّاً ، ونسجل النتائج بعد 20 محاولة .

النتائج	الإشارات	التكرار
لون عيون الطالب بنيّة .	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\|\|\|\|$	9
لون عيون الطالب عسلية .	$\cancel{\|\|\|\|}$	5
لون عيون الطالب خضراء .	$\|\|$	2
لون عيون الطالب زرقاء .	$\|\|\|\|$	4
المجموع		20

بناءً على بيانات الجدول نحسب احتمال أن يكون لون عيني طالب اختير عشوائيّاً هو أحد الألوان المذكورة .

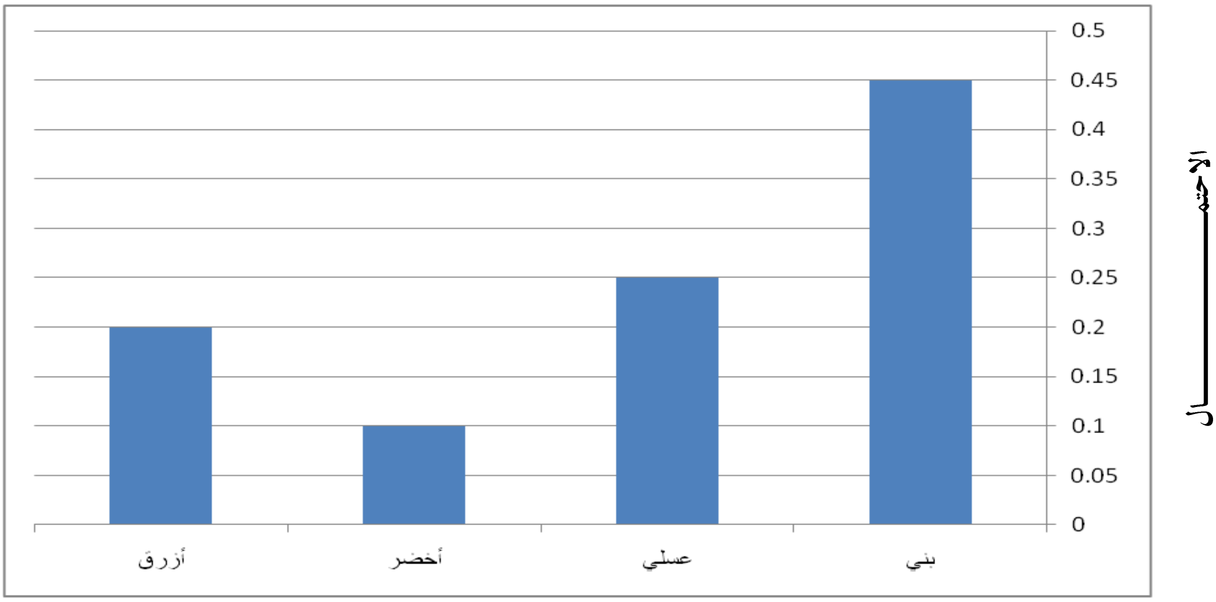
P (لون عيون الطالب بنيّة) $= \frac{9}{20} = 0.45 = 45\ \%$ الاحتمال التجريبي .

P (لون عيون الطالب عسلية) $= \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\ \%$ الاحتمال التجريبي .

P (لون عيون الطالب خضراء) $= \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0.1 = 10\ \%$ الاحتمال التجريبي .

P (لون عيون الطالب زرقاء) $= \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\ \%$ الاحتمال التجريبي .

نشئ أعمدة بيانية تمثل هذه النتائج .

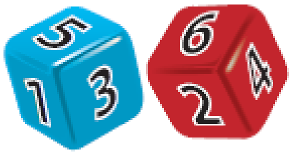


لون العيون

تحقق من فهمك

4) مكعبان مرقمان : افرضي أن المتغير العشوائي X يمثّل مجموع العددين الظاهرين على مكعبين مرقمين متمايزين عند إلقائهما مرة واحدة .

A) أوجدي القيمة المتوقعة E (X) .



الحل :

P (مجموع العددين يساوي 2) = $\frac{1}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 3) = $\frac{2}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 4) = $\frac{3}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 5) = $\frac{4}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 6) = $\frac{5}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 7) = $\frac{6}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 8) = $\frac{5}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 9) = $\frac{4}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 10) = $\frac{3}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 11) = $\frac{2}{36}$

P (مجموع العددين يساوي 12) = $\frac{1}{36}$

$$P(x) = 2\cdot\frac{1}{36} + 3\cdot\frac{2}{36} + 4\cdot\frac{3}{36} + 5\cdot\frac{4}{36} + 6\cdot\frac{5}{36} + 7\cdot\frac{6}{36} + 8\cdot\frac{5}{36} + 9\cdot\frac{4}{36} + 10\cdot\frac{3}{36} + 11\cdot\frac{2}{36} + 12\cdot\frac{1}{36}$$

$$P(x) = \frac{2}{36} + \frac{6}{36} + \frac{12}{36} + \frac{20}{36} + \frac{30}{36} + \frac{42}{36} + \frac{40}{36} + \frac{36}{36} + \frac{30}{36} + \frac{22}{36} + \frac{12}{36}$$

$$P(x) = \frac{252}{36}$$

$$P(x) = 7$$

B) صمّمي محاكاة لتقدير معدل القيم لهذه التجربة ونفذيها ، ثم قارني هذه القيمة بالقيمة المتوقعة التي وجدتيها في الجزء A ؟

الحل :

سوف نستعمل مولّد الأعداد العشوائية لتوليد أزواج من الأعداد من 6 – 1 . و سيمثّل كل عدد في المولّد العدد الظاهر على أحد المكعبين ، وسأجمع العددين الظاهرين على المكعبين ، وستتكون التجربة من 20 محاولة .

