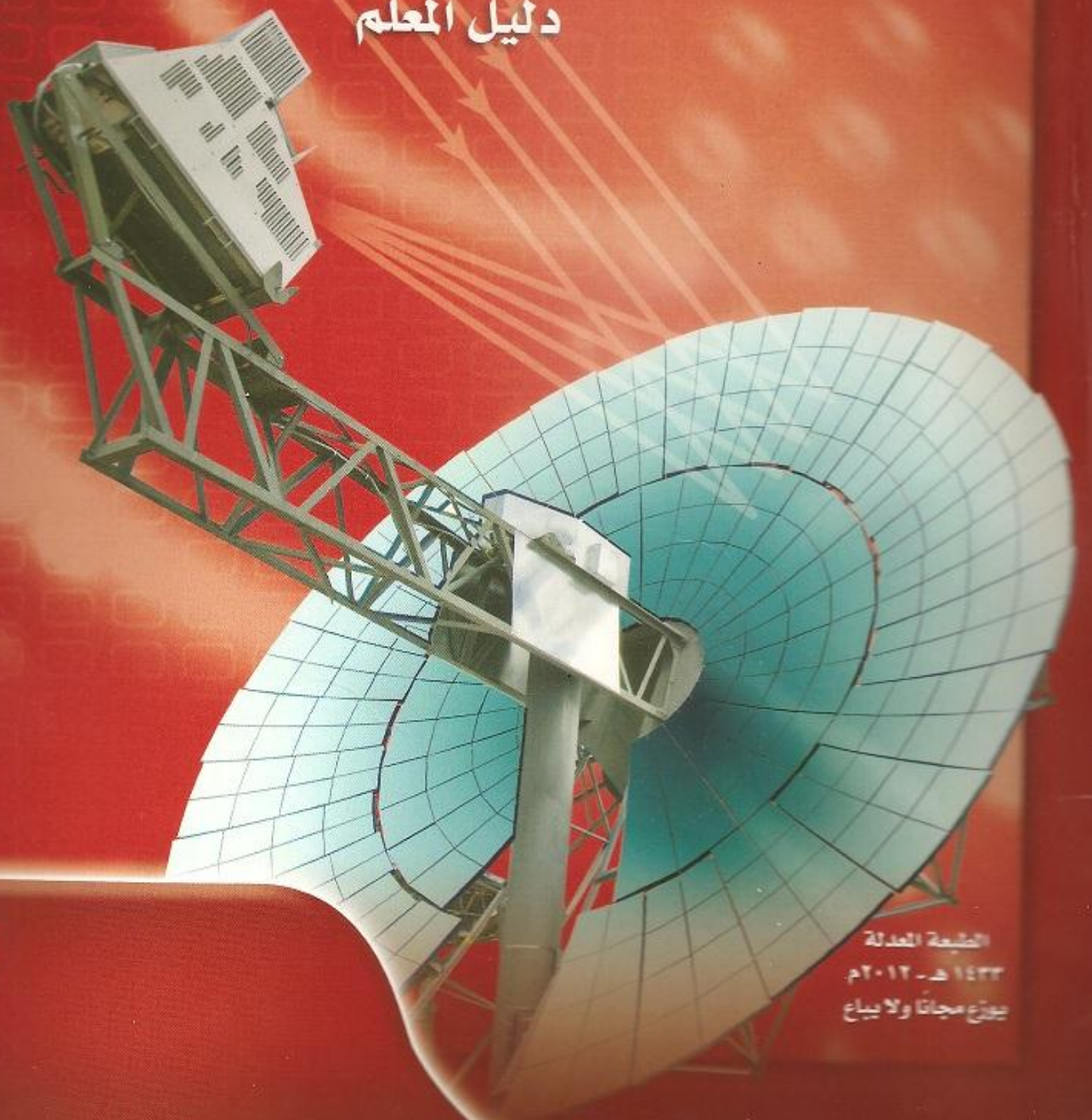
المملكة العربية السعودية
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الصف الأول الثانوي

الفصل الدراسي الأول

دليل المعلم



العبيكان
Obeikan

الطبعة المعدلة
١٤٣٣ هـ - ٢٠١٢م
يوزع مجانا ولا يباع

الرياضيات

للصف الأول الثانوي

الفصل الدراسي الأول

دليل المعلم

العبيكان
Obeikan

Mc Graw Hill Education

يوزع مجانا ولا يباع

قررت وزارة التربية والتعليم بالمملكة العربية السعودية
تدريس هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الطبعة التجريبية
١٤٣٣هـ - ٢٠١٢م

الرياضيات
الصف الأول الثانوي

أعدّ النسخة العربية : شركة العبيكان للأبحاث والتطوير

التحرير والمراجعة والمواءمة
د. ناصر بن حمد العويشق
محمد بن عبدالله البصيص
عمر محمد أبو غليون
عبدالحكيم عبدالله سليمان
يوسف سليمان جرادات
د. عبدالله محمد الجوعي
صلاح بن عبد الله الزيد
هاني جميل زريقات

التعريب والتحرير اللغوي
نخبة من المتخصصين

Original Title:

Geometry © 2010

By:
John A. Carter, Ph. D
Gilbert J. Cuevas, Ph. D
Roger Day, Ph. D
Carol E. Malloy, Ph. D

Contributing Authors
Jerry Cummins
Dinah Zike

CONSULTANTS

Mathematical Content
Prof. Viken Hovsepian
Grant A. Fraser, Ph. D
Arthur K. Wayman, Ph. D

Gifted and talented
Shelbi K. Cole

College Readiness
Robert Lee Kimball, Jr.

Graphing Calculator
Ruth M. Casey

Mathematical Fluency
Robert M. Capraro, Ph.D

Pre-AP
Dixie Ross

Reading and Writing
Releah Cossett Lent
Lynn T. Havens

حول الغلاف

تسقط أشعة الشمس المتوازية على الطبق الشمسي فترتد مكوّنة زوايا متناظرة وأخرى متحالفة، تدرس هذه الزوايا في هذا الصف.

www.macmillanmh.com

www.obeikaneducation.com

Education

العبيكان Obeikan

English Edition Copyright © 2010 the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل © ٢٠١٠م.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

أخي المعلم / أختي المعلمة

يسرنا أن نقدّم دليل المعلم لمادة الرياضيات، آملين أن يكون لكم المرشد في تدريس المادة، والداعم في تقويم الطلاب، بما يحقق الأهداف المنشودة من تدريس الرياضيات.

ويشتمل هذا الدليل على الآتي:

أولاً: مقدمة حول السلسلة:

توضح هذه المقدمة كيفية بناء السلسلة علميًّا وتربويًّا، وتبرز النقاط المحورية التي يركز عليها المنهج في هذا الصف، وفلسفة السلسلة المتوازنة أفقيًّا والمترابطة رأسيًّا، وأساليب التدريس المتبعة والمتنوعة في الدليل، وأنواع التقويم، وأدواته المقترحة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب.

ثانيًا: نظرة عامة على الفصل:

تم توزيع المقرر إلى فصول. ويبدأ دليل المعلم في كل فصل بتقديم نظرة عامة عليه تتضمن مخططًا للدروس وأهدافها، ومصادر تدريسها، والخطة الزمنية المقترحة للتدريس. ثم يقدّم الترابط الرأسي لموضوع الفصل خلال الصف والصفوف الأخرى. كما يقترح الدليل آلية لتعلم مهارات الفصل من خلال مهارة الدراسة. ثم يقدم دعما للمعلم من خلال صفحة استهلال الفصل الموجودة في كتاب الطالب، وكيفية الاستفادة منها في تقديم موضوع الفصل، كما يبرز غرض المطويات ووظيفتها ووقت استعمالها. ثم يعرض مخططًا للتقويم بأنواعه المختلفة وأدواته المتعددة.

ثالثًا: الدروس:

يقدّم الدليل أنشطة مقترحة تراعي الفروق الفردية بين الطلاب، وبأساليب تدريس متنوعة، تساعد المعلم في تدريس كل درس. بعد ذلك يعرض الدليل الدرس بخطوات محددة هي:

التركيز: يبين ترابط المهارات الرئيسة قبل الدرس وفي أثنائه وبعده.

التدريس: يقدّم مقترحات للمعلم حول كيفية تدريس الدرس، تتضمن أسئلة تعزيز حوارية وأنشطة مقترحة، ويبرز المحتوى الرياضي لموضوع الدرس. كما يقدّم أمثلة إضافية للمعلم.

التدريب: يتضمن تدريبات متنوعة حسب مستويات الطلاب تحقق أهداف الدرس.

التقويم: يقدّم مقترحات لتقويم الدرس، كما يتضمن مقترحًا للمعلم للتأكد من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم وإتقانهم المهارات المقدّمة في الدرس، ويعرض الدليل آلية لمتابعة المطويات.
كما يقدّم الدليل في كل درس إجابات مفصّلة لبعض الأسئلة والتمارين.

رابعًا: أساليب التقويم:

تقدّم السلسلة أساليب متنوعة لتقويم الطلاب (التشخيصي والتكويني والختامي)، وآليات لمعالجة الأخطاء والصعوبات لدى الطلاب.

ونحن إذ نقدّم هذا الدليل لزملائنا المعلمين والمعلمات، لنأمل أن يحوذ اهتمامهم، ويلبي متطلباتهم لتدريس هذا المقرر، ويساعدهم في أداء رسالتهم.

والله ولي التوفيق

الفهرس

الفصل 1 التبرير والبرهان

مخطط الفصل 1 ..... 8A
التقويم والمعالجة 8C
تنويع التعليم 8D
المحتوى الرياضي 8E
التهيئة للفصل 1 9
1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين 10
1-2 المنطق 17
1-3 العبارات الشرطية 24
توسع 1-3 معمل الهندسة: العبارات الشرطية الثنائية 32
1-4 التبرير الاستنتاجي 33
1-5 المسلمات والبراهين الحرة 41
اختبار منتصف الفصل 48
1-6 البرهان الجبري 49
1-7 إثبات علاقات بين القطع المستقيمة 56
1-8 إثبات علاقات بين الزوايا 62
دليل الدراسة والمراجعة 70
اختبار الفصل 75
الإعداد للاختبارات المعيارية 76
اختبار معياري 78
ملحق الإجابات 79A

الفصل 2 التوازي والتعامد

مخطط الفصل 2 ..... 80A
التقويم والمعالجة 80C
تنويع التعليم 80D
المحتوى الرياضي 80E
التهيئة للفصل 2 81
2-1 المستقيمان المتوازيان والقاطع 82
استكشاف 2-2 معمل برمجيات الهندسة: الزوايا والمستقيمات المتوازية 88
2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية 89
2-3 ميل المستقيم 95
اختبار منتصف الفصل 103
2-4 معادلة المستقيم 104
توسع 2-4 معمل الهندسة: معادلة العمود المنصف 112
2-5 إثبات توازي مستقيمين 113
2-6 الأعمدة والمسافة 120
دليل الدراسة والمراجعة 129
الإعداد للاختبارات المعيارية 134
اختبار معياري 136
ملحق الإجابات 137A

الفهرس

الفصل 3 المثلثات المتطابقة

مخطط الفصل 3 ..... 138A
التقويم والمعالجة 138C
تنويع التعليم 138D
المحتوى الرياضي 138E
التهيئة للفصل 3 139
3-1 تصنيف المثلثات 140
استكشاف 3-2 معمل الهندسة : زوايا المثلثات 147
3-2 زوايا المثلثات 148
3-3 المثلثات المتطابقة 156
3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS 164
اختبار منتصف الفصل 172
3-5 إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS 173
توسع 3-5 معمل الهندسة : تطابق المثلثات القائمة 180
3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع 182
3-7 المثلثات والبرهان الإحداثي 190
دليل الدراسة والمراجعة 196
اختبار الفصل 201
الإعداد للاختبارات المعيارية 202
اختبار معياري 204
ملحق الإجابات 205A

الفصل 4 العلاقات في المثلث

مخطط الفصل 4 ..... 206A
التقويم والمعالجة 206C
تنويع التعليم 206D
المحتوى الرياضي 206E
التهيئة للفصل 4 207
استكشاف 4-1 معمل الهندسة : إنشاء المنصفات 208
4-1 المنصفات في المثلث 209
استكشاف 4-2 معمل الهندسة : إنشاء القطع المتوسطة والارتفاعات 218
4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث 219
4-3 المتباينات في المثلث 227
اختبار منتصف الفصل 234
4-4 البرهان غير المباشر 235
استكشاف 4-5 معمل الحاسبة البيانية : متباينة المثلث 242
4-5 متباينة المثلث 243
4-6 المتباينات في مثلثين 249
دليل الدراسة والمراجعة 257
اختبار الفصل 261
الإعداد للاختبارات المعيارية 262
اختبار معياري 264
ملحق الإجابات 265A

أهلًا بك في عالم الرياضيات

منهج الرياضيات المترابط رأسيًّا
ابتداءً من الصف الأول الابتدائي وحتى الصف الثالث الثانوي

قدم لك هذه السلسلة ثلاثة أبعاد للترابط الرأسي:

1 تصميم المحتوى

د الترابط الرأسي للمحتوى عملية مهمة تساعد طلابك على التحقق
ن التسلسل الدقيق للمحتوى وتتابعه من مستوى إلى مستوى آخر. وهذا
ضح الفكرة بأن المحتوى يتم تقديمه وتعزيزه وتقويمه في الأوقات
لمناسبة، كما يساعد على سد الثغرات وتجنب التكرار غير المبرر، مما
مكنك من توجيه تدريسك وتكييفه ليتلائم حاجات الطلاب.

2 تصميم التدريس

إن الترابط الرأسي القوي بين الأساليب التدريسية بدءًا من الصف الأول يسهل على الطلاب الانتقال من المرحلة الابتدائية إلى المتوسطة، فالثانوية. إذ تعمل المفردات، والتقنيات والوسائل الحسية وخطة الدرس والمعالجة على التقليل من عوامل الصعوبة والتشويش التي يواجهها بعض الطلاب عندما ينتقلون عبر الصفوف المختلفة.

3 التصميم البصري

تشتمل صفحات السلسلة على تصاميم بصرية متسقة من صف لآخر، تساعد الطلاب على الانتقال بسلاسة من مرحلة إلى أخرى، كما تزداد دافعيتهم للتعلم والنجاح عندما تكون طريقة التعامل مع هذه الصفحات مألوفة لديهم.

المفاتيح الخمسة للنجاح

1 الخرائط المفاهيمية للخبرات السابقة

تراعي السلسلة الخرائط المفاهيمية وتطورها اعتمادًا على نتائج الطلاب في رياضيات المرحلة الثانوية.

2 المحتوى العميق المتوازن

تم تطوير السلسلة بحيث تركز على المهارات والموضوعات التي يواجه الطلاب صعوبات فيها؛ مثل حل المسألة في كل مستوى صفي.

الصفان 1 و 2	الصفوف 3-5
(1) حل المسألة	(1) حل المسألة
(2) النقود	(2) الكسور الاعتيادية
(3) الزمن	(3) القياس
(4) القياس	(4) الكسور العشرية
(5) الكسور الاعتيادية	(5) الزمن
(6) الحساب	(6) الجبر
الصفوف 6-8	**الصفوف 9-12**
(1) الكسور الاعتيادية	(1) حل المسألة
(2) حل المسألة	(2) الكسور الاعتيادية
(3) القياس	(3) الجبر
(4) الجبر	(4) الهندسة
(5) الحساب	(5) الحساب
	(6) الاحتمالات

3 التقويم المستمر

تتضمن هذه السلسلة تقويمات تشخيصية وتكوينية وختامية، وخططًا علاجية، وإثرائية.

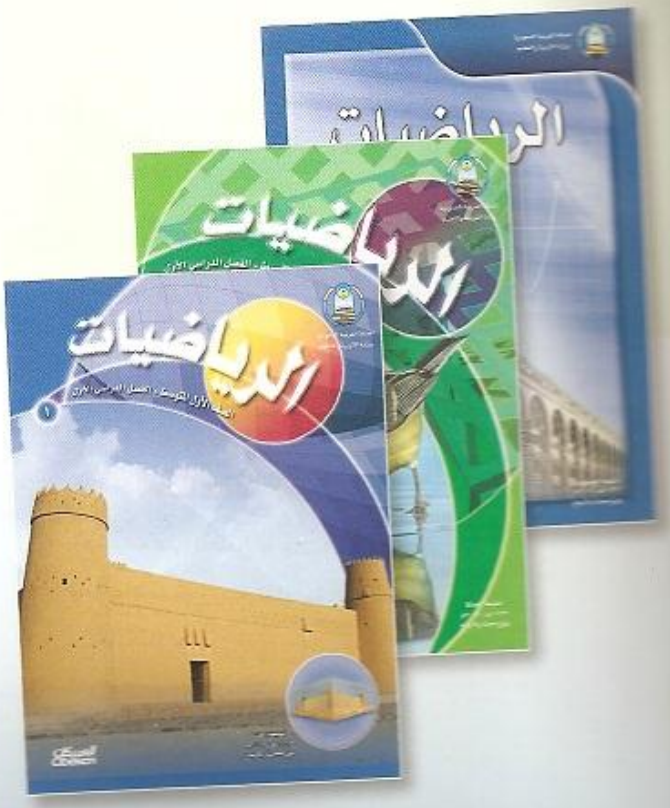
4 الخطط العلاجية وتنويع التدريس

توفر السلسلة خطة علاجية ذات ثلاثة مستويات:

1. **المعالجة اليومية:** تحدد بدائل متنوعة في دليل المعلم لتدريس المفاهيم وفق أنماط التعلم المختلفة.
2. **المعالجة الاستراتيجية:** يستعمل المعلمون إرشادات علاجية ومواد مساندة.
3. **المعالجة المكثفة:** توفر إرشادات للتدريس، ومفردات داعمة، وخططًا علاجية لمساعدة الطلاب على النجاح.

5 التطوير المهني

توفر السلسلة فرصًا عديدة للمعلم ليطوّر أداءه مهنيًا، بطرق تعليم إضافية، مثل: الفيديو، والرياضيات المحوسبة، والمواقع الإلكترونية المترابطة ترابطًا رأسيًا متكاملًا من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثاني عشر.



قاعدة البحوث لبرامج الرياضيات

دليل المعلم

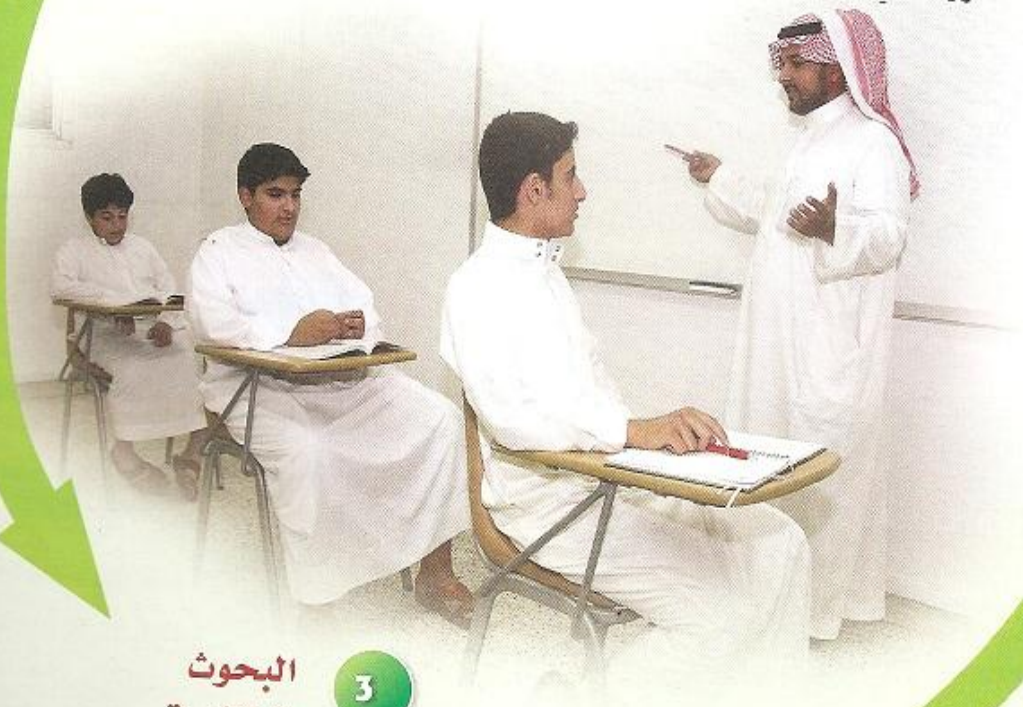
تساعد البحوث المستمرة مع الطلاب والمعلمين والأكاديميين والخبراء على بناء جميع برامج الرياضيات من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثالث الثانوي على أسس قوية متينة.

1 بحوث تطوير البرامج

- تقويم المعايير الوطنية
- بحوث نوعية لحاجات سوق العمل
- بحوث خاصة بالمحتوى العلمي

2 البحوث التكوينية

- قاعدة البحوث الخاصة بطرائق التدريس.
- اختبارات صفية تجريبية.
- لجان المعلمين الاستشارية
- مراجعون ومستشارون أكاديميون.



3 البحوث الختامية

- مؤشرات على تحسّن درجات الاختبارات.
- بحوث شبه تجريبية لفاعلية البرامج.
- دراسات طولية.
- تقويمات نوعية للبرامج.

إعداد الطلاب للدراسة الجامعية ولسوق العمل

دليل المعلم

تعمل هذه السلسلة على الربط بين ما يتعلمه الطلاب في المدرسة الثانوية وما يتوقع منهم أن يعرفوه عند بدء دراستهم الجامعية.

كيف يمكن إعداد الطلاب بصورة أفضل للدراسة الجامعية؟

إن المنهج القوي للمدارس الثانوية مؤشر جيد على الاستعداد للدراسة الجامعية (Adelman 2006). فالطلاب الذين يدرسون كتب الرياضيات المعدة للمرحلة الثانوية من هذه السلسلة يكونون أكثر استعدادًا للدراسة الجامعية من الذين لم يدرسوها (Abraham & Crrech 2002).

وفيما يأتي بعض مناحي الاستعداد للدراسة الجامعية التي طورها: David Conley at the University of Oregon

- **مهارات عقلية:** وهي مهارات ضرورية لتعلم المحتوى على المستوى الجامعي، وتشمل: التفكير الناقد، وحل المسألة، والتبرير، وتتاح في كل يوم للطلاب الذين يدرسون هذه السلسلة فرص لتنمية **مهارات التفكير العليا** من خلال المسائل الخاصة بذلك.
- **المحتوى العلمي:** إن كتب المرحلة الثانوية من هذه السلسلة متسقة مع معايير عالمية دقيقة تشمل معايير NCTM للرياضيات المدرسية، وغيرها.
- **مهارات عامة** تشمل مهارات مثل، الاستيعاب القرائي، وإدارة الوقت، وتسجيل الملاحظات، ... إلخ. وتوفر هذه السلسلة فرصًا لتنمية هذه المهارات من خلال إرشادات **قراءة الرياضيات** و**روابط المفردات**، ودليل التوقع وغيرها.

ماذا عن الطلاب الذين لا يخططون للالتحاق بالجامعات؟

لم تعد الرياضيات في عالم التقنية المعاصر مقتصرة على الطلاب الذين يلتحقون بالجامعات. فقد أظهرت إحدى الدراسات أن البرامج التدريبية التي يخضع لها شخص يريد الحصول على عمل تتطلب أن يكون هذا الشخص على مستوى معين من التعليم في الجبر والهندسة وتحليل البيانات والإحصاء يماثل مستوى الطالب الذي يلتحق بالسنة الأولى في الجامعة؛ حتى ينجح في عمله.

فلسفة السلسلة

تعليم متوازن، ترابط رأسي بين الصفوف
من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثالث الثانوي

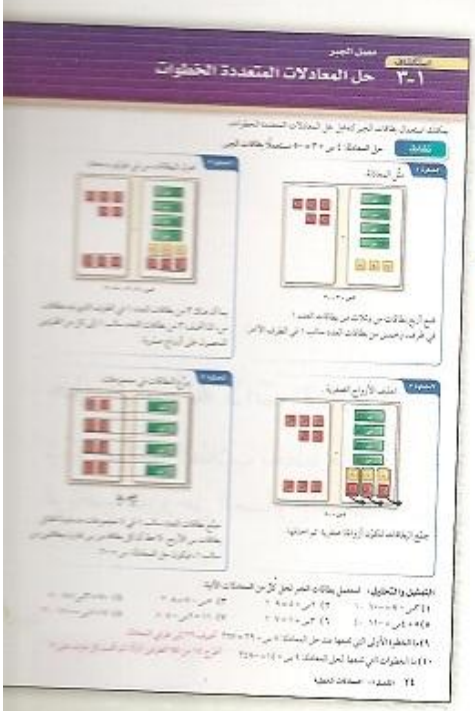
يظهر الترابط الرأسي لهذه السلسلة من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثالث الثانوي دمجًا متوازنًا للتعليم.
وتوفر هذه السلسلة للطلاب منحنى متوازنًا للرياضيات من خلال:

- استقصاء المفاهيم وبناء فهم إدراكي.
- تطوير مهارات إجرائية وحسابية وتعزيزها وإتقانها.
- تطبيق الرياضيات في حل مسائل من واقع الحياة.

ويوضح تسلسل صفحات كتاب الطالب، تطور الترابط الرأسي للفهم الإدراكي والمهارات الإجرائية والحسابية لموضوع مهم في الجبر.

يستعمل طلاب **المرحلة الابتدائية الأولية** قطع عد بلونين مختلفين لتمثيل جمل الجمع. ويُعدُّ هذا النشاط أساسًا للفهم والنجاح في حل معادلات جبرية.

أما طلاب **المرحلة الابتدائية العليا** فيستفيدون من خبراتهم في التعامل مع الأكواب وقطع العد؛ لاستعمالها في تمثيل معادلات الجمع والطرح، وحلها.


معمل الجبر
الاستكشاف ٣-١
حل المعادلات المتعددة الخطوات

وفي المرحلة الثانوية يستمر الطلبة باستعمال البطاقات لاستكشاف حل المعادلات المتعددة الخطوات، ويطبقون الخطوات التي طوروها في معمل الجبر إلى رموز جبرية.

معمل الجبر
الاستكشاف ٢-٣
حلّ المعادلات باستعمال النماذج

يتنقل طلاب **المرحلة المتوسطة** خلال التعامل مع الجبر، من استعمال الأكواب وقطع العد إلى استعمال نماذج جبرية أكثر تجريدًا. ويحلّ الطلاب في الدروس اللاحقة، معادلات بسيطة تحتوي على رموز جبرية.

استمرارية التعليم:

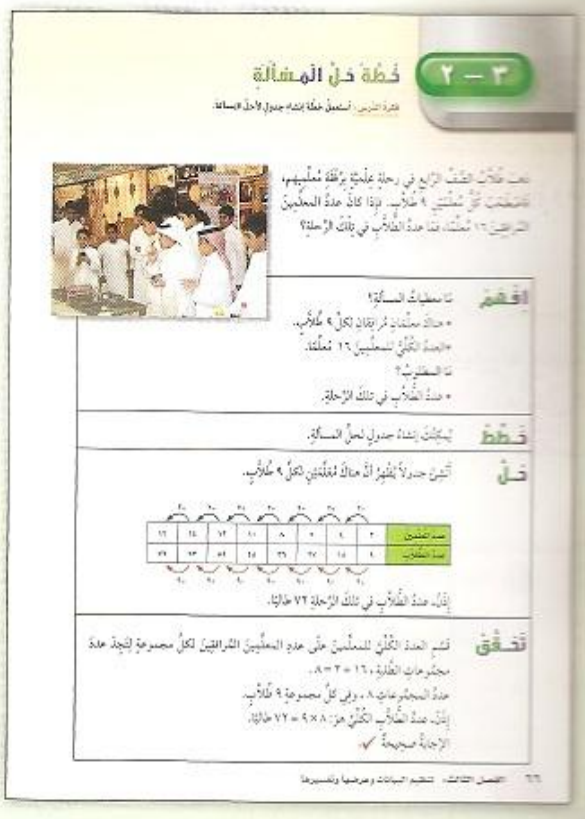
يوضّح التسلسل التعليمي الذي تم وصفه قوّة المقابلة بين النتيجة المرغوب فيها والنجاح في الجبر. وتعمل هذه العملية التطويرية على تجنب وجود فجوات أو تداخلات بين مستويات الصفوف، وتؤكّد على أنّ مفاهيم كل صف ومهاراته مبنية على أساس قوي تم تطويره في صفوف سابقة. ويستعمل المنحى نفسه عبر المسارات جميعها ابتداءً من الصف الأول الابتدائي حتى الصف الثالث الثانوي.

توازن عملية التدريس

- مفاهيم
- مهارات
- حل مسائل

حل المسألة ذات العلاقة

تزوّد السلسلة الطلاب بخطط ملائمة لحل المسألة، ومهارات وتطبيقات عليها خلال الصفوف؛ إذ يتوافر لهم فرص مستمرة لتطبيق مهارات الرياضيات، وحل المسائل باستعمال التفكير البصري، والاستدلال المنطقي، والحس العددي، والجبر.


٣ – ٢ خطة حل المسألة

فكرة الدرس: استعمل خطة بناء جدول لأحل المسألة.

يعد طلاب الصف الرابع في رحلة علمية برفقة معلميهم، فإذا كان في كل معلم ٩ طلاب، وإذا كان عدد المعلمين المرافقين ١٦ معلمًا، فما عدد الطلاب في تلك الرحلة؟

افهم
ما معطيات المسألة؟
• عدد المعلمين المرافقين لكل ٩ طلاب.
• العدد الكلي للمعلمين ١٦ معلمًا.
ما المطلوب؟
• عدد الطلاب في تلك الرحلة.

خطط
يمكنك بناء جدول لحل المسألة.

حل
أتمم جدولاً يظهر أن هناك ٨ معلمين لكل ٩ طلاب.

عدد المعلمين	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦
عدد الطلاب	٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢

إذن، عدد الطلاب في تلك الرحلة ٧٢ طالبًا.

تحقق
قسم العدد الكلي للمعلمين على عدد المعلمين المرافقين لكل مجموعة لتجد عدد مجموعات الطلبة: ١٦ ÷ ٢ = ٨.
عدد المجاميع هو ٨، وفي كل مجموعة ٩ طلاب.
إذن، عدد الطلاب الكلي هو: ٨ × ٩ = ٧٢ طالبًا.
الإجابة صحيحة ✓

٦٦ الفصل الثالث: تنظيم البيانات وعرضها وتفسيرها

استراتيجيات حل المسألة

تساعد استراتيجيات حل المسألة الطلاب على تعلم طرائق مختلفة لمواجهة المسائل الكلامية.

مسائل مهارات التفكير العليا

(43) تبرير: إذا كانت رتبة المصفوفة A هي 5×5، ورتبة المصفوفة B هي 5×6، فما رتبة المصفوفة AB؟ 5×6

(44) برهان: بين أن الخاصيتين الآتية صحيحتان للمصفوفات من الرتبة 2×2. انظر هامش الإجابات
a) خاصية التوزيع للضرب في عدد.
b) خاصية التجميع للضرب.
c) خاصية التوزيع للضرب على الجمع
d) خاصية التجميع للضرب في عدد

(45) مسألة مفتوحة: اكتب مصفوفتين A و B على أن تكون AB = BA.

(46) إجابة ممكنة: $A=\begin{bmatrix}2&2\\2&2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3&3\\3&3\end{bmatrix}$

(47) اكتب: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، واستعمل البيانات المعطاة لشرح كيفية استعمال المصفوفات في إحصاءات الألعاب في رياضة. انظر الهامش

تدرب على اختبار

(48) في مشغل للآلات حاسبة، وإذا كان إنتاج كل آلة في اليوم كما في الجدول أدناه، وسعر بيع الوحدة من إنتاج كل آلة معطى أيضًا، فما المبلغ الذي سيحصل عليه المشغل من مبيعات الأيام الثلاثة؟ A

مصروف الشهر	الآلة A	الآلة B	الآلة C
الأسبوع ١	20	18	30
الأسبوع ٢	40	27	14
الأسبوع ٣	34	11	10

A ٤٨٥٢ ر.س
B ٥٤٣٠ ر.س
C ١٢٢١ ر.س
D ٢٥٥٠ ر.س

مراجعة تراكمية

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا. (الدرس ٢-٢) انظر الهامش

(49) $\begin{bmatrix}-5&3\\4&-2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-3&-4\\-2&-5\end{bmatrix}$ (50) $\begin{bmatrix}-3&-4\\-2&-5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-5&3\\4&-2\end{bmatrix}$ (51) $\begin{bmatrix}-5&3\\4&-2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-3&-4\\-2&-5\end{bmatrix}$ (52) $\begin{bmatrix}-3&-4\\-2&-5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-5&3\\4&-2\end{bmatrix}$

مسائل مهارات التفكير العليا

تتطلب هذه المسائل استعمال مهارات التفكير العليا (التحليل، والتركيب، ... ، إلخ).

التمثيلات المتعددة

تساعد مسائل **التمثيلات المتعددة** الطلاب على تصور المفاهيم وتعميق الفهم، وتتضمن: العبارات اللفظية والعددية والجبرية والتمثيل البياني والجداول ... إلخ.

المثال 4

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارات الشرطية الآتية. ثم حدد ما إذا كان أي منها صحيحًا أم خاطئًا. وإذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًا. انظر ملحق الإجابات

(44) إذا كانت تعيش في الدمام، فإنك تعيش في المملكة العربية السعودية.

(45) إذا كان العاكر نرجسة، فإنه لا يستطيع أن يطير.

(46) جميع المربعات مستطيلات.

(47) جميع الثقوب السوداء المتطايرة لها الكتلة نفسها.

(48) المثلث الذي أبعاده 3 و4 و5 يحتوي زاوية قياسها 90°.

برهانات تدريبية

لتكن p القضية "المستطيل الذي بعده يمثل المجموعة الثانية إلى أربع مناطق على الأقل"، وq القضية "المستطيل الذي يحتوي 55 نقطة على الأقل، يمكن إنشاء دائرة تحتوي 11 من النقاط على الأقل".

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك.

(49) إذا كانت الدابة غير حيوان، فإنها تكون دابة تربية.

(50) إذا كان بعض الثدييات من الحيوانات، فإنه لا يكون حيوانًا بحريًا.

(51) إذا كانت الشجرة متساقطة الأوراق، فإنها لا تكون دائمة الخضرة.

(52) **التمثيلات متعددة** في هذه المسألة سوف تستقصي أحد قوانين المنطق باستخدام العبارات الشرطية. انظر الهامش

(a) **منطقيًا** اكتب كلا من عبارات شرطية صحيحة بحيث تكون نتيجة كل عبارة هي الفرضية التي تليها.

(b) **بيانيًا** ارسم شكلًا فن توضح هذه السلسلة من العبارات الشرطية.

(c) **منطقيًا** اكتب عبارة شرطية صحيحة، فرضيتها العبارة الأولى، ونتيجتها العبارة الأخيرة. إذا كانت فرضية العبارة الأولى صحيحة، فهل تكون نتيجة العبارة الشرطية الناتجة صحيحة؟

(d) **التحليل** إذا أعطيت العبارتين الشرطيتين: إذا كان a مثلثًا، وإذا كان a فإن a مثلث متساوي الساقين. فاكتب تخمينًا حول قيمة الصواب للعبارة: a مثلث متساوي الساقين. انظر تبريرك.

مسائل مهارات التفكير العليا

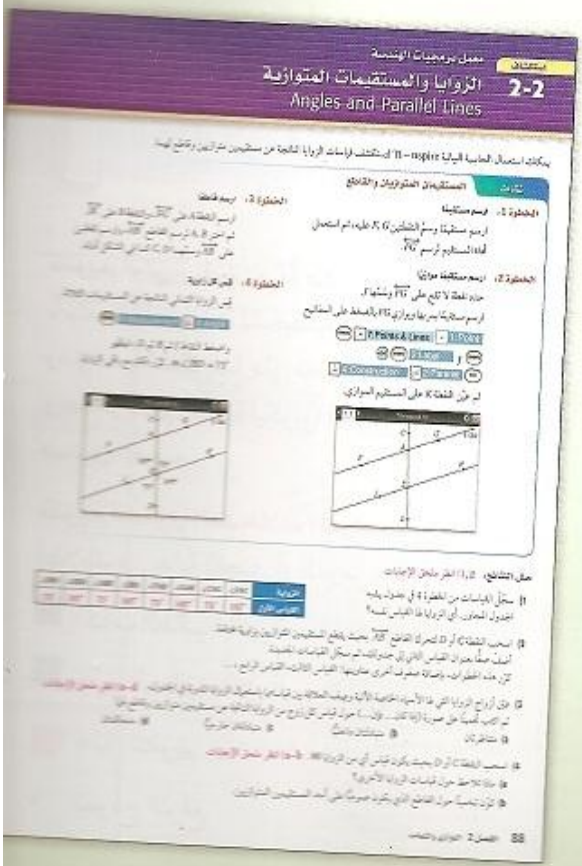
(53) **اكتشف الخطأ** حدد كل من أحمد وسامية قيمة الصواب للعبارة الشرطية "إذا كان العدد 25 أوليًا، فإن العدد 25 يقبل القسمة على 5". كلاهما يعتقد أن هذه العبارة صحيحة، والخطأ بأن برهان مختلفين. حلل كلًا من أيهما صحيحًا؟ فسر تبريرك. انظر الهامش

أحمد	سامية
النتيجة صحيحة؛ لأن العدد 25 يقبل القسمة على 5 وأيضًا لأن العبارة الشرطية صحيحة.	الفرضية خاطئة؛ لأن العدد 25 ليس عددًا أوليًا؛ لأن له أكثر من قاسمين.

(54) **تحدَّ** لقد علمت أن العبارات التي لها قيم الصواب نفسها في عبارات متكافئة. استعمل التكافؤ المنطقي لبناء جدول صواب يتضمن قيم الصواب للعبارة الشرطية $p \rightarrow q$ في ومكسها ومعاكسها الإيجابي. انظر ملحق الإجابات

معامل الحاسبة البيانية TI-nspire

توفر هذه المعامل للطلاب فرصة لفهم الرياضيات من خلال التمثيلات البيانية



تعلم برمجيات الهندسة

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية
Angles and Parallel Lines

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI-nspire لاكتشاف قياسات الزوايا الناتجة من مستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

المستقيمات المتوازية والقاطع

الخطوة 1: ارسم مستقيمًا
ارسم مستقيمًا وسمِّ النقطتين A, B عليه، ثم استعمل أداة المستقيم لرسم $\overleftrightarrow{AB}$.

الخطوة 2: ارسم مستقيمًا موازيًا
حدد نقطة لا تقع على $\overleftrightarrow{AB}$ وسمِّها C.
ارسم مستقيمًا يمر بها ويوازي $\overleftrightarrow{AB}$ بالضغط على المفاتيح
ctrl menu > 3: Points & Lines > 4: Parallel
ثم انقر النقطة A على المستقيم الموازي.

الخطوة 3: قس الزاوية
قس الزاوية الناتجة من المستقيمات المتوازية والقاطع.
ctrl menu > 6: Measurement > 1: Measure
ثم انقر النقطة C والنقطة A والنقطة B.

حل التمارين: 1-3، انظر ملحق الإجابات

1) سجل القياسات من الخطوة 3 في جدول يشبه الجدول المجاور. أي الزوايا لها القياس نفسه؟

الزاوية	القياس

2) اسحب النقطة C أو D لتحرك القاطع $\overleftrightarrow{CD}$ بحيث يقطع المستقيمين المتوازيين بزاوية مختلفة. أنشئ جدولًا بقياس الزاوية الجديدة. كرر هذه الخطوات، وأضف صفوفًا أخرى عن قياسات الزاوية الثانية والثالثة والرابعة.

3) هل أزواج الزوايا التي لها الأسماء الخاصة الآتية متساوية القياس دائمًا، أحيانًا، أو أبدًا؟ برر تخمينك على صورة إذا كان ... فإن ... حيث تمثل كل من الزوايا المذكورة في الجملة الشرطية.
a) متناظرتان
b) متبادلتان داخليًا
c) متحالفتان

4) اسحب النقطة C أو D بحيث يكون قياس أي من الزوايا 90° انظر ملحق الإجابات
5) ماذا تلاحظ عن قياسات الزوايا الأخرى؟
6) كون تخمينًا حول القاطع الذي يكون عموديًا على أحد المستقيمين المتوازيين.

نظام التقويم الشامل

معالجة الأخطاء

توفر السلسلة تقويمًا صريحًا ذا معنى لمدى تقدم الطلاب في بنية المنهج وفي المواد المساندة التي يستعين بها المعلم.

1 التقويم التشخيصي

التهيئة للفصل 1

تقويم أولي: قوِّم معرفة طلابك في بداية العام الدراسي باستعمال اختبارات تشخيصية واختبارات تحديد المستوى. وسوف يساعدك هذا على تحديد مدى حاجة طلابك لمواد ومصادر تعلم إضافية ليكونوا قادرين على المواءمة مع معايير مستوى الصف.