النتائج	التكرار
2	1
3	0
4	1
5	4
6	1
7	7

8	2
9	2
10	1
11	1
12	0

ويكون معدل قيم النتائج هو :

$$2\cdot\frac{1}{20}+3\cdot\frac{0}{20}+4\cdot\frac{1}{20}+5\cdot\frac{4}{20}+6\cdot\frac{1}{20}+7\cdot\frac{7}{20}+8\cdot\frac{2}{20}+9\cdot\frac{2}{20}+10\cdot\frac{1}{20}+11\cdot\frac{1}{20}+12\cdot\frac{0}{20}$$

$$=\frac{2}{20}+\frac{0}{20}+\frac{4}{20}+\frac{20}{20}+\frac{6}{20}+\frac{49}{20}+\frac{16}{20}+\frac{18}{20}+\frac{10}{20}+\frac{11}{20}+\frac{0}{20}$$

$$=\frac{136}{20}$$

$$=6.8$$

نلاحظ أن المعدل والقيمة المتوقعة متقاربان ، لكن المعدل أقل قليلاً من القيمة المتوقعة 7 .

تأكد

1) درجات طلاب : حصلت رباب على تقدير ممتاز في 80 % من اختبارات الرياضيات للفصل الأول . صمّمْي محاكاة باستعمال نموذج هندسي لتقدير احتمال حصولها على تقدير ممتاز في اختبار الرياضيات في الفصل الثاني ونفذيها . و سجلي النتائج باستعمال ملخصات عددية و بيانية ملائمة .

الحل :

الخطوة 1 :

النواتج الممكنة	الاحتمال النظري
أن تحصل رباب على تقدير ممتاز .	80 %
أن تحصل رباب على تقدير أقل من ممتاز .	(100 – 80) % ، أو 20 %

الخطوة 2 : نفرض أن المحاكاة مكوَّنة من 20 محاولة .

الخطوة 3 : يمكن استعمال القرص ذي المؤشر الدوّار بحيث يقسم إلى قطاعين ؛ أحدهما يشمل 80 % من مساحة القرص ، و الآخر 20 % .

ولعمل ذلك نوجد قياس الزاوية المركزية لكل قطاع .

تحصل رباب على تقدير ممتاز : 80 % من 360° تساوي : $\frac{80}{100}(360^\circ)=288^\circ$

تحصل رباب على تقدير أقل من ممتاز : 20 % من 360° تساوي : $\frac{20}{100}(360^\circ)=72^\circ$

الخطوة 4 : نجاح المحاولة يعني حصول رباب على تقدير ممتاز ، وفشلها يعني حصولها على تقدير أقل من ممتاز . و تتكون المحاكاة من 20 محاولة تمثل كل منها تدوير المؤشر مرة واحدة لكل اختبار ، وعند إجراء 20 محاولة في هذه المحاكاة ، يمكن التنبؤ بعدد المرات التي ستحصل فيها رباب على تقدير ممتاز .

نكوِّن جدولاً تكراريّاً ، ونسجل النتائج بعد 20 محاولة .

التكرار	الإشارات	النتائج
17	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ||	حصول رباب على تقدير ممتاز .
3	|||	حصول رباب على تقدير أقل من ممتاز .
20		المجموع

بناءً على بيانات الجدول نحسب احتمال أن تحصل رباب على تقدير ممتاز في اختبار الرياضيات في الفصل الثاني .

$85\ \% = 0.85 = \frac{17}{20} =$ (أن تحصل رباب على تقدير ممتاز) P الاحتمال التجريبي .

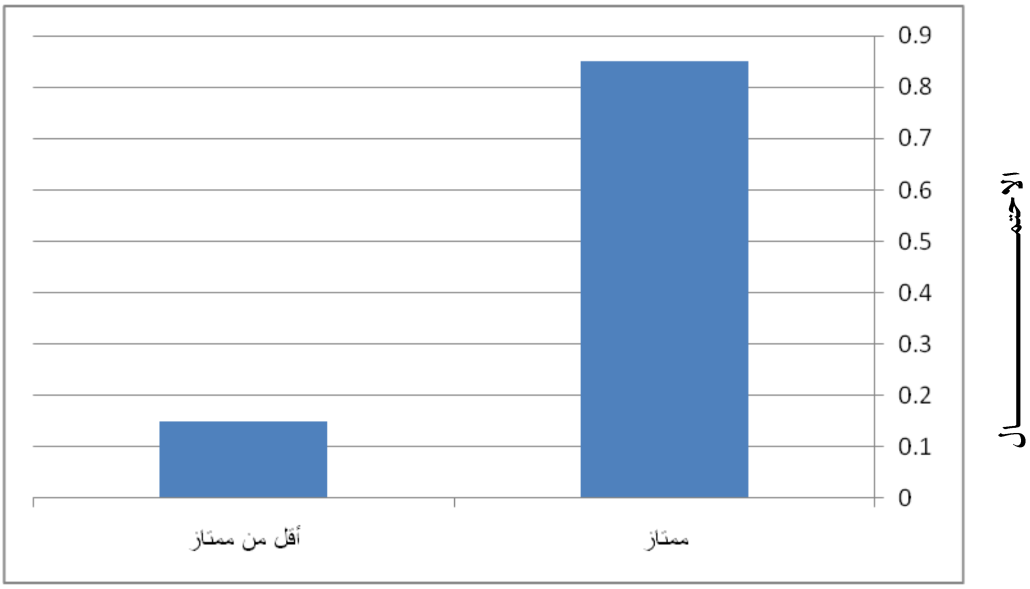
لذا فاحتمال أن تحصل رباب على تقدير ممتاز في اختبار الرياضيات في الفصل الثاني يساوي 0.85 أو 85 % و نلاحظ أن هذه النتيجة قريبة من الاحتمال النظري 80 % .

$15\ \% = 0.15 = \frac{3}{20} =$ (أن تحصل رباب على تقدير أقل من ممتاز) P الاحتمال التجريبي .

أو

$15\ \% = 0.15 = 1 - 0.85 =$ (أن تحصل رباب على تقدير أقل من ممتاز) P الاحتمال التجريبي .

ننشئ أعمدة بيانية تمثل هذه النتائج .



2) رياضة : يوضح الجدول المجاور النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربعة أنواع من الرياضة في أحد النوادي . صمّمي محاكاة لتقدير احتمال أن يمارس منتسب جديد للنادي كل نوع من أنواع الرياضة الأربعة ، ونفذيها ، وسجلي النتائج باستعمال ملخصات عددية و بيانية ملائمة .

الحل :

الخطوة 1 :

النسبة المئوية	نوع الرياضة
45%	تايكوندو
30%	يوجا
15%	سباحة
10%	ملاكمة

الاحتمال النظري	النواتج الممكنة
45 %	أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة التايكوندو .
30 %	أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة يوجا .

أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة سباحة .	15 %
أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة ملاكمة .	10 %

الخطوة 2 : نفرض أن المحاكاة مكوَّنة من 20 محاولة .

الخطوة 3 : نستعمل مولّد الأعداد العشوائية في الحاسبة البيانية لتوليد الأعداد من 1 إلى 20. و نعيّن الأرقام 9 – 1 حيث تمثل التايكوندو ، و الأرقام 15 – 10 حيث تمثل اليوجا ، و الأرقام 18 – 16 حيث تمثل السباحة ، و الأرقام 20 – 19 حيث تمثل الملاكمة .

الخطوة 4 : تمثّل المحاولة اختيار رياضة و تسجيل نوعها .

نكوّن جدولاّ تكراريّاً ، ونسجل النتائج بعد 20 محاولة .

النتائج	الإشارات	التكرار
أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة التايكوندو .	~~||||~~ ||||	9
أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة يوجا .	~~||||~~ ||	7
أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة سباحة .	|	1
أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة ملاكمة .	|||	3
المجموع		20

بناءً على بيانات الجدول نحسب احتمال أن يمارس المنتسب الجديد للنادي إحدى الرياضيات المذكورة .

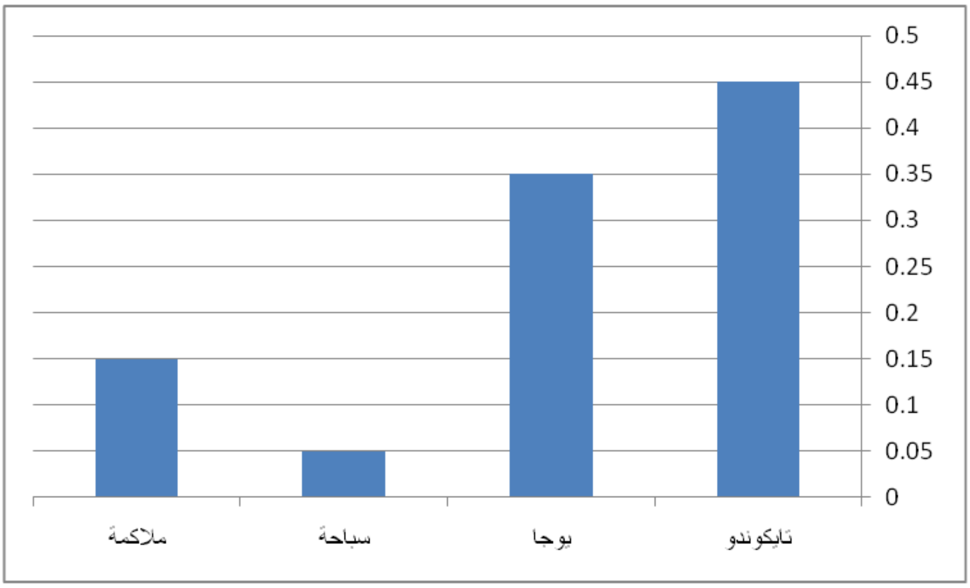
P (أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة التايكوندو) = $\frac{9}{20}$ = 0.45 = 45 % الاحتمال التجريبي .

P (أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة يوجا) = $\frac{7}{20}$ = 0.35= 35 % الاحتمال التجريبي .

P (أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة سباحة) = $\frac{1}{20}$ = 0.05 = 5 % الاحتمال التجريبي .

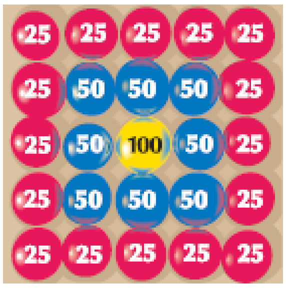
P (أن يمارس المنتسب الجديد للنادي رياضة ملاكمة) = $\frac{3}{20}$ = 0.15 = 15 % الاحتمال التجريبي .

نشئ أعمدة بيانية تمثل هذه النتائج .



الرياضة

3) مهرجان ألعاب : تهدف اللعبة المجاورة إلى جمع نقاط باستعمال السهم لفرقعة البالونات بافتراض أن كل سهم يصيب بالوناً .



a) احسبي القيمة المتوقعة لكل رمية سهم .

الحل :

$P($ بالون قيمته $100) = \frac{1}{25}$

$P($ بالون قيمته $50) = \frac{8}{25}$

$P($ بالون قيمته $25) = \frac{16}{25}$

$$P(x) = 100 \cdot \frac{1}{25} + 50 \cdot \frac{8}{25} + 25 \cdot \frac{16}{25}$$
$$P(x) = \frac{100}{25} + \frac{400}{25} + \frac{400}{25}$$
$$P(x) = \frac{900}{25}$$
$$P(x) = 36$$

b) صمّمي محاكاة ، ثم قدّري معدل القيم لهذه اللعبة .

الحل :

سوف نستعمل مولّد الأعداد العشوائية لتوليد الأعداد من 25 – 1 . و نعيّن الأرقام 16 – 1 حيث تمثل الحصول على 25 نقطة ، و الأرقام 24 – 17 حيث تمثل الحصول على 50 نقطة ، و الرقم 25 حيث تمثل الحصول على 100 نقطة ، وستتكون التجربة من 50 محاولة .