تقويم مستوى المدخلات الدراسية: قوِّم المعارف السابقة لطلابك في بداية الفصل أو الدرس، من خلال:

- كتاب الطالب: التهيئة
- دليل المعلم: بدائل تنويع التعليم
- دليل التقويم
- نموذج التوقع

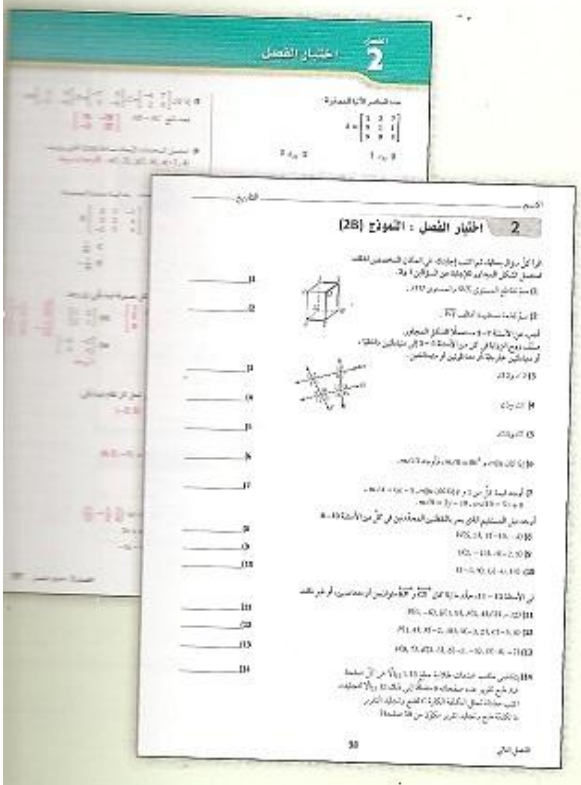
2 التقويم التكويني

مراقبة التقدم: حدِّد إذا كان طلابك يحرزون تقدمًا مناسبًا في أثناء تعلمهم في كل درس أم لا، باستعمال أنواع التقويم الآتية لتنويع التدريس والتدريبات:

كتاب الطالب:
- تأكد
- اكتشف الخطأ
- اكتب
- اختبار منتصف الفصل
- دليل الدراسة والمراجعة
- المطويات

دليل التقويم
- الاختبارات القصيرة
- اختبار منتصف الفصل

دليل المعلم:
- بدائل تنويع التعليم
- الخطوة الرابعة (التقويم) في خطة التدريس
- معالجة الأخطاء



3 التقويم الختامي

التقويم الختامي: قوِّم مدى نجاح طلابك في تعلم مفاهيم كل فصل باستعمال ما يأتي:

كتاب الطالب:
- اختبار الفصل
- الاختبار المعياري
- المطويات

دليل التقويم
- اختبار الفصل (نماذج متعددة)
- اختبار المفردات
- اختبار الإجابات المطولة
- الاختبار المعياري

دليل المعلم:
- معالجة الأخطاء

تنويع التعليم

تلبية حاجات الطلاب:

توفر السلسلة دعمًا واسعًا يراعي الفروق الفردية بين الطلاب.

حيث يحتوي كل فصل وكل درس على اقتراحات لتحديد احتياجات طلابك وتلبيتها.

كما أن تنويع التعليم يلبي حاجات الفئتين الآتيتين :

- دون الطلاب دون المتوسط
- فوق الطلاب فوق المتوسط

الطلاب من المستوى المتقدم:

التسريع والإثراء: يمكن استعمال المصادر والواجبات المنزلية ، التي تم تصنيفها للطلاب فوق المتوسط، مع الطلاب ذوي المستوى التعليمي المتقدم.

مجموعات أسئلة متعددة المستويات:

تم تنويع الواجبات المنزلية لكل درس حسب مستويات الطلاب:

- دون دون المتوسط
- ضمن ضمن المتوسط
- فوق فوق المتوسط

مصادر متعددة المستويات:

توفر السلسلة مصادر لكل درس حسب مستويات الطلاب:

- دون دون المتوسط
- ضمن ضمن المتوسط
- فوق فوق المتوسط

معالجة متعددة المستويات

يُقدَّم في كل فصل من فصول كتاب المعلم لمختلف الصفوف مدخل شامل للمعالجة.

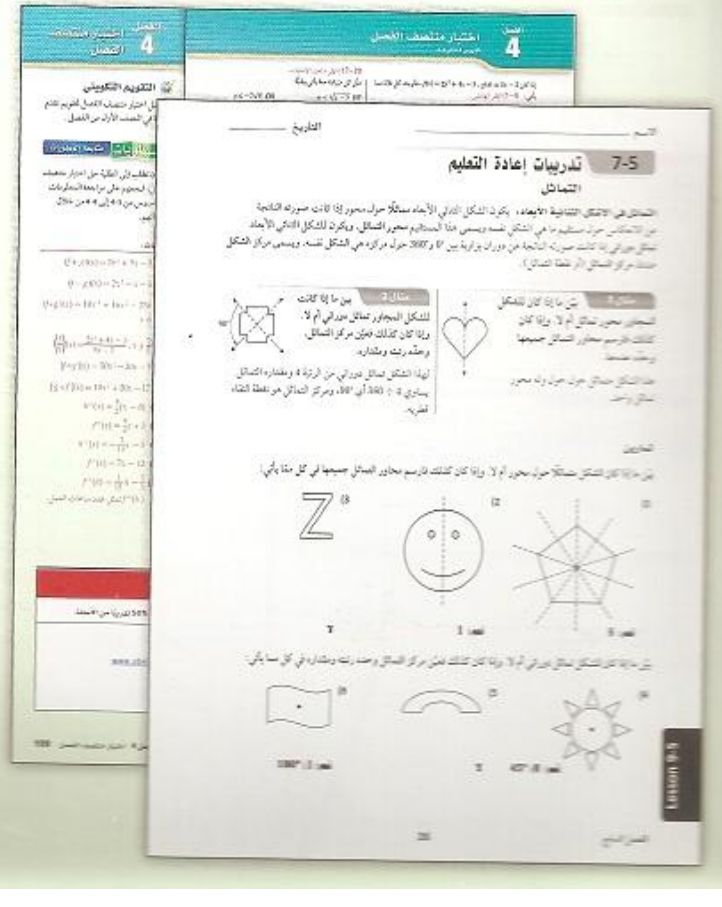
التقويم والمعالجة

يتضمن كل فصل اقتراحات للتشخيص ومستويات المعالجة.

1. استعمال مجموعات أسئلة.
2. استعمال دليل الدراسة والمراجعة، وبدائل تنويع التعليم.

في بداية كل فصل

يقدم مخطط المعالجة اقتراحات لطرائق التعامل مع الطلاب بناءً على نتائج اختبار "التهيئة" في بداية كل فصل. وتساعدك العبارات الشرطية التي يتضمنها المخطط على تحديد مستوى المعالجة الذي تستعمله.



خلال كل درس

توفر السلسلة فرصًا متعددة للتقويم التكويني في كل فصل ليحدد المعلم إذا كانت هناك ضرورة للمعالجة بناءً على نتائج الطلاب.

ما بعد الفصل

توفر السلسلة بدائل متعددة للطلاب الذين لا يزالون يعانون من صعوبات بعد إنهاء الفصل تساعدهم على تحسين مستوياتهم.

تدريبات إعادة التعليم

عزز المهارات الضرورية من خلال تدريبات إعادة التعليم بأسلوب ومعالجة يختلفان عن كتاب الطالب وكتاب التمارين.

التخطيط للنجاح

دليل المعلم

سهولة الاستعمال:

تتميّز السلسلة بأنها نموذج تعليم قوي يشتمل على بدائل تنويع التعليم، وإعادة التعليم والتعزيز، وبدائل للتوسع، وإرشادات للمعلم تساعده على تعرّف مستويات الطلاب، كما يشتمل على نشاطات قبلية متقدمة، وتقويم مصاحب للتعليم.

تخطيط ملائم للدرس في متناول اليد:

يساعدك مخطط الفصل على التخطيط للتعليم من خلال توضيح الأهداف والخطة الزمنية المقترحة، والتغطية الشاملة للأفكار المحورية.

الترابط الرأسي (بين الفصول):

بُنيت المواضيع الدراسية على المفاهيم والمهارات السابقة للصف المعني، وتؤسس لمواضيع مستقبلية.

خطة الخطوات الأربع في التعليم:

نظّم تعليمك بناءً على: التركيز على المحور، وعملية التدريس نفسها، ومساعدة طلابك من خلال التدريب، والتقويم لما تعلموه.

الترابط الرأسي (بين الدروس):

يوضح الترابط الرأسي في بداية كل درس الأهداف التي تؤدي إلى محتوى الدرس الحالي والأهداف التي تتبعه، والذي يأتي في إطار وثيقة المدى والتتابع من الصف الأول الابتدائي إلى الصف الثالث الثانوي.

أسئلة التعزيز:

يحتوي كل درس على **أسئلة التعزيز** لتستعملها في مساعدة الطلاب على استقصاء الأفكار الرئيسة للدرس وفهمها.

أمثلة إضافية:

يعدُّ كل مثال إضافي انعكاسًا لمثال في كتاب الطالب.

بدائل تنويع الواجبات المنزلية:

بما أن معظم الصفوف تشمل طلابًا ذوي قدرات مختلفة، فإن بدائل **تنويع الواجبات المنزلية** يسمح لك بتعديل أسئلة الواجب المنزلي.

نشاطات تقويمية:

توفر نشاطات التقويم التكويني طرائق بديلة لتحديد استيعاب الطلاب في نهاية كل درس؛ مثل:

- **التعلم السابق:** يربط الطلاب ما تعلموه في الدرس الحالي بما تعلموه سابقًا.
- **التعلم اللاحق:** يخمّن الطلاب كيفية ارتباط الدرس الحالي بالدرس التالي.
- **فهم الرياضيات:** يذكر الطلاب الرياضيات المستعملة في المسألة.
- **بطاقة المكافأة:** يجب على الطلاب أن يجيبوا عن السؤال المطلوب، ويسلموا الإجابة للمعلم قبل مغادرة الصف.

الفصل 1 مخطط الفصل

التقويم التشخيصي
التهيئة، ص (9)

	الدرس 1-1 حصتان	الدرس 2-1 حصتان	الدرس 3-1 حصتان	توسع 3-1 حصة واحدة
العنوان	التبرير الاستقرائي والتخمين	المنطق	العبارات الشرطية	معمل الهندسة: العبارات الشرطية الثنائية
الأهداف	• كتابة تخمينات مبنية على التبرير الاستقرائي. • إيجاد أمثلة مضادة.	• تعيين قيم الصواب لعبارة الوصل ولعبارة الفصل، وتمثيلها باستعمال أشكال فن.	• تحليل العبارة الشرطية (إذا كان ... فإن...). • كتابة العكس، والمعكوس والمعاكس الإيجابي لعبارة (إذا كان ... فإن ...).	• تحديد العبارات الشرطية الثنائية، واستعمالها، وإيجاد قيمة الصواب لها.
المفردات	التبرير الاستقرائي التخمين المثال المضاد	العبارة قيمة الصواب نفي العبارة العبارة المركبة عبارة الوصل عبارة الفَصْل جدول الصواب	العبارة الشرطية (إذا كان ... فإن...) الفرض النتيجة العبارة الشرطية المرتبطة العكس المعكوس المعاكس الإيجابي التكافؤ المنطقي	العبارات الشرطية الثنائية
التمثيلات المتعددة			ص (30)	
مصادر الدرس	**مصادر المعلم للأنشطة الصفية** • تدريبات إعادة التعليم، ص (6) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (8) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (9) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (10) دون ضمن **كتاب التمارين** • ص (4) دون ضمن فوق	**مصادر المعلم للأنشطة الصفية** • تدريبات إعادة التعليم، ص (11) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (13) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (14) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (15) دون ضمن **كتاب التمارين** • ص (5) دون ضمن فوق	**مصادر المعلم للأنشطة الصفية** • تدريبات إعادة التعليم، ص (16) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (18) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (19) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (20) دون ضمن **كتاب التمارين** • ص (6) دون ضمن فوق	
التقنيات لكل درس	السبورة التفاعلية، ص (11)	السبورة التفاعلية، ص (18)	السبورة التفاعلية، ص (26)	
توزيع التعليم	ص (12 , 13 , 16)	ص (21 , 23)	ص (30 , 31)	

المفتاح: دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

التبرير والبرهان

الخطة الزمنية		
التدريس	المراجعة والتقويم	المجموع
(17) حصة	(4) حصص	(21) حصة

الدرس 1-4 حصتان	الدرس 1-5 حصتان	الدرس 1-6 حصتان	الدرس 1-7 حصتان	الدرس 1-8 حصتان
التبرير الاستنتاجي	المسلّمات و البراهين الحرة	البرهان الجبري	إثبات علاقات بين القطع المستقيمة	إثبات علاقات بين الزوايا
• استعمال قانون الفصل المنطقي. • استعمال قانون القياس المنطقي.	• تعرف المسلّمات الأساسية حول النقاط، والمستقيمات والمستويات واستعمالها. • كتابة برهان حر.	• استعمال الجبر لكتابة برهان ذي عمودين. • استعمال خصائص المساواة لكتابة برهان هندسي.	• كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة. • كتابة براهين تتضمن تطابق قطع مستقيمة.	• كتابة براهين تتضمن زوايا متتامة وزوايا متكاملة. • كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.
التبرير الاستنتاجي قانون الفصل المنطقي قانون القياس المنطقي	المسلّمة البرهان النظرية البرهان الحر	البرهان الجبري البرهان ذو العمودين		
		ص (54)	ص (60)	ص (69)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (21) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (23) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (24) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (25) دون ضمن كتاب التمارين • ص (7) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (26) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (28) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (29) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (30) دون ضمن كتاب التمارين • ص (8) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (31) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (33) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (34) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (35) دون ضمن كتاب التمارين • ص (9) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (36) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (38) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (39) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (40) دون ضمن كتاب التمارين • ص (10) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (41) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (43) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (44) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (45) دون ضمن كتاب التمارين • ص (11) دون ضمن فوق
تسجيلات صوتية، ص (36)	مدونة، ص (42)	تسجيل مرئي، ص (51)	السبورة التفاعلية، ص (58)	تسجيل مرئي، ص (64)
ص (35 , 40)	ص (45 , 47)	ص (54)	ص (57 , 61)	ص (66 , 68)

التقويم التكويني
اختبار منتصف الفصل ص (48)

التقويم الختامي
- دليل الدراسة والمراجعة ص (74-78)
- اختبار الفصل ص (79)

الفصل 1

التقويم والمعالجة

التشخيص	المعالجة
التقويم التشخيصي	
بداية الفصل 1	
التهيئة للفصل 1 ، ص (9)	مخطط المعالجة، ص (9)
بداية كل درس	
فيما سبق، والآن، لماذا؟	مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب
التقويم التكويني	
خلال كل درس وبعده	
تحقق من فهمك، لكل مثال	**مستوى المعالجة 1**
تأكد	تدريبات المهارات، الفصل 1
مسائل مهارات التفكير العليا	www.obeikaneducation.com
مراجعة تراكمية	**مستوى المعالجة 2**
أمثلة إضافية	تنويع التعليم
تنبيه!	تنويع الواجبات المنزلية
الخطوة 4، التقويم	تدريبات إعادة التعليم، الفصل 1
الاختبارات القصيرة ، ص (11, 12)	
www.obeikaneducation.com	
منتصف الفصل	
اختبار منتصف الفصل، ص (48)	**مستوى المعالجة 1**
اختبار منتصف الفصل، ص (13)	تدريبات المهارات، الفصل 1
www.obeikaneducation.com	www.obeikaneducation.com
	مستوى المعالجة 2
	تدريبات إعادة التعليم، الفصل 1
نهاية الفصل	
دليل الدراسة والمراجعة، ص (74-70)	**مستوى المعالجة 1**
اختبار الفصل، ص (75)	تدريبات المهارات، الفصل 1
اختبار معياري، ص (79-76)	www.obeikaneducation.com
www.obeikaneducation.com	**مستوى المعالجة 2**
	تدريبات إعادة التعليم، الفصل 1
التقويم الختامي	
بعد انتهاء الفصل 1	
اختبار الفصل، النماذج 1, 2A, 2B ، ص (20-15)	تدريبات إعادة التعليم، الفصل 1
اختبار الفصل، النموذج 3 ، ص (22-21)	www.obeikaneducation.com
اختبار المفردات ، ص (14)	
اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة ، ص (23)	
اختبار معياري ، ص (26-24)	
www.obeikaneducation.com	

تنويع التعليم

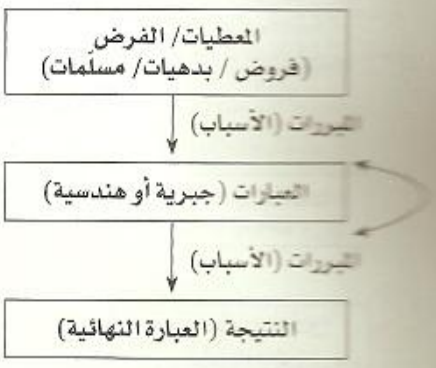
البديل 1 جميع المستويات دون ضمن فوق

المتعلمون البصريون: اطلب إلى الطلاب استكشاف جمع القطع المستقيمة والزوايا، وذلك بقياس بعض الأشياء الموجودة في غرفة الصف، واستعمال المتر لإيجاد نقطة منتصف غرفة الصف، والمنقلة للتحقق من أن زاويتين قائمتين تشكلان خطًّا مستقيمًا.

المتعلمون الطبيعيون: يمكن للطلاب أن يتدربوا باستعمال العصف الذهني على صياغة تخمينات، وإيجاد أمثلة مضادة من الطبيعة. فمثلًا اطلب إليهم قراءة العبارة "إذا لم تُرَوَ النباتات كل يوم فلن تبقى على قيد الحياة". والمثال المضاد لها أن نبتة الصبار يمكن أن تبقى أسابيع بدون ماء.
وموضوعات الطبيعة يمكن أن تشمل النباتات والحيوانات وعلاقات الحيوانات المفترسة والطرائد والحشرات والطقس، وهكذا.

البديل 2 دون المتوسط دون

وضّح للطلاب كيفية الانتقال في البرهان من الفرض إلى النتيجة باستعمال مخطط تسلسلي، بحيث تقود الشروط المعطاة إلى عبارات البرهان مع تبرير لكل خطوة، وتكون النتيجة هي العبارة النهائية في البرهان.



البديل 3 فوق المتوسط فوق

اطرح المسألة الآتية على الطلاب:
إذا علمت أن كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تحدد مستوى واحدًا فقط، فما عدد المستويات التي تحددها أربع نقاط لا تقع جميعها على مستقيم واحد؟ وما عدد المستويات التي تحددها 5 نقاط ليست على استقامة واحدة؟
تحدد أربع النقاط مستوى واحدًا على الأقل، و4 مستويات على الأكثر. وتحدد خمس النقاط مستوى واحدًا على الأقل، و 10 مستويات على الأكثر.

القراءة والكتابة بلغة الرياضيات

مهارة الدراسة

يمكن تمثيل الكثير من المفردات التي قُدّمت في الفصل 1 بالرموز.

من الطرائق المفيدة في تنظيم المفردات استعمال جدول ذي أربعة أعمدة لكتابة الملاحظات.

ولتعزيز الفهم يمكن أن يكتب الطلاب توضيحًا لكل مفردة بكلماتهم الخاصة، ويكتبوا الصيغة الرمزية المناسبة. ويبين الجدول أدناه ملاحظات حول الدرس 2-1، ويمكن أن يضيف الطلاب إلى هذه العينة مفردات أخرى من الفصل 1.

المفردة	التوضيح	الرمز	أمثلة
النفي	عكس العبارة المعطاة	$\sim$	لا دوام في المدرسة اليوم.
عبارة الوصل	عبارة مركبة تشكلت باستعمال "و"	$p \wedge q$	اليوم هو الجمعة، و لادوام في المدرسة هذا اليوم.
عبارة الفصل	عبارة مركبة تشكلت باستعمال "أو"	$p \vee q$	اليوم هو الجمعة أو لا دوام في المدرسة هذا اليوم.

يسهم هذا النشاط وماشابهه في بناء استقلالية الطلاب من خلال استعمالهم الاستراتيجيات الخاصة بهم.

الفصل 1

المحتوى الرياضي

الترابط الرأسي

ما قبل الفصل 1

- التعبير عن الأفكار الرياضية لغويًّا وبأدوات فعّالة، ووحدات مناسبة، واستعمال النماذج البيانية أو الرياضية أو العددية أو المادية أو الجبرية.
- إثبات صحة الاستنتاجات باستعمال الخصائص والعلاقات الرياضية.

الفصل 1

- استعمال التبرير الاستقرائي لصياغة تخمين.
- استعمال التبرير المنطقي لإثبات صحة عبارات، وإيجاد أمثلة مضادة لتفنيد العبارات الخطأ.
- تحديد قيمة الصواب لعبارة شرطية وعكسها ومعكوسها والمعاكس الإيجابي لها.
- استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة عبارة.

ما بعد الفصل 1

التهيئة للصف الثاني الثانوي

- المقارنة بين الحلول الجبرية والبيانية لمعادلات تربيعية وتفسيرها.
- تحليل مواقف رياضية ممثلة بدوال الجذر التربيعي، وصياغة معادلات أو متباينات واختيار طريقة وحل المسائل.

ملخص الدروس

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين الرياضي

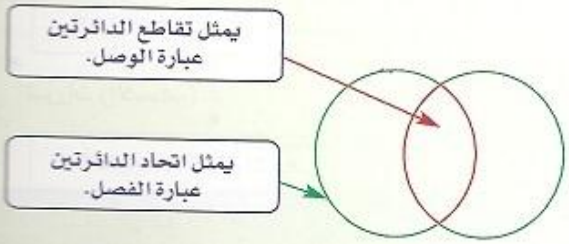
التخمين هو توقع مدروس بناء على معلومات معروفة، والتبرير الاستقرائي هو تفحص لعدة أوضاع خاصة للوصول إلى التخمين. وإذا ناقض مثال واحد التخمين، فإن التخمين خاطئ، ويدعى المثال في هذه الحالة مثالًا مضادًّا.

1-2 المنطق

العبارة هي جملة خبرية إما أن تكون صحيحة أو خاطئة، وليس كلتيهما. وتُسمى صحة العبارة أو خطؤها قيمةَ الصواب لها. ولذلك فإن قيمة الصواب لنفي العبارة هو عكس قيمة الصواب للعبارة. وإذا رمزنا لعبارة بالرمز p ، فإن "ليس p" هو نفي العبارة، ويُرمز له بالرمز $\sim p$.

ويمكن ربط عبارتين أو أكثر لتكوين عبارة مركبة. وإذا استعملت أداة الربط "و" ورمزها "$\wedge$"، فإن العبارة المركبة الناتجة تسمى "عبارة الوصل". أما إذا استعملت أداة الربط "أو" ورمزها "$\vee$"، فإن العبارة المركبة الناتجة تُسمى "عبارة الفصل". ويمكن توضيح عبارتي الفصل والوصل بأشكال فن كما يلي.

- **أشكال فن**



ويمكن أن تساعد جداول الصواب في إيجاد قيم الصواب للعبارات.

- **جداول الصواب**

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
F	T	F
F	F	F
T	F	F

تكون عبارة الوصل صحيحة فقط، عندما تكون كل من p و q صحيحة.

p	q	$p \vee q$
T	T	T
F	T	T
F	F	F
T	F	T

تكون عبارة الفصل خاطئة فقط، عندما تكون كل من p و q خاطئة.

p	$\sim p$
T	F
F	T

في حالة النفي إذا كانت p صحيحة، فإن $\sim p$ خاطئة. وإذا كانت p خاطئة، فإن $\sim p$ صحيحة.

تبين جداول الصواب أن عبارة الوصل تكون صحيحة فقط، عندما تكون العبارتان صحيحتين. أما عبارة الفصل فتكون صحيحة دائمًا إلا إذا كانت العبارتان خاطئتين.

1-3 العبارات الشرطية

العبارة الشرطية هي العبارة التي يمكن أن تُكتب على صورة "إذا كان... فإنّ... ، إذا كانت p، فإن q. تسمّى الجملة التي تلي "إذا كان" الفرض، والتي تلي "فإن" النتيجة. وبالرموز يستعمل سهم متجه من الفرض إلى النتيجة. وتكون العبارة الشرطية صحيحة دائمًا إلا إذا كان الفرض صحيحًا، والنتيجة خاطئة.

وتشتق العبارات الشرطية المرتبطة من العبارة الشرطية المعطاة، فعكس العبارة الشرطية ينتج عن تبديل الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية: إذا كانت q، فإن p . ومعكوس العبارة الشرطية ينتج من نفي كل من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية: إذا كانت $p\sim$، فإن $q\sim$. أما المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية فينتج عن نفي كل من الفرض والنتيجة لعكس العبارة الشرطية: إذا كانت $q\sim$، فإن $p\sim$.

1-4 التبرير الاستنتاجي

يستعمل التبرير الاستنتاجي الحقائق أو القواعد أو التعاريف أو الخصائص للوصول إلى نتائج منطقية. ومن أشكال التبرير الاستنتاجي أن يُستعمل للحصول على نتائج من عبارات شرطية، وهو ما يُسمى بقانون الفصل المنطقيّ، والذي ينص على أنه إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صحيحة، وكانت p صحيحة، فإن q تكون صحيحة. ومن قوانين المنطق الأخرى قانون القياس المنطقي الذي ينص على أنه إذا كانت $p \rightarrow q$ صحيحة، وكانت $q \rightarrow r$ صحيحة، فإن $p \rightarrow r$ صحيحة. وهذا القانون يشبه علاقة التعدي للمساواة.

1-5 المسلّمات والبراهين الحرة

المسلّمة في الهندسة عبارة تعطي وصفًا لعلاقة أساسية بين المفاهيم الهندسية الأولية، ويُسلّم بصحتها دون برهان. وحالما يتم بيان صحة العبارة أو التخمين، فإنها تُسمى نظرية. ويمكن استعمال النظرية – مثلها مثل التعريفات أو المسلمات – لتبرير صحة عبارات أخرى.

والبرهان دليل منطقي، حيث تبرر صحة كل عبارة فيه بعبارة تم قبولها على أنها صحيحة. ومن أشكال البرهان: البرهانُ الحر، وهو تبرير كتابي لصحة تخمين. ويبيّن البرهان صحة ما يُراد إثباته ويطوّر نظامًا من التبريرات الاستنتاجية.

1-6 البرهان الجبري

تعلمت في الجبر استعمال خصائص المساواة لحل المعادلات الجبرية والتحقق من صحة العلاقات الجبرية. واستعمال مجموعة من الخطوات الجبرية لحل مسائل يُشكل برهانًا استنتاجيًا. وهذا البرهان يمكن تنظيمه بكتابة خطوات الحل للمعادلة في عمود، والخصائص التي تبرر كل خطوة في عمود آخر. ويستعمل في الهندسة نموذج مشابه لإثبات صحة التخمينات والنظريات، ويتضمن البرهان ذو العمودين العبارات والتبريرات منظمة في عمودين، تسمى كل خطوة عبارة، وتسمى الخاصية تبريرًا.

1-7 إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

يمكن إيجاد طول القطع المستقيمة، واستعمال هذه الأطوال في الحسابات؛ لأنها أعداد حقيقية. تسمى إحدى مسلمات القطع المستقيمة مسلمة المسطرة، وتنص على أن النقاط الواقعة على مستقيم أو على قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية، بحيث إذا وقعت نقطتان A و B على مستقيم، وكانت النقطة A تقابل العدد صفرًا، فإن النقطة B تقابل عددًا موجبًا، يمثل طول القطعة $\overline{AB}$. وهناك مسلمة أخرى تنص على أنه إذا وقعت النقطة B بين النقطتين A و C على المستقيم نفسه، فإن $AB + BC = AC$ ، وعكس العبارة صحيح أيضًا.

ويمكن استعمال خصائص الانعكاس والتماثل والتعدي للمساواة في كتابة براهين حول تطابق القطع المستقيمة. والنظرية الناتجة عن البراهين تنص على أن تطابق القطع المستقيمة هي علاقة انعكاس وتماثل وتعدٍّ.

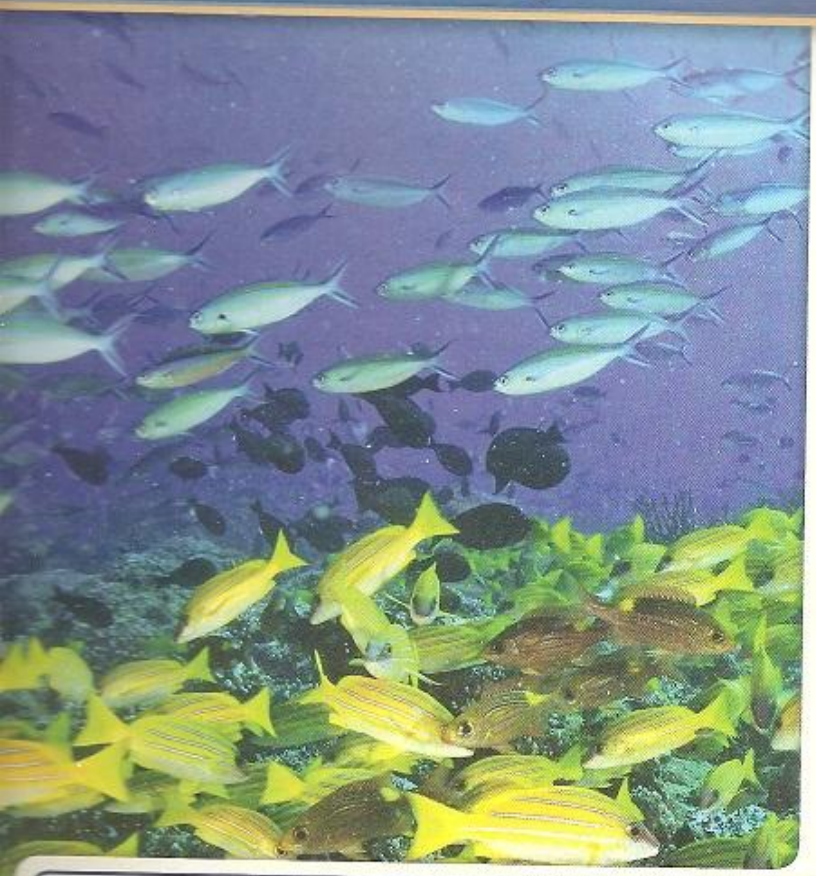
1-8 إثبات علاقات بين الزوايا

يقدم هذا الدرس مسلّمات ونظريات حول العلاقات بين الزوايا، حيث تنص مسلّمة المنقلة على أنه "لأي نصف مستقيم $\overrightarrow{AB}$ وعدد حقيقي r بين 0 و 180 هناك نصف مستقيم وحيد، طرفه النقطة A، ويمتد في إحدى جهتي $\overrightarrow{AB}$ ، بحيث إن قياس الزاوية المتكونة هو r".

وتنص مسلّمة جمع الزوايا على أنه إذا كانت النقطة R داخل $\angle PQS$ فإن $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$.

والعكس صحيح أيضًا.

الفصل 1 التبرير والبرهان
Reasoning and Proof



فيما سبق:

درستَ القطع المستقيمة وعلاقات الزوايا.

والآن:

- أكتب تخمينات، وأجد أمثلة مضادة للعبارات.
- أستعمل التبرير الاستنتاجي للتوصل إلى نتيجة صحيحة.
- أكتب براهين تتضمّن نظريات القطع المستقيمة والزوايا.

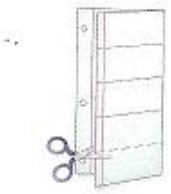
لماذا؟

العلوم والطبيعة: يستعمل علماء الأحياء التبريرات الاستنتاجية والاستقرائية لاتخاذ القرارات ووضع الاستنتاجات المنطقية عن مملكة الحيوانات.

المطويات منظم أفكار

التبرير والبرهان: اعمل هذه المطوية؛ لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الفصل 1 مبتدئًا بورقة من دفتر الملاحظات.

1. اطوِ الورقة طوليًا، بحيث تكون حافتها بمحاذاة الثقوب الجانبية.
2. قص خمسة أشرطة كما يظهر في الشكل أدناه.
3. عنون الأشرطة كما في الشكل أدناه.



الفصل 1 ملاحظات

مشروع الفصل

الطريقة العلمية

تعلم الطلاب سابقًا الطريقة العلمية، وسوف يضعون تخمينات يربطون من خلالها بين ما تعلموه، وما سوف يتعلمونه في هذا الفصل.

- اطلب إلى الطلاب البحث عن معنى الطريقة العلمية وعناصرها، وشجعهم على استعمال ملاحظاتهم أو الرجوع إلى الكتب التي درسوها في الصفوف السابقة.
- وزع الطلاب في مجموعات، بحيث تختار كل مجموعة نظرية علمية، وتحدد فرضياتها، والتجارب الممكنة للتحقق من صحتها، والنتائج التي يمكن التوصل إليها.
- اطلب إلى كل مجموعة شرح تصميم تجربة ممكنة، على أن تتضمن المتغيرات التي ستؤخذ في الحسبان، والطريقة التي سوف تُجمع بها البيانات، وطريقة تدوينها، وكيفية معالجة نتائج هذه التجربة وتحليلها.
- اطلب إلى الطلاب أن يصفوا كيف يمكن للنظريات العلمية التي اختاروها التنبؤ بسلوك أو عملية معينة، واطلب إليهم أن يقارنوا بين أنواع التبرير المختلفة، وأن يعرفوا أنهم عندما يتوصلون إلى استنتاج من تجربة، فإنهم يكوّنون تعميمًا، وعندما يتنبؤون بسلوك معين، فإنهم يتوصلون إلى استنتاج أكثر تحديدًا.

المفردات: قدّم مفردات الفصل مستعملاً النمط الآتي:

التعريف: العبارة الشرطية هي العبارة التي يمكن كتابتها على الصورة "إذا كان... فإن..."، والفَرض هو الجملة التي تلي مباشرةً كلمة (إذا كان). والنتيجة هي الجملة التي تلي مباشرة كلمة (فإن).

مثال: إذا أنهيت واجباتك المنزلية، فإنه يمكنك متابعة برامج التلفاز.

سؤال: هل هذه العبارة على صورة "إذا كان... فإن...؟ نعم. ما الفَرض؟ أنهيت واجباتك المنزلية. ما النتيجة؟ يمكنك متابعة برامج التلفاز.

المطويات منظم أفكار

غرضها: أن يكتب الطلاب عن التبرير والبرهان.

وظيفتها: اطلب إلى الطلاب أن يدونوا ملاحظاتهم تحت كل شريط في مطوياتهم خلال دراستهم للفصل 1. وجّه الطلاب إلى كتابة الملاحظات في أثناء قراءتهم للدرس أو سماعهم للشرح، على أن تتضمن هذه الملاحظات تعريفات المصطلحات والمفاهيم الأساسية، وشجعهم على البحث عن أمثلة على كل نوع من أنواع التبريرات المنطقية، وتدوينها خلف صفحات مطوياتهم.

وقت استعمالها: استعمل الشريط المناسب عند دراسة الطلاب لكل درس في هذا الفصل، وعلى الطلاب أن يضيفوا المفردات الجديدة تحت شريط المفردات في أثناء دراسة كل درس.

تنويع التعلم

نموذج بناء المفردات، ص (9).

يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

التهيئة للفصل 1

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية.

البديل 1 أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

(يستعمل مع الدرس 1-1)

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي عند قيمة x المُعطاة.

1) $4x + 7, x = 6$ 31
2) $180\,(x - 2), x = 8$ 1080
3) $5x^2 - 3x, x = 2$ 14
4) $\frac{x(x-3)}{2}, x = 5$ 5
5) $x + (x + 1) + (x + 2), x = 3$ 12

اكتب كل تعبير لفظي مما يأتي على صورة عبارة جبرية:

6) أقل من خمسة أمثال عدد بثمانية. $5x - 8$

7) أكثر من مربع عدد بثلاثة. $x^2 + 3$

حل كل معادلة فيما يأتي: (يستعمل مع الدروس 6-1 إلى 8-1)

8) $8x - 10 = 6x$ 5
9) $18 + 7x = 10x + 39$ -7
10) $3(11x - 7) = 13x + 25$ 2.3
11) $\frac{3}{2}x + 1 = 5 - 2x$ 1.1
12) **قراءة:** اشترت عائشة 4 كتب بقيمة 52 ريالًا؛ لتقرأها في أثناء الإجازة الصيفية. إذا كانت الكتب متساوية السعر، فاكتب معادلة لإيجاد ثمن الكتاب الواحد، ثم حُلَّها. $4x = 52$ ؛ 13 ريالًا

(يستعمل مع الدرس 8-1)

استعن بالشكل المجاور في مثال 3 للإجابة عما يأتي:

13) عين زاويتين منفرجتين متقابلتين بالرأس. $\angle BXD, \angle AXE$
14) عيّن زاويتين متتامتين. $\angle CXD, \angle DXE$
15) عيّن زاويتين متجاورتين على مستقيم. $\angle DXE, \angle EXA$
16) إذا كان $m\angle DXB = 116°$ و $m\angle EXA = (3x + 2)°$، فأوجد قيمة x. 38
17) إذا كان $m\angle CXD = (6x - 13)°$ و $m\angle DXE = (10x + 7)°$، فأوجد قيمة x. 6

مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد قيمة $x^2 - 2x + 11$ إذا كانت $x = 6$.

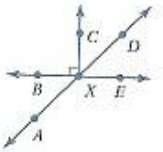
العبارة المعطاة	$x^2 - 2x + 11$
$x = 6$	$= (6)^2 - 2(6) + 11$
بإيجاد قيم القوى	$= 36 - 2(6) + 11$
بالضرب	$= 36 - 12 + 11$
بالتبسيط	$= 35$

مثال 2

حل المعادلة $36x - 14 = 16x + 58$.

المعادلة المعطاة	$36x - 14 = 16x + 58$
بطرح $16x$ من الطرفين	$36x - 14 - 16x = 16x + 58 - 16x$
بالتبسيط	$20x - 14 = 58$
بإضافة 14 للطرفين	$20x - 14 + 14 = 58 + 14$
بالتبسيط	$20x = 72$
بقسمة الطرفين على 20	$\frac{20x}{20} = \frac{72}{20}$
بالتبسيط	$x = 3.6$

مثال 3



إذا كان $m\angle BXA = (3x + 5)°$، $m\angle DXE = 56°$، فأوجد قيمة x.

تعريف الزاويتين المتقابلتين بالرأس	$m\angle BXA = m\angle DXE$
بالتعويض	$3x + 5 = 56$
بطرح 5 من الطرفين	$3x = 51$
بقسمة الطرفين على 3	$x = 17$

البديل 2 أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة؛ لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب. وتساعدك العبارة "إذا ... فقم" في الجدول على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى	ضمن المتوسط
1	
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% أو أقل من الأسئلة،
فعد إلى	
	تدريبات المهارات، ص (2)
	مشروع الفصل، ص (9)
	www.obeikaneducation.com

المستوى	دون المتوسط
2	
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريبًا من الأسئلة،
فعد إلى	
	تدريبات إعادة التعليم.
	www.obeikaneducation.com

1-1 ملاحظات الدرس

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-1

تمثيل العلاقات بين الكميات، باستعمال نماذج حسية وجداول، وتمثيلات بيانية ومخططات، ووصف تقطي، ومعادلات.

الدرس 1-1

إيجاد أمثلة مضادة

استعمال التبرير الاستقرائي لصياغة تخمين.

ما بعد الدرس 1-1

استعمال التبرير المنطقي لإثبات صحة عبارات وإيجاد أمثلة مضادة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

- ما الأشياء التي تهم باحث التسويق؟
  إجابة ممكنة: مبيعات المنتج، مقارنته بالمنتجات المنافسة.
- لماذا يقوم الباحث بتوجيه الأسئلة إلى مجموعة من الأشخاص فقط؟
  إجابة ممكنة: يصعب في كثير من الأحيان توجيه الأسئلة إلى جميع المستهلكين، ولذلك توجه الأسئلة إلى مجموعة ممثلة.

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين
Inductive Reasoning and Conjection

لماذا؟

يتم في أبحاث التسويق تحليل إجابات مجموعة من الأشخاص عن أسئلة محددة حول المنتج، ثم يتم البحث عن نمطية معينة في الإجابات حتى الوصول إلى نتيجة. وتسمى هذه العملية التبرير الاستقرائي.

التخمين: **التبرير الاستقرائي** هو تبرير تستعمل فيه أمثلة محددة للوصول إلى نتيجة. وعندما تفترض استمرار نمط على نفس الوتيرة، فإنك تستعمل التبرير الاستقرائي، وتُسمّى العبارة النهائية التي توصلت إليها باستعمال التبرير الاستقرائي **تخمينًا**.

فيما سبق:
درست استعمال البيانات لإيجاد أنماط والتوصل إلى توقعات.

والآن:
- أكتب تخمينات مبنية على التبرير الاستقرائي.
- أجد أمثلة مضادة.

المفردات:
التبرير الاستقرائي
inductive reasoning
التخمين
conjecture
المثال المضاد
counterexample

www.obeikaneducation.com

مراجعة المفردات

المتتابعة هي مجموعة من الأعداد أو الأشياء منظمة بترتيب معين.

مثال 1 الأنماط والتخمين

اكتب تخمينًا يصف النمط في كل من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

a) مواعيد وصول الحافلات إلى محطة الركوب هي: 8:30 صباحًا، 9:10 صباحًا، 9:50 صباحًا، 10:30 صباحًا، .....

الخطوة 1: ابحث عن نمط.

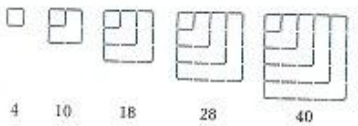
8:30 صباحًا، 9:10 صباحًا، 9:50 صباحًا، 10:30 صباحًا .....

40 دقيقة 40 دقيقة 40 دقيقة

الخطوة 2: ضع تخمينًا.

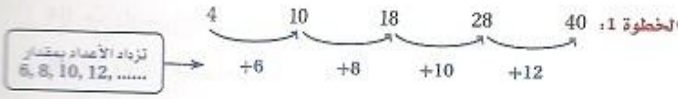
يزيد موعد وصول الحافلة 40 دقيقة عن موعد وصول الحافلة التي سبقتها. موعد وصول الحافلة التالية سوف يكون 10:30 صباحًا + 40 دقيقة أو 11:10 صباحًا.

b)



4 10 18 28 40 .....

الخطوة 1:



الخطوة 2: سوف يزيد عدد القطع المستقيمة في الشكل التالي على سابقه بمقدار 12 + 2 أو 14 قطعة مستقيمة؛ لذا سوف يحتوي الشكل التالي على 40 + 14 أو 54 قطعة مستقيمة.

تحقق: ارسم الشكل التالي؛ لكي تتحقق من صحة تخمينك. ✓

54

مصادر الدرس 1-1

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (12, 13)	• تنويع التعليم، ص (12, 13, 16)	• تنويع التعليم، ص (13, 16)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (4)	• كتاب التمارين، ص (4)	• كتاب التمارين، ص (4)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)	• تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)

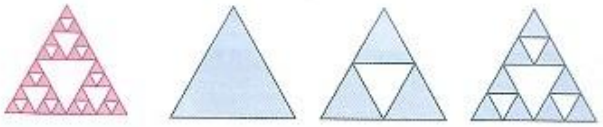
تحقق من فهمك

اكتب تخمينًا يصف النمط في كل من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

1A) زيارات المتابعة: صفر، رجب، ذو الحجة، جمادى الأولى، .....

1B) $10, 4, -2, -8, \ldots\ldots$

1C)



لوضع تخمينات جبرية أو هندسية يجب أن تقدم أمثلة.

مثال 2 التخمينات الجبرية والهندسية

اكتب تخمينًا لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي، وأعطِ أمثلة عددية أو ارسم أشكالًا تؤيد هذا التخمين.

a) ناتج جمع عددين فرديين.

الخطوة 1: اكتب أمثلة.

$$1+3=4,\ 1+5=6,\ 3+5=8,\ 7+9=16$$

الخطوة 2: ابحث عن نمط.

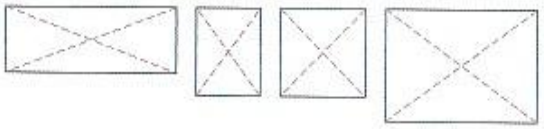
لاحظ أن الأعداد 4, 6, 8, 16 جميعها زوجية.

الخطوة 3: ضع تخمينًا.

ناتج جمع عددين فرديين هو عدد زوجي.

b) القطعتان المستقيمتان الواصلتان بين كل رأسين متقابلين في المستطيل.

الخطوة 1:



الخطوة 2: لاحظ أن أطوال القطع المستقيمة الواصلة بين كل رأسين متقابلين في كل مستطيل تبدو متساوية. استعمل المسطرة أو الفرجار للتحقق من ذلك.

الخطوة 3: التخمين: القطعتان المستقيمتان الواصلتان بين كل رأسين متقابلين في المستطيل متطابقتان.

تحقق من فهمك

2A) ناتج جمع عددين زوجيين عدد زوجي؛ أمثلة:
$2+4=6,\ 8+10=18,\ 20+16=36$.

2B) العلاقة بين AB و EF، إذا كانت $AB=CD$ و $CD=EF$ انظر الهامش

2C) مجموع مربعي عددين كليين متتاليين.

التخمين

المثالان 1, 3 يبينان كيفية وضع تخمينات حول أنماط معطاة.

المثال 2 يبين كيفية وضع تخمين حول شكل واحد.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

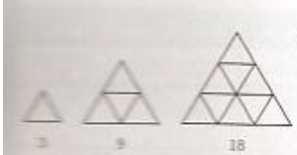
مثالان إضافيان

1 ضع تخمينًا يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

a) 2,4,12,48,240

التخمين: اضرب الحد n في العدد $n+1$ للحصول على الحد التالي له؛ 1440 .

b)



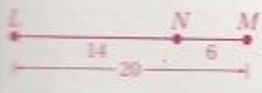
التخمين: اجمع العدد $3n+3$ إلى عدد القطع المستقيمة في الشكل ذي الترتيب n للحصول على عدد القطع المستقيمة في الشكل التالي؛ 30

2 ضع تخمينًا لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي، وأعط أمثلة عددية أو ارسم أشكالًا تؤيد هذا التخمين.

a) مجموع عددزوجي وعددفردي.

تخمين: مجموع العدد الزوجي والعدد الفردي يكون فرديًا
$3+4=7,\ 5+10=15$

b) إذا كانت $LM=20, MN=6, LN=14$ فضع تخمينًا، وارسم شكلًا يوضح تخمينك.



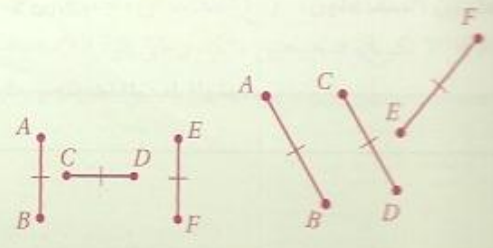
التخمين: النقاط L ، M ، N تقع على استقامة واحدة.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: أعط الطلاب عدة أنماط، واطلب إليهم تخمين الحد التالي في كل منها. اختر بعض الطلاب، ودعهم يعرضوا إجاباتهم، ويشرحوا تبريراتهم أمام زملائهم.

إجابة (تحقق من فهمك):

2B) $AB=EF$ ؛ أمثلة :



تعتمد التخمينات في المواقف الحياتية على بيانات يتم جمعها حول موضوع التخمين.

مثال 3 من واقع الحياة وضع تخمين من مجموعة بيانات

حلاقة: قام صاحب صالون حلاقة بجمع معلومات حول عدد الزبائن الذين يرتادون الصالون أيام الأربعاء والخميس والجمعة لستة أشهر؛ كي يقرر إن كان يجب زيادة عدد الحلاقين العاملين لديه في الأيام الثلاثة الأخيرة من كل أسبوع.

عدد الزبائن في الأيام الثلاثة الأخيرة من كل أسبوع						
اليوم	شهر 1	شهر 2	شهر 3	شهر 4	شهر 5	شهر 6
الأربعاء	225	255	321	406	540	450
الخميس	552	635	642	692	685	705
الجمعة	603	658	652	712	746	832
المجموع	1380	1548	1615	1810	1971	1987

a) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات.

بما أنك تبحث عن نمط له علاقة بالزمن، استعمل شكل الانتشار لعرض هذه البيانات، بجعل المحور الأفقي يمثل الأشهر والمحور الرأسي يمثل عدد الزبائن. ارسم كل مجموعة من البيانات باستعمال لون مختلف، وضع مفتاحًا للتمثيل البياني.

b) ضع تخمينًا يعتمد على هذه البيانات، مفسرًا كيف يؤيد التمثيل البياني هذا التخمين.

ابحث عن نمط في هذه البيانات. لاحظ أن عدد الزبائن لكل من الأيام الثلاثة يبدو آخذًا بالازدياد بمرور الأشهر، كما أن المجموع الكلي يزداد كل شهر عن الشهر السابق.

تؤيد بيانات هذا المسح تخمين صاحب صالون الحلاقة بأن العمل في الأيام الثلاثة الأخيرة من كل أسبوع يزداد، مما يتطلب زيادة عدد الحلاقين العاملين لديه في هذه الأيام.

الربط مع الحياة

يتطلب العمل في صالونات الحلاقة مراعاة شروط صحية تضمن عدم انتقال الأمراض، ومنها غسل اليدين بعد كل عملية حلاقة، وعدم الاستعمال الخاطئ للأدوات والمستحضرات.

تحقق من فهمك

3) أسعار: يبين الجدول المجاور سعر منتج للسنوات من 1402هـ إلى 1427هـ.

السنة	السعر (ريال)
1402	20
1407	22
1412	29
1417	32
1422	37
1427	41

A) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات. انظر الهامش

B) تنبأ بالسعر سنة 1432 هـ معتمدًا على التمثيل البياني الذي أنشأته. 46 ريالًا

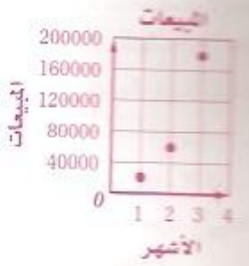
C) هل من المنطقي القول بأن هذا النمط سيستمر بمرور الزمن؟ وإذا لم يكن كذلك، فكيف سيتغير؟ فسر إجابتك. انظر الهامش

مثال إضافي

مبيعات: يبين الجدول أدناه مبيعات محل تجاري للأشهر الثلاثة الأولى من افتتاحه، ويريد صاحبه أن يتوقع مقدار مبيعاته في الشهر الرابع.

الشهر	المبيعات
1	20000 ريال
2	60000 ريال
3	180000 ريال

a) أنشئ أفضل تمثيل إحصائي لعرض هذه البيانات.



b) ضع تخمينًا لمبيعات الأسبوع الرابع، وبرّر هذا التنبؤ أو الادعاء.

التخمين: المبيعات في كل شهر تساوي ثلاثة أمثال مبيعات الشهر الذي يسبقه؛ لذا فإن المبيعات ستكون في الشهر الرابع 720000 ريال.

إجابات (تحقق من فهمك):

3A)

3C) إجابة ممكنة: نعم، هذا الاتجاه المتزايد معقول؛ لأنه من المحتمل أن يستمر سعر المنتج بالزيادة على مر السنين.

تنويع التعليم

دون ثمن

إذا واجه بعض الطلبة صعوبة ع في تمييز الأنماط،

فاطلب إليهم أن يكتبوا المتتابعة العددية التي قد يحتويها النمط الهندسي.

إيجاد أمثلة مضادة: يتطلب إثبات صحة تخمين معين لكل الحالات، تقديم برهان لذلك التخمين. والإثبات عدم صحة التخمين يكفي تقديم مثال واحد خاطئ. وهذا المثال الخاطئ الذي يمكن أن يكون عددًا أو رسمًا أو عبارة يُسمى **المثال المضاد**.

لغة المفردات

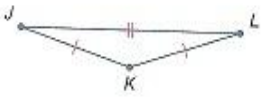
المثال المضاد
المعطى اللفوي
المضاد هو المخالف.
المعطى الرياضي
المثال المضاد هو مثال مخالف لمثال مُعطى.

مثال 4 إيجاد أمثلة مضادة

أعط مثالًا مضادًا يبيّن أن كلًّا من التخمينات الآتية خاطئة.

a) إذا كان n عددًا حقيقيًّا، فإن $n^2 > n$.

إذا كان n يساوي 1، فإن التخمين خاطئ؛ لأن $1^2 \not> 1$.



b) إذا كان $JK = KL$، فإن K منتصف $\overline{JL}$.

عندما لا تقع J, K, L على استقامة واحدة، يكون التخمين خاطئًا. ففي الشكل المجاور $JK = KL$، ولكن K ليست نقطة منتصف $\overline{JL}$.

تحقق من فهمك

4A) إذا كان n عددًا حقيقيًّا، فإن $-n$ يكون سالبًا.

إجابة ممكنة: إذا كان $n = -4$، فإن $-n = -(-4) = 4$، وهذا عدد موجب.

4B) إذا كان $\angle DBC \cong \angle ABE$، فإن $\angle ABE$ و $\angle DBC$ متقابلتان بالرأس. انظر الهامش

تأكد

المثال 1

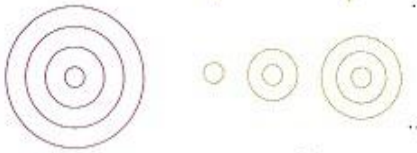
1) التكلفة: 4.50 ريالات، 6.75 ريالات، 9.00 ريالات، .....

2) مواعيد انطلاق الحافلات: 10:15 صباحًا، 11:00 صباحًا، 11:45 صباحًا، .....

3) ينتقل التظليل إلى الجزء التالي كل مرة مع اتجاه عقارب الساعة.

.....

4) يحتوي كل شكل في النمط دائرة إضافية خارجية زيادة على دوائر الشكل السابق.



.....

5) $3, 3, 6, 9, 15, ...$

6) $2, 6, 14, 30, 62, ...$ يزيد كل حد بمقدار 2 على مثلي الحد الذي يسبقه؛ 126.

المثال 2

ضع تخمينًا لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي:

7) ناتج ضرب عددين زوجيين. ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

8) العلاقة بين العددين a و b إذا كان $a + b = 0$. كل من a و b معكوس للآخر.

9) العلاقة بين مجموعة النقاط في المستوى التي تبعد البعد نفسه عن النقطة A. مجموعة النقاط في المستوى التي تبعد البعد نفسه عن النقطة A تكوّن دائرة.

10) العلاقة بين $\overline{AP}$ و $\overline{PB}$ إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{AB}$ والنقطة P نقطة منتصف $\overline{AM}$. طول $\overline{PB}$ يساوي ثلاثة أمثال طول $\overline{AP}$.

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

المتعلمون المتفاعلون: وزع الطلاب في مجموعات صغيرة، واطلب إلى كل طالب أن يكتب عبارتين على الأقل لا تكونان صحيحتين دائمًا، وعلى بقية طلاب مجموعته إيجاد مثال مضاد لكل عبارة.

إرشادات للمعلم الجديد

التبرير: اطلب إلى الطلاب أن يختبروا جميع العمليات الحسابية الأساسية بما فيها الجذور والقوى عند البحث عن الأنماط في المتتابعات العددية، وبين لهم أنه قد يتضمن النمط استعمال عمليتين حسابيتين.

إيجاد أمثلة مضادة

المثال 4 يبيّن كتابة مثال مضاد بناءً على المعلومات المعطاة.

مثال إضافي

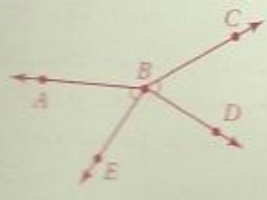
4 بطالة: يبيّن الجدول أدناه معدلات البطالة بين النساء السعوديات في بعض المدن السعودية وفق إحصاءات عام 2004م، أوجد مثالًا مضادًا للعبارة "معدل البطالة أعلى ما يكون في المدن ذات العدد الأكبر من السكان".

المدينة	عدد السكان	المعدل
الرياض	4081152	19.3%
مكة المكرمة	1294168	16.9%
جازان	100694	38%
الدمام	744321	25.6%
بريدة	378422	16.0%
الباحة	85212	40.6%

مدينة الباحة عدد سكانها 85212، ومعدل البطالة فيها أعلى من معدل البطالة في الرياض التي عدد سكانها 4087152.

إجابة (تحقق من فهمك)

4B) إجابة ممكنة: عندما تكون النقاط A, B, D لا تقع على استقامة واحدة والنقاط E, B, C لا تقع على استقامة واحدة، يكون التخمين خاطئًا. في الشكل الآتي $\angle DBC \cong \angle ABE$ ولكن $\angle ABE$ و $\angle DBC$ غير متقابلتين بالرأس.



3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-13 للتأكد من فهم الطلبة، واستعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة حسب مستوياتهم.

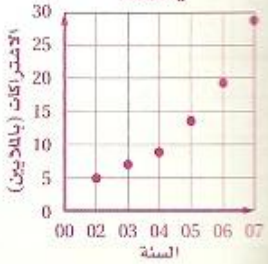
المحتوى الرياضي

تخمينات من واقع الحياة :
أخبر الطلاب أنه في الأسئلة التي تتضمن بيانات من واقع الحياة فليس بالضرورة أن يمثّل التخمين بناءً على النمط في البيانات ما يمكن أن يحدث في المستقبل.

فمثلًا، قد تشير مجموعة من البيانات إلى تزايد درجات الحرارة في أحد الأسابيع، إلا أن درجات الحرارة قد تنخفض في الأسبوع الذي يليه.

إجابات

11) اشتراكات الهاتف المحمول في المملكة



12) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 2 على الحد الذي يسبقه؛ 10.

13) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 3 على الحد الذي يسبقه؛ 18.

14) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 4 على الحد الذي يسبقه؛ 24.

15) يحتوي كل حد في هذا النمط على الرقم 2 زيادة على أرقام الحد السابق له؛ 22222.

16) يتج كل حد بتربيع العدد الطبيعي الذي يمثل ترتيبه؛ 25.

17) كل حد يساوي نصف الحد الذي يسبقه؛ $\frac{1}{16}$

18) إجابة ممكنة: قد لا تتوفر كميات كافية من المياه في تلك البلدان، ما يدفعها إلى وضع قيود تقلل من استهلاك المياه.

المثال 3 **هاتف محمول:** استعن بالجدول المجاور الذي يبين عدد اشتراكات الهواتف المحمولة في المملكة لبعض السنوات.

انظر الهامش a) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات.

b) ضع تخمينًا لعدد الاشتراكات في سنة 2012م.
سيكون عدد الاشتراكات في عام 2012 نحو 35 مليونًا.

السنة	الاشتراكات (بالملايين)
2002	5
2003	7.2
2004	9.2
2005	14.1
2006	19.7
2007	28.4

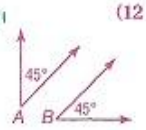
المصدر: الإصدارة 5 - النشرة الإلكترونية - هيئة الاتصالات الإلكترونية المحلولة

المثال 4

12) أعطِ مثالًا مضادًا يبين أن كلًّا من التخمينات الآتية خاطئة.

12) إذا كانت $\angle A$ و $\angle B$ متتامتين، فإن لهما ضلعًا مشتركًا.

13) إذا قطع نصف مستقيم قطعة مستقيمة عند منتصفها، فإنه يعامدها.



تدرب وحل المسائل

المثال 1 اكتب تخمينًا يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

14) 0, 2, 4, 6, 8 15) 3, 6, 9, 12, 15 16) 4, 8, 12, 16, 20

17) 2, 22, 222, 2222 18) 1, 4, 9, 16 19) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

20) مواعيد الوصول: 10:00 صباحًا، 12:30 مساءً، 3:00 مساءً، ..... 20) يأتي كل موعد بعد ساعتين ونصف الساعة من الموعد الذي يسبقه؛ 5:30 مساءً

21) النسبة المئوية للرطوبة: ..... ، 86% ، 93% ، 100%

22) أيام العمل: الأحد، الثلاثاء، الخميس، .....

23) اجتماعات النادي: محرّم، ربيع أول، جمادى الأولى، ..... 24–27) انظر ملحق إجابات

24) ..... 25) .....

26) ..... 27) .....

الربط مع الحياة

يغطي الماء ثلثي سطح الأرض تقريبًا، وتبلغ نسبة الماء العالج منه 97% ، و 2% منه على شكل جبال جليدية، وبذلك يبقى فقط 1% منه صالحًا للاستعمال البشري.

21) نقل كل نسبة مئوية عن النسبة السابقة بمقدار 7% ؛ 79%.

المثال 2

22) يأتي كل يوم عمل بعد يومين من يوم العمل السابق؛ السبت.

23) يعقد كل اجتماع بعد شهرين من الاجتماع السابق؛ رجب.

28) **رياضة :** بدأ ماجد التمرين على رياضة الجري السريع قبل خمسة أيام. فركض في اليوم الأول 0.5 km. وفي الأيام الثلاثة التالية 0.75 km, 1 km, 1.25 km . إذا استمر تمرينه على هذا النمط، فما المسافة التي يقطعها في اليوم السابع؟ 2 km

29) **مياه :** تضع بعض البلدان قيودًا على استهلاك المياه. خمّن لماذا توضع مثل هذه القيود على استهلاك المياه في تلك البلدان؟ انظر الهامش

ضع تخمينًا لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي:

30) ناتج ضرب عددين فرديين. الناتج عدد فردي

31) ناتج ضرب عدد في اثنين، مضافًا إليه واحد. الناتج عدد فردي

32) العلاقة بين العددين a و b ، إذا كان $ab = 1$. كل منهما مقلوب الآخر

33) العلاقة بين $\overline{AB}$ ومجموعة النقاط التي تبعد مسافات متساوية عن A و B . تشكل العمود المنصّف لـ $\overline{AB}$

34) العلاقة بين حجم المنشور وحجم الهرم اللذين لهما القاعدة نفسها والارتفاع نفسه. حجم المنشور يساوي 3 أمثال حجم الهرم

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	14-39 ، 44-57
ضمن المتوسط	14-39 فردي ، 40-42 ، 44-57
فوق المتوسط	40-54 (اختياري: 55-57)

المثال 3

35) **مدارس:** استعن بالجدول المجاور الذي يبين عدد الطلاب في مدرسة لأربع سنوات متتالية. a انظر ملحق الإجابات

السنة	عدد الطلاب
1425	190
1426	210
1427	240
1428	260

a) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات.

b) ضع تخمينًا معتمدًا على بيانات الجدول، واشرح كيف يؤيد تمثيلك البياني هذا التخمين.

المثال 4

حدد ما إذا كان أي من التخمينات الآتية صحيحًا أو خاطئًا، فإذا كان التخمين خاطئًا، أعط مثالًا مضادًا.

36) إذا كان n عددًا أوليًّا، فإن $n + 1$ ليس أوليًّا. خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان $n = 2$، فإن $n + 1 = 3$، وهذا عدد أولي.

37) إذا كان x عددًا صحيحًا، فإن $-x$ عدد موجب. خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان $x = 2$، فإن $-x = -2$.

38) في المثلث ABC إذا كان $(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$، فإن $\triangle ABC$ قائم الزاوية. صحيح

39) إذا كانت مساحة مستطيل تساوي $20\ m^2$، فإن طوله يساوي 10 m، وعرضه 2 m. خاطئ؛ إجابة ممكنة: يمكن أن يكون الطول 5 m، والعرض 4 m.

40) **سكان:** استعن بالجدول أدناه لتعطي مثالًا مضادًا لكل من العبارتين الآتيتين:

المنطقة الإدارية	العدد التقريبي للسكان بالمليون	النسبة المئوية من عدد سكان المملكة
الرياض	6.8	25.0%
مكة المكرمة	6.9	25.5%
المدينة المنورة	1.8	6.6%
الشرقية	4.1	15.1%

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة والمعلومات، التعداد السكاني لعام 1431هـ.

a) النسبة المئوية لمجموع عدد سكان المناطق الإدارية الأربعة الواردة في الجدول أقل من 25% من سكان المملكة العربية السعودية. a,b انظر الهامش

b) يزيد عدد سكان أي من المناطق الإدارية الأربعة على مليوني نسمة.

41) **تخمين جولدباخ:** ينص تخمين جولد باخ على أنه يمكن كتابة أي عدد زوجي أكبر من 2 على صورة مجموع عددين أوليين. فعلى سبيل المثال: $8 = 3 + 5$، $6 = 3 + 3$، $4 = 2 + 2$. a,b انظر الهامش

a) أثبت أن التخمين صحيح للأعداد الزوجية من 10 إلى 20.

b) إذا أُعطيت التخمين الآتي: يمكن كتابة أي عدد فردي أكبر من 2 على صورة مجموع عددين أوليين. فهل التخمين صحيح أم خاطئ؟ إذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًا.

42) **هندسة:** تشكل النقطتان الواقعتان على مستقيم قطعة مستقيمة، مثل $\overline{AB}$. إذا أُضيفت نقطة أخرى C على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$، فإن النقاط الثلاث تشكّل ثلاث قطع مستقيمة.

a) ما عدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من أربع نقاط على مستقيم؟ ومن خمس نقاط على مستقيم؟ 6; 10

b) ضع تخمينًا لعدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من n نقطة على مستقيم.

c) اختبر تخمينك بإيجاد عدد القطع المستقيمة المختلفة التي تتشكل من 6 نقاط.

مسائل مهارات التفكير العليا

43) **اكتشف الخطأ:** يتناقش أحمد وعلي في موضوع الأعداد الأولية. يقول أحمد: إن جميع الأعداد الأولية أعداد فردية. في حين يقول عليّ: ليست جميع الأعداد الأولية فردية. هل قول أي منهما صحيح؟ فسّر إجابتك.

قول علي صحيح؛ لأن العدد 2 عدد أولي زوجي

الربط مع الحياة

منطقة مكة المكرمة هي أكبر مناطق المملكة تعدادًا للسكان، وتضم 12 محافظة في مكة المكرمة وجدة والطائف والقنفذة والليث ورابغ والجموم وخليص والكامل والخرمة وربلة وتربة.

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة والمعلومات

كتاب التمارين، ص (4)

الفصل الأول: التبرير والبرهان

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 43، يجب أن يتذكر الطلاب أن العدد 2 هو عدد أولي. ومن الملاحظ أن أحمد أهمل العدد 2 عندما عمل تخمينه حول الأعداد الأولية.

إجابات:

40a) النسبة المئوية لعدد السكان في منطقة مكة المكرمة وحده يساوي 25.5% من سكان المملكة العربية السعودية.

40b) عدد سكان منطقة المدينة المنورة 1.8 مليون نسمة.

41a) $10 = 5 + 5$, $12 = 5 + 7$, $14 = 7 + 7$, $16 = 5 + 11$, $18 = 7 + 11$, $20 = 7 + 13$

41b) خاطئ؛ لا يمكن كتابة العدد 3 على صورة مجموع عددين أوليين.

44) إجابة ممكنة: 2, 4, 16, 256, 65536. يمكن إيجاد كل حد بتربيع الحد السابق له. كما يمكن إيجاد كل حد باستعمال الصيغة $2^{2^{n-1}}$، حيث $n \geq 1$.

45) إجابة ممكنة: خطأ؛ إذا كونت النقاط زاوية مستقيمة يكون التخمين صحيحًا، وأما إذا لم تكن النقاط الثلاثة على استقامة واحدة فيكون التخمين خطأ.

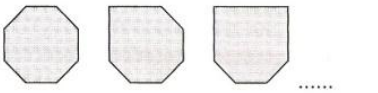
44) **مسألة مفتوحة:** اكتب متتابعة عددية تتبع حدودها نمطين مختلفين، ووضح النمطين.

45) **تبرير:** تأمّل التخمين "إذا كانت نقطتان تبعدان المسافة نفسها عن نقطة ثالثة معلومة فإن النقاط الثلاث تقع على استقامة واحدة". هل هذا التخمين صحيح أم خاطئ؟ وإذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًا.

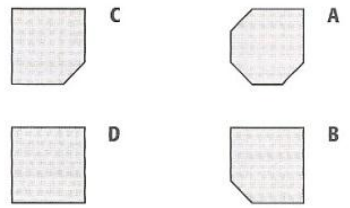
46) **اكتب:** افترض أنك تُجري مسحًا. اختر موضوعًا واكتب ثلاثة أسئلة يتضمنها مسحك. كيف تستعمل التبرير الاستقرائي مع البيانات التي تحصل عليها من خلال هذا المسح؟ انظر الهامش

تدريب على الاختبار المعياري

47) انظر إلى النمط الآتي:



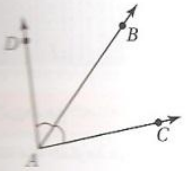
ما الشكل التالي في النمط؟ C



48) **إجابة شبكية:** إذا علمت أن $a = 10$ ، $b = 1$، فما قيمة العبارة الآتية؟

$2b + ab \div (a + b)$ $\frac{32}{11}$

49) في الشكل المجاور، $\overrightarrow{AB}$ منصف $\angle DAC$. أي الاستنتاجات الآتية ليس صحيحًا بالضرورة؟ B



A $\angle DAB \cong \angle BAC$

B $\angle DAC$ زاوية قائمة.

C A و D على استقامة واحدة.

D $2(m\angle BAC) = m\angle DAC$

مراجعة تراكمية

50) **أحواض السمك:** اشترى باسم حوضَ سمكٍ صغير على شكل أسطوانة دائرية قائمة، طول قطر قاعدتها 25 cm ، وارتفاعها 35 cm. أوجد حجم الماء اللازم لِملءِ الحوض. (مهارة سابقة) $17180.6\ cm^3$

أوجد محيط $\triangle ABC$ إذا أُعطيت إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي: (مهارة سابقة)

51) $A(1, 6), B(1, 2), C(3, 2)$ 10.47

52) $A(-3, 2), B(2, -9), C(0, -10)$ 26.69

53) **جبر:** قياس زاويتين متتامتين يساوي $(16z - 9)°$ و $(4z + 3)°$. أوجد قياس كل منهما. (مهارة سابقة) 22.2 ;67.8

54) **جبر:** إذا علمت أن $x = 3$ و $y = -4$ و $z = -5$، فأوجد قيمة $5|x + y| - 3|2 - z|$. (مهارة سابقة) −16

استعد للدرس اللاحق

جبر: عيّن القيم في مجموعة التعويض التي تجعل المتباينة صحيحة.

55) $x - 3 > 12$ 18
{6, 10, 14, 18}

56) $6 + x > 9$ 4 ,6 ,8
{8, 6, 4, 2}

57) $2x - 4 > 10$ 8
{5, 6, 7, 8}

4 التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلاب كتابة خمسة تخمينات حول نشاطات مدرستهم وأنظمتها، ثم اطلب إليهم أن تبادل الأوراق، ومحاولة إيجاد مثال مضاد لكل تخمين.

مثال: "على الطلاب الدوام في المدرسة من السبت إلى الأربعاء". والمثال المضاد لهذه العبارة أن يكون يوم عيد الفطر يوم السبت حيث تعطل المدارس في ذلك اليوم.

اجمع الأوراق من الطلاب عند خروجهم من الفصل.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اعمل تخمينًا للعددين التاليين في المتتابعة الآتية: 9, 7, 10, 8, 11, 9, 12, . . .

اطرح 2، ثم أضف 3؛ 10، 13

إجابة:

46) إجابة ممكنة: أود أن أجري مسحًا لأنواع الأنشطة التي يمارسها الناس في عطلة نهاية الأسبوع، وأطرح الأسئلة الآتية: ما عمرك؟ ما نوع النشاط الذي تفضل ممارسته في عطلة نهاية الأسبوع؟ ما مدى مواظبتك على ممارسة هذا النشاط؟ ثم بعد ذلك استعمل التبرير الاستقرائي لإيجاد أنماط في الإجابات لتحديد ما إذا كان الأشخاص المتساوون في العُمْر يفضلون ممارسة الأنشطة نفسها أم لا.

المنطق
Logic

لماذا؟

تعمل كثير من الدوائر الكهربائية من خلال تقييم سلسلة من الاختبارات التي تكون صحيحة أو خاطئة. فعلى سبيل المثال يمكن التحكم في المصباح الواحد باستعمال مفتاحين مختلفين موصولين بالدائرة الكهربائية نفسها. ويحدد اتجاه كلا المفتاحين معًا إلى أعلى أو أسفل ما إذا كان المصباح مضاءً أم لا.

تحديد قيم الصواب: **العبارة** هي جملة خبرية إما أن تكون صحيحة أو خاطئة فقط، ولا تحتمل أي حالة أخرى. وصحة العبارة (T) أو خطئها (F) تسمى **قيمة الصواب** لها، ويرمز للعبارة برمز مثل p أو q.

p : المستطيل شكل رباعيّ — قيمة الصواب: T

يفيد **نفي العبارة** معنى مُضادًّا لمعنى العبارة. وقيمة الصواب له هو عكس قيمة الصواب للعبارة الأصلية، فمثلًا: نفي العبارة p أعلاه هو $\sim p$ ، أو " ليس p " ، حيث:

$\sim p$: المستطيل **ليس** شكلًا رباعيًّا — قيمة الصواب: F

يمكن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و) ، (أو) لتكوين **عبارة مركبة**. وتُسمى العبارة المركبة التي تحتوي (و) **عبارة وصل**. وتكون عبارة الوصل صحيحة فقط عندما تكون جميع العبارات المكونة لها صحيحة.

p: المستطيل شكل رباعيّ — قيمة الصواب: T

q: المستطيل مضلّع محدّب — قيمة الصواب: T

p و q: المستطيل شكل رباعي **و** المستطيل مضلع محدّب.

بما أن كلتا العبارتين p و q صحيحتان، فإن عبارة الوصل p و q صحيحة.

تُكتب عبارة الوصل p و q بالرموز على الصورة $p \wedge q$.

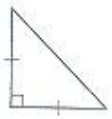
مثال 1 قيم الصواب لعبارات الوصل

استعمل العبارات p, q, r والشكل المجاور لكتابة عبارة الوصل في كل مما يأتي. ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسّرًا تبريرك:

p: الشكل مثلث.

q: في الشكل ضلعان متطابقان.

r: جميع زوايا الشكل حادة.



a) p و r

p و r: الشكل مثلث وجميع زوايا الشكل حادة.

العبارة p صحيحة، لكن العبارة r خاطئة. إذن، عبارة الوصل p و r خاطئة.

b) $q \wedge \sim r$

$q \wedge \sim r$: في الشكل ضلعان متطابقان، وليس جميع زوايا الشكل حادة.

بما أن كلا العبارتين q و $\sim r$ صحيحتان، فإن عبارة الوصل $q \wedge \sim r$ صحيحة.

تحقق من فهمك انظر ملحق الإجابات 1A, 1B

1A) $p \wedge q$

1B) ليس p و ليس r

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-2

إيجاد أمثلة مضادة للتخمينات الخاطئة.

الدرس 1-2

تطوير الوعي ببنية النظام الرياضي الذي يربط التعريفات والمسلمات والتبريرات المنطقية.

استعمال التبرير المنطقي لإثبات صحة العبارات.

ما بعد الدرس 1-2

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة عبارة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

اسأل:

- ما عدد الأوضاع الممكنة لمفتاحي الإضاءة من حيث اتجاههما إلى أعلى إلى أسفل. 4 أوضاع
- ما عدد الطرائق التي يمكن بها إضاءة المصباح على أن يكون اتجاه أحد المفتاحين إلى أعلى، والآخر إلى أسفل؟ طريقة واحدة
- ما عدد الطرائق التي يمكن بها إضاءة المصباح بحيث يكون اتجاه أحد المفتاحين إلى أعلى؟ 3 طرائق
- كيف يمكن أن يضيء المصباح إذا كان التحكم به عن طريق 3 مفاتيح مختلفة؟ إجابة ممكنة: يوجد 6 أوضاع مختلفة للمفاتيح، ويجب أن تكون المفاتيح الثلاثة متجهة إلى أعلى حتى يضيء المصباح.

مصادر الدرس 1-2

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (21)	• تنويع التعليم، ص (21, 23)	• تنويع التعليم، ص (23)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (5)	• كتاب التمارين، ص (5)	• كتاب التمارين، ص (5)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)	• تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)

تسمى العبارة المركبة التي تحتوي (أو) **عبارة فصل**.

p: درس مالك الهندسة.

q: درس مالك الكيمياء.

p أو q: درس مالك الهندسة أو درس مالك الكيمياء.

تكون عبارة الفَصْل صحيحة إذا كانت إحدى العبارات المكونة لها صحيحة، وتكون خاطئة إذا كانت جميع العبارات المكونة لها خاطئة. فإذا درس مالك الهندسة أو الكيمياء أو كليهما، فإن عبارة الفصل p أو q صحيحة. وإذا لم يدرس مالك أيًّا من الهندسة والكيمياء، فإن عبارة الفصل p أو q خاطئة.

تكتب عبارة الفصل p أو q بالرموز على الصورة $p \vee q$.

تنبيه!

نفي العبارة كما أن معكوس العدد الصحيح لا يكون دائمًا سالبًا، فإن نفي العبارة ليس بالضرورة أن يكون خاطئًا، وإنما له عكس قيمة صواب العبارة الأصلية.

مثال 2 قيم الصواب لعبارات الفصل

استعمل العبارات p, q, r والصورة المجاورة لكتابة عبارة الفصل في كل مما يأتي. ثم أوجد قيمة الصواب لها، مفسّرًا تبريرك:

p: يناير من أشهر فصل الربيع.

q: عدد أيام شهر يناير 30 يومًا فقط.

r: يناير هو أول أشهر السنة الميلادية.

a) q أو r

q أو r: عدد أيام شهر يناير 30 يومًا فقط أو يناير هو أول أشهر السنة الميلادية.

q أو r صحيحة لأن العبارة r صحيحة. ولا يؤثر كون العبارة q خاطئة.

b) $p \vee q$

$p \vee q$: يناير من أشهر فصل الربيع، أو عدد أيام شهر يناير 30 يومًا فقط.

بما أن كلًّا من العبارتين خاطئة، فإن $p \vee q$ خاطئة.

c) $\sim p \vee r$

$\sim p \vee r$: يناير ليس من أشهر فصل الربيع أو يناير هو أول أشهر السنة الميلادية.

$\sim p \vee r$ صحيحة، لأن $\sim p$ صحيحة و r صحيحة أيضًا.

2A) يناير هو أول شهر في السنة الميلادية أو يناير من أشهر فصل الربيع. بما أن r صحيحة فإن r أو p صحيحة.

2B) عدد أيام يناير 30 يومًا فقط أو يناير ليس أول شهر في السنة الميلادية. بما أن كلتا العبارتين q ، $\sim r$ خاطئة فإن $q \vee \sim r$ خاطئة.

2C) يناير من أشهر فصل الربيع، وعدد أيام شهر يناير ليس 30 يومًا. بما أن $\sim q$ صحيحة فإن $p \vee \sim q$ صحيحة.

تحقق من فهمك

2A) p أو r **2B)** $q \vee \sim r$ **2C)** $p \vee \sim q$

ملخص المفهوم نفي العبارة، عبارة الوصل، عبارة الفصل

أضف إلى مطويتك

العبارة	التعبير اللفظي	الرموز
نفي العبارة	عبارة تفيد معنى مضادًا لمعنى العبارة الأصلية، وقيمة الصواب لها عكس قيمة صواب العبارة الأصلية.	$\sim p$، وتُقرأ ليس p
عبارة الوصل	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و).	$p \wedge q$ ، وتُقرأ p و q
عبارة الفَصْل	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (أو).	$p \vee q$ ، وتقرأ p أو q

حديد قيم الصواب

ين الأمثلة 1-3 كيفية إيجاد قيمة
واب لعبارات الفَصْل المنطقي والوصل
طقي.

التقويم التكويني

عمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد
مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة
فاهيم.

مثال إضافي

استعمل العبارات التالية لكتابة عبارة مركبة باستعمال أداة الوصل المنطقي "و" ثم أوجد قيمة الصواب لها.

P: يعادل القدم 14 إنشًا.

q: سبتمبر (أيلول) فيه 30 يومًا.

r: يعرف المستوى بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

a) p و q

يعادل القدم 14 إنشًا، وشهر أيلول فيه 30 يومًا. (خاطئة)

b) $\sim p \wedge r$

لا يعادل القدم 14 إنشًا، والمستوى يتحدد بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة (صحيحة).

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اكتب على السبورة عبارتين منطقيتين p و q ، واكتب أيضًا الرموز $\vee$ ، $\wedge$ ، $\sim$، ثم ضع هذه الرموز بين العبارتين لتكوين عبارة مركبة، ووضح للطلاب كيفية إنشاء جدول الصواب للعبارات الناتجة، ثم بعد ذلك غيّر وضع هذه الرموز لتكوين عبارة منطقية مركبة أخرى، وأنشئ جدول الصواب لها.

لتحديد قيم الصواب لنفي العبارة وعبارتي الوصل والفصل.

نفي العبارة	
p	$\sim p$
T	F
F	T

عبارة الوصل		
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

عبارة الفصل		
p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

وكذلك يمكنك استعمال جداول الصواب أعلاه لإنشاء جداول الصواب للعبارات المركبة الأكثر تعقيدًا.

مثال 3 إنشاء جداول الصواب

أنشئ جدول الصواب للعبارة $\sim p \vee q$.

❶ أنشئ عمودًا لكل من $p, q, \sim p, \sim p \vee q$

❷ ضع جميع حالات قيم صواب p, q

❸ استعمل قيم صواب العبارة p لتحديد قيم صواب $\sim p$

❹ استعمل قيم صواب $\sim p$ ، q لتحديد قيم صواب $\sim p \vee q$

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

❷ ❹

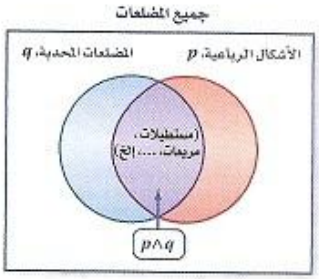
تحقق من فهمك

3) أنشئ جدول الصواب للعبارة $q \wedge \sim p$. انظر ملحق الإجابات

أشكال فن: يمكن تمثيل عبارة الوصل باستعمال أشكال فن. عُد إلى عبارة الوصل في بداية الدرس.

p و q: المستطيل شكل رباعي والمستطيل مضلع محدب.

تعلم أن المستطيلات هي أشكال رباعية، وهي أيضًا مضلعات محدبة، يبين شكل فن أن المستطيلات تقع في منطقة تقاطع مجموعة الأشكال الرباعية ومجموعة المضلعات المحدّبة.



وبمعنى آخر: تقع المستطيلات ضمن مجموعة الأشكال الرباعية، وأيضًا ضمن مجموعة المضلعات المحدبة.

مثالان إضافيان

2 استعمل العبارات التالية لكتابة عبارة مركبة باستعمال أداة الفصل المنطقية "أو"، ثم أوجد قيمة الصواب لها.

p: $\overline{AB}$ رمز خاص للقطعة المستقيمة AB.

q: السنتمترات وحدات قياس مترية.

r: 9 عدد أولي.

a) p أو q

AB رمز خاص للقطعة المستقيمة AB، أو السنتمترات وحدات قياس مترية. (صحيحة)

b) $q \vee r$

السنتمترات وحدات قياس مترية أو العدد 9 عدد أولي (صحيحة).

c) $\sim p \vee r$

$\overline{AB}$ ليس رمزًا خاصًّا للقطعة المستقيمة AB أو 9 عدد أولي. بما أن كلًّا من $\sim p$ و r خاطئة فإن $\sim p \vee r$ خاطئة أيضًا.

3 أنشئ جدول الصواب لكل عبارة فيما يأتي:

a) $\sim p \vee q$

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

b) $p \vee (\sim q \wedge r)$

p	q	r	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$p \vee (\sim q \wedge r)$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	F
F	F	F	T	F	F

انتبه!

عبارة الوصل و عبارة الفصل: ذكّر الطلاب بأن ترتيب العبارات في عبارة الوصل وفي عبارة الفصل غير مهم.

إرشادات للمعلم الجديد

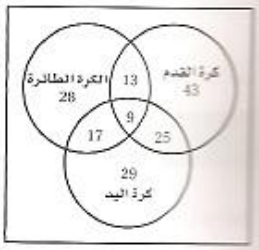
مرونة: أخبر الطلاب بأن بمقدورهم تبديل أعمدة p, q, r في المثال 3b، شريطة أن يُملأ العمودان $(p \wedge q) \vee r$, $p \wedge q$ على النحو الصحيح؛ لأن الناتج النهائي لن يتغير، وستنتهي بخمس إجابات صحيحة وثلاث إجابات خاطئة في جميع الحالات، ولكن بترتيب مختلف.

أشكال فن

المثال 4 يبيّن كيفية استعمال أشكال فن لوضع تخمينات، وعلى الطلاب أن يكونوا قادرين على وضع تخمين، وكتابة عبارة شرطية، وإيجاد قيم الصواب لها.