نسجل النتائج في جدول تكراري .

النتائج	التكرار
الحصول على 25 نقطة .	29
الحصول على 50 نقطة .	21
الحصول على 100 نقطة .	0

ويكون معدل قيم النتائج هو :

$$25 \cdot \frac{29}{50} + 50 \cdot \frac{21}{50} + 100 \cdot \frac{0}{50}$$
$$= \frac{725}{50} + \frac{1050}{50} + \frac{0}{50}$$
$$= \frac{1775}{50}$$
$$= 35.5$$

c) قارني بين معدل القيم و القيمة المتوقعة .

نلاحظ أن المعدل والقيمة المتوقعة متقاربان ، لكن المعدل أقل قليلاً من القيمة المتوقعة 36 .

	الواجب المنزلي	
الباقة الأولى	كتاب الطالبة : 4,6,9	كتاب التمارين: 1
الباقة الثانية	كتاب الطالبة : 5,7,10	كتاب التمارين : 2
الباقة الثالثة	كتاب الطالبة : 5,8,11	كتاب التمارين : 3

اليوم : الموضوع : احتمالات الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة . التاريخ : / / 1433هـ

تحقق من فهمك

حدّدي إذا كانت الحادثتان مستقلتين أم غير مستقلتين في كل مما يأتي ، و وضّحي إجابتكِ :

1A) سُحبت بطاقة من مجموعة بطاقات ، ثم أعيدت إلى المجموعة ، ثم سحبت بطاقة ثانية .

الحل :

بما أنه تم إعادة البطاقة التي تم سحبها في المرة الأولى إلى المجموعة مما يحافظ على عدد عناصر فضاء العيِّنة كما هو ، فإن الحادثتين مستقلتان .

1B) إلقاء قطعة نقد مرة واحدة ، ثم رمي مكعب مرقم مرة واحدة أيضاً .

الحل :

إن احتمال ناتج تجربة إلقاء قطعة نقد مرة واحدة لا يؤثر بأي حال من الأحوال في احتمال ناتج تجربة إلقاء مكعب مرقم مرة واحدة ، لذا ؛ تكون الحادثتان مستقلتين .

تحقق من فهمك

2A) إذا أُلقيت قطعة نقد و رُمي مكعب مرقم مرة واحدة . فما احتمال ظهور الشعار و العدد 6 ؟

الحل :

هاتان حادثتان مستقلتان .

نفرض أن A يمثّل ظهور الشعار و أن B يمثّل ظهور العدد 6 ، فيكون المطلوب هو $P(A \text{ و } B)$

$P(A \text{ و } B) = P(A) \cdot P(B)$ احتمال الحادثتين المستقلتين

$$P(A \text{ و } B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \approx 8\,\%$$

لذا ؛ فاحتمال ظهور الشعار و العدد 6 يساوي $\frac{1}{12}$ أو $8\,\%$ تقريباً .

1B) إذا أُلقيت قطعة نقد أربع مرات متتالية . فما احتمال الحصول على كتابة أربع مرات ؟

الحل :

هذه حوادث مستقلة .

نفرض أن A يمثّل ظهور الكتابة و أن B يمثّل ظهور الشعار ، فيكون المطلوب هو $P(A \text{ و } A \text{ و } A \text{ و } A)$

$P(A \text{ و } A \text{ و } A \text{ و } A) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) \cdot P(A)$ احتمال الحوادث المستقلة

$$P(A \text{ و } A \text{ و } A \text{ و } A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} = 0.0625 = 6.25\,\%$$

لذا ؛ فاحتمال ظهور الكتابة أربع مرات يساوي $\frac{1}{16}$ أو $6.25\,\%$.

تحقق من فهمك

3) يحتوي صندوق على 52 بطاقة ، منها 13 بطاقة زرقاء مرقمة من 1 إلى 13 وبالمثل 13 بطاقة حمراء و 13 صفراء و 13 خضراء . ما احتمال سحب 3 بطاقات حمراء الواحدة تلو الأخرى إذا كان السحب دون إرجاع ؟

الحل :

هذه الحوادث غير مستقلة ؛ لأن السحب دون إرجاع .

P (A و A و A) = P (A) . P (A | A) . P (A | A | A) احتمال الحوادث غير المستقلة

$$= \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{1716}{132600} = \frac{11}{850} \approx 1.29\ \%$$

لذا ، فاحتمال سحب **3** بطاقات حمراء الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع يساوي $\frac{11}{850}$ أو **1.29 %** تقريباً .

تحقق : يمكنكِ استعمال الرسم الشجري مع الاحتمالات . وتُسمى شجرة الاحتمال . ولتوضيح هذه النتيجة . احسبي احتمال كل حادثة بسيطة في المرحلة الأولى والاحتمال المشروط في المرحلة الثانية ، والاحتمال المشروط في المرحلة الثالثة ، ثم اضربي على طول كل فرع من الشجرة لإيجاد احتمال كل ناتج .

تحقق من فهمك

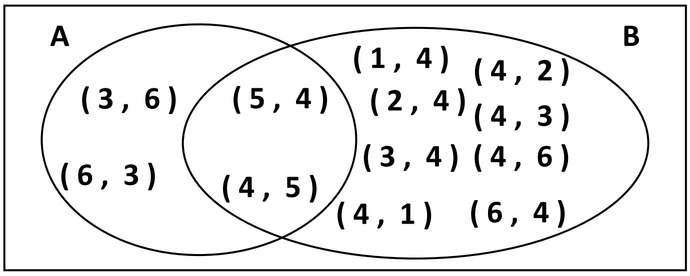
4) عند رمي مكعبين متمايزين مرة واحدة ، ما احتمال أن يظهر العدد 4 على أحدهما إذا كان مجموع العددين على الوجهين الظاهرين يساوي 9 ؟

A	$\frac{1}{6}$	B	$\frac{1}{4}$	C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{1}{2}$

الحل :

نفرض أن **A** حادثة كون مجموع العددين على الوجهين الظاهرين يساوي **9** . وأن **B** حادثة ظهور العدد **4** على أحد المكعبين .