مثال إضافي

رياضة: يبيّن شكل فن التالي عدد الطلاب الذين التحقوا بالأنشطة الرياضية.



a) ما عدد الطلاب المشاركين في الأنشطة الثلاثة؟ 9

b) ما عدد الطلاب المشاركين في نشاط كرة القدم أو نشاط كرة اليد؟ 136

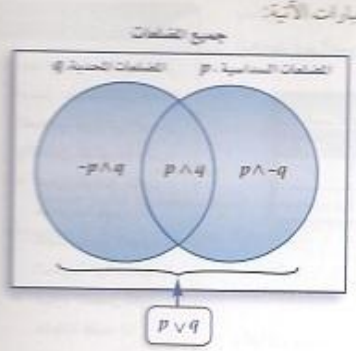
c) ما عدد الطلاب المشاركين في نشاطي الكرة الطائرة وكرة اليد وغير مشاركين في كرة القدم؟ 17

إرشادات الدراسة

اتحاد المجموعات

اتحاد مجموعتين هو مجموعة عناصرهما كلها.

يمكن أيضًا تمثيل عبارة الفَصْل باستعمال أشكال فن. إليك العبارات الآتية:



p: الشكل سداسي.

q: الشكل مضلّع محدّب.

p أو q: الشكل سداسي أو مضلّع محدّب.

في شكل فن المجاور تمثل عبارة الفَصل باتحاد المجموعتين، ويحوي الاتحاد جميع المضلعات التي هي إما سداسية أو محدبة أو كلاهما.

تتضمن عبارة الفَصْل المناطق الثلاث الآتية:

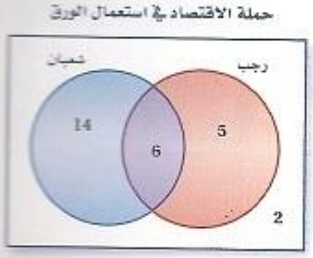
$p \wedge \sim q$ المضلعات السداسية غير المحدّبة.

$\sim p \wedge q$ المضلعات المحدبة غير السداسية.

$p \wedge q$ المضلعات السداسية المحدبة.

مثال 4 من واقع الحياة — استعمال أشكال فن

بيئة: يُظهر شكل فن أدناه عدد الأشخاص الذين شاركوا في حملة بيئية للتوعية بأهمية الاقتصاد في استعمال الورق أقيمت خلال شهري رجب وشعبان.



a) كم شخصًا شارك في الحملة لشهر رجب أو شعبان؟

يمثل اتحاد المجموعتين الأشخاص الذين شاركوا في الحملة خلال شهري رجب أو شعبان.

فيكون $14 + 6 + 5$ أو 25 شخصًا شاركوا في الحملة خلال الشهرين.

b) كم شخصًا شارك في الحملة خلال شهري رجب وشعبان؟

يمثل تقاطع المجموعتين عدد الأشخاص الذين شاركوا في الحملة خلال كلا الشهرين، لذلك هناك 6 أشخاص فقط شاركوا في الحملة خلال كلا الشهرين.

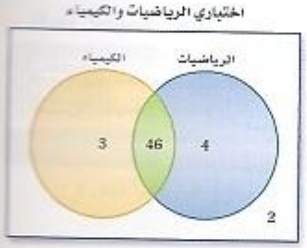
c) ماذا يمثل العدد 14 في الشكل؟

عدد الأشخاص الذين شاركوا في الحملة خلال شهر شعبان، ولم يشاركوا خلال شهر رجب.

الربط مع الحياة

يمكن أن يحيط الورق الذي تستعمله الولايات المتحدة في يوم واحد الكرة الأرضية 20 مرة، ولك أن تتخيل عدد الأشجار التي تقطع لصنع هذه الكمية من الورق.

تحقق من فهمك



4) **اختبارات:** يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.

A) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات ولم ينجحوا في اختبار الكيمياء؟ 4 طلاب

B) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات واختبار الكيمياء؟ 46 طالبًا

C) ما عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أي من الاختبارين؟ طالبان

D) ما عدد طلاب الصف الأول الثانوي؟ 55 طالبًا

المحتوى الرياضي

جداول الصواب: أخبر الطلاب أن جداول الصواب يجب أن تُظهر كل التراتيب الممكنة لقيم الصواب للعبارات كلّها لتشمل جميع النتائج الممكنة. وكل عبارة من العبارات p، q، r بحاجة لمزج قيم الصواب في جدول الصواب. في البداية نحدد عدد الأسطر التي نحتاج إليها، ثم نضع كلمة صواب في نصف أسطر عمود العبارة p، ونضع كلمة خطأ في نصفها الآخر. لعمود العبارة q نبادل بين كلمة الصواب والخطأ سطرًا بسطر حتى نهاية الجدول وإذا احتجنا إلى عمود للعبارة r نبادل بين مجموعة من كلمتي صواب مع مجموعة من كلمتي خطأ، وهكذا.

بيّن للطلاب أنهم عندما يتقنون التعليمات الأساسية سيصبحون قادرين على إكمال الجدول.

تأكد

المثالان 1, 2 استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسّرًا تبريرك:

p: في الأسبوع الواحد سبعة أيام.

q: في اليوم الواحد 20 ساعة.

r: في الساعة الواحدة 60 دقيقة. 6-1) انظر هامش

1) r و p

2) $p \wedge q$

3) $q \vee r$

4) q أو $-p$

5) $p \vee r$

6) $-p \wedge -r$

المثال 3 7) أكمل جدول الصواب المجاور.

p	q	$-q$	$p \vee -q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

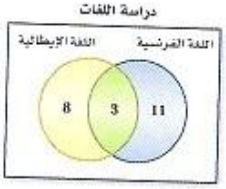
8, 9) انظر الهامش. أنشئ جدول صواب لكل من العبارتين المركبتين الآتيتين:

8) $p \wedge q$

9) $-p \vee -q$

المثال 4 10) **لغات:** استعن بشكل فن المجاور والذي يمثل عدد الطلاب الذين يدرسون اللغتين الفرنسية والإيطالية في معهد اللغات.

دراسة اللغات



a) ما عدد الطلاب الذين يدرسون اللغة الإيطالية فقط؟ 8

b) ما عدد الطلاب الذين يدرسون اللغتين الإيطالية والفرنسية معًا؟ 3

c) ماذا يمثل العدد 11 في الشكل؟

عدد الطلاب الذين يدرسون اللغة الفرنسية ولا يدرسون اللغة الإيطالية.

تدرب وحل المسائل

المثالان 1, 2 استعمل العبارات p, q, r, s والخريطة المجاورة لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه. ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسّرًا تبريرك:

p: الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية. 16-11) انظر ملحق الإجابات

q: تقع مكة المكرمة على الخليج العربي.

r: توجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق.

s: تقع المملكة العربية السعودية غربي البحر الأحمر.

11) r و p

12) $p \wedge q$

13) s أو $-r$

14) $r \vee q$

15) $-r$ و $-p$

16) $-s \vee -p$

المثال 3 أكمل جدولي الصواب الآتيين:

17)

p	q	$-p$	$-p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

18)

p	q	$-p$	$-q$	$-p \vee -q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

إجابات:

1) في الأسبوع الواحد سبعة أيام، وفي الساعة الواحدة 60 دقيقة. بما أن كلًا من p و r صحيحة؛ إذن كل من p و r صحيحة.

2) في الأسبوع الواحد سبعة أيام وفي اليوم الواحد 20 ساعة. $p \wedge q$ خاطئة لأن p صحيحة؛ و q خاطئة.

3) في اليوم الواحد 20 ساعة، أو في الساعة الواحدة 60 دقيقة. $q \vee r$ صحيحة؛ لأن q خاطئة، و r صحيحة.

4) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام، وفي اليوم الواحد 20 ساعة. $-p$ أو q خاطئة؛ لأن كلًا من $-p$ و q خاطئة.

5) في الأسبوع الواحد سبعة أيام، أو في الساعة الواحدة 60 دقيقة. $r \vee$ صحيحة؛ لأن كلًا من p و r صحيحة.

6) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام، وليس في الساعة الواحدة 60 دقيقة. $-p \wedge -r$ خاطئة؛ لأن $-p$ خاطئة و $-r$ خاطئة.

8)

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

9)

q	$-p$	$-q$	$-p \vee -q$
T	F	F	F
F	F	T	T
T	T	F	T
F	T	T	T

تنويع التعليم

دون ضمن

إذا واجه بعض الطلاب صعوبة في فهم طريقة تمثيل جداول الصواب لعبارات مختلفة .

فاطلب إليهم إنشاء جداول صواب تمثل عبارات مختلفة لها نفس قيم الصواب. سيلاحظ الطلاب عندئذ أن تبديل مواقع أي أعمدة في الجدول لن يؤثر في الناتج النهائي.

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 10–1 للتأكد من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

25b) لا؛ عندما يكون المفتاحان موجهين إلى أعلى، تكون قيمة الصواب F في العمود الدال على إضاءة الدرج.

25c) نعم؛ عندما يكون المفتاح أعلى الدرج موجهًا إلى أسفل، والمفتاح أسفل الدرج موجهًا إلى أعلى، تكون قيمة الصواب T في العمود الدال على إضاءة الدرج.

25d) يكون الدرج مضاءً إذا كان المفتاحان في اتجاهين متعاكسين.

25) كهرباء: يوجد في أعلى وأسفل درج منزل محمد مفاتيح لإنارته. لاحظ محمد أنه عندما يكون مفتاح أعلى الدرج موجهًا إلى الأعلى، ومفتاح أسفل الدرج موجهًا إلى الأسفل يكون الدرج مضاءً. انظر الهامش b, c, d)

وضع مفتاح الإنارة		الدرج مضاء
أعلى الدرج	أسفل الدرج	
إلى أعلى	إلى أعلى	F
إلى أعلى	إلى أسفل	T
إلى أسفل	إلى أعلى	T
إلى أسفل	إلى أسفل	F

a) أكمل جدول الصواب المجاور.

b) إذا كان مفتاحا الإنارة أعلى وأسفل الدرج موجهين إلى الأعلى، فهل سيكون الدرج مضاءً؟ فسّر تبريرك.

c) إذا كان مفتاح أعلى الدرج موجهًا إلى الأسفل ومفتاح أسفل الدرج موجهًا إلى الأعلى، فهل سيكون الدرج مضاءً؟

d) بشكل عام، ما الوضع الذي يجب أن يكون عليه كلا المفتاحين كي يكون الدرج مضاءً؟

26) إلكترونيات: سُئل 330 شخصًا من الفئة العمرية بين 19–13 سنة عن الجهاز الذي يستعملونه من بين الهاتف المحمول والقاموس الإلكتروني والحاسبة العلمية، ومُثّلت نتائج الاستطلاع بشكل فن المجاور.

a) ما عدد الذين يستعملون حاسبة علمية وقاموسًا إلكترونيًّا فقط؟ **50**

b) ما عدد الذين يستعملون الأجهزة الثلاثة؟ **40**

c) ما عدد الذين يستعملون هاتفًا محمولًا فقط؟ **110**

d) ما عدد الذين يستعملون قاموسًا إلكترونيًّا وهاتفًا محمولًا فقط؟ **20**

e) ماذا يمثل العدد 10 في الشكل؟ عدد الأشخاص الذين لا يستعملون أيًّا من الأجهزة الثلاثة.

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية. ثم عيّن قيمة الصواب لكل منها. إذا علمت أن العبارات المُعطاة بجانب كل عبارة مركبة صحيحة: 32–27) انظر ملحق الإجابات

27) $p \wedge (q \wedge r)$; p, q **28)** $p \wedge (\sim q \vee r)$; p, r **29)** $(\sim p \vee q) \wedge r$; q, r

30) $p \vee (\sim q \wedge \sim r)$; p, q, r **31)** $\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$; p, q, r **32)** $(\sim p \vee q) \vee \sim r$; p, q

مسائل مهارات التفكير العليا

تحدٍّ: لنفي العبارة التي تحوي كلمة "جميع" أو "كل" يمكنك استعمال جملة "يوجد واحد على الأقل" أو "هناك واحد على الأقل". ولنفي العبارة التي تحوي كلمة "يوجد" يمكنك استعمال كلمة "جميع" أو "كل".

p: جميع المضلعات محدبة. $\sim p$: يوجد مضلع واحد على الأقل ليس محدبًا.

q: توجد مسألة ليس لها حل. $\sim q$: جميع المسائل لها حل.

انفِ كلًّا من العبارات الآتية:

33) جميع المربعات مستطيلات. **34)** يوجد على الأقل طالب واحد يدرس اللغة الفرنسية.

35) لكل عدد حقيقي جذر تربيعي حقيقي. **36)** توجد قطعة مستقيمة ليس لها نقطة منتصف.

33) يوجد مربع واحد على الأقل ليس مستطيلًا.
34) لا يدرس أي طالب اللغة الفرنسية.
35) يوجد على الأقل عدد حقيقي واحد ليس له جذر تربيعي حقيقي.
كل قطعة مستقيمة لها نقطة منتصف.

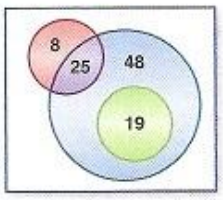
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	24-11، 33، 38-54
ضمن المتوسط	23–11 فردي، 25، 26، 32-28 زوجي، 37-54
فوق المتوسط	24-51، (اختياري 55-52)

37) غير صحيح أبدًا. الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية، وليست غير نسبية.

37) **تبرير:** تنتمي الأعداد غير النسبية (I) والأعداد الصحيحة (Z) إلى مجموعة الأعداد الحقيقية (R). معتمدًا على شكل فن المجاور، هل صحيح أحيانًا أم دائمًا، أن الأعداد الصحيحة هي أعداد غير نسبية أم ذلك غير صحيح أبدًا؟ فسّر تبريرك.

38) **اكتب:** صف موقفًا يمكن تمثيله بشكل فن الآتي. انظر الهامش.

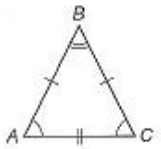


39) إجابة ممكنة: للمثلث ثلاثة أضلاع، وللمربع أربعة أضلاع. كلتا العبارتين صحيحة، ولذلك تكون العبارة المركبة صحيحة.

39) **مسألة مفتوحة:** اكتب عبارة مركبة صحيحة تحتوي p و q فقط.

تدريب على الاختبار المعياري

40) أي العبارات الآتية لها نفس قيمة صواب العبارة $AB = BC$؟ A



A $m\angle A = m\angle C$
B $m\angle A = m\angle B$
C $AC = BC$
D $AB = AC$

41) خمّن الحد التالي في النمط $\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3, \ldots$ C

A $\frac{8}{3}$
B 4
C $\frac{11}{3}$
D $\frac{9}{3}$

مراجعة تراكمية

42) **طعام:** في كل يوم ثلاثاء من الأسابيع الأربعة الماضية، قدّم مطعم سلطة فواكه هدية بعد كل وجبة. افترض جميل أنه سوف يتم تقديم سلطة فواكه يوم الثلاثاء القادم. ما نوع التبرير الذي استعمله جميل؟ فسر إجابتك. (الدرس 1-1) انظر الهامش

خمّن الحد التالي في كل من المتتابعات الآتية. (مهارة سابقة)

43) $3, 5, 7, 9$ — 11
44) $1, 3, 9, 27$ — 81
45) $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$ — $\frac{3}{8}$

جبر: حل كلًّا من المعادلات الآتية: (مهارة سابقة)

46) $\frac{y}{2} - 7 = 5$ — 24
47) $3x + 9 = 6$ — -1
48) $4(m - 5) = 12$ — 8
49) $6(w + 7) = 0$ — -7
50) $2x - 7 = 11$ — 9
51) $\frac{y}{5} + 4 = 9$ — 25

استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة كل من التعابير الجبرية الآتية للقيم المعطاة.

52) $2y + 3x$ إذا كانت $x = -1, y = 3$ — 3
53) $4d - c$ إذا كانت $c = 2, d = 4$ — 14
54) $m^2 + 7n$ إذا كانت $n = -2, m = 4$ — 2
55) $ab - 2a$ إذا كانت $a = -2, b = -3$ — 10

كتاب التمارين، ص (5)

4 التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن كيف ساعدهم موضوع الدرس السابق حول التبرير الاستقرائي على تعلم المحتوى وجداول الصواب في هذا الدرس.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرسين 2-1، 1-2 بإعطائهم:

الاختبار القصير 1، ص (11)

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع استعمل العبارتين p, q لكتابة عبارة مركبة. وبيّن ما إذا كانت "عبارة وصل" أم "عبارة فَصْل"، ثم أوجد قيمة الصواب لها.

p: $\triangle ABC$ متطابق الأضلاع.

q: $\triangle ABC$ قائم الزاوية.

p أو q: $\triangle ABC$ متطابق الأضلاع أو $\triangle ABC$ قائم الزاوية. p أو q عبارة فصل.
بما أنه لا توجد صورة معطاة للمثلث ABC، فلا يمكن تحديد قيمة الصواب للعبارة المركبة.

إجابات:

38a) إجابة ممكنة: أجري استطلاع ش 100 شخص؛ لمعرفة ما إذا كان يفضلون المثلجات بنكهة الفراولة أو الشوكولاتة. توجد 8 أشخاص يفضلون نكهة الفرا فقط، و25 شخصًا يفضلون نكه الفانيلا والفراولة، و48 شخصًا يفضلون نكهة الفانيلا فقط، و19 يفضلون نكهة الشوكولاتة والفا

42) إجابة ممكنة: لاحظ جميل تقدي سلطة الفواكه يوم الثلاثاء، واعتقد أن هذا النمط سوف يستمر؛ ولذا استعمل التبرير الاستقرائي.

1-3 العبارات الشرطية
Conditional Statements

لماذا؟

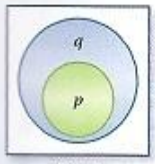
عند إجراء مكالمة هاتفية مع بعض المؤسسات، يحيلك جهاز الرد الآلي إلى قائمة من البدائل تختار منها القسم الذي تريد، ويُسمعك إرشادات بصيغة عبارات شرطية.

عبارة إذا كان... فإن... : **العبارة الشرطية** هي عبارة يمكن كتابتها على صورة (إذا كان ... فإن...). والإرشاد المبين في الصورة أعلاه مثال على العبارة الشرطية.

إذا كنت تريد التحدث إلى قسم خدمة العملاء، فاضغط الرقم 2 .

مفهوم أساسي العبارة الشرطية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	الرموز	النموذج
تكتب العبارة الشرطية (إذا كان ... فإن...) على الصورة (إذا كان p، فإن q)	$p \rightarrow q$ وتُقرأ إذا كان p فإن q، أو p تؤدي إلى q	
في العبارة الشرطية تُسمى الجملة التي تلي كلمة (إذا) مباشرة **الفَرض**.	p	
في العبارة الشرطية تُسمى الجملة التي تلي كلمة (فإن) مباشرة **النتيجة** .	q	

$p \rightarrow q$

عندما تكتب العبارة الشرطية على صورة (إذا كان ... فإن ...)، يمكنك بسهولة تحديد الفَرض والنتيجة فيها.

مثال 1 تحديد الفَرض والنتيجة

حدد الفَرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية:

a) إذا كان الطقس ماطرًا ، فسوف أستعمل المظلة .

الفَرض: الطقس ماطر.

النتيجة: سوف أستعمل المظلة.

b) يقبل العدد القسمة على **10** إذا كان آحاده صفرًا.

الفَرض: آحاد العدد صفر.

النتيجة: يقبل العدد القسمة على 10.

تحقق من فهمك (1A, 1B) انظر ملحق إجابات

1A) إذا كان لمضلع ستة أضلاع، فإنه سداسي.

1B) سيتم إنجاز طبعة ثانية من الكتاب، إذا بيعت جميع نسخ الطبعة الأولى.

فيما سبق:
درستُ استعمال المنطق وأشكال فن لتحديد قيم الصواب لعبارات النفي والوصل والفصل.

والآن:
- أحلل العبارة الشرطية (إذا كان... فإن...).
- أكتب العكس، والمعكوس، والمعاكس الإيجابي، لعبارات (إذا كان... فإن...).

المفردات:
العبارة الشرطية
conditional statement
الفَرض
hypothesis
النتيجة
conclusion
العبارات الشرطية المرتبطة
related conditionals
العكس
converse
المعكوس
inverse
المعاكس الإيجابي
contrapositive
التكافؤ المنطقي
logically equivalent

www.obeikaneducation.com

مصادر الدرس 1-3

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (31)	• تنويع التعليم، ص (30, 31)	• تنويع التعليم، ص (30)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (6)	• كتاب التمارين، ص (6)	• كتاب التمارين، ص (6)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16) • تدريبات المهارات، ص (18) • تدريبات حل المسألة، ص (19)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16) • تدريبات المهارات، ص (18) • تدريبات حل المسألة، ص (19) • التدريبات الإثرائية، ص (20)	• تدريبات حل المسألة، ص (19) • التدريبات الإثرائية، ص (20)

1 ملاحظات الدرس

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-3

استعمال المنطق وأشكال فن لتحديد قيم الصواب لعبارات النفي، والوصل، والفصل. تقديم أمثلة مضادة لتفنيد العبارة الخطأ.

الدرس 1-3

تحليل العبارة الشرطية (إذا كان... فإن...).

كتابة العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لعبارات (إذا كان... فإن...).

ما بعد الدرس 1-3

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة عبارة ما.

2 التدريس

سئلة التعزيز

لب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

ال.

ما الفائدة من قائمة البدائل في نظام الرد الآلي؟ إجابة ممكنة: تمكين المتصل من التحدث إلى القسم الذي يريد بسرعة وسهولة.

ما جزآ الجملة في المثال؟ إذا كنت تريد التحدث إلى قسم خدمة العملاء فاضغط الرقم 2.

ما المشكلة التي يمكن أن تنشأ عن استعمال نظام الرد الآلي؟ إجابة ممكنة: قد لا يمكن حصر جميع الأسباب التي تدعو الشخص إلى الاتصال.

تكتب كثير من العبارات الشرطية دون استعمال الكلمتين إذا و فإن. ولكتابة تلك العبارات على صورة (إذا كان ... فإن...) حدد الفرض والنتيجة.

تحصل على خصم تشجيعي — عند شراء أي من منتجاتنا قبل يوم الأربعاء

النتيجة — الفرض

إذا اشتريت أيًا من منتجاتنا قبل يوم الأربعاء ، فإنك تحصل على خصم تشجيعي.

تذكر أن النتيجة تعتمد على الفرض.

مثال 2 كتابة العبارة الشرطية على الصورة (إذا كان... فإن...)

حدّد الفَرض والنتيجة في كل عبارة شرطية مما يأتي، ثم اكتبها على صورة (إذا كان... فإن...):

a) الثدييات هي حيوانات من ذوات الدم الحار.

الفَرض: الحيوان من الثدييات.

النتيجة: هو من ذوات الدم الحار.

إذا كان الحيوان من الثدييات، فإنه من ذوات الدم الحار.

b) المنشور الذي قاعدتاه مضلعان منتظمان، يكون منتظمًا.

الفَرض: قاعدتا المنشور مضلعان منتظمان.

النتيجة: يكون المنشور منتظمًا.

إذا كانت قاعدتا المنشور مضلعين منتظمين، فإنه يكون منتظمًا.

تحقق من فهمك

2A) يمكن تبديل 5 أوراق نقدية من فئة الريال بورقة نقد واحدة من فئة 5 ريالات.

2B) مجموع قياسي الزاويتين المتكاملتين يساوي 180° .

تذكر أن الفرض والنتيجة والعبارة الشرطية نفسها جميعها عبارات منطقية قد تكون صحيحة وقد تكون خاطئة.

قال عمر لزملائه: إذا أنهيت واجبي المنزلي، فإني سوف ألعب الكرة معكم .

الفرض	النتيجة	العبارة الشرطية	
أنهى عمر الواجب المنزلي	يلعب عمر الكرة مع زملائه	إذا أنهيت واجبي المنزلي ، فإني سوف ألعب الكرة معكم.	
T	T	إذا أنهى عمر واجبه المنزلي، ولعب الكرة مع زملائه، فإن العبارة الشرطية تكون صحيحة؛ لأنه أوفى بوعده.	T
T	F	إذا أنهى عمر واجبه المنزلي ولم يلعب الكرة مع زملائه، تكون العبارة الشرطية خاطئة؛ لأنه لم يفِ بوعده.	F
F	T	إذا لم ينهِ عمر واجبه، ولعب الكرة مع زملائه، يكون الفرض خاطئًا ولكن النتيجة صحيحة. وبما أن العبارة الشرطية لا تقرر شيئًا في حالة عدم حل عمر واجبه، فإن الأمر راجع إلى عمر: إما أن يلعب الكرة مع زملائه أو لا. وتكون العبارة الشرطية صحيحة بغض النظر عما يفعله عمر.	T
F	F	إذا لم ينهِ عمر واجبه، ولم يلعب الكرة مع زملائه، يكون الفرض خاطئًا. والنتيجة خاطئة. ولنفس السبب في الحالة السابقة تكون العبارة الشرطية صحيحة.	T

لاحظ أن العبارة الشرطية تكون صحيحة في جميع الحالات، إلا أن يكون الفرض صحيحًا والنتيجة خاطئة.

قراءة الرياضيات

(إذا) و (فإن) كلمة (إذا) ليست جزءًا من الفرض، كذلك كلمة (فإن) ليست جزءًا من النتيجة.

2A الفرض: لديك 5 أوراق نقدية من فئة الريال.
النتيجة: يمكن أن تبدلها بورقة واحدة من فئة 5 ريالات.
إذا كان لديك 5 أوراق نقدية من فئة الريال فإنه يمكنك أن تبدلها بورقة واحدة من فئة 5 ريالات.

2B الفرض: الزاويتان متكاملتان
النتيجة: مجموع قياسيهما يساوي 180°.
إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 180°.

قراءة الرياضيات

ليست خاطئة إذا كانت العبارة المنطقية ليست خاطئة، فإنها تكون صحيحة.

عبارة إذا كان ... فإن...

المثالان 1, 2 يبينان طريقة تحديد الفَرض والنتيجة في عبارة (إذا كان... فإن...).

المثال 3 يبين كيفية تحديد قيمة الصواب للعبارة الشرطية.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

مثالان إضافيان

1 حدِّد كلًّا من الفرض والنتيجة في كل من العبارات التالية:

a) إذا كان لمضلع ستة أضلاع، فإنه شكل سداسي.

الفرض: مضلع له ستة أضلاع.
النتيجة: المضلع شكل سداسي.

b) سيتقدم محمد إلى المستوى الأعلى في الدورة إذا أكمل المستوى الابتدائي.

الفرض: محمد يكمل المستوى الابتدائي.
النتيجة: محمد يتقدم إلى المستوى الأعلى.

2 حدِّد كلًّا من الفرض والنتيجة في كل عبارة، واكتبها على صورة "إذا كان ... فإن...".

a) تكون المسافة موجبة.

الفرض: قيست المسافة.
النتيجة: القياس موجب.

إذا قيست المسافة، فإن القياس موجب.

b) المضلع ذو الأضلاع الخمسة هو شكل خماسي

الفرض: المضلع له خمسة أضلاع. النتيجة: إنه شكل خماسي.

إرشادات للمعلم الجديد

تحديد أجزاء العبارة الشرطية: عند تحديد قيم الصواب للعبارات الشرطية، أخبر الطلاب أن يستعملوا الأقواس لتحديد كل من الفرض والنتيجة في كل حالة. ووضّح لهم أنّه إذا تطابق الفرض في الحالة مع الفرض في العبارة الأصلية فإنه يمكن للطلاب أن يضعوا حرف T فوق الأقواس، وإلا يمكنهم أن يضعوا حرف F ، ويمكنهم عمل الشيء نفسه للنتيجة.

يمكن استعمال النتائج السابقة لإنشاء جدول الصواب للعبارات الشرطية.

العبارات الشرطية		
p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

تكون العبارة الشرطية خاطئة فقط عندما يكون الفرض صحيحًا والنتيجة خاطئة.

عندما يكون الفرض خاطئًا تكون العبارة الشرطية صحيحة بغض النظر عن النتيجة.

لإثبات صحة العبارة الشرطية، يجب عليك إثبات أنه عندما يكون الفرض صحيحًا، فإن النتيجة صحيحة أيضًا. ولإثبات أن العبارة الشرطية خاطئة يكفي أن تعطي مثالًا مضادًا.

تنبيه!

تحليل العبارات الشرطية

عند تحليل العبارة الشرطية لا تحاول أن تحدد ما إذا كان للعبارة معنى أم لا، بل حلل شكل العبارة لتحدد إن كانت النتيجة تتبع الفرض منطقيًا.

مثال 3 قيم الصواب للعبارات الشرطية

حدّد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت صحيحة ففسّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًا:

a) عند قسمة عدد صحيح على عدد صحيح آخر، يكون الناتج عددًا صحيحًا أيضًا.

مثال مضاد: عند قسمة 1 على 2، يكون الناتج 0.5.

بما أن 0.5 ليس عددًا صحيحًا، فإن النتيجة خاطئة. وبما أنك استطعت إيجاد مثال مضاد، فالعبارة الشرطية خاطئة.

b) إذا كان الشهر القادم رمضان، فإن هذا الشهر هو شهر شعبان.

رمضان هو الشهر الذي يلي شهر شعبان؛ إذن الفرض صحيح، والنتيجة صحيحة أيضًا، والعبارة الشرطية صحيحة.

c) إذا كان للمثلث أربعة أضلاع، فإنه مضلع مقعر.

لا يمكن أن يكون للمثلث أربعة أضلاع؛ إذن الفرض خاطئ، والعبارة الشرطية صحيحة دائمًا.

تحقق من فهمك

3A) إذا كانت $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A = 35°$.

3B) إذا كانت $\sqrt{x} = -1$ ، فإن $(-1)^2 = -1$.

3A) خاطئة؛ إذا كان $m\angle A = 55°$، فإن $\angle A$ حادة أيضًا، ولكن قياسها ليس $35°$.

3B) صحيحة؛ الفرض $\sqrt{x} = -1$ خاطئ؛ لأن الجذر التربيعي لا يكون سالبًا لأي عدد، وعليه تكون العبارة الشرطية صحيحة.

العبارات الشرطية المرتبطة: يرتبط بالعبارة الشرطية المعطاة عبارات شرطية أخرى تسمى **العبارات الشرطية المرتبطة**.

مفهوم أساسي العبارات الشرطية المترابطة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	الرموز	أمثلة
العبارة الشرطية هي العبارة التي يمكن كتابتها على صورة إذا كان p، فإن q.	$p \to q$	إذا كان $m\angle A = 35°$، فإن $\angle A$ حادة.
ينتج **العكس** من تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية.	$q \to p$	إذا كانت $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A = 35°$.
ينتج **المعكوس** من نفي كل من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية.	$-p \to -q$	إذا كان $m\angle A \neq 35°$، فإن $\angle A$ ليست حادة.
ينتج **المعاكس الإيجابي** من نفي كل من الفرض والنتيجة في عكس العبارة الشرطية.	$\sim q \to \sim p$	إذا لم تكن $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A \neq 35°$.

مثال إضافي

حدّد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت صحيحة ففسّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًا.

a) إذا طرحت عددًا طبيعيًا من عدد طبيعي، فإن الناتج عدد طبيعي.

مثال مضاد: $5 - 7 = 2-$. العبارة الشرطية خاطئة.

b) إذا كان الشهر الماضي هو شهر رجب، فإن هذا الشهر هو شعبان.

الفرض صحيح. والنتيجة صحيحة أيضًا؛ لأن شهر شعبان هو الشهر الذي يلي شهر رجب، إذن فالعبارة الشرطية صحيحة.

c) إذا كانت إحدى زوايا المستطيل منفرجة، فإنه يكون متوازي أضلاع.

الفَرض خاطئ؛ لأنه لا يمكن أن تكون إحدى زوايا المستطيل منفرجة، والعبارة الشرطية التي يكون الفَرض فيها خاطئًا، تكون صحيحة دائمًا.

إرشادات للمعلم الجديد

الحس الرياضي: زوّد كل طالب ببطاقات معنونة بـ "الفرض"، "النتيجة" "يؤدي إلى" (أو إشارة سهم متجه من اليسار إلى اليمين) أعط كل طالب بطاقتين كل منهما معنونة بـ "ليس" باللون الأحمر، واطلب إلى الطلاب تكوين عبارات شرطية باستعمال البطاقات، وتكوين العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي. على الطلاب أن يستجيبوا للنشاط بوضع البطاقات في الوضع والترتيب الصحيحين، ويمكنهم أيضًا أن يستعملوا البطاقات لحل بعض التدريبات أو الأمثلة في هذا الدرس بكتابة أجزاء العبارة الشرطية على البطاقات المناظرة.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اكتب عبارة شرطية على السبورة، ثم اسحب كلًا من الفَرض والنتيجة؛ لتساعد على كتابة العكس، والمعكوس، والمعاكس الإيجابي للعبارة الأصلية.

إذا كانت العبارة الشرطية صحيحة فليس بالضرورة أن يكون عكسها ومعكوسها صحيحين، بينما يكون المعاكس الإيجابي صحيحًا. ويكون المعاكس الإيجابي خاطئًا إذا كانت العبارة الشرطية خاطئة.

وبالمثل فإن عكس العبارة الشرطية ومعكوسها إما أن يكونا صحيحين معًا أو خاطئين معًا. وتسمى العبارات التي لها نفس قيم الصواب **عبارات متكافئة منطقيًا**.

مفهوم أساسي العبارات المتكافئة منطقيًا

أضف إلى مطويتك

- العبارة الشرطية ومعاكسها الإيجابي متكافئان منطقيًا.
- عكس العبارة الشرطية ومعكوسها متكافئان منطقيًا.

يمكنك استعمال التكافؤ المنطقي للتحقق من قيمة الصواب لعبارة ما. لاحظ في المثال 4 أدناه، أن كلًّا من العبارة الشرطية ومعاكسها الإيجابي صحيحان. وأن كلًّا من العكس والمعكوس خاطئان.

مثال 4 من واقع الحياة العبارات الشرطية المرتبطة

طبيعة: اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الآتية، ثم استعمل معلومات الربط مع الحياة لتحديد ما إذا كان أي منها صحيحًا أم خاطئًا. وإذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًّا.

الأسود هي قطط تستطيع أن تزأر.

العبارة الشرطية: أعد كتابة العبارة على صورة (إذا كان... فإن...).
إذا كان الحيوان أسدًا، فإنه قط يستطيع أن يزأر.
اعتمادًا على المعلومات إلى اليمين، تكون العبارة صحيحة.

العكس: إذا كان الحيوان قطًّا يستطيع أن يزأر، فإنه يكون أسدًا.
مثال مضاد: النمر قط يستطيع أن يزأر، لكنه ليس أسدًا.
إذن فالعكس خاطئ.

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان أسدًا، فإنه لا يكون قطًّا يستطيع أن يزأر.
مثال مضاد: النمر ليس أسدًا، ولكنه قط يستطيع أن يزأر.
إذن المعكوس خاطئ.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان قطًّا يستطيع أن يزأر، فإنه لا يكون أسدًا.
اعتمادًا على المعلومات في الهامش تكون العبارة صحيحة.

تحقق: تحقق أن للعبارات المتكافئة منطقيًا قيم الصواب نفسها.
العبارة الشرطية ومعاكسها الإيجابي كلاهما صحيح. ✓
العكس والمعكوس كلاهما خاطئ. ✓

تحقق من فهمك

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين، ثم حدد ما إذا كان أي منها صحيحًا أم خاطئًا. وإذا كان خاطئًا فأعط مثالًا مضادًّا. (4A, 4B انظر الهامش.)

4A) الزاويتان اللتان لهما القياس نفسه متطابقتان.

4B) الفأر من القوارض.

العبارات الشرطية المرتبطة

المثال 4 يبين كيفية كتابة العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية.

مثال إضافي

4 **طبيعة:** اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الصحيحة الآتية، وحدد قيمة الصواب لكل منها، وإذا كانت العبارة خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًّا.
الخفافيش ثدييات تستطيع الطيران.

العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان خفاشًا، فإنه ثديي يستطيع الطيران.

العكس: إذا كان الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران، فإنه يكون خفاشًا. خاطئة؛ هناك ثدييات أخرى تستطيع الطيران مثل الليمور.

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان خفاشًا، فإنه ليس من الثدييات التي تستطيع الطيران. خاطئة؛ الليمور ليس خفاشًا، وهو من الثدييات التي تستطيع الطيران.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران، فإنه ليس خفاشًا. صحيحة

إجابات (تحقق من فهمك):

4A) العكس: إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإن لهما القياس نفسه. صحيحة.

المعكوس: إذا لم يكن لزاويتين القياس نفسه، فإنهما غير متطابقتين. صحيحة.

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتين، فلا يكون لهما القياس نفسه. صحيحة.

4B) العكس: إذا كان الحيوان من القوارض فإنه فأر. خاطئة، السنجاب من القوارض، لكنه ليس فأرًا.

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان فأرًا، فإنه لا يكون من القوارض. خاطئة، السنجاب ليس فأرًا، ولكنه من القوارض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من القوارض، فإنه ليس فأرًا. صحيحة.

المحتوى الرياضي

يمكن أن تكون العبارتان p و q بسيطتين، ولكن ليس بالضرورة أن تكونا مرتبطتين معًا. ولكن في هذا الدرس ستكون إحدى الجمل هي الفرض، والأخرى هي النتيجة للعبارة الشرطية. تأكد أن الطلاب يعلمون أن هاتين العبارتين المنفصلتين ما زالتا بسيطتين وغير مرتبطتين، ولكنهما في العبارة الشرطية بينهما علاقة ارتباط. وقبل المضي قدمًا يجب على الطلاب التعامل بارتياح في تحديد الفرض والنتيجة ومعرفة قيمة الصواب لكل عبارة على حدة، ومعرفة قيمة الصواب في حال الربط بواسطة العبارة الشرطية والصيغ المختلفة لكل من العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي.

3 التدريب

التقويم التكويني

ستعمل الأسئلة 1-17 للتحقق من فهم
طلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه
صفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة
حسب مستوياتهم.

جابات:

10) خاطئة؛ إذا كانت $x = -4$، فإن $16 = 2(-4)$. الفَرض في العبارة الشرطية صحيح، لكن النتيجة خاطئة، وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

11) خاطئة؛ الفرض صحيح، أما النتيجة فهي خاطئة؛ لأن الرياض لا تقع في الأردن؛ إذن العبارة الشرطية خاطئة.

12) صحيحة؛ عندما يكون الفرض صحيحًا، فإن النتيجة تكون صحيحة أيضًا؛ لأن يوم الجمعة بعد يوم الخميس؛ لذا فإن العبارة الشرطية صحيحة أيضًا.

13) خاطئة؛ يمكن أن يكون الحيوان ثورًا. الفَرض في العبارة الشرطية صحيح إلا أن النتيجة خاطئة، وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

14) صحيحة؛ الفَرض خاطئ؛ لأن قياس الزاوية القائمة $90°$ والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفَرض خاطئًا تكون دائمًا صحيحة؛ لذا فهذه العبارة الشرطية صحيحة.

15) صحيحة؛ الفَرض خاطئ؛ لأن الفيلة لا يمكنها الطيران، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفَرض خاطئًا تكون صحيحة دائمًا؛ لذا فهذه العبارة الشرطية صحيحة.

16) العكس: إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2، صحيحة.
المعكوس: إذا لم يكن العدد يقبل القسمة على 2، فإنه لا يقبل القسمة على 4، صحيحة.
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن العدد يقبل القسمة على 4، فإنه لا يقبل القسمة على 2، خاطئة.
مثال مضاد: العدد 6 لا يقبل القسمة على 4، ولكنه يقبل القسمة على 2.

17) العكس: إذا كان العدد صحيحًا، فإنه عدد طبيعي، خاطئة. مثال مضاد: -3
المعكوس: إذا لم يكن العدد طبيعيًّا، فإنه ليس عددًا صحيحًا، خاطئة. مثال مضاد: -3.
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن العدد صحيحًا، فإنه ليس عددًا طبيعيًّا، صحيحة.

تأكد

المثال 1 حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية:

1) إذا كان اليوم هو الجمعة، فإن يوم غد هو السبت. الفرض: اليوم هو الجمعة؛ النتيجة: يوم غد هو السبت.

2) إذا كان $2x + 5 > 7$، فإن $x > 1$. الفرض $2x + 5 > 7$؛ النتيجة: $x > 1$

3) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإن مجموع قياسيهما $180°$.

4) إذا نتج عن تقاطع مستقيمين زوايا قائمة، فإنهما متعامدان. الفرض: نتج عن تقاطع مستقيمين زوايا قائمة؛ النتيجة: المستقيمان متعامدان.

اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي على صورة (إذا كان... فإن...).

5) الشخص الذي تجاوز عمره 18 عامًا يمكنه استخراج رخصة قيادة.

6) يحتوي الجبن على عنصر الكالسيوم. إذا كانت هذه جبنة، فإنها تحتوي على عنصر الكالسيوم.

7) قياس الزاوية الحادة بين $0°$ و $90°$.

8) المثلث المتطابق الأضلاع متطابق الزوايا. إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فإنه يكون متطابق الزوايا.

9) مطر: هناك أنواع مختلفة من هطل المطر، تتشكل في ظروف مختلفة. اكتب العبارات الشرطية الثلاث الآتية على صورة (إذا كان... فإن...).

a) يتكاثف بخار الماء في الغلاف الجوي فيسقط على شكل مطر.

b) يتجمد بخار الماء الشديد البرودة في الغيوم الركامية فيسقط على شكل بَرَد.

c) يكون الهطل على شكل ثلج عندما تكون درجة الحرارة متدنية جدًّا إلى حدِّ التجمد في الغلاف الجوي.

المثال 2
5) إذا تجاوز عمر الشخص 18 عامًا، فإنه يمكنه استخراج رخصة قيادة.
7) إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها بين $0°$ و $90°$.
9a) إذا تكاثف بخار الماء الموجود في الغلاف الجوي، فإنه يسقط على شكل أمطار.
9b) إذا تجمد بخار الماء الشديد البرودة في الغيوم الركامية، فإنه يسقط على شكل برد.
9c) إذا كانت درجة الحرارة متدنية جدًّا إلى حدِّ التجمد في الغلاف الجوي، فإن الهطل يكون على شكل ثلوج.

المثال 3

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت العبارة صحيحة، ففسِّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعط مثالًا مضادًّا. 15–10) انظر الهامش.

10) إذا كان $x^2 = 16$، فإن $x = 4$.

11) إذا كنت تعيش في الرياض، فإنك تعيش في الكويت.

12) إذا كان يوم غد هو الجمعة، فإن اليوم هو الخميس.

13) إذا كان للحيوان قرنان، فإنه كبش.

14) إذا كان قياس الزاوية القائمة $95°$، فإن النحلة تكون سحلية.

15) إذا استطاع الفيل أن يطير، فإن $7 = 5 + 2$.

المثال 4

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. ثم حدد ما إذا كان أي منها صحيحًا أم خاطئًا، وإذا كان خاطئًا فأعط مثالًا مضادًّا. 17–16) انظر الهامش.

16) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2، فإنه يقبل القسمة على 4.

17) جميع الأعداد الكلية أعداد صحيحة.

تدرب وحل المسائل

المثال 1

حدِّد الفرض والنتيجة في كلٍّ من العبارات الشرطية الآتية:

18) إذا كانت الزاويتان متجاورتين، فإن لهما ضلعًا مشتركًا.

19) إذا كنت قائد مجموعتنا، فإنني سأتبعك. الفرض: أنت قائدنا؛ النتيجة: سوف أتبعك.

20) إذا كان $3x - 4 = 11$، فإن $x = 5$ الفرض $3x - 4 = 11$؛ النتيجة: $x = 5$

21) إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فإنهما متطابقتان.
الفرض: الزاويتان متقابلتان بالرأس. النتيجة: الزاويتان متطابقتان.

18) الفرض: الزاويتان متجاورتان؛ النتيجة: للزاويتين ضلع مشترك.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	18-27، 54، 56-67
ضمن ضمن المتوسط	19-47 فردي، 49-54، 56-67
فوق فوق المتوسط	28-67

22) احصل على قارورة ماء مجانًا عند شرائك خمس قوارير.

23) كل من حضر الحفل حصل على هدية. إذا حضرت الحفل، فإنك تحصل على هدية.

24) يمثل تقاطع مستويين مستقيمًا. إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما مستقيم.

25) مساحة الدائرة تساوي πr^2. إذا كان الشكل دائرة، فإن مساحته تساوي πr^2.

26) قياس الزاوية القائمة $90°$. إذا كانت الزاوية قائمة، فإن قياسها $90°$.

27) **كيمياء:** اكتب العبارة الآتية على صورة (إذا كان... فإن...). إذا كانت المادة فسفورًا، فإنها تنصهر عند درجة $44°$ سيليزية.

ينصهر الفسفور عند درجة $44°$ سيليزية.

28) **أحياء:** يتغير الماء على الأرض باستمرار عبر عملية تُسمّى دورة الماء. اكتب العبارات الشرطية الثلاث أدناه الشكل على صورة (إذا كان... فإن...).

a) جريان الماء السطحي يصب في المسطحات المائية.

b) تعيد النباتات الماء إلى الهواء من خلال عملية النتح.

c) تعيد المسطحات المائية الماء إلى الهواء عن طريق التبخر.

28a إذا جرى الماء على سطح الأرض، فإنه يصب في المسطحات المائية.

28b إذا أعادت النباتات الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق النتح.

28c إذا أعادت المسطحات المائية الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق التبخر.

المثال 3

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي. وإذا كانت صحيحة، ففسّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًا: 35–29) انظر ملحق الإجابات

29) إذا كان العدد فرديًّا، فإنه يقبل القسمة على 5.

30) إذا كان الأرنب حيوانًا برمائيًّا، فإن هذا الفصل هو فصل الصيف.

31) إذا كانت جدة في اليمن، فإن صنعاء هي عاصمة المملكة العربية السعودية.

32) إذا نتج اللون الأبيض من مزج اللونين الأزرق والأحمر، فإن $0 = 2 - 3$.

33) إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإنهما متقابلتان بالرأس.

34) إذا كان الحيوان طائرًا، فإنه يكون نسرًا.

35) إذا كان الموز أزرق، فإن التفاح من الخضراوات.

3 الربط مع الحياة

حيوان ظباء الكدك هو الريم وهي ظباء صغيرة الحجم، يبلغ متوسط طولها من القدم واحد إلى ما يزيد عن القدمين قليلًا. وتتميز أجسامها بخطوط تشبه خطوط الحمر الوحشية.

طبيعة: **استعمل العبارة أدناه لكتابة كل من العبارات الشرطية الآتية، ثم استعمل معلومات الربط مع الحياة لتحديد قيمة الصواب لكل منها، وإذا كانت أي منها خاطئة، فأعط مثالًا مضادًا.** 39–36) انظر ملحق الإجابات.

"الحيوان الذي تظهر على جسمه خطوط هو الحمار الوحشي".

36) عبارة شرطية

37) عكس العبارة الشرطية

38) معكوس العبارة الشرطية

39) المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية

إجابات:

24) الفرض: الأضلاع الأربعة للشكل الرباعي متطابقة.
النتيجة: الشكل مربع.

25) الفرض: لمضلع محدب خمسة أضلاع.
النتيجة: المضلع خماسي.

المثال 4 اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارات الشرطية الآتية، ثم حدد ما إذا كان أي منها صحيحًا أم خاطئًا. وإذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًا. 44–40) انظر ملحق الإجابات

40) إذا كنت تعيش في الدمام، فإنك تعيش في المملكة العربية السعودية.

41) إذا كان الطائر نعامة، فإنه لا يستطيع أن يطير.

42) جميع المربعات مستطيلات.

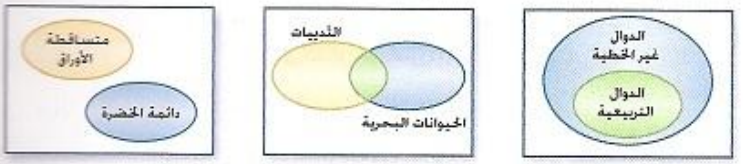
43) جميع القطع المستقيمة المتطابقة لها الطول نفسه.

44) المثلث القائم الزاوية يحوي زاوية قياسها "90.

إرشادات للدراسة

أشكال فن المستطيل الذي يحيط أشكال فن يمثل المجموعة الكلية. يُقسّم شكل فن الذي يحوي دائرتين المجموعة الكلية إلى أربع مناطق على الأكثر. أما الشكل الذي يحتوي ثلاث دوائر فيقسّم المجموعة الكلية إلى 8 مناطق على الأكثر. ويمكن إثبات أن شكل فن الذي يحتوي n من الدوائر يقسم المجموعة الكلية إلى 2^n من المناطق على الأكثر.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسّر تبريرك.



45) إذا كانت الدالة غير خطية، فإنها تكون دالة تربيعية.

46) إذا كان الحيوان من الثدييات، فإنه لا يكون حيوانًا بحريًّا.

47) إذا كانت الشجرة متساقطة الأوراق، فإنها لا تكون دائمة الخضرة.

48) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة سوف تستقصي أحد قوانين المنطق باستعمال العبارات الشرطية. *a–d*) انظر الهامش.

a) **منطقيًّا:** اكتب ثلاث عبارات شرطية صحيحة، بحيث تكون نتيجة كل عبارة فرضًا للعبارة التي تليها.

b) **بيانيًّا:** ارسم شكل فن يوضح هذه السلسلة من العبارات الشرطية.

c) **منطقيًّا:** اكتب عبارة شرطية مستعملًا فرض العبارة الأولى، ونتيجة العبارة الثالثة. إذا كان فرض العبارة الأولى صحيحًا. فهل تكون العبارة الشرطية الناتجة صحيحة؟

d) **لفظيًّا:** إذا أُعطيت العبارتين الشرطيتين: إذا كان a، فإن b، وإذا كان b، فإن c، فاكتب تخمينًا حول قيمة الصواب للعبارة c عندما تكون العبارة a صحيحة. فسّر تبريرك.

مسائل مهارات التفكير العليا

49) **اكتشف الخطأ:** حدد كل من أحمد وماجد قيمة الصواب للعبارة الشرطية "إذا كان العدد 15 أوليًّا، فإن العدد 20 يقبل القسمة على 4". كلاهما يعتقد أن هذه العبارة صحيحة، ولكنهما برَّرا ذلك بتبريرين مختلفين. هل كان أي منهما مصيبًا؟ فسر تبريرك. انظر الهامش.

أحمد	ماجد
النتيجة صحيحة؛ لأن العدد 20 يقبل القسمة على 4؛ إذن العبارة الشرطية صحيحة.	الفرض خاطئ؛ لأن 15 ليس عددًا أوليًّا؛ إذن العبارة الشرطية صحيحة.

50) **تحدَّ:** لقد تعلمت أن العبارات التي لها قيم الصواب نفسها هي عبارات متكافئة منطقيًّا. استعمل التكافؤ المنطقي لبناء جدول صواب يلخص قيم الصواب للعبارة الشرطية $p \rightarrow q$، وعكسها ومعكوسها ومعاكسها الإيجابي. انظر ملحق الإجابات

45) خاطئة؛ المنطقة الزرقاء في شكل فن تحتوي الدوال غير الخطية وغير التربيعية.

46) خاطئة؛ تحتوي المنطقة الخضراء في شكل فن حيوانات ثديية وبحرية في الوقت نفسه.

47) صحيحة؛ لا يوجد منطقة مشتركة بين المنطقتين اللتين تمثلان الأشجار المتساقطة الأوراق والأشجار الدائمة الخضرة.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: ناقش معنى الشكل الرباعي والمعين مع الطلاب، ثم اطلب إليهم كتابة عكس العبارة "كل الأشكال الرباعية معينات". وحدِّد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم خاطئة؟

العبارة الشرطية: إذا كان الشكل رباعيًّا، فإنه معين (خاطئة).

العكس: إذا كان الشكل معينًا، فإنه شكل رباعي (صحيحة).

48d) إجابة ممكنة: إذا كانت a صحيحة، فإن c صحيحة. إذا كنا نعلم أن a صحيحة، فإننا نعلم أن b صحيحة، وإذا كنا نعلم أن b صحيحة، فإن c صحيحة أيضًا؛ إذن عندما تكون a صحيحة، فإن c تكون صحيحة.

49) إجابة ممكنة، ماجد؛ عندما يكون الفرض خاطئًا في العبارة الشرطية، فإن العبارة تكون صحيحة دائمًا.

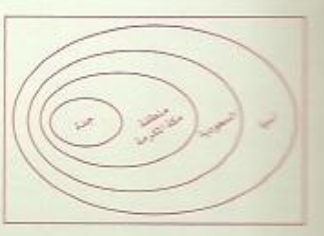
تمثيلات متعددة: في السؤال 48، اعمل الطلاب العبارات المنطقية واللفظية شكال فن لاستقصاء خاصية التعدي عبارات الشرطية.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 49 على الطلاب أن يتذكروا أن العبارة الشرطية تكون صحيحة دائمًا إلا إذا كان الفرض صحيحًا، والنتيجة خاطئة. لم يذكر أحمد في إجابته أن الفرض خاطئ.

ابات:

إجابة ممكنة:
إذا كنت تسكن مدينة جدة، فأنت تسكن منطقة مكة المكرمة، وإذا كنت تسكن منطقة مكة المكرمة فإنك تسكن المملكة العربية السعودية، وإذا كنت تسكن المملكة العربية السعودية، فإنك تسكن قارة آسيا.



إذا كنت تسكن في مدينة جدة فإنك تسكن في قارة آسيا. نعم صحيحة.

إجابة ممكنة: إذا كان العدد يقبل القسمة على العدد 2، فإنه يظهر رقمًا. حتى يكون العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي جميعها صحيحة يجب أن يكون الفرض والنتيجة صحيحين أو خاطئين معًا.

51) **تبرير:** عبارة شرطية فرضها صحيح، ونتيجتها خاطئة. هل يكون معكوسها صحيحًا؟ انظر الهامش.

52) **مسألة مفتوحة:** اكتب عبارة شرطية بحيث يكون العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لها جميعها صحيحة. فسّر تبريرك.

53) **تحدٍّ:** تجد أدناه معكوس العبارة الشرطية A. اكتب العبارة الشرطية A وعكسها ومعاكسها الإيجابي. فسّر تبريرك. انظر الهامش.

إذا لم تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام، فإنك ذهبت إلى المسجد متأخرًا.

54) **اكتب:** صف العلاقة بين العبارة الشرطية وعكسها ومعكوسها ومعاكسها الإيجابي. انظر ملحق الإجابات

تدريب على الاختبار المعياري

55) إذا كان مجموع قياسي زاويتين $90°$ فإنهما متتامتان. أي العبارات الآتية هي عكس العبارة الشرطية أعلاه؟ A

A إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما $90°$.

B إذا كانت الزاويتان غير متتامتين، فإن مجموع قياسيهما $90°$.

C إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما لا يساوي $90°$.

D إذا كانت الزاويتان غير متتامتين، فإن مجموع قياسيهما لا يساوي $90°$.

56) **جبر:** ما أبسط صورة للعبارة $\frac{10a^2 - 15ab}{4a^2 - 9b^2}$ ؟ B

A $\frac{5a}{2a - 3b}$

B $\frac{5a}{2a + 3b}$

C $\frac{a}{2a + 3b}$

D $\frac{a}{2a - 3b}$

مراجعة تراكمية

أنشئ جدول الصواب لكلٍّ من العبارات المركبة الآتية. (الدرس 2-1) 57–60) انظر ملحق الإجابات

57) $p \wedge q$

58) p أو $-q$

59) $-p \wedge q$

60) $-p \wedge -q$

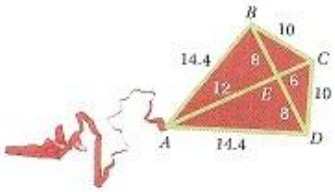
اكتب تخمينًا معتمدًا على المعلومات المعطاة في كل مما يأتي. وارسم شكلاً يوضح تخمينك (الدرس 1-1)

61) تقع النقاط J, H, K على أضلاع مختلفة لمثلث. النقاط J, H, K ليست على استقامة واحدة.

62) $R(3, -4), S(-2, -4), T(0, -4)$ تقع R, S, T على استقامة واحدة.

63) $A(-1, -7), B(4, -7), C(4, -3), D(-1, -3)$ $ABCD$ مستطيل.

64) **طائرة ورقية:** تصنع الطائرات الورقية بشكل يشبه المامة؛ لذلك تسمى الطائرة الماسية. سمِّ جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل المجاور. (مهارة سابقة)



$BC \cong CD, BE \cong ED, BA \cong DA$

استعد للدرس اللاحق

جبر: حدد العملية التي استعملتها لتحويل المعادلة (1) إلى المعادلة (2) في كل مما يأتي.

65) $8(y - 11) = 32$ (1)
$y - 11 = 4$ (2)
قسمة كلا الطرفين على 8.

66) $x + 9 = 4 - 3x$ (1)
$4x + 9 = 4$ (2)
إضافة $3x$ لكل من الطرفين.

67) $\frac{1}{3}m = 2$ (1)
$m = 6$ (2)
ضرب كلا الطرفين في 3.

4 التقويم

تعلم لاحق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا عن العلاقة بين العبارات الشرطية وما سيتعلمونه في الدرس القادم حول التبرير الاستنتاجي.

إجابات:

51) نعم؛ بما أن النتيجة خاطئة، فيجب أن يكون عكس العبارة صحيحًا. والعكس والمعكوس متكافئان منطقيًا، وعليه يكون المعكوس صحيحًا.

53) الفرض للمعكوس هو $-p$: لم تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام. النتيجة للمعكوس هي $-q$: ذهبت إلى المسجد متأخرًا. إذن العبارة الشرطية A هي $q \rightarrow p$: إذا أدركت تكبيرة الإحرام مع الإمام، فإنك ذهبت إلى المسجد مبكرًا. وعكس العبارة A هو $p \rightarrow q$: إذا ذهبت إلى المسجد مبكرًا، فإنك ستدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام. والمعاكس الإيجابي للعبارة A هو $-q \rightarrow -p$: إذا لم تذهب إلى المسجد مبكرًا، فإنك لن تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام.

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

إذا وجد بعض الطلاب صعوبة في فهم قيمة الصواب للعبارة الشرطية،

فثم بالطلب إليهم تحديد نوع العبارة الشرطية التي لا يمكن أن تكون صحيحة أبدًا، واطلب إليهم أيضًا تحليل جداول الصواب للعبارات الشرطية، ووضع أمثلة مادية يكون فيها الفَرض صحيحًا دائمًا، والنتيجة خطأ دائمًا.

توسيع

1-3 ملاحظات الدرس

1 التركيز

الهدف:

تحديد العبارات الشرطية الثنائية، واستعمالها، وإيجاد قيم الصواب لها.

إرشادات التدريس:

هيئ الطلاب بأن تطلب إليهم إعطاء أمثلة على عبارات شرطية وعكسها، واطلب إليهم أن يفكروا في معنى كل منها، زوِّد الطلاب بأمثلة تُثبت أن صحة العبارة الشرطية لا تعتمد على صحة عكسها.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

وزِّع الطلاب في مجموعات ثنائية متفاوتة القدرات، واطلب إليهم قراءة الأمثلة والتحقق منها، وإنشاء جدول صواب للعبارات الشرطية والعبارات الشرطية الثنائية المتضمنة، وبذلك يمكنهم أن يربطوا عبارات الأمثلة 4-1 بقيم الصواب في الجدول.

تدريب: اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة 1-5.

3 التقويم

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 4-1 للتحقق من فهم الطلاب لمكونات العبارة الشرطية الثنائية وكيفية تحديد قيمة الصواب لها.

من المحسوس إلى المجرد

استعمل السؤال 4 لتحديد ما إذا كان بمقدور الطلاب استعمال العبارة الشرطية الثنائية في سياق جبري.

توسيع

1-3 العبارات الشرطية الثنائية
Biconditinal Statments

يُعدُّ سعد أفضل طلاب المدرسة في لعبة كرة القدم. وإذا انتُخب من قبل أعضاء فريق كرة القدم المدرسي، فإنه سيمثل المدرسة في فريق المنطقة التعليمية. فإذا مثّل المدرسة في فريق المنطقة التعليمية، فإنه يكون قد انتُخب من قبل أعضاء فريق كرة القدم المدرسي.

p: انتُخب سعد من قبل أعضاء فريق كرة القدم المدرسي.

q: مثّل سعد المدرسة في فريق المنطقة التعليمية.

$p \rightarrow q$: إذا انتُخب سعد من قبل فريق كرة القدم المدرسي فإنه سيمثل المدرسة في فريق المنطقة التعليمية.

$q \rightarrow p$: إذا مثّل سعد المدرسة في فريق المنطقة التعليمية، فإنه قد انتُخب من قبل أعضاء فريق كرة القدم المدرسي.

في هذه الحالة، العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ وعكسها $q \rightarrow p$ كلاهما صحيح. وتسمى العبارة المركبة الناتجة من وصل هاتين العبارتين باستعمال (و) عبارة شرطية ثنائية.

مفهوم أساسي العبارات الشرطية الثنائية

أضف إلى ملاحظاتي

التعبير اللفظي: العبارة الشرطية الثنائية هي عبارة وصل مكونة من العبارة الشرطية وعكسها.

الرموز: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ ، ويُرمز لها اختصارًا $(p \leftrightarrow q)$، وتُقرأ p إذا وفقط إذا كان q.

إذن تُكتب العبارة الشرطية الثنائية السابقة على النحو:

$p \leftrightarrow q$: يُنتخب سعد من قبل أعضاء فريق كرة القدم المدرسي إذا وفقط إذا مثّل المدرسة في فريق المنطقة التعليمية.

مثال

اكتب كلًّا من العبارتين الشرطيتين الثنائيين الآتيين على صورة عبارة شرطية وعكسها. ثم حدد ما إذا كانت العبارة الشرطية الثنائية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًّا.

a) تكون الزاوية قائمة إذا وفقط إذا كان قياسها $90°$.

العبارة الشرطية: إذا كان قياس الزاوية $90°$، فإنها زاوية قائمة.

العكس: إذا كانت الزاوية قائمة، فإن قياسها $90°$.

كل من العبارة الشرطية وعكسها صحيحان؛ إذن العبارة الشرطية الثنائية صحيحة.

b) $x < -2$ إذا وفقط إذا كان x موجبًا.

العبارة الشرطية: إذا كان x عددًا موجبًا، فإن $x > -2$. العبارة الشرطية صحيحة.

العكس: إذا كان $x > -2$، فإن x عدد موجب. افترض أن $x = -1$ ؛ إذن $-1 > -2$، لكن -1 ليس عددًا موجبًا؛ إذن عكس العبارة الشرطية خاطئ، والعبارة الشرطية الثنائية خاطئة.

تمارين: 4-1) انظر الهامش.

اكتب كل عبارة شرطية ثنائية مما يأتي على صورة عبارة شرطية وعكسها. ثم حدد ما إذا كانت العبارة الشرطية الثنائية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًّا.

1) تكون الزاويتان متتامتين إذا وفقط إذا كان مجموع قياسيهما $90°$.

2) لا دوام في المدارس إذا وفقط إذا كان اليوم هو الجمعة.

3) يتقاطع المستقيمان إذا وفقط إذا كانا غير أفقيين.

4) $|2x| = 4$ إذا وفقط إذا كان $x = 2$.

إجابات:

1) العبارة الشرطية: إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما $90°$. صحيحة.

العكس: إذا كان مجموع قياسي زاويتين $90°$، فإنهما متتامتان. صحيحة.

2) العبارة الشرطية: إذا كان اليوم هو الجمعة، فإنه لا يوجد دوام في المدارس. صحيحة.

العكس: إذا لم يكن هناك دوام في المدارس، فإن اليوم هو الجمعة. خاطئة؛ لأنه لا دوام في المدارس يوم الخميس أيضًا.

3) العبارة الشرطية: إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما غير أفقيين. صحيحة.

العكس: إذا لم يكن المستقيمان أفقيين، فإنهما يتقاطعان.

خاطئة: المستقيمان الرأسيان المتوازيان لا يتقاطعان.

4) العبارة الشرطية: إذا كان $x = 2$ ، فإن $|2x| = 4$.

العكس: إذا كان $|2x| = 4$ ، فإن $x = 2$.

خاطئة: إذا كان $x = -2$ ، فإن $|2x| = 4$.

1-4 التبرير الاستنتاجي
Deductive Reasoning

لماذا؟

عندما يقوم المحققون بتحليل قضية جنائية، فإنهم يجمعون الأدلة مثل بصمات الأصابع، ويستعملونها لتقليص قائمة الاتهام، باستبعاد المتهمين وتحديد الجاني في نهاية الأمر.

قانون الفَصْل المنطقي: تُسمى الطريقة التي يستعملها المحققون من أجل تحديد الجاني **التبرير الاستنتاجي**.

وكما ترى فإن التبرير الاستنتاجي يستعمل حقائق وقواعد وتعريفات وخصائص من أجل الوصول إلى نتائج منطقية من عبارات معطاة، على خلاف التبرير الاستقرائي الذي تستعمل فيه أنماط من الأمثلة أو المشاهدات لعمل تخمين.

مثال 1 من واقع الحياة — **التبرير الاستقرائي والتبرير الاستنتاجي**

حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي:

a) في كل مرة يلعب ماجد كرة القدم وهو يرتدي حذاءه المفضل، يسجل هدفًا واحدًا على الأقل. ولقد ارتدى حذاءه المفضل، وذهب ليلعب في مباراة هذه الليلة، وقد استنتج أنه سيسجل هدفًا واحدًا على الأقل في هذه المباراة.

اعتمد ماجد على نمط من المشاهدات للتوصل إلى النتيجة، فهو بذلك استعمل التبرير الاستقرائي.

b) إذا تأخر مشاري عن دفع قسط سيارته، فإنه سيقوم بدفع غرامة تأخير مقدارها 150 ريالًا. تأخر مشاري عن دفع قسط هذا الشهر، فاستنتج أن عليه دفع غرامة مقدارها 150 ريالًا.

اعتمد مشاري على حقائق ينص عليها عقد البيع في الحصول على النتيجة؛ لذا فقد استعمل التبرير الاستنتاجي.

تحقق من فهمك

1A) يشتهر مطعم بتقديم أطعمة حارة المذاق، ويظهر بجانب هذه الأطعمة رمز خاص في قائمة الطعام. طلب علي صنفًا من القائمة موجود بجانبه هذا الرمز. فاستنتج أن الصنف الذي طلبه حار المذاق. التبرير الاستقرائي

1B) دُعي خالدٌ إلى حفل عشاء، وقد حضر جميع المدعوين الحفل؛ إذن فقد حضر خالد الحفل. التبرير الاستنتاجي

يستعمل المثال المضاد لإثبات عدم صحة التخمين الذي يتم التوصل إليه عن طريق التبرير الاستقرائي، ولا يعد المثال طريقة صحيحة لإثبات صحة التخمين. فلإثبات صحة التخمين يجب استعمال التبرير الاستنتاجي، وأحد أشكاله **قانون الفَصْل المنطقي**.

فيما سبق:
درست استعمال التبرير الاستقرائي لتحليل الأنماط ووضع تخمينات.

والآن:
- أستعمل قانون الفصل المنطقي.
- أستعمل قانون القياس المنطقي.

المفردات:
التبرير الاستنتاجي
deductive reasoning
قانون الفصل المنطقي
Law of Detachment
قانون القياس المنطقي
Law of Syllogism

www.obeikaneducation.com

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-4
تحديد قيمة الصواب للعبارة الشرطية، والعكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لها.

الدرس 1-4
استعمال قانوني الفصل والقياس المنطقي.
استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة العبارات.

ما بعد الدرس 1-4
استعمال التبرير المنطقي لإثبات صحة العبارات، ولإيجاد أمثلة مضادة لتفنيد العبارات الخاطئة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

واسأل:

- ما الأدلة الأخرى التي يمكن أن يجمعها المحقق؟ إجابة ممكنة: عينات من الشعر أو أدوات الجريمة.
- لماذا يُعد تقليص قائمة الاتهام باستبعاد المتهمين أمرًا مفيدًا للمحقق؟ إجابة ممكنة: لكي يتمكن المحقق من التركيز في جمع أدلة أكثر عن مجموعة صغيرة من الأشخاص.
- اذكر بعض سلبيات استعمال بصمات الأصابع بوصفها دليلًا. إجابة ممكنة: قد لا يترك الجاني أحيانًا آثارًا لبصماته.

مصادر الدرس 1-4

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (40)	• تنويع التعليم، ص (35, 40)	• تنويع التعليم، ص (35)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (7)	• كتاب التمارين، ص (7)	• كتاب التمارين، ص (7)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21) • تدريبات المهارات، ص (23) • تدريبات حل المسألة، ص (24)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21) • تدريبات المهارات، ص (23) • تدريبات حل المسألة، ص (24) • التدريبات الإثرائية، ص (25)	• تدريبات حل المسألة، ص (24) • التدريبات الإثرائية، ص (25)

قانون الفَصْل المنطقي

المثال 1 يبيّن كيفية التمييز بين التبرير الاستقرائي والتبرير الاستنتاجي.

المثال 2 يبيّن كيفية استعمال قانون الفَصْل المنطقي.

المثال 3 يبيّن كيفية استعمال أشكال فن لاختبار صحة النتيجة.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

مثال إضافي

1 طقس: حدِّد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي:

a) لاحظ محمد في السنوات السابقة أن أعلى معدل لتساقط الأمطار في بلدته يكون خلال شهر فبراير، فاعتقد أن شهر فبراير من هذه السنة سيشهد أعلى معدل لتساقط الأمطار.

التبرير الاستقرائي: النتيجة التي استنتجها محمد قائمة على نمط من المشاهدات.

b) تعلّمت ساجدة أنه في حالة وجود غيوم ليلًا، فإن الجو صباحًا يكون أقل برودةً منه في حالة عدم وجود الغيوم ليلًا. علمت ساجدة أن الجو سيكون غائمًا هذه الليلة، ولذلك اعتقدت أن الجو لن يكون باردًا صباح الغد. التبرير الاستنتاجي؛ استعملت ساجدة الحقائق التي تعلمتها حول الغيوم ودرجة الحرارة.

مفهوم أساسي — قانون الفَصْل المنطقي

التعبير اللفظي: إذا كانت العبارة الشرطية $q \rightarrow p$ صحيحة، والفرض p صحيحًا، فإن النتيجة q تكون صحيحة أيضًا.

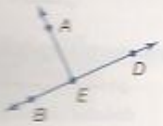
مثال: المعطيات: إذا لم يكن في السيارة وقود، فإنها لن تعمل.
لا يوجد وقود في سيارة عبدالله.

نتيجة صحيحة: لن تعمل سيارة عبدالله.

عندما تكون العبارات المعطاة صحيحة، فإن النتائج التي نتوصل إليها بتطبيق التبرير الاستنتاجي حتمًا تكون صحيحة.

مثال 2 — استعمال قانون الفَصْل المنطقي

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة في كل مما يأتي أم لا اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.



a) المعطيات:
- إذا كانت الزاويتان متجاورتين على مستقيم، فإن ضلعيهما غير المشتركين يكوّنان نصفي مستقيم متعاكسين.
- $\angle AED$ و $\angle AEB$ متجاورتان على مستقيم.

النتيجة: $\overrightarrow{ED}$ و $\overrightarrow{EB}$ نصفا مستقيم متعاكسان.

الخطوة 1: حدّد الفرض p والنتيجة q للعبارة الشرطية الصحيحة.
p: زاويتان متجاورتان على مستقيم.
q: ضلعاهما غير المشتركين يكونان نصفي مستقيم متعاكسين.

الخطوة 2: حلل النتيجة.
العبارة المعطاة $\angle AED$ و $\angle AEB$ متجاورتان على مستقيم تحقق الفرض.
إذن p عبارة صحيحة. وبتطبيق قانون الفصل المنطقي، تكون العبارة $\overrightarrow{ED}$ و $\overrightarrow{EB}$ نصفا مستقيم متعاكسان، التي تمثل q نتيجة صحيحة.

b) المعطيات:
- عندما يذهب مالك إلى النادي الرياضي، فإنه يرتدي ملابس رياضية.
- ارتدى مالك ملابس رياضية.

النتيجة: ذهب مالك إلى النادي الرياضي.

الخطوة 1: p: ذهب مالك إلى النادي الرياضي.
q: ارتدى مالك ملابس رياضية.

الخطوة 2: العبارة المعطاة "ارتدى مالك ملابس رياضية" تحقق النتيجة q للعبارة الشرطية الصحيحة. لكن كون العبارة الشرطية صحيحة، ونتيجتها صحيحة أيضًا، لا يعني صحة الفرض، فقد يرتدي مالك ملابس رياضية، ولا يذهب إلى النادي الرياضي؛ وبذلك تكون النتيجة خاطئة.

تحقق من فهمك

2A) المعطيات:
- إذا كانت ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، فإنها تحدد مستوى.
- النقاط A, B, C تقع في المستوى G.

النتيجة: النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة.

2B) المعطيات:
- إذا أحضر الطالب موافقة من ولي أمره، يمكنه الذهاب في الرحلة المدرسية.
- أحضر سلمان موافقة من ولي أمره. صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي

النتيجة: يمكن أن يذهب سلمان في الرحلة المدرسية.

إرشادات للدراسة

المعلومات المعطاة من الآن فصاعدًا اعتبر جميع المعطيات في الكتاب صحيحة.

2A) غير صحيحة؛ قد تقع النقاط A, B, C في المستوى G وتكون على استقامة واحدة.

إرشادات للمعلم الجديد

قانون الفَصْل المنطقي: أخبر الطلاب بأن قانون الفَصْل المنطقي هو نتيجة مباشرة لما تعلموه عن العبارة الشرطية وقيم الصواب لها.

مثال 3 الحكم على النتيجة باستعمال أشكال فن

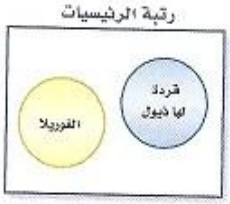
طبيعة: حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك باستعمال أشكال فن.

المعطيات:
- إذا كان الحيوان غوريلا فليس له ذيل.
- في الحديقة حيوان من رتبة الرئيسيات ليس له ذيل.

النتيجة: الحيوان الذي في الحديقة غوريلا.

افهم: ارسم شكل فن بناءً على المعطيات، لا يوجد للغوريلا ذيل، لذا ارسم دائرة تمثل الغوريلا لا تتقاطع مع دائرة القردة التي لها ذيول.

رتبة الرئيسيات



خطط: وبما أن الحيوان الذي في الحديقة ليس له ذيل؛ لذا فإنه لا ينتمي لمجموعة القردة التي لها ذيول.

حل: وهذا يضعه ضمن الدائرة التي تمثل الغوريلا أو خارجها، وعليه فالاستنتاج غير صحيح.

رتبة الرئيسيات

تحقق: نعرف من المعطيات أن الغوريلا وأنواع القرود الأخرى تقع ضمن رتبة الرئيسيات، لكن ليس للغوريلا ذيل، ونعرف أن الحيوان الذي في الحديقة ليس له ذيل، ويمكن أن يكون قردًا لا ذيل له وليس غوريلا؛ لذا فالاستنتاج غير صحيح. ✓

تحقق من فهمك

3) **المعطيات:**
- إذا كان الشكل مربعًا، فإنه مضلع.
- الشكل A مربع.

النتيجة: الشكل A مضلع.

الربط مع الحياة

إحدى طرائق تمييز الغوريلا عن الأنواع الأخرى في رتبة الرئيسيات، النظر إلى الذيل. فليس للغوريلا ذيل، بينما يوجد لمعظم أنواع القردة ذيول.

3) صحيحة؛ يقع هذا الشكل في دائرة المربعات التي تقع داخل دائرة المضلعات؛ لذا تكون النتيجة صحيحة.

إرشادات للدراسة

الدليل المنطقي يكون مدعومًا بقوانين المنطق، ويختلف عن الدليل الاحصائي المدعوم بالأمثلة أو البيانات.

قانون القياس المنطقي: **قانون القياس المنطقي** هو طريقة أخرى للتبرير الاستنتاجي، ويمكنك باستعمال هذا القانون الحصول على نتائج من عبارتين شرطيتين صحيحتين، عندما تكون نتيجة العبارة الشرطية الأولى هي الفرض في العبارة الشرطية الثانية.

مفهوم أساسي قانون القياس المنطقي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \to q$ ، $q \to r$ صحيحتين، فإن العبارة الشرطية $p \to r$ صحيحة أيضًا.

مثال: **المعطيات:** إذا حصلت على عمل، فسوف تكسب نقودًا.
إذا كسبت نقودًا، فسوف تتمكن من شراء سيارة.

نتيجة صحيحة: إذا حصلت على عمل، فسوف تتمكن من شراء سيارة.

من المهم أن تتذكر أنه إذا لم تكن نتيجة العبارة الأولى فرض العبارة الثانية، فلا يمكنك استعمال قانون القياس المنطقي للحصول على نتيجة صحيحة.

مثالان إضافيان

2 حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.

المعطيات: إذا كان الشكل مربعًا فإنه متوازي أضلاع.
الشكل متوازي أضلاع.

النتيجة: الشكل مربع. خاطئة؛ يمكن أن يكون الشكل مستطيلًا.

3 حدّد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك باستعمال أشكال فن.

المعطيات: إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فإنه حاد الزوايا. المثلث متطابق الأضلاع.

النتيجة: المثلث حاد الزوايا.

المثلثات

من المعطيات، جميع المثلثات متطابقة الأضلاع تكون حادة الزوايا، فالنتيجة صحيحة.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسع: اكتب مثالًا يوضّح الاستعمال الصحيح لقانون القياس المنطقي.

إجابة ممكنة :

1) من الضروري أن يكون الطلاب منظمين.
2) إذا كنت منظمًا فإن لديك عادات دراسية جيدة.
3) إذا كانت لديك عادات دراسية جيدة، فإنك ستحصل على درجات مرتفعة.
4) الطلاب المنظمون يحصلون على درجات مرتفعة.

قانون القياس المنطقي

المثالان 4, 5 يبيّنان كيفية استعمال قانون القياس المنطقي.

مثالان إضافيان

4 **مثال من الاختبار المعياري:**
أي العبارات تنتج منطقيًّا من العبارتين الآتيتين؟ **B**

1) إذا أنهى جمال واجبه المنزلي، فسيذهب مع زملائه.

2) إذا ذهب جمال مع زملائه، فإنه سيذهب إلى المتنزه.

A إذا ذهب جمال مع زملائه، فإنه يكون قد أنهى واجبه المنزلي.

B إذا أنهى جمال واجبه المنزلي، فسيذهب إلى المتنزه.

C إذا لم يذهب جمال إلى المتنزه، فإنه لم يذهب مع زملائه.

D لا توجد نتيجة صحيحة.

5 استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته، إذا تعذّر الحصول على نتيجة صحيحة فاكتب "لا نتيجة صحيحة". وفسّر تبريرك.

المعطيات: إذا تغيّب أكثر من 10 أعضاء فلن يُعقد الاجتماع. تغيّب 12 عضوًا.

p: تغيب أكثر من 10 أعضاء.

q: لن يُعقد الاجتماع. وبما أن 12 عضوًا تغيبوا؛ إذن P عبارة صحيحة. وباستعمال قانون الفصل تكون النتيجة الصحيحة هي: لن يُعقد الاجتماع.

مثال 4 من الاختبار المعياري

أي العبارات الآتية تنتج منطقيًّا من العبارتين الآتيتين؟
(1) إذا أمطرت اليوم فسوف تؤجل المباراة.
(2) إذا اعتذر أحد الفريقين فسوف تؤجل المباراة.
A إذا اعتذر أحد الفريقين فسوف تمطر اليوم.
B إذا أمطرت اليوم فسوف يعتذر أحد الفريقين.
C إذا لم تمطر فلن يعتذر أحد الفريقين.
D لا توجد نتيجة صحيحة.

اقرأ فقرة الاختبار
افترض أن p, q, r تمثل أجزاء العبارتين الشرطيتين المعلومتين.

p: أمطرت اليوم
q: تأجلت المباراة
r: اعتذر أحد الفريقين

حُل فقرة الاختبار
حلّل منطقيًّا العبارتين الشرطيتين باستعمال الرموز.
العبارة (1): $p \rightarrow q$ العبارة (2): $r \rightarrow q$
يمكن اعتبار كل من العبارتين الشرطيتين صحيحة. ومع ذلك لا يمكن استعمال قانون القياس المنطقي؛ لأن نتيجة العبارة الشرطية الأولى ليست فرضًا للعبارة الشرطية الثانية. وعلى الرغم من أنه يحتمل أن تكون العبارات A, B, C صحيحة إلا أن المنطق الذي استعمل فيها غير صحيح؛ لذلك تكون D هي الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك
4) أي العبارات الآتية تنتج منطقيًّا من العبارتين الآتيتين؟ **G**
(1) إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فسوف تكون مرهقًا.
(2) إذا كنت مرهقًا، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.
F إذا كنت مرهقًا، فإنك لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.
G إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.
H إذا لم يكن أداؤك في الاختبار جيدًا، فإنك لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.
J لا توجد نتيجة صحيحة.

مثال 5 تطبيق قوانين التبرير الاستنتاجي

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صحيحة فاكتب "لا نتيجة صحيحة". وفسّر تبريرك.

المعطيات:
- إذا كان عمرك 18 عامًا، يمكنك التقدم للحصول على رخصة قيادة السيارات.
- عُمر سلمان 18 عامًا.

p: عمرك 18 عامًا.
q: يمكنك التقدم للحصول على رخصة قيادة السيارات.
بما أن عمر سلمان 18 عامًا، فذلك يحقق الفرض p . وبتطبيق قانون الفصل المنطقي، تكون العبارة "يمكن أن يتقدم سلمان للحصول على رخصة القيادة" نتيجة صحيحة.

تحقق من فهمك
5) المعطيات: تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين متطابقتين.
إذا كانت القطعتان المستقيمتان متطابقتين فإن طوليهما متساويان. M نقطة منتصف $\overline{AB}$. $AM = MB$؛ قانون القياس المنطقي

تنبيه!
ترتيب العبارات: ذكّر الطلاب عند استعمال قانون القياس المنطقي بأن ترتيب العبارات مهم، بحيث تكون نتيجة العبارة الشرطية الأولى فرضًا للعبارة الشرطية الثانية، وهكذا.

التعليم باستعمال التقنيات
تسجيلات صوتية: اطلب إلى الطلاب إعداد تسجيلات صوتية تتضمن شرحًا لقانوني الفصل والقياس المنطقي بكلماتهم الخاصة، وتقديم مثال على كل قانون.

تأكد

المثال 1 حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي:

1) جميع الطلاب الذين تم تكريمهم معدلهم العام يزيد على 95%. محمد من الطلاب الذين تم تكريمهم؛ إذن معدل محمد العام يزيد على 95%. التبرير الاستنتاجي

2) لاحظ خالد أن جاره يسقي أشجار حديقته كل يوم جمعة. واليوم هو الجمعة، فاستنتج أن جاره سوف يسقي أشجار حديقته اليوم. التبرير الاستقرائي

المثال 2 حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.

3) **المعطيات:** إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2. العدد 12 يقبل القسمة على 4.

النتيجة: العدد 12 يقبل القسمة على 2. صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي

4) **المعطيات:** إذا ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا، فسوف يكون مرهقًا في اليوم التالي. فيصل مرهق.

النتيجة: ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا. غير صحيحة؛ قد يكون فيصل مرهقًا بسبب تمرين رياضي شاق.

المثال 3 حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات.
فسر تبريرك باستعمال أشكال فن. 5, 6) انظر الهامش.

5) **المعطيات:** إذا كان الشاطئ عامًا، فإنه لا يوجد فيه منقذون.
الشاطئ الجنوبي لا يوجد فيه منقذون.

النتيجة: الشاطئ الجنوبي عام.

6) **المعطيات:** إذا اجتاز الطلاب اختبار القبول، فسوف يُقبَلون في الكلية.
اجتاز عبدالله اختبار القبول.