نرسم شكل فن لتمثيل هذا الموقف . يوجد أربعة أزواج مرتبة في فضاء العيِّنة ، و اثنان منها يظهر العدد **4** على أحدهما وفي نفس الوقت مجموع العددين يساوي **9**



لذا ؛ فإن $\mathbf{P (B \mid A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}}$. و الإجابة الصحيحة هي **D** .

تأكد

حدّدي إذا كانت الحادثتان في السؤالين (1 , 2) مستقلتين أم غير مستقلتين ، و وضّحي إجابتكِ :

1) وصل فريق مدرسة في كرة السلة إلى الدور قبل النهائي ، وإذا ربح فسيلعب في مباراة البطولة .

الحل :

إذا ربح الفريق فإنه سيلعب في مباراة البطولة ، وإذا لم يربح فإنه لن يلعب في مباراة البطولة ، لذا ؛ فإن الحادثتين غير مستقلتين .

2) نجاح عبدالعزيز في اختبار الرياضيات يوم الأحد ، ونجاحه في اختبار الفيزياء يوم الخميس .

الحل :

إن احتمال نجاح عبدالعزيز في اختبار الرياضيات يوم الأحد لا يؤثر بأي حال من الأحوال في احتمال نجاحه في اختبار الفيزياء يوم الخميس ، لذا ؛ تكون الحادثتان مستقلتين .

3) بطاقات : يحتوي صندوق على 52 بطاقة مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : الأحمر ، و الأسود ، و الأخضر ، و الأزرق ، ورقمت بطاقات كل لون من 1 إلى 13 . سحبت بطاقة واحدة عشوائيّاً من الصندوق ، ثم أعيدت إليه ، وبعد ذلك سحبت ثانية . م احتمال اختيار بطاقتين إحداهما حمراء تحمل الرقم 5 ، و الأخرى سوداء تحمل الرقم 4 ؟

الحل :

هاتان حادثتان مستقلتان .

نفرض أن A يمثّل حادثة اختيار بطاقة حمراء تحمل الرقم 5 و أن B يمثّل حادثة اختيار بطاقة سوداء تحمل الرقم 4 ، فيكون المطلوب هو :

احتمال أن تكون البطاقة الأولى حمراء تحمل الرقم 5 والبطاقة الثانية سوداء تحمل الرقم 4 ، أي : P (A وَ B)

P (A وَ B) = P (A) . P (B)   احتمال الحادثتين المستقلتين

$$P(A \text{ وَ } B) = \frac{1}{52} \cdot \frac{1}{52} = \frac{1}{2704}$$

أو

احتمال أن تكون البطاقة الأولى سوداء تحمل الرقم 5 والبطاقة الثانية حمراء تحمل الرقم 5، أي : P (B وَ A)

P (B وَ A) = P (B) . P (A)   احتمال الحادثتين المستقلتين

$$P(B \text{ وَ } A) = \frac{1}{52} \cdot \frac{1}{52} = \frac{1}{2704}$$

لذا ؛ فاحتمال اختيار بطاقتين إحداهما حمراء تحمل الرقم 5 و الأخرى سوداء تحمل الرقم 4 يساوي :

$$\frac{1}{2704} + \frac{1}{2704} = \frac{2}{2704} = \frac{1}{1352} \approx 0.074\ \%$$

4) وسائل نقل : يريد عبد السلام شراء سلعة ثمنها 20 ريالاً . فإذا كان في جيبه 3 أوراق نقدية من فئة 5 ريالات ، و 7 أوراق من فئة 10 ريالات ، فأوجدي احتمال أن يسحب عشوائيّاً ورقتين على التوالي من فئة 5 ريالات على فرض أن فرص حصول الحوادث متساوية .

الحل :

هذه الحوادث غير مستقلة ؛ لأن السحب دون إرجاع .

P (A وَ A) = P (A) . P (A | A)   احتمال الحادثتان غير المستقلتين .

$= \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} \approx 0.07 \approx 7\ \%$

لذا ، فاحتمال سحب ورقتين على التوالي من فئة 5 ريالات يساوي $\frac{1}{15}$ أو 7 % تقريباً .

تحقق : يمكنكِ استعمال الرسم الشجري مع الاحتمالات . وتُسمى شجرة الاحتمال . ولتوضيح هذه النتيجة . احسبي احتمال كل حادثة بسيطة في المرحلة الأولى والاحتمال المشروط في المرحلة الثانية ، ثم اضربي على طول كل فرع من الشجرة لإيجاد احتمال كل ناتج .

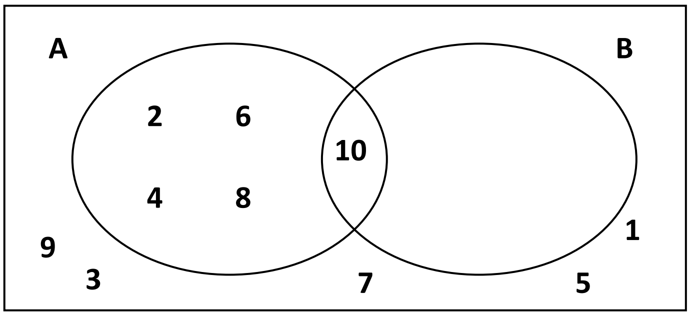
$\frac{3}{10}$ A	$\frac{2}{9}$ A	$P(A \text{ و } A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$
	$\frac{7}{9}$ B	$P(A \text{ و } B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{21}{90}$
$\frac{7}{10}$ B	$\frac{3}{9}$ A	$P(B \text{ و } A) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$
	$\frac{6}{9}$ B	$P(B \text{ و } B) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90}$
يجب أن يكون مجموع الاحتمالات 1		$\frac{6}{90} + \frac{21}{90} + \frac{21}{90} + \frac{42}{90} = \frac{90}{90} = 1$ ✓

5) أصدقاء : يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة القدم ، ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائيّاً ، ويشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B . ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10 ؟

الحل :

نفرض أن A حادثة سحب عدد زوجي . وأن B حادثة سحب العدد 10.