النتيجة: سوف يُقبَل عبدالله في الكلية.

المثال 4 7) **اختيار من متعدد:** أي العبارات الآتية تنتج منطقيًّا من العبارتين (1)، (2)؟ C

(1) إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن قياس إحدى زواياه °90.

(2) إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث °90، فإن زاويتيه الحادتين تكونان متتامتين.

A إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإنه يحوي زاوية قياسها °90.

B إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث °90، فإن زاويتيه الحادتين لا تكونان متتامتين.

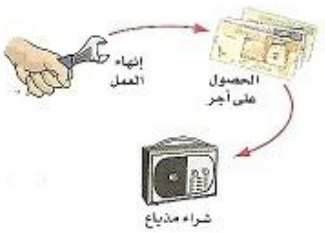
C إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتيه الحادتين متتامتان.

D إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث °90، فإنه لا يكون مثلثًا قائم الزاوية.

المثال 5 استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صحيحة، فاكتب "لا نتيجة صحيحة". فسّر تبريرك.

8) **المعطيات:** إذا أنهى كمال عمله، فإنه سيحصل على أجر. إذا حصل كمال على أجر، فإنه سيشتري مذياعًا.

9) **المعطيات:** الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.
$\angle 1 \cong \angle 2$



8) إذا أنهى كمال عمله، فسوف يشتري مذياعًا؛ قانون القياس المنطقي.
9) لا نتيجة؛ ليس شرطًا أن تكون $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتين بالرأس كي تكونا متطابقتين.

3 التدريب

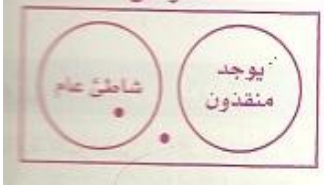
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 9-1 للتحقق من فهم الط
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة
لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب
مستوياتهم.

إجابات:

5) غير صحيحة؛ يمكن أن يكون الشاط
الجنوبي داخل الدائرة التي تمثل
الشاطئ العام أو خارجها.

الشواطئ



6) صحيحة، يقع عبد الله ضمن مجم
الطلاب الذين اجتازوا اختبار القبو
وتقع هذه الدائرة داخل الدائرة التي
تمثل الطلاب الذين قبلوا في الكلي
لذا فسوف يُقبل عبد الله في الكلية

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	10-27، 33، 35-54
ضمن المتوسط	11-23 فردي، 25-28، 30-47
فوق المتوسط	4-25 3 (اختياري 44-47)

المثال 1 حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي:

10) تنص التعليمات المدرسية على أنه إذا تأخرت الطالبة عن المدرسة خمس مرات، فسوف تُعطى تنبيهًا. تأخرت فاطمة خمس مرات عن المدرسة؛ لذلك سوف تُعطى تنبيهًا. التبرير الاستنتاجي

11) لاحظ طبيب الأسنان أن فهدًا يأتي في موعده المحدد، فاستنتج أن فهدًا سوف يأتي في الموعد المحدد للزيارة القادمة. التبرير الاستقرائي

12) إذا قرّر سعد الذهاب إلى الحفل، فلن يحضر تدريب كرة القدم هذه الليلة. ذهب سعد إلى الحفل. ولم يحضر تدريب كرة القدم. التبرير الاستنتاجي

13) لاحظت علياء أنه عندما تأخذ دروس تقوية، فإن درجاتها تتحسن. أخذت علياء درس تقوية، واستنتجت أن درجاتها سوف تتحسن. التبرير الاستقرائي

المثال 2 حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة في كل مما يأتي اعتمادًا على المعطيات. وفسّر تبريرك.

14) **المعطيات:** الزوايا القائمة متطابقة. $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان.

النتيجة: $\angle 2 \cong \angle 1$. صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي

15) **المعطيات:** إذا كان الشكل مربعًا فإن له أربع زوايا قائمة.
الشكل $ABCD$ له أربع زوايا قائمة . غير صحيحة؛ قد يكون الشكل مستطيلًا.

النتيجة: الشكل $ABCD$ مربع.

16) **المعطيات:** منصف الزاوية يقسمها إلى زاويتين متطابقتين.
$\overrightarrow{KM}$ منصف لـ $\angle JKL$.

النتيجة: $\angle JKM \cong \angle MKL$. صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي

17) **المعطيات:** إذا بيعت 75% من تذاكر الحفل قبل يوم الأربعاء، فسوف يُقام في قاعة المدينة.
بيعت 75% من تذاكر الحفل قبل يوم الأربعاء. صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي

النتيجة: سوف يُقام الحفل في قاعة المدينة.

20–18) انظر الهامش.

المثال 3 حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. وفسّر تبريرك باستعمال أشكال فن.

18) **المعطيات:** إذا انخفضت درجة الحرارة إلى أقل من الصفر السيليزية، فمن المحتمل أن يسقط الثلج.
لم تنخفض درجة الحرارة عن الصفر السيليزية في يوم الإثنين.

النتيجة: لم يسقط الثلج يوم الإثنين.

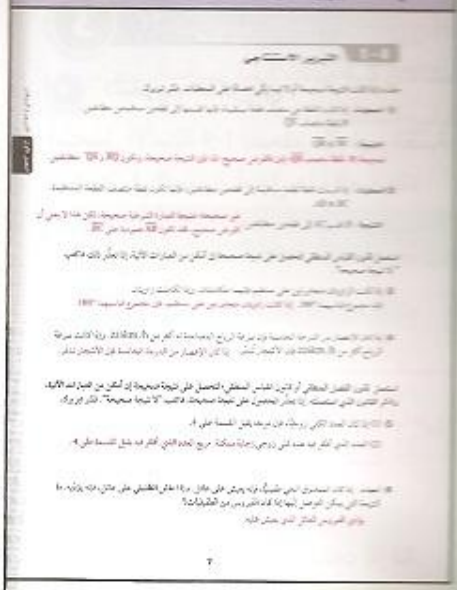
19) **المعطيات:** إذا كان الشخص يسكن مدينة الرياض، فإنه لا يسكن بجوار الشاطئ.
لا يسكن حمود بجوار الشاطئ.

النتيجة: يسكن حمود في مدينة الرياض.

20) **المعطيات:** يرتدي بعض الممرضين زيًّا موحّدًا أزرق اللون. يعمل أحمد ممرضًا .

النتيجة: يرتدي أحمد الزي الموحّد الأزرق اللون.

كتاب التمارين، ص (7)



المحتوى الرياضي

كتابة البراهين: أكّد للطلاب أن قوانين التبرير هي تنظيم للطرائق التي نستخلص بها النتائج بدهيًّا في حياتنا اليومية، وأن أحد أهداف تنظيم الحجج والأدلة هو المساعدة على كتابة البراهين عندما لا يوجد لدينا فكرة بدهية عن السؤال أو المشكلة.

إجابات:

18) صحيحة؛ يقع يوم الاثنين خارج الأيام التي تنخفض فيها درجة الحرارة عن الصفر السيليزية ، إذن لا يمكن أن يقع ضمن الأيام التي يسقط فيها الثلج؛ لذا فالنتيجة صحيحة .

19) غير صحيحة: يمكن أن يكون حمود ضمن الدائرة التي تمثل سكان مدينة الرياض أو ضمن الدائرة التي تمثل الأشخاص الذين لا يسكنون قرب الشاطئ وخارج الدائرة التي تمثل سكان مدينة الرياض.

20) غير صحيحة؛ يمكن أن يقع أحمد ضمن دائرة الممرضين أو ضمن منطقة تقاطع الدائرتين، إذن النتيجة غير صحيحة.

المثال 4, 5

21) الألعاب الأولمبية: حقق العداء السعودي هادي صوعان إنجازاً سعودياً كبيراً في دورة الألعاب الأولمبية في سيدني عام 2000م في سباق 400m حواجز، حيث أنهى السباق في زمن قدره 47.53 ثانية.

(1) إذا وصل هادي صوعان خط النهاية بعد صاحب المركز الأول مباشرة فسيحل في المركز الثاني.

(2) إذا حلّ العداء في المركز الثاني، فسيحصل على الميدالية الفضية.

استعمل العبارتين (1)، (2) للحصول على نتيجة صحيحة.

الربط مع الحياة

يعتبر هادي صوعان أول رياضي سعودي يحرز ميدالية أولمبية.

استعمل قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية. وإذا تعذَّر ذلك، فاكتب "لا نتيجة صحيحة". فسّر تبريرك.

22) إذا حصلت شيماء على معدل 98 فأكثر، فإن اسمها سوف يُكتب في لوحة الشرف لهذا العام.

سوف يتم تكريم الطالبات اللاتي تُكتبُ أسماؤهن في لوحة الشرف لهذا العام. انظر الهامش

23) إذا تعامد مستقيمان في مستوى، فإنهما سيتقاطعان ويكوّنان زوايا قائمة.

المستقيمان r و s في نفس المستوى ويكوّنان زوايا قائمة. لا نتيجة صحيحة

24) إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان.

إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة. انظر الهامش

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صحيحة، فاكتب "لا نتيجة صحيحة"، وفسر تبريرك.

25) المعطيات: إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90°.

$\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان. انظر الهامش

26) المعطيات: المثقفون يحبون المطالعة.

إذا كنت تحب المطالعة، فأنت من زوار المكتبة العامة. انظر الهامش

27) المعطيات: إذا كنت رياضيًا، فإنك تستمتع بالألعاب الرياضية.

إذا كنت تحب المنافسة، فإنك تستمتع بالألعاب الرياضية. لا نتيجة صحيحة

مسائل مهارات التفكير العليا

28) اكتب: فسر لماذا لا يمكن استعمال قانون القياس المنطقي لاستنتاج نتيجة من العبارتين الشرطيتين الآتيتين:

إذا ارتديت قفازات الشتاء، فإنك ستشعر بدفء في يديك. انظر الهامش

إذا لم تكن يداك دافئتين، فإن قفازاتك رقيقة.

29) تحدَّ: استعمل الرموز $\wedge$، $\vee$، $\rightarrow$ لتمثيل كل من قانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي بالرموز.

لتكن p هي الفرض، و q هي النتيجة. انظر الهامش

30) مسألة مفتوحة: اكتب عبارتين يمكن تطبيق قانون القياس المنطقي للحصول على نتيجة صحيحة منهما، موضحًا تلك النتيجة. انظر الهامش

31) تحدَّ: افترض أن كل المثلثات التي تحقق الخاصية B تُحقق نظرية فيثاغورس، فهل العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة؟ علّل إجابتك. انظر الهامش

إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية، فإنه لا يحقق الخاصية B.

32) اكتب: بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين قانون القياس المنطقي وخاصية التعدي للمساواة. انظر الهامش

إجابات:

22) إجابة ممكنة: إذا حصلت شيماء على معدل 98% أو أكثر فإنه سيتم تكريمها.

24) إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

25) مجموع قياسي $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90°؛ قانون الفصل المنطقي.

26) إذا كنت مثقفًا فأنت من زوار المكتبة العامة؛ قانون القياس المنطقي.

28) إجابة ممكنة: لا يمكننا استعمال قانون القياس المنطقي؛ لأن الفرض في العبارة الشرطية الثانية هو نفي نتيجة العبارة الشرطية الأولى.
وإذا ما أردنا أن نطبق قانون القياس المنطقي يجب أن تكون نتيجة العبارة الأولى هي الفرض في العبارة الشرطية الثانية.

29) قانون الفَصْل المنطقي:
$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
قانون القياس المنطقي:
$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

30) إجابة ممكنة:
(1) إذا حصل طالب الثانوية العامة على معدل 95% فما فوق، فإنه يكون متميزًا.
(2) إذا كان الطالب متميزًا في الثانوية العامة فإنه سيُبتعث للدراسة في الخارج.
النتيجة: إذا حصل طالب الثانوية العامة على معدل 95% فما فوق، فإنه سيُبتعث للدراسة في الخارج.

31) صحيحة؛ إجابة ممكنة: إذا حقّق المثلث الخاصية B ، فإنه يحقق نظرية فيثاغورس، وإذا حقق نظرية فيثاغورس فإنه قائم الزاوية.
وباستعمال قانون القياس المنطقي نستنتج العبارة الشرطية الآتية:
إذا حقق المثلث الخاصية B ، يكون قائم الزاوية.
والمعاكس الإيجابي لهذه العبارة هو الجملة المعطاة في السؤال. وله نفس قيمة صواب العبارة الأصلية، وهي صحيحة.

32) إجابة ممكنة: وجه الشبه بين قانون القياس المنطقي وخاصية التعدي للمساواة أن كليهما يوظفان مفهوم أن كلًّا من القيمتين المكافئتين لنفس القيمة تكونان متكافئتين. والاختلاف بينهما أنّ قانون القياس المنطقي يستعمل للحصول على نتيجة من عبارتين شرطيتين، في حين تستعمل خاصية التعدي للمساواة لتحديد علاقة عددية بين قيمتين.

تدريب على الاختبار المعياري

33) بين أيٍّ من العبارات الآتية تتبع منطقيًّا من العبارتين التاليتين.
إذا اشتريت وجبتين، فإنك ستحصل على علبة عصير مجانًا.
اشترى خليل وجبتين. D

A اشترى خليل وجبة واحدة فقط.
B سيحصل خليل على وجبة مجانية.
C سيحصل خليل على علبتي عصير مجانًا
D حصل خليل على علبة عصير مجانًا.

34) إجابة شبكية: ما ميل المستقيم الممثل بيانيًّا؟ D

A $\frac{1}{4}$
B $-\frac{1}{4}$
C 4
D −4

مراجعة تراكمية

تسويق: استعمل المعلومات الآتية في حل السؤالين 35, 36. (الدرس 3-1)

يستعمل مديرو التسويق عبارات مكتوبة على صورة (إذا كان ... فإن ...) لترويج سلعهم وخدماتهم. يوجد إعلان في إحدى محلات صيانة الحواسيب جاء فيه: "إذا كنت تبحث عن السرعة والأمان في حاسوبك، فعليك بمحل النجوم لصيانة الحواسيب".

35) اكتب عكس العبارة الشرطية. إذا زرت محل النجوم لصيانة الحواسيب، فإنك تبحث عن السرعة والأمان.

36) ما الرسالة التي يريد الإعلان إيصالها إلى الناس حول محل النجوم؟ هناك تميز بالسرعة والأمان

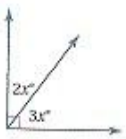
أنشئ جدول صواب لكل من العبارات المركبة الآتية: (الدرس 2-1) 40–37) انظر الهامش.

37) a و b **38)** $\sim p$ أو $\sim q$ **39)** k و $-m$ **40)** $\sim y$ أو z

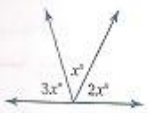
جبر: أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية: (مهارة سابقة)

41) 60

42) 18

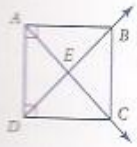


43) 30



استعد للدرس اللاحق

هل يمكن افتراض صحة أيٍّ من العبارات الآتية اعتمادًا على الشكل المجاور؟ فسّر إجابتك:



44) $\angle DAB$ زاوية قائمة. نعم؛ يشير الرمز ⌞ إلى أن $\angle DAB$ قائمة.

45) $\angle AEB \cong \angle DEC$ نعم؛ زاويتان متقابلتان بالرأس.

46) $\angle DAE \cong \angle ADE$ لا؛ لا يوجد ما يدل على قياسي هاتين الزاويتين.

47) $AB \perp BC$ لا؛ لا نعلم شيئًا عن $m\angle ABC$.

4 التقويم

فهم الرياضيات: يمكن للطلاب استعمال الأشكال لعمل نموذج لقانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي. زوّد الطلاب بورقتين صفراوين مربعتي الشكل مكتوب عليهما p، وورقتين زرقاوين مثلثي الشكل مكتوب عليهما q، وورقتين حمراوين دائريتي الشكل مكتوب عليهما r. واطلب إليهم كتابة طريقة ترتيب الأشكال لتمثيل الصورة الرمزية للقانونين.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرسين 1-4, 1-3 بإعطائهم:

الاختبار القصير 2، ص (11)

تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون المتفاعلون: اطلب إلى الطلاب أن يتوزعوا في مجموعات صغيرة، ويناقشوا أطعمتهم المفضلة والأطعمة الأكثر شعبيةً، وفي أثناء مناقشتهم اطلب إليهم تبريرًا لاستنتاجاتهم عن أكثر الأطعمة التي يحبونها ويفضلونها، وأن يصفوا أنواع التبرير التي استعملوها للتوصل إلى استنتاجاتهم.

إجابات:

37)

a	b	b و a
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

38)

p	$\sim p$	q	$\sim q$	$p\sim$ أو $q\sim$
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T

39)

k	m	$\sim m$	k و $\sim m$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

40)

y	$\sim y$	z	$y\sim$ أو z
T	F	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	T

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-5

استعمال التبرير المنطقي لإثبات العبارات الصحيحة، وإيجاد أمثلة مضادة تفند العبارات الخاطئة.

الدرس 1-5

كتابة عبارات حول أشكال هندسية وإثبات صحتها باستعمال المسلّمات الأساسية والبراهين الحرة.

ما بعد الدرس 1-5

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات بعض العبارات، وكتابة البرهان ذي العمودين.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

اسأل:

- لماذا لا تسقط التفاحة والريشة بالسرعة نفسها خارج الحجرة المفرغة من الهواء؟ مقاومة الهواء تجعل الريشة تسقط أبطأ من التفاحة.
- ما الفرق بين القانون والنظرية، بحسب اعتقادك؟ إجابة ممكنة: القوانين تقبل بوصفها حقائق صحيحة، والنظريات تحتاج إلى برهان.

المسلمات والبراهين الحرة
Postulates and Paragraph Proofs

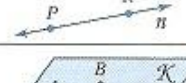
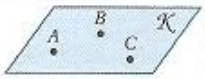
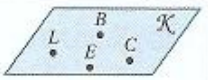
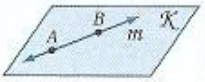
لماذا؟

تُظهر التجربة في الصورة المجاورة سقوط الريشة والتفاحة بنفس السرعة في حجرة مفرّغة من الهواء، وتوضح هذه التجربة قوانين نيوتن في الجاذبية الأرضية والقصور الذاتي التي تُقبل على أنها حقائق أساسية في الفيزياء، وفي الهندسة أيضًا توجد قوانين تقبل على أنها صحيحة دون برهان.

النقاط والمستقيمات والمستويات: **المسلّمة** أو البدهية هي عبارة تُقبل على أنها صحيحة دون برهان. درست مبادئ أساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات، ويمكن اعتبار هذه المبادئ الأساسية مسلّمات.

مسلمات — النقاط والمستقيمات والمستويات

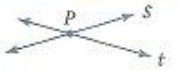
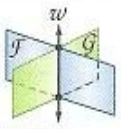
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	مثال
1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.	 المستقيم n هو المستقيم الوحيد المار بالنقطتين P و R.
1.2 أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.	 المستوى $\mathcal{K}$ هو المستوى الوحيد الذي يحتوي النقاط A و B و C والتي لا تقع على استقامة واحدة.
1.3 كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.	المستقيم n يحتوي النقاط P و Q و R.
1.4 كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.	 يحتوي المستوى $\mathcal{K}$ النقاط L و B و C و E، وهي ليست على استقامة واحدة.
1.5 إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كليًا في ذلك المستوى.	 تقع النقطتان A و B في المستوى $\mathcal{K}$، ويمر بهما المستقيم m؛ إذن المستقيم m يقع كليًا في المستوى $\mathcal{K}$.

تتعلق المسلّمات الآتية بتقاطع المستقيمات والمستويات.

مسلمتان — تقاطع المستقيمات والمستويات

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	مثال
1.6 إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.	 المستقيمان s و t يتقاطعان في النقطة P.
1.7 إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون مستقيمًا.	 يتقاطع المستويان $\mathcal{F}$ و $\mathcal{G}$ في المستقيم w.

فيما سبق:
- درست استعمال التبرير الاستنتاجي بتطبيق قانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي.

والآن:
- أعرف المسلمات الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات وأستعملها.
- أكتب برهانًا حرًا.

المفردات:
- المسلمة: axiom or postulate
- البرهان: proof
- النظرية: theorem
- البرهان الحر: paragraph proof

www.obeikaneducation.com

مصادر الدرس 1-5

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (45)	• تنويع التعليم، ص (45, 47)	• تنويع التعليم، ص (47)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (8)	• كتاب التمارين، ص (8)	• كتاب التمارين، ص (8)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)	• تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)

النقاط والمستقيمات والمستويات

المثالان 1, 2 يبيّنان كيفية تعرُّف المسلّمات والمقارنة بينها، وعلى الطلاب أن يكونوا قادرين على إثبات صحة التخمينات باستعمال النظريات والمسلّمات.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة.

مثال إضافي

1 **هندسة عمارة:** اشرح كيف توضح الصورة في المثال 1 صحة كل من العبارات الآتية. ثم اذكر المسلّمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة.

a) تقع النقطتان F و G في المستوى Q وعلى المستقيم m. ويقع المستقيم m كله في المستوى Q.

تقع النقطتان F و G على المستقيم m الذي يقع في المستوى Q. المسلمة 1.5 تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن جميع نقاط المستقيم الذي يحوي هاتين النقطتين تقع في هذا المستوى، وهذا يثبت أن العبارة صحيحة.

b) تحدد النقطتان A و C مستقيمًا.

تقع النقطتان على حَرْف البناية، وهو المستقيم الذي تحدده هاتان النقطتان. المسلّمة 1.1، تنص على أنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين معلومتين، وهذا يثبت صحة هذه العبارة.

إرشادات للدراسة

المفاهيم غير المعرفة النقطة والمستقيم والمستوى هي مفاهيم غير معرفة. وتصف المسلّمات التي تعلمتها في هذا الدرس بعض العلاقات الخاصة بين هذه المفاهيم.

1A) تشكل النقاط A, B, C الرؤوس الثلاثة للسقف. وبحسب المسلّمة 1.2 فإن هناك مستوى واحدًا فقط يمر بها.

1B) يتقاطع وجها البناية في الحافة التي تمثل المستقيم m، فيتقاطع المستويان P و Q اللذان يحتويان وجهي البناية في المستقيم m بحسب المسلمة 1.7.

2A) صحيحة دائمًا؛ هناك دائمًا ثلاث نقاط على الأقل لا تقع على استقامة واحدة تحدد مستقيمين متقاطعين.

2B) غير صحيحة أبدًا؛ لكي تتقاطع ثلاث مستقيمات في نقطتين يجب أن يكون اثنان منهما متوازيين.

إرشادات للدراسة

نظام المسلمات هو مجموعة من المسلمات التي يمكن استعمال بعضها أو كلها لاستنتاج النظريات عن طريق المنطق.

مثال 1 من واقع الحياة تحديد المسلّمات

هندسة معمارية: اشرح كيف توضح الصورة صحة كل من العبارات الآتية. ثم اذكر المسلّمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة.

a) يحوي المستقيم m على النقطتين F و G. ويمكن أن تقع النقطة E أيضًا على المستقيم m.

حافة البناية عبارة عن المستقيم m. والنقاط E, F, G واقعة على هذه الحافة؛ لذا فهي تقع على المستقيم m. وبتطبيق المسلمة 1.3، التي تنص على أن كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل، يتضح أن العبارة صحيحة.

b) يتقاطع المستقيمان s و t في النقطة D.

الشبكة المثلثة أعلى واجهة البناية تتشكل من مستقيمات متقاطعة، والمستقيمان s و t يتقاطعان في نقطة واحدة فقط هي D، وبتطبيق المسلّمة 1.6 التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط، يتضح أن العبارة صحيحة.

تحقق من فهمك

1A) النقاط A, B, C تحدد مستوى.

1B) يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m.

يمكنك استعمال المسلّمات لتفسير تبريرك في أثناء تحليل بعض العبارات.

مثال 2 تحليل العبارات باستعمال المسلّمات

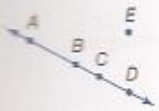
حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك.

a) إذا تقاطع مستقيمان واقعان في مستوى واحد، فإن نقطة تقاطعهما تقع أيضًا في المستوى الذي يحويهما.

صحيحة دائمًا؛ تنص المسلّمة 1.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع بكامله في ذلك المستوى. بما أن المستقيمين يقعان في المستوى نفسه، فإن أي نقطة واقعة عليهما بما فيها نقطة التقاطع تقع في المستوى نفسه.

b) أي أربع نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

صحيحة أحيانًا: تنص المسلّمة 1.3 على أن كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل، وهذا يعني أنه يمكن أن يحتوي المستقيم نقطتين أو أكثر؛ إذن يمكن أن تكون أربع نقاط ليست على استقامة واحدة مثل A, E, C, D في الشكل المجاور، أو تكون على استقامة واحدة مثل A, B, C, D.



تحقق من فهمك

2A) المستقيمان المتقاطعان يحددان مستوى.

2B) تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين.

البرهان الحر: عند إثباتك نتيجة تخمين ما، فإنك تستعمل التبرير الاستنتاجي للانتقال من الفرض إلى النتيجة التي تريد إثبات صحتها بكتابة **برهان**. وهو دليل منطقي فيه كل عبارة تكتبها تكون مبررة بعبارة سبق إثباتها أو قبول صحتها.

إرشادات للمعلم الجديد

البرهان ذو العمودين: ذكِّر الطلاب بأنه على الرغم من أن المسلّمات لم تبرهن برهانًا ذا عمودين إلا أنها تقبل لكونها بدهيات صحيحة، وتستعمل لإثبات صحة العبارات والنظريات الأخرى.

التعليم باستعمال التقنيات

مدونة: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا عدة براهين حرة على مدونة الصف، وأن يعملوا مجتمعين لمراجعة ما كتبوه للتأكد من وضوحه وخلوه من الأخطاء.

في حال إثبات صحة عبارة (أو تخمين) فإنها تُسمى نظرية، ويمكن بعد ذلك استعمالها في البراهين لتبرير صحة عبارات أخرى.

مفهوم أساسي: خطوات كتابة البرهان

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: اكتب المعطيات، وارسم شكلًا يوضحها إن أمكن.

الخطوة 2: اكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.

الخطوة 3: استعمل التبرير الاستنتاجي لتكوين سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب.

الخطوة 4: برّر كل عبارة مستعملًا تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلمات أو نظريات.

الخطوة 5: اكتب العبارة أو التخمين الذي قمت بإثباته.

المعطيات (الفرض) ← العبارات والمبررات ← المطلوب (النتيجة)

أحد أنواع البراهين هو **البرهان الحر**، وفيه تُكتب فقرة تُفسر أسباب صحة التخمين في موقف مُعطى.

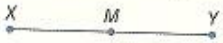
مثال 3: كتابة البرهان الحر

المعطيات: M نقطة منتصف $\overline{XY}$، اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $XM \cong MY$.

الخطوتان 1 و 2:

المعطيات: M نقطة منتصف $\overline{XY}$.

المطلوب: $\overline{XM} \cong \overline{MY}$



الخطوتان 3 و 4:

إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{XY}$، فإنه بحسب تعريف نقطة منتصف القطعة المستقيمة تكون $\overline{XM}$ و $\overline{MY}$ لهما الطول نفسه. ومن تعريف التطابق، إذا كانت القطعتان المستقيمتان لهما الطول نفسه، فإنهما تكونان متطابقتين.

الخطوة 5:

لذا $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

إرشادات حل المسألة

اعمل عكسيًا: إحدى استراتيجيات كتابة البرهان هي العمل عكسيًا، وذلك بأن تبدأ من المطلوب وتعمل عكسيًا مطورًا خطوة حتى تصل إلى المعطيات.

تحقق من فهمك انظر الهامش

3) إذا علمت أن C تقع بين A و B، حيث $\overline{AC} \cong \overline{CB}$، فاكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

عند إثبات صحة التخمين يصبح نظرية، ويمكن استعماله في براهين أخرى. ويعرف التخمين في مثال 3 بنظرية نقطة المنتصف.

نظرية 1.1: نظرية نقطة المنتصف

أضف إلى مطويتك

إذا كانت M نقطة منتصف AB، فإن $AM \cong MB$.

مثال إضافي

2 حدِّد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائمًا، أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك.

a) إذا كان المستوى T يحتوي $\overline{EF}$، و $\overrightarrow{EF}$ يحتوي النقطة G، فإن المستوى T يحتوي النقطة G.

صحيحة دائمًا؛ المسلمة 1.5 تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الذي يحويها يقع بكامله في هذا المستوى.

b) يحتوي $\overrightarrow{GH}$ ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

غير صحيحة أبدًا؛ لا يمكن أن يحتوي مستقيم ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، وذلك من التعريف.

البرهان الحر

المثال 3 يبين كيفية كتابة برهان حر عندما تُعطى عبارة قبلت على أنها صحيحة.

مثال إضافي

3 ليكن $\overrightarrow{AC}$ يقطع $\overrightarrow{CD}$.

اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن النقاط A, C, D تحدد مستوى.

يجب أن يتقاطع المستقيمان $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{CD}$ في النقطة C؛ لأنه إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة؛ وعليه فإن النقطة A لا تقع على المستقيم $\overrightarrow{CD}$.

والنقطة D لا تقع على $\overrightarrow{AC}$؛ إذن فالنقاط الثلاث A, C, D لا تقع على استقامة واحدة؛ وعليه فإن النقاط الثلاث A, C, D تحدد مستوى.

إجابة (تحقق من فهمك):

3) **المعطيات:** C تقع بين A و B، $\overline{AC} \cong \overline{CB}$.

المطلوب: إثبات أن C نقطة منتصف $\overline{AB}$.

البرهان:

من المعطيات $\overline{AC} \cong \overline{CB}$، ومن تعريف القطع المستقيمة المتطابقة فإن طول $\overline{AC}$ يساوي طول $\overline{CB}$، ومن تعريف نقطة المنتصف فإن C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

المحتوى الرياضي

المسلمات والبراهين: أكّد الفرق بين المسلمات والبراهين، فالمسلمات عبارات يُسلَّم بصحتها دون برهان، بينما البراهين عبارة عن حجج منطقية مدعومة بالمسلمات.

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-15 للتحقق من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

2) أحرف الشكل تمثل مستقيمات متقاطعة. المستقيمان r و n يتقاطعان في موقع واحد فقط هو النقطة D. المسلّمة 1.6 تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

3) الحَرْف السفلي للشكل من الجهة الأمامية هو المستقيم n، الذي يحتوي النقاط C, D, E، والمسلّمة 1.3 تنص على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.

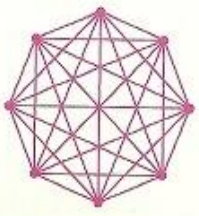
4) الجانب الأيسر من الشكل أو المستوى P يحتوي النقاط A, F, D، والمسلّمة 1.4 تنص على أن المستوى يحتوي على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

5) النقطتان E, D واقعتان على المستقيم n، وكذلك في المستوى Q، والمسلّمة 1.5 تنص على أنه إذ وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الذي يحويهما يقع بكامله في هذا المستوى.

6) المستقيم r يحتوي النقطتين A, D. المسلمة 1.1 تنص على أنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

14a) 28 مباراة

14b)



المسلّمة 1.1

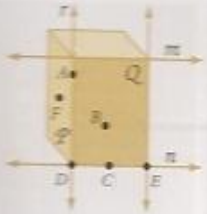
14c) إجابة ممكنة: إذا كان هناك n فريق مشارك في البطولة، فإن عدد مباريات الدور الأول يساوي
$(n-1)+(n-2)+\ldots+1$.

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	16-30، 39، 40، 42-53
ضمن المتوسط	17-29 فردي، 31-40، 42-53
فوق المتوسط	31-50

تأكد

المثال 1 اشرح كيف توضح الصورة صحة كل من العبارات الآتية.
ثم اذكر المسلّمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة. 6-2) انظر الهامش.



1) يشترك الوجهان الأمامي والأيسر في الحرف الذي يمثل المستقيم r يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم r فقط بحسب المسلمة 1.7.

1) يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم r.

2) يتقاطع المستقيمان r و n في النقطة D.

3) يحتوي المستقيم n النقاط C, D, E.

4) يحتوي المستوى P النقاط A, F, D.

5) يقع المستقيم n في المستوى Q.

6) المستقيم r هو المستقيم الوحيد الذي يمر بالنقطتين A و D.

المثال 2 حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. وفسّر تبريرك.

7) تتقاطع ثلاثة مستويات في مستقيم.

8) يحتوي المستقيم r النقطة P فقط.

9) يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.

7) صحيحة أحيانًا؛ إذا تقاطعت ثلاثة مستويات فيمكن أن يكون تقاطعهما نقطة أو مستقيم.

8) غير صحيحة أبدًا. بحسب المسلمة 1.3 المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

9) صحيحة دائمًا؛ بحسب المسلّمة 1.1 يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.

10) المسلمة 1.2؛ أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

11) المسلّمة 1.3؛ المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

12) المسلّمة 1.1؛ يمر مستقيم واحد فقط في أي نقطتين.

13) المسلّمة 1.4؛ يحتوي المستوى 3 نقاط على الأقل.

في الشكل المجاور: يقع $\overleftrightarrow{AK}$ في المستوى $\mathcal{P}$ وتقع النقطة M على $\overleftrightarrow{NE}$.

اذكر المسلّمة التي تثبت صحة كل من العبارات الآتية:

10) M, K, N تقع في مستوى واحد.

11) يحتوي $\overleftrightarrow{NE}$ النقطتين M ، N.

12) النقطتان N, K واقعتان على استقامة واحدة.

13) النقاط N, K, A تقع في نفس المستوى.

14) رياضة: أُقيمت بطولة شاركت فيها ثماني فرق كرة قدم للناشئين. a-c) انظر الهامش.

a) ما عدد المباريات التي ستجرى في الدور الأول؟

b) ارسم شكلًا يوضح عدد مباريات الدور الأول. أي مسلّمة يمكنك استعمالها لتبرير هذا الشكل؟

c) أوجد طريقة حسابية لإيجاد عدد المباريات التي ستجرى في الدور الأول، بغض النظر عن عدد الفرق المشاركة في البطولة؟

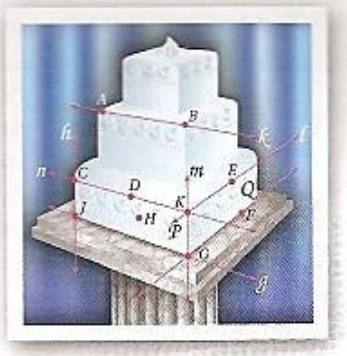
المثال 3

15) برهان: في الشكل المجاور $\overline{AE} \cong \overline{DB}$، والنقطة C نقطة منتصف كل من $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$. اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\overline{AC} = \overline{CB}$. انظر ملحق الإجابات

23-17) انظر الهامش

المثال 1

كتلك: اشرح كيف توضح الصورة صحة كل من العبارات الآتية، ثم اذكر المسلّمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة.



16) المستقيمان n و ℓ يتقاطعان في النقطة K.

17) المستويان Q , $\mathcal{P}$ يتقاطعان في المستقيم m.

18) النقاط D, K, H تحدد مستوى.

19) تقع النقطة D أيضًا على المستقيم n المار بالنقطتين C , K.

20) النقطتان D , H تقعان على استقامة واحدة.

21) النقاط E, F, G تقع في نفس المستوى.

22) يقع $\overleftrightarrow{EF}$ في المستوى Q.

23) يتقاطع المستقيمان h , g في النقطة J.

16-15) انظر ملحق الإجابات

المثال 2

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك.

24) يوجد مستوى واحد فقط يحوي النقاط الثلاث A, B, C التي لا تقع على استقامة واحدة.

25) تمر ثلاثة مستقيمات على الأقل بالنقطتين J و K.

26) إذا وقعت النقاط M, N, P في المستوى χ، فإنها تقع على استقامة واحدة.

27) تقع النقطتان X و Y في المستوى z. وأي نقطة على استقامة واحدة مع X و Y تقع أيضًا في المستوى z.

28) النقاط A, B, C تحدد مستوى.

المثال 3

29) **برهان:** إذا علمت أن Y هي نقطة منتصف $\overline{XZ}$ ، وأن Z هي نقطة منتصف $\overline{YW}$ ، فأثبت أن $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$.

29, 30) انظر ملحق الإجابات

30) **برهان:** النقطة L هي نقطة منتصف $\overline{JK}$ ، ويتقاطع $\overline{JK}$ مع $\overline{MK}$ في النقطة K . إذا كان $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ ، فأثبت أن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

31) **خرائط:** أمام خالد طريقان للانتقال من الموقع A إلى الموقع B كما يظهر في الخريطة المجاورة. إذا كان الحد الأعلى للسرعة المسموح بها على الطريق (1) هو 90 km/h، وعلى الطريق (2) هو 110 km/h .

a) أي الطريقين يبدو أقصر طولًا؟ فسّر تبريرك.

b) إذا كانت المسافة من A إلى B عبر الطريق (1) تساوي 16.8 km، والمسافة بينهما عبر الطريق (2) تساوي 17.6 km، فأي الطريقين أسرع وصولًا إذا قاد خالد سيارته بالحد الأعلى للسرعة المسموح بها؟

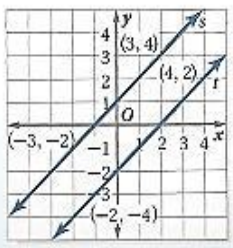
الطريق (2)

31a) الطريق (1).
إجابة ممكنة: بما أنه يوجد مستقيم واحد يمر بأي نقطتين، وأن الطريق (1) يبدو مستقيمًا يمر بالنقطتين A, B، فإنه أقصر الطريقين.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع أوجد ميل كل من المستقيمين الممثلين بيانيًّا جانبًا:



ميل المستقيم s : $m = \frac{4-(-2)}{3-(-3)} = 1$ ،

ميل المستقيم t : $m = \frac{2-(-4)}{4-(-2)} = 1$

اكتب تخمينًا حول العلاقة بين ميلي المستقيمين المتوازيين.

للمستقيمين المتوازيين الميل نفسه.

إجابات:

17) يشترك الوجهان الأماميان في الـ... الذي يمثل المستقيم m ، ويتقاطـ... المستويان P, Q في المستقيم m بحسب المسلمة 1.7.

18) الوجه الأمامي الأيسر من الطبقة السفلية من الكعكة يحتوي النقاط H, K, D ويكوّن مستوًى. وبحسب المسلمة 1.2؛ يمر مستوًى واحد في ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

19) الحرف العلوي للطبقة السفلية هو المستقيم n. تقع النقاط C, D, K على هذا الحرف؛ لذا فإنها تقع على المستقيم n. تنص المسلّمة 1.3 على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.

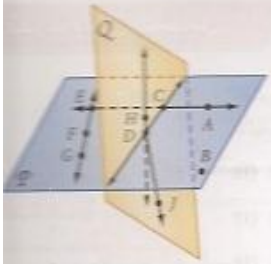
20) يمكن رسم مستقيم واحد فقط يمر بالنقطتين H, D. تنص المسلّمة 1.1 على أنه يوجد مستقيم واحد فقط خلال نقطتين.

21) الوجه الأمامي الأيمن من الطبقة السفلية للكعكة يحتوي النقاط G, K, E, F ، والتي تمثل مستوًى. تنص المسلّمة 1.2 على أنه يوجد مستوًى واحد يمر في أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

22) الوجه الأمامي الأيمن يحتوي النقطة E ، وأي مستقيم يمر بهما يقع في المستوى الذي يمثله هذا الوجه وذلك بحسب المسلمة 1.5.

23) أحرف الطبقة السفلية تشكل مستقيمين متقاطعين. يتقاطع المستقيمان h و g في النقطة J. وبحسب المسلمة 1.3 إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

في الشكل المجاور، $\overleftrightarrow{CD}$ و $\overleftrightarrow{CE}$ واقعان في المستوى $\mathcal{P}$.
$\overleftrightarrow{DF}$ و $\overleftrightarrow{DH}$ واقعان في المستوى Q. اذكر المسلّمة التي يمكن استعمالها لإثبات صحة كل عبارة فيما يأتي:



32) النقطتان C و B على استقامة واحدة. 36, 37 انظر الهامش

33) يحتوي $\overleftrightarrow{EG}$ النقاط E, F, G.

34) النقطتان D و F تقعان على استقامة واحدة.

35) النقاط C, D, B تقع في نفس المستوى.

36) يحتوي المستوى Q النقاط C, H, D, J.

37) يتقاطع المستوى $\mathcal{P}$ مع المستوى Q في $\overleftrightarrow{CD}$.

38) **هندسة عمارة:** تُصمم أسطح المنازل بطرائق هندسية مختلفة لمنع تسرب الماء. من هذه الطرائق استعمال مواد عازلة لا تسمح بنفاذ الماء، أو أن تُبنى مائلة؛ لتسهيل انحدار الماء عنها بتأثير الجاذبية الأرضية. ويقاس ميل السطح بقسمة الارتفاع مقيسًا بالبوصة على المسافة الأفقية مقيسة بالقدم. استعمل العبارات أدناه لتكتب برهانًا حرًّا للعبارة الآتية: ميل السطح في تصميم أحمد غير كافٍ. انظر الهامش.

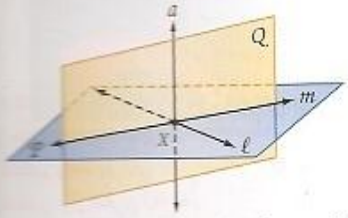
- عند استعمال مواد عازلة للماء يجب أن يكون الميل على الأقل $\frac{1}{4}$ بوصة لكل قدم.
- حتى ينحدر الماء بتأثير الجاذبية الأرضية يجب أن يكون ميل السطح 4 بوصات لكل قدم.
- صمم أحمد منزلًا بحيث لا تستعمل فيه مواد عازلة.
- الميل في تصميم أحمد يساوي 2 بوصة لكل قدم.

مسائل مهارات التفكير العليا

39) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلًا يحقق خمسًا من المسلمات السبعة التي تعلمتها في هذا الدرس. اشرح كيف تحققت كل منها في الشكل. انظر الهامش.