نرسم شكل فن لتمثيل هذا الموقف . يوجد خمسة أعداد زوجية في فضاء العيِّنة ، و واحد منها هو 10 .



لذا ؛ فإن $P(B \mid A) = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\ \%$.

طريقة أخرى : $P(B \mid A) = \frac{P(A \text{ و } B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{5}{10}} = \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{5} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\ \%$

	الواجب المترلي	
الباقة الأولى	كتاب الطالبة : 6,12,18	كتاب التمارين :1,3
الباقة الثانية	كتاب الطالبة : 7,13,18	كتاب التمارين : 2,4
الباقة الثالثة	كتاب الطالبة : 8,14,18	كتاب التمارين : 2,5

تحقق من فهمك

حدِّدي إذا كانت الحادثتان متنافيتين أم غير متنافيتين في كل مما يأتي ، وبرري إجابتكِ :

1A) اختيار عدد عشوائيّاً من الأعداد من 1 إلى 100 و الحصول على عدد يقبل القسمة على 5 أو عدد يقبل القسمة على 10 .

الحل :

هاتان الحادثتان غير متنافيتين ؛ لأن بينهما نواتج مشتركة ، إذا يمكن الحصول على عدد يقبل القسمة على 5 و يقبل القسمة على 10 في الوقت نفسه ، فالعدد 50 مثلاً يقبل القسمة على 5 و يقبل القسمة على 10 في الوقت نفسه .

1B) الحصول على المجموع 6 أو المجموع 7 ، عند رمي مكعبين مرقمين متمايزين مرة واحدة .

الحل :

هاتان الحادثتان متنافيتين ؛ لأنه ليس بينهما نواتج مشتركة ، إذا لا يمكن الحصول على المجموع 6 أو المجموع 7 في آن واحد .

تحقق من فهمك

2A) رُمي مكعبان مرقمان متمايزان مرة واحدة . ما احتمال أن يظهر العدد نفسه على كل من وجهي المكعبين أو أن يكون مجموع العددين 9 ؟

الحل :

هاتان الحادثتان متنافيتين ؛ لأنه ليس بينهما نواتج مشتركة ، إذا لا يمكن أن يظهر العدد نفسه على كل من وجهي المكعبين أو أن يكون مجموع العددين 9 في آن واحد .

نفرض أن الحادثة A تمثل أن يظهر العدد نفسه على كل من وجهي المكعبين ، و نفرض أن الحادثة B تمثل أن يكون مجموع العددين 9 .

$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B)$ احتمال الحادثتان المتنافيتين .

$$= \frac{6}{36} + \frac{4}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \approx 28\,\%$$

لذا ؛ فإن احتمال أن يظهر العدد نفسه على كل من وجهي المكعبين أو أن يكون مجموع العددين 9 يساوي $\frac{5}{18}$ ، ويساوي 28 % تقريباً .

2B) ألعاب : إذا ربح طالب في مسابقة إلقاء الشعر في احتفال المدرسة باليوم الوطني للمملكة فسيُمنح جائزة . إذا اختيرت الجائزة عشوائيّاً من بين 15 محفظة و 16 ساعة و 14 نظارة و 25 قلماً و 10 كرات ، فما احتمال أن يُمنح الفائز محفظة أو ساعة أو كرة ؟

الحل :

هذه الحوادث متنافية ؛ لأنه ليس بينهم نواتج مشتركة ، إذا لا يمكن أن يُمنح الفائز محفظة أو ساعة أو كرة في آن واحد .

نفرض أن الحادثة A تمثل أن يُمنح الفائز محفظة ، و نفرض أن الحادثة B تمثل أن يُمنح الفائز ساعة ، و نفرض أن الحادثة C تمثل أن يُمنح الفائز كرة.

$P(A \text{ أو } B \text{ أو } C) = P(A) + P(B) + P(C)$ احتمال الحوادث المتنافية .

$$= \frac{15}{80} + \frac{16}{80} + \frac{10}{80} = \frac{41}{80} \approx 51\ \%$$

لذا ؛ فإن احتمال أن يُمنح الفائز محفظة أو ساعة أو كرة يساوي $\frac{41}{80}$ ، ويساوي **51 %** تقريباً .

تحقق من فهمك

3) مجموعة بطاقات عددها 52 ، مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية : الأحمر ، الأسود ، الأزرق ، الأصفر ، و رُقّمت بطاقات كل لون من 1 إلى 13 . ما احتمال سحب بطاقة تحمل الرقم 7 ، أو بطاقة حمراء من هذه المجموعة ؟

الحل :

هاتان الحادثتان غير متنافيتين ؛ لأنه بينهما نواتج مشتركة ، إذا يمكن أن سحب بطاقة تحمل الرقم 7 و تكون حمراء في آن واحد .

نفرض أن الحادثة **A** تمثل سحب بطاقة تحمل الرقم **7** ، و نفرض أن الحادثة **B** تمثل سحب بطاقة حمراء .

P (A أو B) = P (A) + P (B) - P (A و B) احتمال الحادثتان غير المتنافيتين .

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{17}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} \approx 31\ \%$$

لذا ؛ فإن احتمال سحب بطاقة تحمل الرقم 7 ، أو بطاقة حمراء من هذه المجموعة يساوي $\frac{4}{13}$ ، ويساوي **31 %** تقريباً .

تحقق من فهمك

4) إذا كان احتمال هطول المطر 70 % فما احتمال عدم هطوله ؟

الحل :

نفرض أن **A** تمثّل حادثة هطول المطر ، ونوجد احتمال متممة **A** .