40) **تحدٍّ:** استعمل العبارة الصحيحة الآتية مع التعريفات والمسلّمات التي تعلمتها للإجابة عن السؤالين الآتيين:

يكون المستويان متعامدين إذا وفقط إذا احتوى أحدهما مستقيمًا عموديًّا على المستوى الآخر. انظر الهامش.



a) يمر مستوى واحد فقط في نقطة معلومة، بحيث يكون عموديًّا على مستقيم مُعطى يمر بالنقطة أيضًا.
إذا كان المستوى Q عموديًّا على المستقيم ℓ عند النقطة X، ووقع ℓ في المستوى $\mathcal{P}$، فماذا تستنتج؟

b) يمر مستقيم واحد فقط في نقطة معلومة، بحيث يكون عموديًّا على مستوى معطى يحتوي النقطة. إذا كان المستوى Q عموديًّا على المستوى $\mathcal{P}$ عند النقطة X، والمستقيم a يقع في المستوى Q، فماذا تستنتج؟

34) المسلّمة 1.1؛ أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

35) المسلّمة 1.3؛ كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

36) المسلّمة 1.1؛ أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

37) المسلّمة 1.2؛ أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

الربط مع الحياة

يمكنك استعمال العبارة في السؤال 40 عند تجميع قطع الأثاث. إذ يعامد الرف ظهر خزانة الكتب إذا كان حرف واحد فقط منه عموديًّا على ظهر الخزانة.

كتاب التمارين، ص (8)

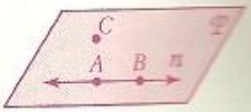
إجابات:

36) المسلّمة 1.4؛ كل مستوى يحتوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

37) المسلّمة 1.7؛ إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون مستقيمًا.

38) إجابة ممكنة: صمَّم أحمد سطح منزله بحيث يكون مائلًا، ويجب أن يكون ميل السطح على الأقل 4 بوصات لكل قدم. إلا أن ميل سطح منزل أحمد هو 2 بوصة لكل قدم، وهي أقل من 4 بوصات لكل قدم، مما يعني أن الميل في التصميم غير كافٍ.

39)



إجابة ممكنة: هذا الشكل يحقق المسلّمتين 1.1 و 1.3؛ لأن النقطتين A, B يمر بهما مستقيم واحد فقط. وأيضًا يحقق المسلّمتين 1.2 و 1.4؛ لأن 3 نقاط تقع في مستوى واحد. وكذلك يحقق المسلّمة 1.5؛ لأنه توجد نقطتان A, B تقعان في المستوى، والمستقيم n المار بهما أيضًا يقع في المستوى p.

40a) المستوى Q يعامد المستوى P.

40b) المستقيم a يعامد المستوى p.

41) اكتشف الخطأ: قام كل من عمر وسعيد بكتابة برهان لإثبات أنه إذا كانت $\overline{AB}$ تطابق $\overline{BD}$، وكانت A, B, D على استقامة واحدة، فإن B نقطة منتصف $\overline{AD}$. وقد بدأ كل منهما برهانه بطريقة مختلفة. هل أي منهما بدأ برهانه بطريقة صحيحة؟ فسر إجابتك. انظر الهامش

عمر	للتحديد
إذا كانت B نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن B تقسم $\overline{AD}$ إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.	$\overline{AB}$ تطابق $\overline{BD}$ والنقاط A, B, C تقع على استقامة واحدة.

تبرير: حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائمًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك أو أعط مثالًا مضادًا: 42, 43) انظر ملحق الإجابات

42) أي ثلاثة نقاط يمر بها مستوى واحد فقط.

43) لأي ثلاث مستقيمات في المستوى نفسه نقطتا تقاطع فقط.

44) اكتب: بيّن أوجه الشبه والاختلاف بين كل مما يأتي: المفاهيم غير المعرفة، المفردات المعرفة، المسلّمات، النظريات. انظر الهامش

تدريب على الاختبار المعياري

45) أي العبارات الآتية ليست صحيحة؟ H

F تحدد أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة مستوى واحد فقط.

G يتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة فقط.

H يوجد على الأقل مستقيمان يحويان النقطتين نفسيهما.

J تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين متطابقتين.

46) ما أكبر عدد من المناطق التي تتشكل عندما تقطع ثلاثة مستقيمات مختلفة دائرة؟ D

A 4 B 5 C 6 D 7

مراجعة تراكمية

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. وإذا تعذر الحصول على نتيجة صحيحة فاكتب "لا نتيجة صحيحة". فسر تبريرك. (الدرس 4-1)

47) (1) إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس فإنهما لا تكونان متجاورتين على مستقيم. لا نتيجة

(2) إذا كانت الزاويتان متجاورتين على مستقيم فهما غير متطابقتين.

48) (1) إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها أقل من 90°. $m\angle EFG$ أقل من 90°؛ قانون الفصل المنطقي.

(2) $\angle EFG$ حادة.

اكتب العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا كان ... فإن ...). (الدرس 3-1)

49) يكتب اسم الطالب المتفوق في لوحة الشرف.

50) يخشى البطل أن يخسر.

إذا كان الشخص بطلًا فإنه يخشى أن يخسر.

إذا كان الطالب متفوقًا فإن اسمه يكتب في قائمة الشرف.

استعد للدرس اللاحق

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

51) $4x - 3 = 19$ 5.5

52) $\frac{1}{3}x + 6 = 14$ 24

53) $5(x^2 + 2) = 30$ 2, −2

4 التقويم

تعلم لاحق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا كيف ستساعدهم كتابة البرهان الحر في دراسة البرهان الجبري والبرهان ذي العمودين.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 41، أخبر الطلاب إلى أن عمر لم يخطئ في عدم بدء برهانه بالمعطيات، بل أخطأ أيضًا عندما كتب في برهانه أن B نقطة منتصف $\overline{AB}$، والصحيح أن B نقطة منتصف $\overline{AD}$.

إجابات:

41) سعيد؛ إجابة ممكنة: يجب البرهان بالمعطيات، وهي أن تطابق $\overline{BD}$، والنقاط A, B, D على استقامة واحدة

44) المفاهيم غير المعرّفة والمسلّمات والنظريات يمكن تستعمل جميعها في البراهين يمكن إثبات النظريات فقط أن تفسّر المفاهيم غير المعرّفة خلال الأمثلة أو الوصف يمكن تفسير المفردات المعرّفة خلال استعمالنا للمفردات المعرّفة أو مفردات معرّفة سابقًا. المسلّمات فهي العبارات التي نعلم على أنها صحيحة دائمًا.

تنويع التعليم

ضمن دون

إذا واجه الطلاب صعوبة في تذكر المسلّمات التي تعلموها في هذا الدرس،

فاطلب إليهم رسم عدة أشكال كأمثلة على كل مسلّمة في هذا الدرس.

التقويم التكويني

استعمل اختبار منتصف الفصل لتقويم تقدم الطلبة في النصف الأول من الفصل.

للأسئلة التي لم يجيبوا عنها بشكل صحيح، اطلب إليهم مراجعة الدروس المشار إليها بعد كل سؤال.

التقويم الختامي

اختبار منتصف الفصل، ص (13) .

المطويات متابعة المطويات

شجع الطلاب قبل حل أسئلة اختبار منتصف الفصل على مراجعة الملاحظات التي دونوها في مطوياتهم حول الدروس 1-1 إلى 1-5 .

إجابات:

1) كل عنصر في هذا النمط ينتج من جمع العنصرين اللذين يسبقانه 40.

2)

يحاط الشكل التالي في النمط بمربع آخر.

اكتب تخمينًا يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها . (الدرس 1-1) 1, 2) انظر الهامش

1) 5, 5, 10, 15, 25, ... 2) .....

أعط مثالًا مضادًا يبين أن كلًّا من التخمينين الآتيين خاطئ: (الدرس 1-1) 3, 4) انظر ملحق الإجابات

3) إذا كان $AB = BC$، فإن B نقطة منتصف $\overline{AC}$.

4) إذا كان n عددًا حقيقيًّا، فإن $n^3 > n$.

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسّر تبريرك. (الدرس 2-1)

p: في الأسبوع الواحد 7 أيام.

q: في اليوم الواحد 24 ساعة.

r: صَفَر هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم.

5) $p \wedge r$ 7-5) انظر ملحق الإجابات

6) $p \vee q$

7) $p \wedge \sim r$

8) أكمل الجدول الآتي. (الدرس 2-1)

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
T	T	F	T

9-11) انظر ملحق الإجابات

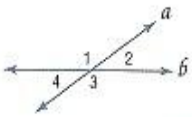
حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية: (الدرس 3-1)

9) إذا كان للمضلع خمسة أضلاع، فإنه خماسي.

10) إذا كان $4x - 6 = 10$، فإن $x = 4$.

11) الزاوية التي قياسها أقل من $90°$ تكون حادة.

حدد قيمة الصواب لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. وإذا كانت أيهما صحيحة، ففسّر تبريرك، وإذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًا. (الدرس 3-1)



12) $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

13) $\angle 1$ و $\angle 4$ متطابقتان.

12, 13) انظر ملحق الإجابات

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك . (الدرس 3-1) 14, 15) للتفسير انظر ملحق الإجابات

14) إذا كان المضلع مربعًا، فإنه يكون مستطيلًا. صحيحة

15) إذا كان المستقيمان متعامدين، فإنهما لا يمكن أن يكونا متوازيين. صحيحة

16) **كرة القدم:** تقابل فريقا الفرسان والفهود في المباراة النهائية. معتمدًا على المعطيات، حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي. وفسّر تبريرك. (الدرس 4-1) انظر ملحق الإجابات

المعطيات: الفريق الفائز بالكأس هو الفريق الذي يحرز أهدافًا أكثر في نهاية المباراة.
أحرز فريق الفرسان 3 أهداف، بينما أحرز فريق الفهود هدفين.
النتيجة: فاز فريق الفرسان بالكأس.

17) **اختيار من متعدد:** أي العبارات الآتية تنتج منطقيًّا من العبارتين (1) و (2)؟ (الدرس 4-1) C

(1) إذا كنت أحد طلاب المرحلة الثانوية، فإن عمرك 16 سنة على الأقل.

(2) إذا كان عمرك 16 سنة على الأقل، فإن عمرك يؤهّلك لقيادة السيارة.

A إذا كان عمرك يؤهّلك لقيادة السيارة، فإنك أحد طلاب المرحلة الثانوية.

B إذا كان عمرك لا يؤهّلك لقيادة السيارة، فأنت في المرحلة المتوسطة.

C إذا كنت أحد طلاب المرحلة الثانوية، فإن عمرك يؤهّلك لقيادة السيارة .

D لا يمكن التوصل إلى استنتاج .

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. وفسر تبريرك. (الدرس 5-1)

18) النقاط J, K, L, N ليست على استقامة واحدة، وتقع جميعها في المستوى $\mathcal{M}$. 18-20) انظر ملحق الإجابات

19) يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطتين R, S.

20) المستقيم a يحتوي النقطة Q فقط.

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في 25% تقريبًا من الأسئلة أو أقل،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في 50% تقريبًا من الأسئلة أو أقل،
فاختر	المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	مراجعة الدروس 1-1 إلى 1-5 .		تدريبات إعادة التعليم، ص (6, 11, 16, 21, 26).
	تدريبات المهارات، ص (8, 13, 18, 23, 28).		www.obeikaneducation.com
	www.obeikaneducation.com		

1-6 البرهان الجبري
Algebraic Proof

لماذا؟

تحتوي بعض السيارات شاشة لعرض درجة الحرارة الخارجية بالمقياس الفهرنهايتي أو المقياس السيليزي. ويحدد المقياس الفهرنهايتي درجة تجمد الماء عند 32°، ودرجة غليانه عند 212°، أما المقياس السيليزي فيحدد درجة تجمد الماء عند 0°، وغليانه عند 100°.

يمكنك استعمال البرهان الجبري لإثبات أنه إذا كانت العلاقة التي تربط هذين المقياسين معطاة بالصيغة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$، فإنها تعطى أيضًا بالصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$.

البرهان الجبري: الجبر نظام مكون من مجموعات من الأعداد، وعمليات عليها وخصائص تمكنك من إجراء هذه العمليات. والجدول الآتي يلخص عدة خصائص للأعداد الحقيقية التي ستدرسها في الجبر.

مفهوم أساسي — **خصائص الأعداد الحقيقية**

أضف إلى مطويتك

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$، يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي a
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

البرهان الجبري هو برهان يتكون من سلسلة عبارات جبرية. وتبرر خصائص المساواة أعلاء كثيرًا من العبارات المستعملة في البراهين الجبرية.

مثال 1 تبرير كل خطوة عند حل المعادلة

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$، فإن $x = -18$. اكتب تبريرًا لكل خطوة.

$-5(x + 4) = 70$	المعادلة الأصلية، أو المعطيات
$-5 \cdot x + (-5) \cdot 4 = 70$	خاصية التوزيع
$-5x - 20 = 70$	بالتبسيط
$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$	خاصية الجمع للمساواة
$-5x = 90$	بالتبسيط
$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$	خاصية القسمة للمساواة
$x = -18$	بالتبسيط

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-6

استعمال المسلّمات المتعلقة بالنقاط والمستقيمات والمستويات لكتابة البراهين الحرة.

الدرس 1-6

استعمال الجبر لكتابة برهان ذي عمودين، واستعمال خصائص المساواة لكتابة برهان هندسي.

ما بعد الدرس 1-6

صياغة عبارات حول الأشكال الهندسية وتبريرها.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

اسأل:

- لماذا تحتوي بعض السيارات مؤشرًا لدرجة الحرارة بالقياس الفهرنهايتي والسيليزي معًا؟
إجابة ممكنة: قد تباع السيارة في بلد مختلفة بعضها يستعمل المقياس الفهرنهايتي وبعضها الآخر يستعمل المقياس السيليزي.
- أي المقياسين الفهرنهايتي أم السيليزي وحداته أكبر؟
السيليزي
- كيف يمكن لمعادلتين أن تمثلا المعادلة نفسها؟
إجابة ممكنة: يمكن إعادة كتابتهما بعض الحدود من طرف إلى آخر.

مصادر الدرس 1-6

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (51)	• تنويع التعليم، ص (51, 54)	• تنويع التعليم، ص (54)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (9)	• كتاب التمارين، ص (9)	• كتاب التمارين، ص (9)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31) • تدريبات المهارات، ص (33) • تدريبات حل المسألة، ص (34)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31) • تدريبات المهارات، ص (33) • تدريبات حل المسألة، ص (34) • التدريبات الإثرائية، ص (35)	• تدريبات حل المسألة، ص (34) • التدريبات الإثرائية، ص (35)

البرهان الجبري

المثال 1 يبين كيفية حل معادلة جبرية باستعمال خصائص المساواة.

المثال 2 يبين كيفية إثبات تكافؤ معادلتين وذلك بتبرير كل خطوة باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة.

مثالان إضافيان

1 حل المعادلة التالية مع تبرير كل خطوة.

$2(5-3a)-4(a+7)=92$

$2(5-3a)-4(a+7)=92$ (المعادلة الأصلية)

$10-6a-4a-28=92$ (خاصية التوزيع)

$-18-10a=92$ (بالتبسيط)

$-18-10a+18=92+18$ (خاصية الجمع للمساواة)

$-10a=110$ (بالتبسيط)

$\frac{-10a}{-10}=\frac{100}{-10}$ (خاصية القسمة للمساواة)

$a=-11$ (بالتبسيط)

2 اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان $\frac{7d+3}{4}=6$ فإن $d=3$.

العبارات (المبررات)

1) $\frac{7d+3}{4}=6$ (معطى)

2) $4(\frac{7d+3}{4})=4(6)$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $7d+3=24$ (بالتبسيط)

4) $7d+3-3=24-3$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $7d=21$ (بالتبسيط)

6) $\frac{7d}{7}=\frac{21}{7}$ (خاصية القسمة للمساواة)

7) $d=3$ (بالتبسيط)

تحقق من فهمك

اذكر الخاصية التي تبرر كلًّا من العبارتين الآتيين:

1A) إذا كان $x-1=-1-(-5)+4$، فإن $x+4+(-5)=x-1$ خاصية الجمع للمساواة

1B) إذا كانت $y=5$، فإن $5=y$ خاصية التماثل للمساواة

1C) أثبت أنه إذا كان $2x-13=-5$، فإن $x=4$. اكتب تبريرًا لكل خطوة.

$2x-13=-5$ (معطيات)

$2x-13+13=-5+13$ (خاصية الجمع للمساواة)

$2x=8$ (بالتبسيط)

$x=4$ (خاصية القسمة للمساواة)

إرشادات للدراسة

الخوارزميات

الخوارزمية هي سلسلة من الخطوات المتبعة لإجراء عملية أو حل مسألة ما. يمكن اعتبار البرهان من أنواع الخوارزميات لأنه يتم خطوة بخطوة.

يوضح المثال 1 برهان العبارة الشرطية "إذا كان $5(x+4)=70-$، فإن $x=-18$". لاحظ في هذا البرهان أن العمود الأيمن يحتوي تفصيل الطريقة التي تقود إلى الحل خطوة بخطوة، أما العمود الأيسر فيحتوي مبرر كل خطوة.

وتكتب براهين النظريات والتخمينات الهندسية عادةً على هذا النحو فيما يسمى **البرهان ذا العمودين**، حيث العبارات مرتبة في عمود، والتبريرات في عمود موازٍ.

مثال 2 من واقع الحياة **كتابة البرهان الجبري**

علوم: إذا كانت الصيغة التي تحول درجات الحرارة من فهرنهايتية إلى سيليزية هي $C=\frac{5}{9}(F-32)$، فإن الصيغة التي تحول درجات الحرارة من سيليزية إلى فهرنهايتية هي $F=\frac{9}{5}C+32$. اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة هذا التخمين.

اكتب أولًا المعطيات والمطلوب إثباته.

المعطيات: $C=\frac{5}{9}(F-32)$

المطلوب: $F=\frac{9}{5}C+32$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $C=\frac{5}{9}(F-32)$	1) معطيات
2) $\frac{9}{5}C=\frac{9}{5}\cdot\frac{5}{9}(F-32)$	2) خاصية الضرب للمساواة
3) $\frac{9}{5}C=F-32$	3) بالتبسيط
4) $\frac{9}{5}C+32=F-32+32$	4) خاصية الجمع للمساواة
5) $\frac{9}{5}C+32=F$	5) بالتبسيط
6) $F=\frac{9}{5}C+32$	6) خاصية التماثل للمساواة

إرشادات للدراسة

رياضيات ذهنية

إذا سمح معلمك، يمكنك حذف بعض الخطوات، وذلك لأن بعض الحسابات يمكن إجراؤها ذهنيًا؛ ففي المثال 2 يمكن حذف العبارتين 2 و 4 ليصبح مبرر العبارة 3 "خاصية الضرب للمساواة"، والعبارة 5 "خاصية الجمع للمساواة".

تحقق من فهمك

اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

2A) إذا كان $\frac{5x+1}{2}-8=0$، فإن $x=3$. انظر الهامش.

2B) **فيزياء:** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم متحرك بسرعة ابتدائية u وسرعة نهائية v في زمن t تعطى بالعلاقة $d=t\cdot\frac{u+v}{2}$، فإن $u=\frac{2d}{t}-v$. انظر ملحق الإجابات

إجابات (تحقق من فهمك):

2A) المعطيات: $\frac{5x+1}{2}-8=0$

المطلوب: $x=3$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\frac{5x+1}{2}-8=0$ (معطيات)

2) $\frac{5x+1}{2}=8$ (خاصية الجمع للمساواة)

3) $2(\frac{5x+1}{2})=2(8)$ (خاصية الضرب للمساواة)

4) $5x+1=16$ (بالتبسيط)

5) $5x=15$ (خاصية الطرح للمساواة)

6) $x=3$ (خاصية القسمة للمساواة)

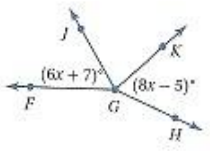
البرهان الهندسي: بما أن في الهندسة أيضًا متغيرات، وأعدادًا وعمليات، فإن معظم خصائص المساواة المستعملة في الجبر صحيحة أيضًا في الهندسة. فأطوال القطع المستقيمة وقياس الزوايا هي أعداد حقيقية؛ لذا يمكن استعمال خصائص الجبر في إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة والزوايا.

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$، فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كانت $AB = CD$، و $CD = EF$، فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$، و $m\angle 2 \cong m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

يمكن استعمال هذه الخصائص لكتابة براهين هندسية.

مثال 3 كتابة البرهان الهندسي

اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أنه إذا كانت $\angle FGJ \cong \angle JGK$، $\angle JGK \cong \angle KGH$، فإن $x = 6$.



المعطيات: $\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$,
$m\angle FGJ = (6x + 7)^\circ$, $m\angle KGH = (8x - 5)^\circ$

المطلوب: $x = 6$

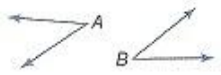
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle FGJ \cong \angle JGK$; $\angle JGK \cong \angle KGH$	1) معطيات
2) $m\angle FGJ = m\angle JGK$; $m\angle JGK = m\angle KGH$	2) تعريف تطابق الزوايا
3) $m\angle FGJ = m\angle KGH$	3) خاصية التعدي للمساواة
4) $6x + 7 = 8x - 5$	4) خاصية التعويض للمساواة
5) $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$	5) خاصية الجمع للمساواة
6) $6x + 12 = 8x$	6) بالتبسيط
7) $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$	7) خاصية الطرح للمساواة
8) $12 = 2x$	8) بالتبسيط
9) $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$	9) خاصية القسمة للمساواة
10) $6 = x$	10) بالتبسيط
11) $x = 6$	11) خاصية التماثل للمساواة

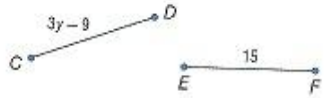
تحقق من فهمك

اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

3A) إذا كان $\angle A \cong \angle B$, $m\angle A = 37^\circ$، فإن $m\angle B = 37^\circ$.



3B) إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، فإن $y = 8$.



إرشادات الدراسة

خاصيتا الإبدال والتجميع

الخصائص الآتية صحيحة لأي أعداد حقيقية a, b, c:

خاصية الإبدال للجمع
$a + b = b + a$

خاصية الإبدال للضرب
$a \cdot b = b \cdot a$

خاصية التجميع للجمع
$(a + b) + c = a + (b + c)$

خاصية التجميع للضرب
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

3A) المعطيات: $\angle A \cong \angle B$, $m\angle A = 37^\circ$
المطلوب: $m\angle B = 37^\circ$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1) $\angle A \cong \angle B$ (معطيات)
2) $m\angle A = m\angle B$ (تعريف تطابق الزوايا)
3) $37^\circ = m\angle B$ (خاصية التعويض للمساواة)
4) $m\angle B = 37^\circ$ (خاصية التماثل).

3B) المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$
$CD = 3y - 9$, $EF = 15$
المطلوب: $y = 8$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1) $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ (معطيات)
2) $CD = EF$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)
3) $3y - 9 = 15$ (خاصية التعويض للمساواة)
4) $3y = 24$ (خاصية الجمع للمساواة)
5) $y = 8$ (خاصية القسمة للمساواة)

البرهان الهندسي

المثال 3 يبين كيفية استعمال خصائص الأعداد الحقيقية لكتابة البراهين الهندسية.

مثال إضافي

3 إذا كان $\angle A \cong \angle B$، $m\angle B = 2m\angle C$, $m\angle C = 45$ فإن $m\angle A = 90$. اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة هذا التخمين.

العبارات (المبررات)

1) $\angle A \cong \angle B$; $m\angle B = 2m\angle C$; $m\angle C = 45$ (معطيات)
2) $m\angle A = m\angle B$ (تعريف تطابق الزوايا)
3) $m\angle A = 2m\angle C$ (خاصية التعدي للمساواة)
4) $m\angle A = 2(45)$ (خاصية التعويض للمساواة)
5) $m\angle A = 90$ (بالتبسيط)

تنبيه!

المطلوب: ذكّر الطلاب بأن آخر خطوة في البرهان يجب أن تواكب المطلوب في السؤال. فعلى سبيل المثال، يمكن أن يتضمن البرهان إيجاد قيمة متغير، إلا أن المطلوب في السؤال هو تعويض قيمة هذا المتغير في عبارة جبرية لإيجاد قيمتها.

إرشادات للمعلم الجديد

البرهان الجبري: ليس بالضرورة أن تنتج العبارة في البرهان ذي العمودين العبارة التي سبقتها، فقد تنتج من العبارة التي سبقتها.

التعليم باستعمال التقنية

تسجيل مرئي: اطلب إلى الطلاب العمل في مجموعات لإعداد تسجيل مرئي يبين طريقة كتابة البرهان ذي العمودين، وتأكد من تضمينه تبريرًا لكل خطوة، ثم اطلب إلى كل مجموعة عرض تسجيلها أمام الصف.

المحتوى الرياضي

كتابة البرهان: ذكّر الطلاب بأن كتابة تبرير لكل خطوة من خطوات البرهان يجعلها أوضح للقارئ. وإذا واجه الطلاب صعوبة في كتابة البرهان ذي العمودين، فيمكنهم أن يكتبوا خطوات البرهان دون مبررات، ثم يعودوا ويكتبوا تبريرًا لكل خطوة كتبوها، وتساعدهم هذه الطريقة على معرفة إن كانوا قد أهملوا بعض الخطوات، وتزيد من فهمهم للطريقة التي توصلوا بها إلى الحل.

تأكد

المثال 1 اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

1) إذا كان $m\angle 2 = m\angle 3$ ، $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$. خاصية التعدي للمساواة

2) $XY = XY$ خاصية الانعكاس للمساواة

3) إذا كان $x = 5$ ، فإن $x = 5$ خاصية التماثل للمساواة

4) إذا كان $2x + 5 = 11$ ، فإن $2x = 6$ خاصية الطرح للمساواة

5) أكمل البرهان الآتي:

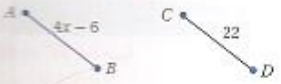
المعطيات: $\frac{y+2}{3} = 3$

المطلوب: $y = 7$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\frac{y+2}{3} = 3$ ؟	a) معطيات
b) $3\left(\frac{y+2}{3}\right) = 3(3)$	b) ؟ خاصية الضرب للمساواة
c) $y + 2 = 9$ ؟	c) ؟ بالتبسيط
d) $y = 7$	d) خاصية الطرح للمساواة

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:



6) إذا كان $-4(x-3) + 5x = 24$ ، فإن $x = 12$.

7) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $x = 7$.

8) **صحة:** يراقب بدر معدل نبضات قلبه في الدقيقة الواحدة مستعملًا جهاز قياس النبض؛ ليتحقق من أنه يقع ضمن المدى الطبيعي. ويمكن تقدير هذا المعدل باستعمال الصيغة: $T = 0.75(220 - a)$ ، حيث T معدل نبضات القلب، a عمر الشخص.

a) أثبت أنه إذا علمت معدل نبضات قلب شخص، فإنه يمكنك حساب عمره مستعملًا الصيغة: $a = 220 - \frac{T}{0.75}$. a, b) انظر ملحق الإجابات

b) إذا كان معدل نبضات قلب بدر يساوي 153، فكم يكون عمره؟ ما الخاصية التي تؤكد صحة حسابك؟

تدرب وحل المسائل

المثال 1 اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

9) إذا كان $a + 10 = 20$ ، فإن $a = 10$. خاصية الطرح للمساواة

10) إذا كان $\frac{x}{3} = -15$ ، فإن $x = -45$. خاصية الضرب للمساواة

11) إذا كان $4x - 5 = x + 12$ ، فإن $4x = x + 17$. خاصية الجمع للمساواة

12) إذا كان $\frac{1}{5}BC = \frac{1}{5}DE$ ، فإن $BC = DE$. خاصية الضرب للمساواة

كتاب التمارين، ص (9)

6) المعطيات: $-4(x-3) + 5x = 24$

المطلوب: $x = 12$

البرهان: المثال 2

العبارات (المبررات)

1) $-4(x-3) + 5x = 24$ (معطيات)

2) $-4x + 12 + 5x = 24$ (خاصية التوزيع).

3) $x + 12 = 24$ (بالتبسيط)

4) $x = 12$ (خاصية الطرح للمساواة)

7) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $x = 7$

البرهان: المثالان 2, 3

العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $4x - 6 = 22$ (بالتعويض)

4) $4x = 28$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $x = 7$ (خاصية القسمة للمساواة)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

13) إذا كان $5(x+7) = -3$، فإن $5x + 35 = -3$. خاصية التوزيع

14) إذا كان $m\angle 2 = 25°$ ، $m\angle 1 = m\angle 2$، فإن $m\angle 1 = 25°$. خاصية التعويض للمساواة

15) إذا كان $BC = CD$ ، $AB = BC$، فإن $AB = CD$. خاصية التعدي للمساواة

16) إذا كان $3\left(x - \frac{2}{3}\right) = 4$، فإن $3x - 2 = 4$. خاصية التوزيع

المثالان 3 , 2 أكمل البرهانين الآتيين:

17) المعطيات: $\frac{8-3x}{4} = 32$

المطلوب: $x = -40$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\frac{8-3x}{4} = 32$	a) معطيات
b) $4\left(\frac{8-3x}{4}\right) = 4(32)$	b) ؟ خاصية الضرب للمساواة
c) $8 - 3x = 128$	c) ؟ بالتبسيط
d) $-3x = 120$ ؟	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $x = -40$	e) ؟ خاصية القسمة للمساواة

18) المعطيات: $\frac{1}{5}x + 3 = 2x - 24$

المطلوب: $x = 15$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\frac{1}{5}x + 3 = 2x - 24$ ؟	a) معطيات
b) $5(\frac{1}{5}x + 3) = 5(2x - 24)$ ؟	b) خاصية الضرب للمساواة
c) $x + 15 = 10x - 120$	c) ؟ خاصية التوزيع
d) $15 = 9x - 120$ ؟	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $135 = 9x$	e) ؟ خاصية الجمع للمساواة
f) $15 = x$ ؟	f) خاصية القسمة للمساواة
g) $x = 15$ ؟	g) خاصية التماثل للمساواة

الربط مع الحياة

يتضمن قانون أفوغادرو على أن الأحجام المتساوية من غازات مختلفة تحتوي عددًا متساويًا من الجزيئات عند نفس الضغط ودرجة الحرارة.

المثال 3

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: 19, 20) انظر الهامش.

19) إذا كان $-\frac{1}{3}n = 12$، فإن $n = -36$.

20) إذا كان $-3r + \frac{1}{2} = 4$، فإن $r = -\frac{7}{6}$.

21) علوم: يُعطى قانون الغاز المثالي بالصيغة $PV = nRT$، حيث P : الضغط بوحدة الضغط الجوي(atm)، V : الحجم باللترات، n : عدد مولات الغاز، R : ثابت الغاز المثالي ويساوي $R = 0.0821$، T : درجة الحرارة بالكلفن.

a) أثبت أنه إذا كان ضغط الغاز وحجمه وعدد مولاته جميعها معلومة، فإنه يمكن حساب درجة حرارته باستعمال الصيغة $T = \frac{PV}{nR}$.

b) ما درجة حرارة 1 مول من الأكسجين موجود في إناء سعته 25 L ، وتحت ضغط مقداره 1 atm ؟ ما الخاصية التي تبرر حساباتك؟ 305 درجات كلفن؛ خاصية التعويض للمساواة.

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 8-1 للتحقق من فهم الـ
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة
لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب
مستوياتهم.

إجابات:

19) المعطيات: $-\frac{1}{3}n = 12$

المطلوب: $n = -36$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $-\frac{1}{3}n = 12$ (معطيات)

2) $-3(-\frac{1}{3}n) = -3(12)$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $n = -36$ (بالتبسيط)

20) المعطيات: $-3r + \frac{1}{2} = 4$

المطلوب: $r = -\frac{7}{6}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $-3r + \frac{1}{2} = 4$ (معطيات)

2) $2\left(-3r + \frac{1}{2}\right) = 2(4)$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $-6r + 1 = 8$ (بالتبسيط)

4) $-6r = 7$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $r = -\frac{7}{6}$ (خاصية القسمة للمساواة)

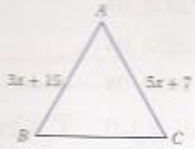
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	9-25 ، 28-30 ، 32-43
ضمن المتوسط	9-25 فردي ، 26-30 ، 32-43
فوق المتوسط	27-41 ، (اختياري: 42-44)

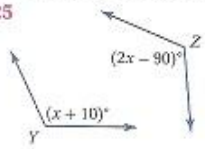
برهان اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينات الآتية: 22, 23) انظر الهامش

22) إذا كانت $\overline{DF} \cong \overline{EG}$، فإن $x = 10$.

23) إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{AC}$، فإن $x = 4$.

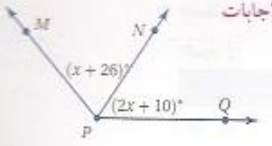


24) إذا كانت $\angle Z \cong \angle Y$، فإن $x = 100$.



25) إذا كانت $\angle QPN \cong \angle MPN$، فإن $x = 16$.

24, 25) انظر ملحق الإجابات



الربط مع الحياة

يحدث البرق عند تفريغ الشحنات بين السحب المشحونة كهربائيًا. وتستمر هذه العملية لمدة تقل عن ثانية واحدة، وينتج عنها من 100 مليون إلى 1 بليون فولت. قارن هذه الكمية مع فرق الجهد في المنازل الذي يبلغ 120 فولت أو 220 فولت فقط.

26) **كهرباء:** يمكن حساب فرق الجهد V للدائرة الكهربائية باستعمال القانون $V = \frac{P}{I}$، حيث: P القدرة الكهربائية، I شدة التيار الكهربائي المار في الدائرة. a, b) انظر ملحق الإجابات

a) اكتب برهانًا لإثبات أنه عندما تكون القدرة الكهربائية ثابتة، فإن فرق الجهد يصبح نصف ما كان عليه عندما تتضاعف شدة التيار الكهربائي.

b) اكتب برهانًا لإثبات أنه عندما تكون شدة التيار الكهربائي ثابتة، فإن فرق الجهد يتضاعف عندما تتضاعف القدرة الكهربائية.

27) **تمثيلات متعددة:** افترض أن مكعبًا طول ضلعه s وحدة.

a) **حسيًا:** ارسم أو اعمل نماذج لمكعبات أطوال أضلاعها 2, 4, 8, 16 وحدة.

b) **جدوليًا:** أوجد حجم كل مكعب. a, c, e) انظر ملحق الإجابات نظّم نتائجك في جدول مثل المجاور.

طول الضلع (s)	الحجم (V)
2	8
4	64
8	512
16	4096

c) **لفظيًا:** استعمل الجدول لعمل تخمين حول تغير حجم المكعب عندما يتضاعف طول ضلعه. عبّر عن تخمينك لفظيًا.

d) **جبريًا:** اكتب تخمينك على صورة معادلة جبرية. $8V = (2s)^3$

e) **منطقيًا:** اكتب برهانًا لتخمينك. تأكد من كتابة المعطيات والمطلوب في بداية البرهان.

مسائل مهارات التفكير العليا

28–30) انظر ملحق الإجابات

28) **تحدٍّ:** تقع النقطة P على $\overline{AB}$. إذا علمت أن طول $\overline{AP}$ يساوي $2x + 3$، وطول $\overline{PB}$ يساوي $\frac{3x+1}{2}$، وطول $\overline{AB}$ يساوي 10.5 وحدات، فارسم شكلًا يوضح المسألة، وأثبت أن طول $\overline{AP}$ يساوي ثلثي طول $\overline{AB}$.

تبرير: صنّف العبارات الآتية إلى صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائمًا أو غير صحيحة أبدًا. فسر تبريرك.

29) إذا كان a و b عددين حقيقيين، وكان $a + b = 0$، فإن $a = -b$.

30) إذا كان a و b عددين حقيقيين، وكان $a^2 = b$، فإن $a = \sqrt{b}$.

تنويع التعليم

ضمن فوق

المتعلمون الفرديون: زود الطلاب ببراهين جبرية وهندسية لا تحتوي تبريرات لخطواتها، على أن يتضمَّن أحدها بعض الأخطاء. اطلب إليهم كتابة مبرر لكل خطوة، وتحديد الأخطاء وتصحيحها.

31) **تحدٍّ:** وصفت أمة تخمينًا يقول إن المجموع أي عددين صحيحين فرديين هو عدد زوجي.

a) أعط أمثلة تؤيد هذا التخمين، ثم فسر لماذا لا تثبت هذه الأمثلة صحة التخمين. **a–d) انظر الهامش.**

b) يمكن كتابة العدد الفردي على الصورة $2n - 1$. أعط أمثلة تؤيد ذلك.

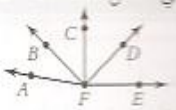
c) ما العدد الذي جميع الأعداد الزوجية مضاعفات له؟ فسر لفظيًا كيف يمكن استعمال إجابتك عن الفرعين a, b لإثبات صحة تخمين أمة.

d) اكتب برهانًا جبريًا لإثبات أن مجموع أي عددين صحيحين فرديين هو عدد صحيح زوجي.

32) **اكتب:** ما أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين البرهان الحر والبرهان ذي العمودين. أي البرهانين تجده أسهل للكتابة؟ برر إجابتك. **انظر ملحق الإجابات**

تدريب على الاختبار المعياري

33) في الشكل أدناه، $m\angle CFE = 90°$ و $\angle CFD \cong \angle AFB$.



أيٌّ مما يأتي ليس صحيحًا بالضرورة؟ **B**

A $m\angle BFD = m\angle BFD$ C $m\angle CFD = m\angle AFB$

B $\overline{BF}$ تنصف $\angle BFD$ D $\angle CFE$ قائمة.

34) **مراجعة:** أي علاقة يمكن أن تُستعمل لإيجاد قيم $s(n)$ في الجدول التالي؟ **J**

n	-8	-4	-1	0	1
$s(n)$	1	2	2.75	3	3.25

F $s(n) = -n + 7$ G $s(n) = -2n + 3$

H $s(n) = \frac{1}{2}n + 5$ J $s(n) = \frac{1}{4}n + 3$

مراجعة تراكمية

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسر إجابتك. (الدرس 1-5) **35–37) انظر الهامش**

35) أي أربع نقاط تقع في المستوى نفسه.

36) الزاويتان المتفرجتان متكاملتان.

37) يتقاطع المستويان $\mathcal{P}$ و Q في المستقيم m. ويقع المستقيم m في كلا المستويين $\mathcal{P}$ و Q.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي اعتمادًا على المعطيات مبررًا إجابتك.

"يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان يقبل القسمة على 6". (الدرس 1-4)

38) **المعطيات:** 24 يقبل القسمة على 6. **النتيجة:** 24 يقبل القسمة على 3. **38–40) انظر الهامش**

39) **المعطيات:** 27 يقبل القسمة على 3. **النتيجة:** 27 يقبل القسمة على 6.

40) **المعطيات:** 85 لا يقبل القسمة على 3. **النتيجة:** 85 لا يقبل القسمة على 6.

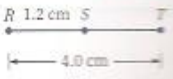
41) **مباني:** توجد أربع بنايات في مدرسة، ليس أي ثلاث منها على استقامة واحدة.

ما عدد ممرات المشاة اللازمة لربط كل بنايتين بممر مشاة واحد؟ (الدرس 1-5) **6**

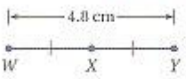
استعد للدرس اللاحق

أوجد طول كل قطعة مستقيمة مما يأتي مستعينًا بالشكل.

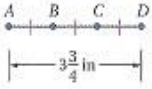
42) $\overline{ST}$ 2.8 cm



43) $\overline{WX}$ 2.4 cm



44) $\overline{BC}$ $1\frac{1}{4}$ in



4 التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب إعـ
كتابة البراهين الواردة في أمثلة الدرس
صورة برهان حر، واطلب إليهم أن يث
كيف تساعدهم كتابة البرهان الحر عل
البرهان ذي العمودين

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرسين 1-6
بإعطائهم:

الاختبار القصير 3، ص (12)

إجابات:

31a) إجابة ممكنة: $3 + 3 = 6$،
$5 + 7 = 12$ ، $7 + 9 = 16$
أمثلة توضح التخمين، ولكنها
تثبته؛ وذلك لأن الأعداد الفرد
المذكورة لا تمثل جميع الأعـ
الفردية، وإنما هي أمثلة فقط.

31b) إجابة ممكنة: $3 = 2(2) - 1$،
$5 = 2(3) - 1$ ، $7 = 2(4) - 1$

31c) 2؛ إجابة ممكنة: سوف أجمع
العبارتين $2n - 1$ و $2m - 1$ لـ
تمثلان أي عددين فرديين، وأ
المجموع من مضاعفات العدد

31d) افترض أن العددين الصحيحين
الفرديين هما: $2n - 1$ و $2m - 1$
فيكون المجموع
$(2n - 1) + (2m - 1)$ يسا
$2n + 2m - 2$. نلاحظ أن ك
يحوي العامل 2؛ لذا يمكن إخ
عاملًا مشتركًا ليتبع $2(n + m - 1)$
وهذه الصيغة هي مضاعف للعد
إذن هي تمثل عددًا زوجيًا؛ لذا
مجموع عددين صحيحين فرديـ
عدد صحيح زوجي.

35) صحيحة أحيانًا؛ لأن المستوى يح
ثلاث نقاط على الأقل. أما النقط
الرابعة فإما أن تقع على هذا المس
وإما على مستوى آخر.

36) غير صحيحة أبدًا: مجموع الزوا
المتكاملتين يساوي $180°$.
إذن الزاويتان المتفرجتان لا يمك
تكونا متكاملتين.

37) صحيحة دائمًا: بما أن المستقيم

خط تقاطع المستويين، فإن هذا المستقيم يقع في كلا المستويين.

38) صحيحة، بما أن 24 تقبل القسمة على 6 ؛ إذن وفق قانون الفصل المنطقي، فإنها تقبل القسمة على 3.

39) غير صحيحة، $27 \div 6 = 4.5$ والعدد 4.5 ليس عددًا صحيحًا .