P (A`) = 1 – P (A) احتمال المتممة

$$= 1 - \frac{70}{100}$$

$$= \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

لذا ؛ فاحتمال عدم هطول المطر يساوي $\frac{3}{10}$ ، ويساوي **30 %** .

تحقق من فهمك

5) هواتف نقالة : أشارت إحدى الدراسات إلى أن 35 % من السائقين يستعملون الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة . إذا اختير ثلاثة أشخاص عشوائيّاً من مجموعة 100 سائق فما احتمال أن :

A) يستعمل شخصان على الأقل الهاتف النقال في أثناء قيادة السيارة ؟

الحل :

نعلم أن **35 %** من السائقين يستعملون الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة . الاصطلاح (شخصان على الأقل) يعني اثنان أو أكثر . لذا نحن بحاجة إلى إيجاد احتمال أن :

- السائق الأول المختار و السائق الثاني المختار يستعملان الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة و السائق الثالث المختار لا يستعمل الهاتف النقال .

نفرض أن الحادثة A تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال ، و نفرض أن الحادثة B تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول ، و نفرض أن الحادثة C تمثّل اختيار سائق لا يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول و الثاني .

إذن المطلوب إيجاد (C و B و A) P

هذه الحوادث غير مستقلة .

P (A وَ B وَ C) = P (A) . P (A | B) . P (A | B | C) احتمال الحوادث غير المستقلة

$$= \frac{35}{100} \cdot \frac{34}{99} \cdot \frac{65}{98} = \frac{77350}{970200}$$

أو السائق الأول المختار و السائق الثالث المختار يستعملان الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة و السائق الثاني المختار لا يستعمل الهاتف النقال .

نفرض أن الحادثة A تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال ، و نفرض أن الحادثة B تمثّل اختيار سائق لا يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول ، و نفرض أن الحادثة C تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول والثاني .

إذن المطلوب إيجاد (C و B و A) P

هذه الحوادث غير مستقلة .

P (A وَ B وَ C) = P (A) . P (A | B) . P (A | B | C) احتمال الحوادث غير المستقلة

$$= \frac{35}{100} \cdot \frac{65}{99} \cdot \frac{34}{98} = \frac{77350}{970200}$$

أو السائق الثاني المختار و السائق الثالث المختار يستعملان الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة و السائق الأول المختار لا يستعمل الهاتف النقال .

نفرض أن الحادثة A تمثّل اختيار سائق لا يستعمل الهاتف النقال ، و نفرض أن الحادثة B تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول ، و نفرض أن الحادثة C تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول والثاني .

إذن المطلوب إيجاد (C و B و A) P

هذه الحوادث غير مستقلة .

P (A وَ B وَ C) = P (A) . P (A | B) . P (A | B | C) احتمال الحوادث غير المستقلة

$$= \frac{65}{100} \cdot \frac{35}{99} \cdot \frac{34}{98} = \frac{77350}{970200}$$

أو كل السائقين المختارين يستعملون الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة .

نفرض أن الحادثة A تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال ، و نفرض أن الحادثة B تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول ، و نفرض أن الحادثة C تمثّل اختيار سائق يستعمل الهاتف النقال بعد أن يكون قد تمّ اختيار السائق الأول والثاني .

إذن المطلوب إيجاد (C و B و A) P

هذه الحوادث غير مستقلة .

P (A وَ B وَ C) = P (A) . P (A | B) . P (A | B | C) احتمال الحوادث غير المستقلة

$$= \frac{35}{100} \cdot \frac{34}{99} \cdot \frac{33}{98} = \frac{39270}{970200}$$

أي إيجاد (P (M ∪ N ∪ Q وهي حوادث متنافية لأنه لا توجد بينها نواتج مشتركة .

وبالتالي : P (M ∪ N ∪ P) = P (M) + P (N) + P (Q)

$$= \frac{77350}{970200} + \frac{77350}{970200} + \frac{77350}{970200} + \frac{39270}{970200} = \frac{271320}{970200} \approx 0.28 \approx 28\ \%$$

لذا ، فاحتمال أن يستعمل شخصان على الأقل الهاتف النقال في أثناء قيادة السيارة يساوي $\frac{271320}{970200}$ أو **28 %** تقريباً .

B) يستعمل شخص واحد على الأكثر هاتفه النقال في أثناء قيادة السيارة ؟

الحل :

نعلم أن **35 %** من السائقين يستعملون الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة . الاصطلاح (شخص واحد على الأكثر) يعني واحد أو أقل . لذا نحن بحاجة إلى إيجاد احتمال أن :

- السائق الأول المختار يستعمل الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة و السائق الثاني والثالث المختارين لا يستعملان الهاتف النقال .
- أو السائق الثاني المختار يستعمل الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة و السائق الأول والثالث المختارين لا يستعملان الهاتف النقال .
- أو السائق الثالث المختار يستعمل الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة و السائق الأول والثاني المختارين لا يستعملان الهاتف النقال .
- أو أي من السائقين الثلاثة لا يستعمل الهاتف النقال أثناء قيادة السيارة .

الحادثة الموصوفة أعلاه هي الحادثة المتممة للحادثة في **(A)**

وبالتالي : $P(M \cup N \cup P)` = 1 - P(M \cup N \cup P)$

$$= 1 - \frac{271320}{970200} = \frac{698880}{970200} \approx 0.72 \approx 72\ \%$$

حدّدي إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كل مما يأتي ، و برري إجابتكِ :

1) ظهور عدد فردي أو أكبر من 3 عند رمي مكعب مرقم مرة واحدة .

الحل :

هاتان الحادثتان غير متنافيتين ؛ لأن بينهما نواتج مشتركة ، إذا يمكن الحصول على عدد فردي و أكبر من **3** عند رمي مكعب مرقم مرة واحدة في الوقت نفسه ، فالعدد **5** مثلاً فردي و أكبر من **3** في الوقت نفسه .

2) اختيار سيارة أو حصان .

الحل :

هاتان الحادثتان متنافيتين ؛ لأنه ليس بينهما نواتج مشتركة ، إذا لا يمكن الحصول على سيارة و حصان في آن واحد .

3) حصل سامي على جائزة أفضل أداء لموظفي شركة ، وكانت جائزته أن يختار عشوائيّاً واحدة من بين 4 بطاقات سفر و 6 كتب و 10 ساعات و 3 حقائب ، و 7 نظارات . ما احتمال أن يربح بطاقة سفر ، أو كتاباً ، أو ساعة ؟

النادي	الصف الأول الثانوي	الصف الثاني الثانوي	الصف الثالث الثانوي
الرياضة	12	14	8
العلوم	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
اللغة الإنجليزية	11	15	13

الحل :

هذه الحوادث متنافية ؛ لأنه ليس بينهم نواتج مشتركة ، إذا لا يمكن يربح سامي بطاقة سفر و كتاب وساعة في آن واحد .

نفرض أن الحادثة **A** تمثل أن يربح سامي بطاقة سفر ، و نفرض أن الحادثة **B** تمثل أن يربح سامي كتاباً ، و نفرض أن الحادثة **C** تمثل أن يربح سامي ساعة .

P (A أو B أو C) = P (A) + P (B) + P (C) احتمال الحوادث المتنافية .

$$= \frac{4}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \approx 67\,\%$$

لذا ؛ فإن احتمال أن يربح سامي بطاقة سفر أو كتاباً أو ساعة يساوي $\frac{2}{3}$ ، ويساوي **67 %** تقريباً .

4) بناءً على الجدول المجاور ، اختير طالب في المدرسة . ما احتمال أن يكون الطالب من الصف الثاني الثانوي أو في نادي العلوم ؟

الحل :

هاتان الحادثتان غير متنافيتين ؛ لأنه بينهما نواتج مشتركة ، إذا يمكن أن يكون الطالب من الصف الثاني الثانوي وفي نادي العلوم في آن واحد .

نفرض أن الحادثة **A** تمثل أن يكون الطالب من الصف الثاني الثانوي ، و نفرض أن الحادثة **B** تمثل أن يكون الطالب في نادي العلوم .

P (A أو B) = P (A) + P (B) - P (A و B) احتمال الحادثتان غير المتنافيتين .

$$= \frac{39}{100} + \frac{11}{100} - \frac{6}{100} = \frac{50}{100} - \frac{6}{100} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25} = 44\,\%$$

لذا ؛ فإن احتمال أن يكون الطالب من الصف الثاني الثانوي أو في نادي العلوميساوي $\frac{11}{25}$ ، ويساوي **44 %** .

5) إذا كان احتمال إصابتكِ الهدف عند رمي السهم تساوي $\frac{2}{10}$ ، فما احتمال أن تخطئ إصابة الهدف ؟

الحل :

نفرض أن **A** تمثّل حادثة إصابة الهدف عند رمي السهم ، ونوجد احتمال متممة **A** .

P (A\`) = 1 – P (A) احتمال المتممة

$$= 1 - \frac{2}{10}$$

$$= \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 80\,\%$$

لذا ؛ فاحتمال عدم إصابة الهدف يساوي $\frac{4}{5}$ ، ويساوي **80 %** .

6) عدد طلاب الصف الثالث الثانوي في مدرسة **100** طالب . حضر حفل التخرج النهائي **91 %** منهم . إذا اختير طالبان عشوائيّاً من طلاب الصف جميعهم ، فما احتمال أن يكون أحدهما على الأقل لم يحضر الحفل ؟

الحل :

افهم : نعلم أن **91 %** من الطلاب حضر حفل التخرج النهائي . الاصطلاح (شخص على الأقل) يعني واحداً أو أكثر . لذا نحن بحاجة إلى إيجاد احتمال أن :

- الطالب الأول المختار لم يحضر الحفل .
- أو الطالب الثاني المختار لم يحضر الحفل .
- أو كلا الطالبين المختارين لم يحضر الحفل .

أي إيجاد **P (A\` ∪ B\`)**

خطط : الحادثة الموصوفة أعلاه هي الحادثة المتممة لحادثة أن الطالبين المختارين حضرا الحفل .

نفرض أن الحادثة A تمثّل اختيار طالب حضر الحفل ، و نفرض أن الحادثة B تمثّل اختيار طالب حضر الحفل بعد أن يكون قد تمّ اختيار الطالب الأول .

إذن المطلوب إيجاد [`(A و B)] P

هاتان الحادثتان غير مستقلتين ؛ لأن احتمال الحادثة الأولى يؤثر في احتمال الحادثة الثانية .

حُلّ : P (A و B) = P (A) . P (A | B) احتمال الحادثتين غير المستقلتين .

$$= \frac{91}{100} \cdot \frac{90}{99} = \frac{8190}{9900} = \frac{91}{110}$$

P [(A و B)`] = 1 - P (A

P [(A و B)`] = 1 - P (A و B) احتمال الحادثة المتممة .

$$= 1 - \frac{91}{110}$$

$$= \frac{19}{110} = 17\ \%$$

لذا ، فاحتمال أن أحد الطالبين على الأقل لم يحضر الحفل يساوي $\frac{19}{110}$ أو 17 % تقريباً .

تحقق : نستعمل التبرير المنطقي للتحقق من معقولية إجابتكِ .

احتمال اختيار طالب من 100 لم حضر الحفل النهائي يساوي % (91 – 100) ، أو 9 % و احتمال طالبين من 100 لم يحضرا الحفل يجب أن يكون أكبر من 9 % . و بما أن 9 % < 17 % ، فإن الإجابة معقولة .

	الواجب المنزلي	
الباقة الأولى	كتاب الطالبة : 7,12,16	كتاب التمارين :1,5
الباقة الثانية	كتاب الطالبة : 8,13,16	كتاب التمارين : 2,6
الباقة الثالثة	كتاب الطالبة : 9,14,16	كتاب التمارين : 3,7

بحمد الله