40) صحيحة، بما أن 85 لا تقبل القسمة على 3 ؛ إذن حسب المعاكس الإيجابي للعبارة وقانون الفصل المنطقي، فإن 85 لا تقبل القسمة على 6.

1-7 ملاحظات الدرس

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-7

كتابة براهين جبرية وهندسية على صورة البرهان الحر والبرهان ذي العمودين.

الدرس 1-7

كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة وتطابقها.

ما بعد الدرس 1-7

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة عبارات.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا ؟"

اسأل:

- لماذا يجب على عبد الله قياس القماش بهذه الطريقة؟ إجابة ممكنة: يزيد طول قطعة القماش التي يريد قياسها على طول المسطرة.
- صف كيف أن قياس 100 cm ثم 25 cm يُعطي طول 125 cm.
  إذا أُضيف الطولان بعضهما إلى بعض فسينتج منهما الطول الكلي.
- إذا أراد عبد الله قياس 345 cm، فكم مرة يضع علامة على القماش؟ 3

مصادر الدرس 1-7

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (57)	• تنويع التعليم، ص (57, 61)	• تنويع التعليم، ص (61)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (10)	• كتاب التمارين، ص (10)	• كتاب التمارين، ص (10)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (36) • تدريبات المهارات، ص (38) • تدريبات حل المسألة، ص (39)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (36) • تدريبات المهارات، ص (38) • تدريبات حل المسألة، ص (39) • التدريبات الإثرائية، ص (40)	• تدريبات حل المسألة، ص (39) • التدريبات الإثرائية، ص (40)

1-7

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة
Proving Segments Relationships

فيما سبق:
درستُ كتابة البرهان الجبري والبرهان ذي العمودين.

والآن:
- أكتب براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة.
- أكتب براهين تتضمن تطابق قطع مستقيمة.

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

يعمل عبدالله في محل لبيع الأقمشة، ويقيس القماش بوضع حافته عند حافة تدريج المسطرة التي طولها متر واحد. ولكي يقيس أطوالاً مثل 125 cm، يقيس مترًا من القماش ويضع علامة عليه، ثم يقيس من تلك العلامة 25 cm أخرى.
فيصبح الطول $100\text{ cm} + 25\text{ cm} = 125\text{ cm}$.

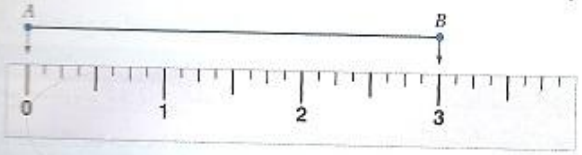
مسلّمة المسطرة: علمت كيف تقيس القطع المستقيمة باستعمال المسطرة، وذلك بوضع صفر المسطرة على أحد طرفي القطعة المستقيمة وقراءة التدريج المقابل للطرف الآخر من القطعة المستقيمة، فيمثل هذا التدريج طول القطعة المستقيمة. وهذا يوضح مسلمة المسطرة.

مسلمة 1.8 مسلّمة المسطرة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية.

مثال: إذا أعطيت نقطتين A و B على مستقيم، وكانت A تقابل الصفر، فإن B تقابل عددًا موجبًا.



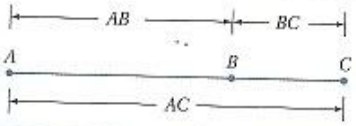
يمكن التعبير عن معنى وقوع نقطة بين نقطتين أخريين بمسلّمة جمع القطع المستقيمة.

مسلمة 1.9 مسلّمة جمع القطع المستقيمة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت النقاط A, B, C على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C إذا وفقط إذا كان $AB + BC = AC$.

النموذج:



وتستعمل مسلّمة جمع القطع المستقيمة كتبرير في العديد من البراهين الهندسية.

مثال 1 استعمال مسلّمة جمع القطع المستقيمة

أثبت أنه إذا كان $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ ، $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المعطيات: $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ ، $\overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

العبارات	المبررات
(1) $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ ، $\overline{ED} \cong \overline{EG}$	(1) معطيات
(2) $CE = FE$ ؛ $ED = EG$	(2) تعريف تطابق القطع المستقيمة
(3) $CE + ED = CD$	(3) مسلّمة جمع القطع المستقيمة
(4) $FE + EG = CD$	(4) بالتعويض (الخطوتان 2 و 3)
(5) $FE + EG = FG$	(5) مسلّمة جمع القطع المستقيمة
(6) $CD = FG$	(6) بالتعويض (الخطوتان 4 و 5)
(7) $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	(7) تعريف تطابق القطع المستقيمة

قراءة الرياضيات

خاصية التعويض للمساواة يكتب بدل خاصية التعويض للمساواة "بالتعويض" اختصارًا عند استعمالها في البراهين.

تحقق من فهمك

1) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
(a) $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	(a) معطيات
(b) $JL = KM$	(b) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة
(c) $JK + KL =$ ؟ JL ، $KL + LM =$ ؟ KM	(c) مسلمة جمع القطع المستقيمة
(d) $JK + KL = KL + LM$	(d) ؟ بالتعويض
(e) $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	(e) خاصية الطرح للمساواة
(f) $JK = LM$ ؟	(f) بالتعويض
(g) $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	(g) تعريف تطابق القطع المستقيمة

تطابق القطع المستقيمة: درستَ سابقًا أن أطوال القطع المستقيمة تحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي. وبما أن القطع المستقيمة المتساوية الطول متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة يحقق أيضًا خصائص الانعكاس والتماثل والتعدي.

نظرية 1.2 خصائص تطابق القطع المستقيمة

أضف إلى مطويتك

خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

سوف تبرهن خاصيتي الانعكاس والتماثل في السؤالين 6 و 7

مسلّمة المسطرة

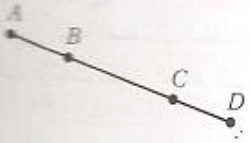
المثال 1 يبيّن كيفية استعمال الخصائص والمسلّمات لإثبات جمع القطع المستقيمة

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة.

مثال إضافي

1 أثبت أنه إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ فإن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.



البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $AB + BC = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

4) $CD + BC = BD$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

5) $AC = BD$ (خاصية التعدي للمساواة)

6) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

تنبيه!

إكمال البرهان: في المثال 1 يتطلّب السؤال أن تثبت أن القطع المستقيمتين متطابقتان. بيّن لطلبتك أن العبارة الأخيرة ضرورية لتحصل على نحو صحيح العلاقة بين القطعتين المستقيمتين كما هو مطلوب في السؤال.

تنويع التعليم

ضمن / دون

إذا واجه الطلاب صعوبة في تحديد المعلومات المعطاة أو المعلومات التي يتضمنها شكل معطى،

فقم بتشجيعهم على استعمال مهاراتهم المكانية لتحديد القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل، واطلب إليهم أن يضعوا القياسات المعلومة أو رمز التوازي أو التعامد أو التطابق عليه، بحيث يمكنهم ملاحظة العلاقات بوضوح في أثناء كتابة البراهين.

إرشادات للمعلم الجديد

البناء المعرفي: بيّن للطلاب أنه مع كل درس جديد يصبح لديهم معارف متراكمة من مسلّمات ونظريات يمكنهم استعمالها في أثناء كتابة البراهين المختلفة، لذا شجّعهم على التدرب على استعمال المفاهيم التي تعلموها قبل الانتقال إلى الدرس التالي؛ لتعزيز مقدرتهم على تذكر الحقائق المهمة عند كتابة البراهين.

تطابق القطع المستقيمة

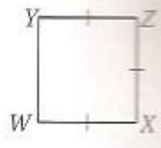
المثال 2 يبيّن كيفية استعمال الخصائص والمسلّمات لإثبات تطابق القطع المستقيمة.

مثال إضافي

2 بطاقات: صمم حمزة بطاقة تهنئة ليرسلها إلى صديقه خالد، فكان طول حافتها العلوية يساوي طول حافتها اليسرى، وحافتها العليا تطابق حافتها اليمنى، وحافتها اليمنى تطابق حافتها السفلى.
أثبت أن الحافة السفلى للبطاقة تطابق حافتها اليسرى.

المعطيات: $WY = YZ$
$\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$
$\overline{XZ} \cong \overline{WX}$

المطلوب: $\overline{WX} \cong \overline{WY}$

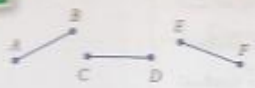


البرهان:
العبارات (المبررات)

1) $WY = YZ$ (معطيات)
2) $\overline{WY} \cong \overline{YZ}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)
3) $\overline{XZ} \cong \overline{WX}$ ؛ $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$ (معطيات)
4) $\overline{WY} \cong \overline{WX}$ (خاصية التعدي للتطابق)
5) $\overline{WX} \cong \overline{WY}$ (خاصية التماثل للتطابق)

برهان

خاصية التعدي للتطابق



المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{EF}$
المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

برهان حر:
بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ فإن $AB = CD$ ، $CD = EF$ ، وذلك من تعريف تطابق القطع المستقيمة. وباستعمال خاصية التعدي للمساواة ينتج أن $AB = EF$؛ لذا $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ من تعريف التطابق.

الربط مع الحياة

تقام مسابقات الماراثون في العديد من محافظات المملكة، ويخصص ريع بعضها لدعم أنشطة خيرية.

مثال 2 من واقع الحياة

البرهان باستعمال تطابق القطع المستقيمة

ماراثون: تبين الخريطة أدناه المسار الذي سيسلكه المشاركون في سباق ماراثون. تقع المحطتان X و Z عند نقطتي المنتصف بين نقطة البداية والمحطة Y ونقطة النهاية والمحطة Y على التوالي. إذا كان بعدا المحطة Y عن النقطتين X و Z، متساويين، فأثبت أن الطريق من المحطة Z إلى نقطة النهاية يتطابق مع الطريق من المحطة X إلى نقطة البداية.

المعطيات: X نقطة منتصف $\overline{SY}$ ، Z نقطة منتصف $\overline{YF}$ ، $XY = YZ$

المطلوب: $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) X نقطة منتصف $\overline{SY}$ ، Z نقطة منتصف $\overline{YF}$، $XY = YZ$	1) معطيات
2) $\overline{SX} \cong \overline{XY}$, $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$	2) تعريف نقطة المنتصف
3) $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$	3) تعريف تطابق القطع المستقيمة
4) $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$	4) خاصية التعدي للتطابق
5) $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$	5) خاصية التعدي للتطابق
6) $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$	6) خاصية التماثل للتطابق

تحقق من فهمك انظر ملحق الإجابات

2) **نجارة:** قص نجار قطعة خشبية طولها 22 in . ثم استعملها نموذجًا ليقص قطعة أخرى مطابقة لها، وهكذا استعمل القطعة الثانية ليقص قطعة ثالثة. ثم استعمل القطعة الثالثة ليقص قطعة رابعة. أثبت أن طول القطعة الرابعة يساوي طول القطعة الأولى.

المحتوى الرياضي

القطع المستقيمة: من المهم معرفة أن الأشكال والرسوم التي تقوم برسمها، والتي ترافق مسألة معينة قد لا تكون مرسومة وفق مقياس رسم، إذ يمكن افتراض تطابق قطعتين، ولكنهما قد لا تكونان متساويتين في الطول إذا ما قيستا بالمسطرة.

وفي المقابل، تكوّن بعض القطع المستقيمة خداعًا بصريًا، فتبدو متساوية الطول، في حين أنها ليست كذلك.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اكتب عدة براهين على السبورة، واحفظها في ملف، وحمّله على الموقع الإلكتروني للصف؛ لتكون مرجعًا إضافيًا للطلاب خارج غرفة الصف.

تأكد

المثال 1

1) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\overline{LK} \cong \overline{NM}, \overline{KJ} \cong \overline{MJ}$

المطلوب: $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

البرهان:

العبارات	المبررات
(a) $\overline{LK} \cong \overline{NM}, \overline{KJ} \cong \overline{MJ}$	(a) معطيات
(b) ؟	(b) تعريف تطابق القطع المستقيمة
(c) $LK + KJ = NM + MJ$	(c) ؟ خاصية الجمع للمساواة
(d) ؟	(d) مسلّمة جمع القطع المستقيمة
(e) $LJ = NJ$	(e) ؟ بالتعويض
(f) $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$	(f) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة

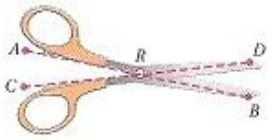
(b) $LK = NM, KJ = MJ$ (c) $LJ = LK + KJ$; (d) $NJ = NM + MJ$

المثال 2

2) **برهان:** إذا علمت أن $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$، انظر الهامش.

فأثبت أن $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$.

3) **مقص:** في الشكل المجاور،



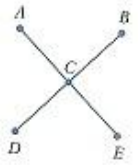
أثبت أن $\overline{AR} \cong \overline{CR}, \overline{DR} \cong \overline{BR}$

$AR + DR = CR + BR$. انظر الهامش.

تدرب وحل المسائل

المثال 1

4) أكمل البرهان الآتي:



المعطيات: C نقطة منتصف $\overline{AE}$.

C نقطة منتصف $\overline{BD}$.

$\overline{AE} \cong \overline{BD}$

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
(a) ؟	(a) معطيات
(b) $AC = CE, BC = CD$	(b) ؟ تعريف نقطة المنتصف
(c) $AE = BD$	(c) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة
(d) ؟	(d) مسلّمة جمع القطع المستقيمة
(e) $AC + CE = BC + CD$	(e) ؟ بالتعويض
(f) $AC + AC = CD + CD$	(f) ؟ بالتعويض
(g) $2AC = 2CD$	(g) بالتبسيط
(h) $AC = CD$	(h) خاصية القسمة للمساواة
(i) $\overline{AC} \cong \overline{CD}$	(i) ؟ تعريف تطابق القطع المستقيمة

(a) C نقطة منتصف $\overline{AE}$، C نقطة منتصف $\overline{BD}$، $\overline{AE} \cong \overline{BD}$، (d) $AE = AC + CE$, $BD = BC + CD$

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	4-10، 12، 14-23
ضمن ضمن المتوسط	5-9 فردي، 12، 14-23
فوق فوق المتوسط	11-20، (اختياري: 22-24)

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-3 للتحقق من فهم الط
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة
لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة حسب
مستوياتهم.

إجابات:

2) **المعطيات:** $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

المطلوب: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$ (معطيات)

2) $WX = YZ$ (تعريف تطابق
المستقيمة)

3) $WX + XY = XY + YZ$
(خاصية الجمع للمساواة)

4) $WY = WX + XY; XZ =$
$XY + YZ$ (مسلّمة جمع
المستقيمة)

5) $WY = XZ$ (بالتعويض)

6) $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (تعريف تطا
المستقيمة)

3) **المعطيات:** $\overline{CR}; \overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب: $\overline{AR} = \overline{CR} + \overline{BR}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{AR} \cong \overline{CR}; \overline{DR} \cong \overline{BR}$
(معطيات)

2) $AR = CR, DR = BR$
تطابق القطع المستقيمة

3) $AR + DR = CR + DR$
(خاصية الجمع للمسا

4) $AR + DR = CR + BR$
(بالتعويض)

المثال 2

5) **تبليط:** قص مسطّة قطعة بلاطة بطول معين. ثم استعملها نموذجًا ليقص بلاطة ثانية تطابق الأولى. ثم استعمل هاتين البلاطتين لقص بلاطة ثالثة طولها يساوي مجموع طولي البلاطتين. أثبت أن طول البلاطة الثالثة يساوي مثلي طول البلاطة الأولى. انظر ملحق الإجابات

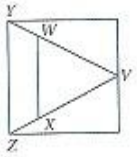
أثبت الخاصيتين الآتيتين في النظرية (1.2). 6, 7) انظر ملحق الإجابات

6) خاصية التماثل للتطابق.

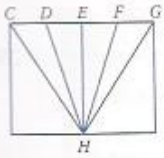
7) خاصية الانعكاس للتطابق.

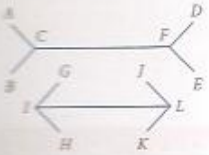
برهان: أثبت كلًّا مما يأتي: 8, 9) انظر ملحق الإجابات

8) إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ ، $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$ ، فإن $\overline{VW} \cong \overline{VX}$.



9) إذا كانت E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CE} \cong \overline{EG}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.





10) **خداع بصري:** إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ ، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ ، $AC + CF + FE = GI + IL + LK$.

a) فأثبت أن $\overline{CF} \cong \overline{IL}$. a–b) انظر ملحق الإجابات

b) برر برهانك بقياس أطوال القطع المستقيمة. فسّر إجابتك.

11) **تمثيلات متعددة:** A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ ، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ ، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$. a–d) انظر ملحق الإجابات

a) **هندسيًا:** ارسم شكلًا يوضح هذه المعطيات.

b) **جبريًا:** ضع تخمينًا للعلاقة الجبرية بين PC و PQ.

c) **حسيًا:** استعمل مسطرة لرسم قطعة مستقيمة تطابق $\overline{PQ}$ ولتعيين النقطتين B و C على $\overline{PQ}$. استعمل هذا الرسم لتؤيد التخمين الذي وضعته.

d) **منطقيًا:** أثبت صحة تخمينك.

مسائل مهارات التفكير العليا

12) **اكتشف الخطأ:** في الشكل المجاور $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ ، اختبر النتائج التي حصل عليها أحمد وسعد. هل وصل أي منهما إلى نتيجة صحيحة؟ انظر الهامش

أحمد

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{AF}$ وذلك بتطبيق خاصية التعدي للتطابق.

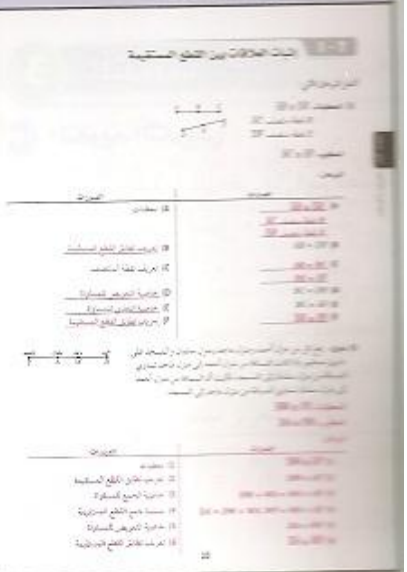
سعد

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{BF}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ وذلك بتطبيق خاصية الانعكاس للتطابق.

الربط مع الحياة

المبلّط: هو الشخص الذي يقوم بتركيب بلاط الأرضيات أو الجدران. ويستعمل في أثناء عمله أدوات قياس الطول والميل من أجل وضع البلاط بشكل دقيق وترتيبه بأنماط جميلة. وعادة يلتحق المبلّط بمركز تدريب مهني ليتلقى تدريبًا خاصًا.

كتاب التمارين ص (10)



تنبيه لحل سؤال

مسطرة: يتطلب السؤال 11 استعمال الطلاب للمسطرة.

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب في السؤال 11 رسومًا وتخمينات جبرية؛ لاستقصاء نقطة منتصف القطعة المستقيمة.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: طبق أحمد الخاصية بشكل صحيح، إلا أنه أخطأ عندما استنتج أن $\overline{AB} \cong \overline{AF}$. في حين طبق سعد الخاصية تطبيقًا صحيحًا، ولكنه أخطأ في كتابة اسم الخاصية.

جابات:

1) كلاهما أخطأ: الإجابة الصحيحة: بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

13) **تحدٍّ:** $ABCD$ مربع. أثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. انظر ملحق الإجابات

14) **اكتب:** هل توجد خاصية في التطابق تشبه خاصية الجمع في المساواة؟ فسّر إجابتك. انظر الهامش

15) **تبرير:** صنّف العبارة الآتية إلى صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فأعط مثالًا مضادًّا.

إذا كانت النقاط A, B, C, D, E تقع على استقامة واحدة، بحيث تقع B بين A و C، وتقع C بين B و D، وتقع D بين C و E، وكان $AC = BD = CE$، فإن $AB = BC = DE$. انظر ملحق الإجابات

16) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلًا يمثل مسلّمة جمع القطع المستقيمة، بحيث يكون طول القطعة المستقيمة 2 in، وليس أي من القطع المستقيمة الناتجة عن أربع نقاط عليها متطابقة. انظر ملحق الإجابات

تدريب على الاختبار المعياري

17) تقع النقاط A, B, C, D على استقامة واحدة بحيث تقع النقطة B بين A و C والنقطة C بين B و D. أي عبارة مما يلي ليست بالضرورة صحيحة؟ **B**

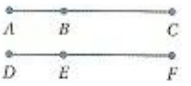
A $AB + BD = AD$
B $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
C $\overline{BC} \cong \overline{BC}$
D $BC + CD = BD$

18) أي العبارات الآتية يعطي وصفًا أفضل للمسلمة؟ **C**

A تخمين ينشأ عن أمثلة.
B تخمين ينشأ عن حقائق وقواعد وتعريفات وخصائص.
C عبارة تقبل على أنها صحيحة.
D عبارة تم إثبات صحتها.

مراجعة تراكمية

19) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين. (الدرس 6-1)



المعطيات: $AC = DF$
$AB = DE$

المطلوب: $BC = EF$ انظر الهامش

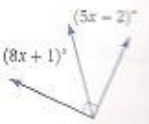
20) **نماذج:** استعمل حائم ستة مربعات من الورق المقوى لعمل منشور رباعي. ما الشكل الهندسي الذي تمثله أي من هذه الأوراق، وكم مستقيمًا ينتج من تقاطعها؟ (الدرس 5-1) مستويات؛ 12

21) **أنماط:** يمكن ترتيب مجموعة من قطع النماذج لتكوين نمط دوراني دون ترك فراغات بين هذه القطع، وكما تعلم أن قياس الدورة الكاملة يساوي 360°. أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل من الأشكال الآتية بالدرجات.

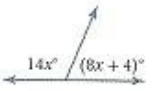
60° 120° 60° 90° 30° 60°

استعد للدرس اللاحق

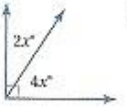
جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي: (الدرس 5-1)

22) 

7

23) 

8

24) 

15

4 التقويم

فهم الرياضيات: أعطِ كل طالب مسـ
كي يقيس طول أحد أصابعه من طرفه
حتى أول مفصل فيه، ثم يقيس الطول من
أول مفصل حتى ثاني مفصل، واطلب
إليهم إيجاد الطول من طرف الأصبع إلى
المفصل الثاني، وتحديد ما إذا كانت هذ
القياسات تطابق القياسات التي تناظرها
الإصبع المناظر من اليد الأخرى، ثم اط
إليهم كتابة المسلّمات والنظريات التي
استعملوها.

إجابات:

14) لا؛ لأن التطابق صفة للقطع المستقيمة، والقطع المستقيمة لا يمكن جمعها، في حين أن أطوال القطع المستقيمة هي أعداد يمكنا جمعها.

19) المعطيات: $AC = DF, AB = DE$

المطلوب: $BC = EF$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $AC = DF, AB = DE$ (معطيات)

2) $AC = AB + BC$, $DF = DE + EF$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

3) $AB + BC = DE + EF$ (بالتعويض)

4) $AB + BC = AB + EF$ (بالتعويض)

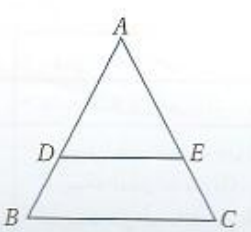
5) $BC = EF$ (خاصية الطرح للمساواة)

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: **المعطيات:** $BD = EC$
$DA = AE$

المطلوب: $BA = AC$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $DA = AE$, $BD = EC$ (معطيات)

2) $BD + DA = EC + AE$ (خاصية الجمع للمساواة)

3) $BD + DA = BA$, $EC + AE = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

4) $BA = AC$ (بالتعويض)

1-8 ملاحظات الدرس

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 1-8

استعمال التبرير المنطقي لإثبات صحة عبارات.

تعيين أزواج خاصة من الزوايا واستعمالها.

الدرس 1-8

كتابة براهين تتضمن زوايا متتامة ومتكاملة.

كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات العبارات.

ما بعد الدرس 1-8

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة عبارات.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟" .

سأل:

في الشكل، سمِّ الزاوية المقابلة بالرأس للزاوية 2 بالاسم 4∠ ، ثم اذكر جميع أزواج الزوايا المتكاملة. 1∠ و 2∠؛ 2∠ و 3∠؛ 3∠ و 4∠؛ 4∠ و 1∠

استعمل المنقلة لقياس 1∠ و 2∠. ثم أوجد مجموع قياسيهما؟
180° ؛ 40°, 140°

إذا تم فتح المقص أكثر، فهل تبقى أزواج الزوايا متكاملة؟ نعم

1-8 إثبات علاقات بين الزوايا
Proving Angles Relationships

فيما سبق:
درستُ تعيين أزواج خاصة من الزوايا واستعمالها.

والآن:
- أكتب براهين تتضمن زوايا متتامة وزوايا متكاملة.
- أكتب براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

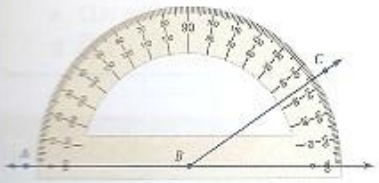
تلاحظ أن 1∠ بين شفرتي المقص، و 2∠ بين الشفرة ومقبض المقص تشكلان زوجًا من الزوايا المتجاورة على مستقيم. وبالمثل فإن 2∠ و 3∠ بين مقبضي المقص تشكلان أيضا زوجًا من الزوايا المتجاورة على مستقيم.

الزوايا المتتامة والمتكاملة: توضّح مسلّمة المنقلة العلاقة بين قياس الزوايا والأعداد الحقيقية.

مسلمة 1.10 مسلّمة المنقلة — أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: يرتبط قياس أي زاوية بعدد حقيقي واحد يقع بين 0° و 180°.

مثال: إذا انطبق $\overrightarrow{BA}$ على صفر المنقلة، فإن قياس $\angle ABC$ يقابل عددًا حقيقيًا موجبًا.

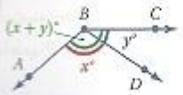


درست سابقًا مسلّمة جمع القطع المستقيمة، وتوجد علاقة مشابهة لها بين قياسات الزوايا.

مسلمة 1.11 مسلمة جمع الزوايا — أضف إلى مطويتك

تقع النقطة D داخل $\angle ABC$ إذا وفقط إذا كان

$$m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$$



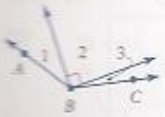
مثال 1 استعمال مسلّمة جمع الزوايا

إذا كان $m\angle JKL = 145°$, $m\angle 2 = 56°$ فأوجد $m\angle 1$. برّر خطوات حلّك.

$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$	مسلّمة جمع الزوايا
$m\angle 1 + 56° = 145°$	$m\angle 2 = 56°$, $m\angle JKL = 145°$
$m\angle 1 + 56° - 56° = 145° - 56°$	خاصّية الطرح للمساواة
$m\angle 1 = 89°$	بالتبسيط

تحقق من فهمك

1) إذا كان $m\angle ABC = 131°$, $m\angle 1 = 23°$، فأوجد $m\angle 3$.
برر خطوات حلّك. انظر ملحق الإجابات



مصادر الدرس 1-8

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (66)	• تنويع التعليم، ص (66)	• تنويع التعليم، ص (68)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (11)	• كتاب التمارين، ص (11)	• كتاب التمارين، ص (11)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (41) • تدريبات المهارات، ص (43) • تدريبات حل المسألة، ص (44)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (41) • تدريبات المهارات، ص (43) • تدريبات حل المسألة، ص (44) • التدريبات الإثرائية، ص (45)	• تدريبات حل المسألة، ص (44) • التدريبات الإثرائية، ص (45)

مراجعة المفردات

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوي 180°.

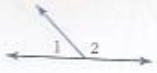
الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوي 90°.

الزاويتان المتجاورتان على مستقيم هما زاويتان متجاورتان بحيث يكون ضلعاهما غير المشتركين نصفي مستقيمين متعاكسين.

يمكن استعمال مسلّمة جمع الزوايا مع علاقات أخرى على الزوايا لإثبات نظريات تتعلق بالزوايا.

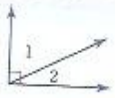
اضغط هنا
نظريتان

1.3 **نظرية الزاويتين المتكاملتين:** إذا كانت الزاويتان متجاورتين على مستقيم، فإنهما متكاملتان.



مثال: $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$

1.4 **نظرية الزاويتين المتتامتين:** إذا شكّل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة، فإن الزاويتين تكونان متتامتين.



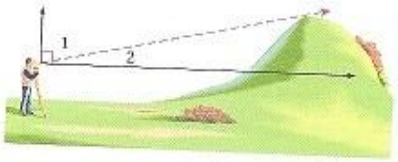
مثال: $m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$

سوف تبرهن النظريتين 1.3 و 1.4 في السؤالين 14 و 15

مثال 2 من واقع الحياة — استعمال خصائص الزوايا المتكاملة أو المتتامة

مَسْح الأراضي: قام مسّاح بقياس الزاوية بين خط نظره إلى قمة تلة، والمستقيم الرأسي فكانت 73° تقريبًا. ما قياس الزاوية بين خط نظره والأفق؟ برّر خطوات الحل.

افهم: ارسم شكلًا يوضح المسألة. قاس المسّاح الزاوية بين خط نظره والخط الرأسي؛ لذا ارسم نصف المستقيم الرأسي والأفقي من النقطة التي يشاهد منها المسّاح التلة، ثم سمّ الزوايا الناتجة. وكما تعلم فإن نصفي المستقيمين الأفقي والرأسي يكوّنان زاوية قائمة.



خطط: بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ تكوّنان زاوية قائمة فإنهما متتامتان.

حُل:

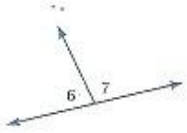
$m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$	نظرية الزاويتين المتتامتين
$73° + m\angle 2 = 90°$	$m\angle 1 = 73°$
$73° + m\angle 2 - 73° = 90° - 73°$	خاصية الطرح للمساواة
$m\angle 2 = 17°$	بالتبسيط

قياس الزاوية بين خط نظر المساح والأفق 17°.

تحقق: تعلم أنه يجب أن يكون ناتج جمع قياسي $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90°.
$17° + 73° = 90°$ ✓

تحقق من فهمك

2) في الشكل المجاور، $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتان على مستقيم. إذا كان $m\angle 6 = (3x + 32)°$ و $m\angle 7 = (5x + 12)°$، فأوجد قيمة $m\angle 7$ ، $m\angle 6$ ، x. برّر خطوات الحل. انظر الهامش.



الزوايا المتتامة والمتكامل

المثالان 1, 2 يبينان كيفية استعمال نظري الزاويتين المتتامتين ونظرية الزاويتين المتكاملتين لإيجاد قياسات زوايا مجهول

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد مثال للتحقق من مدى فهم الطلبة.

مثالان إضافيان

1 **هندسة:** قاس مهندسٌ الزاوية التي تصنعها دعامة مع السقف باستعمال المنقلة، فوجدها 42°، قياس الزاوية التي تصنعها الدعامة مع الجدار؟ 48°

2 **ساعات:** عند الساعة الرابعة تما يكون قياس الزاوية بين عقرب الدقائق وعقرب الساعات 120° توقف عقرب الثواني عند منتصف الزاوية بين عقرب الدقائق وعقر الساعات، فما قياسا الزاويتين عقرب الثواني وكل من عقرب الدقائق والساعات؟ قياس كل الزاويتين 60°، وذلك من تعريف منصف الزاوية ومسلمة جمع ال

إجابة (تحقق من فهمك):

2)

$m\angle 6 + m\angle 7 = 180$	نظرية الزاويتان المتكاملتان
$3x + 32 + 5x + 12 = 180$	بالتعويض
$8x + 44 = 180$	بالتبسيط
$8x + 44 - 44 = 180 - 44$	خاصية الطرح للمساواة
$8x = 136$	بالتبسيط
$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$	خاصية القسمة للمساواة
$x = 17$	بالتبسيط
$m\angle 6 = 3x + 32$	معطيات
$= 3(17) + 32 = 83$	بالتعويض
$m\angle 7 = 5x + 12$	معطيات
$= 5(17) + 12$	بالتعويض
$= 97$	بالتبسيط

إرشادات للمعلم الجديد

تطابق الزوايا: ذكّر الطلاب بأ الزوايا يعني تساوي قياساتها، والعك صحيح. وعندما نقول إن الزاويتين متساويتان فهذا يعني تطابقهما أو قياسيهما.

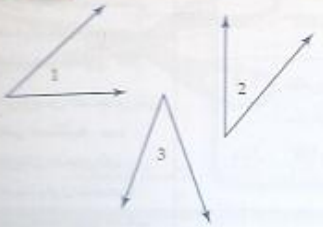
تطابق الزوايا: إن الخصائص الجبرية التي تنطبق على تطابق القطع المستقيمة وتساوي قياساتها، تنطبق أيضًا على تطابق الزوايا وتساوي قياساتها.

نظرية 1.5 خصائص تطابق الزوايا

انقر للاطلاع على برهان

خاصية الانعكاس للتطابق

$\angle 1 \cong \angle 1$



خاصية التماثل للتطابق

إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

خاصية التعدي للتطابق

إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$ ، وكانت $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

سوف نُبرهن خاصيتي الانعكاس والتعدي للتطابق في السؤالين 16 و 17

برهان خاصية التماثل للتطابق

انقر للاطلاع على برهان

المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

المطلوب: $\angle B \cong \angle A$

برهان حر:

تعلم من المعطيات أن $\angle B \cong \angle A$. ومن تعريف تطابق الزوايا يكون $m\angle A = m\angle B$. وباستعمال خاصية التماثل للمساواة يكون $m\angle B = m\angle A$. وهكذا فإن $\angle A \cong \angle B$ من تعريف تطابق الزوايا.

يمكن تطبيق الخصائص الجبرية لإثبات نظريات على تطابق الزوايا تتضمن زوايا متتامة وزوايا متكاملة.

نظريتان

انقر للاطلاع على برهان

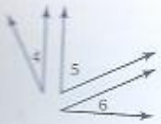
1.6 نظرية تطابق المكمّلات:

الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

مثال: إذا كان $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$،
وكان $m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$ ، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

1.7 نظرية تطابق المتممات:

الزاويتان المتممتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.



مثال: إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 90°$
و $m\angle 5 + m\angle 6 = 90°$ ، فإن $\angle 6 \cong \angle 4$.

سوف نبرهن حالة من النظرية 1.7 في السؤال 4

التعليم باستعمال التقنيات

تسجيل مرئي: اعمل تسجيلًا مرئيًا للأمثلة التي عرضتها في غرفة الفصل، وحمّله على موقع المدرسة الإلكتروني ليشاهده الطلاب من خارج الفصل.

المحتوى الرياضي

كتابة البراهين: لا تذكُر خاصية التماثل عادة في البراهين؛ وذلك لتقليل عدد خطوات البرهان. والأمر هنا متروك للمعلم، فإما أن يكتبها أو لا. ضمن هذا الكتاب سنفترض من الآن فصاعدًا تحقق خاصية التماثل ضمنيًّا، ولا داعي لذكرها في البراهين.

تطابق الزوايا

المثالان 3, 4 يبينان كيفية إثبات التطابق، وإيجاد قياسات زوايا مجهولة.

برهان

أضف إلى مطويتك

إحدى حالات نظرية تطابق المكملات

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 3$ متكاملتان.
$\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.

المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 1$

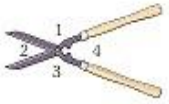
البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle 1$ و $\angle 3$ متكاملتان. $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.	1) معطيات
2) $m\angle 1 + m\angle 3 = 180°, m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$	2) تعريف الزاويتين المتكاملتين
3) $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	3) بالتعويض
4) $m\angle 1 = m\angle 2$	4) خاصية الطرح للمساواة
5) $\angle 1 \cong \angle 2$	5) تعريف تطابق الزوايا

مثال 3

براهين تستعمل فيها نظريتا تطابق المكملات أو المتممات

أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 2 و 4 في الشكل المجاور متطابقتان.



المعطيات: $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.

المطلوب: $\angle 4 \cong \angle 2$

البرهان:

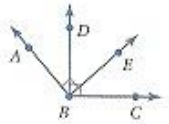
العبارات	المبررات
1) $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.	1) معطيات
2) $\angle 2$ و $\angle 4$ غير متجاورتين تكوننا من تقاطع مستقيمين.	2) تعريف الزاويتين المتقابلتين بالرأس
3) $\angle 2$ و $\angle 3$ متجاورتان على مستقيم. $\angle 3$ و $\angle 4$ متجاورتان على مستقيم.	3) تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم
4) $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان. $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.	4) نظرية الزاويتين المتكاملتين
5) $\angle 4 \cong \angle 2$	5) نظرية تطابق المكملات

مراجعة المفردات

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين تتكونان من تقاطع مستقيمين.

تحقق من فهمك

3) في الشكل المجاور $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.
أثبت أن $\angle EBC \cong \angle ABD$. انظر الهامش.

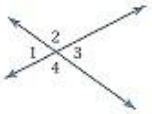


لاحظ في المثال 3 أن $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس. ونتيجة هذا المثال تؤيد نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس الآتية:

نظرية 1.8

أضف إلى مطويتك

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس



الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.

مثال: $\angle 1 \cong \angle 3$
$\angle 2 \cong \angle 4$

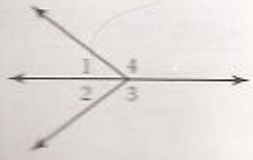
سوف تبرهن النظرية 1.8 في السؤال 20

تنبيه!

الإجابة عن السؤال: أرشد الطلاب إلى القراءة بتمعّن حتى يتمكنوا من معرفة المطلوب. في تمارين "تحقق من فهمك" التي المثالين 2, 3، نبّه الطلاب إلى أن المطلوب هو إيجاد قياس الزاوية وليس إيجاد قيمة المتغير فقط، إ يجب عليهم استعمال قيمة المتغ لإيجاد قياس الزاوية وهو المطلو

مثال إضافي

3 في الشكل الآتي $\angle 1$، $\angle 4$ متجاورتان على مستقيم، $m\angle 3 + m\angle 1 = 180°$. أثبت $\angle 3$ و $\angle 4$ متطابقتان.



العبارات (المبررات):

1) $m\angle 3 + m\angle 1 = 180°$ (معطيات)

2) $\angle 1$ و $\angle 4$ متجاورتان على مستقيم (معطيات)

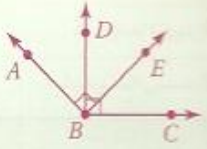
3) $\angle 1$ و $\angle 4$ متكاملتان (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

4) $\angle 3$ و $\angle 1$ متكاملتان (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

5) $\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية تطابق المكملات)

إجابة (تحقق من فهمك):

3) **المعطيات:** $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.



المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان (معطيات)

2) $m\angle ABE = 90, m\angle DBC = 90$ (تعريف الزوايا القائمة)

3) $\angle ABD$ و $\angle DBE$ متتامتان
$\angle DBE$ و $\angle EBC$ متتامتان (نظرية الزاويتين المتتامتين)

4) $\angle ABD \cong \angle EBC$ (نظرية تطابق المتممات)

إرشادات للمعلم الجديد

الأمثلة: قبل شرح برهان إحدى نظرية تطابق المكملات أعلى الصف اطلب إلى الطلاب التفكير في قياس ممكنة لزوايا يمكن استعمالها كأمثلة فَهْم نظرية تطابق المكملات.

مثال إضافي

إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتين بالرأس، و $m\angle 1 = d - 32$ ، $m\angle 2 = 175 - 2d$، فأوجد $m\angle 1$ و $m\angle 2$. برر خطوات حلّك.

37: 37

العبارات (المبررات) :

1) $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتان بالرأس (معطيات).

2) $\angle 1 \cong \angle 2$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

3) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف تطابق الزوايا)

4) $d - 32 = 175 - 2d$ (بالتعويض)

5) $3d = 207$ (خاصية الجمع للمساواة)

6) $d = 69$ (خاصية القسمة للمساواة)

7) $m\angle 1 = 37$ (بالتعويض)

8) $m\angle 2 = 37$ (بالتعويض)

إجابة:

4) $\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$m\angle 4 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

$6x + 2 = 8x - 14$ (بالتعويض)

$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$ (خاصية الجمع للمساواة)

$6x + 16 = 8x$ (بالتبسيط)

$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$ (خاصية الطرح للمساواة)

$16 = 2x$ (بالتبسيط)

$8 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

$m\angle 3 = 6x + 2$ (معطى)

$m\angle 3 = 6(8) + 2$ (بالتعويض)

$m\angle 3 = 50$ (بالتبسيط)

$m\angle 3 = m\angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$m\angle 4 = 50$ (بالتعويض)

مثال 4 استعمال الزوايا المتقابلة بالرأس

أثبت أنه إذا كان $\overrightarrow{DB}$ ينصف $\angle ADC$ ، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$.

المعطيات: $\overrightarrow{DB}$ ينصف $\angle ADC$.

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\overrightarrow{DB}$ ينصف $\angle ADC$.	1) معطيات
2) $\angle 1 \cong \angle 2$	2) تعريف منصف الزاوية
3) $\angle 1$ و $\angle 3$ زاويتان متقابلتان بالرأس.	3) تعريف الزاويتين المتقابلتين بالرأس
4) $\angle 3 \cong \angle 1$	4) نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
5) $\angle 3 \cong \angle 2$	5) خاصية التعدي للتطابق
6) $\angle 2 \cong \angle 3$	6) خاصية التماثل للتطابق

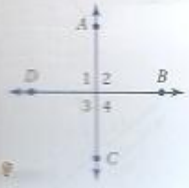
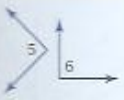
تحقق من فهمك

4) إذا كانت $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس، وكان $m\angle 3 = (6x + 2)^\circ$ و $m\angle 4 = (8x - 14)^\circ$، فأوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برر خطوات حلّك. انظر الهامش

يمكن استعمال النظريات الواردة في هذا الدرس لإثبات نظريات الزاوية القائمة الآتية:

نظريات نظريات الزاوية القائمة

أضف إلى مطويتك

النظرية	مثال
1.9 يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة. مثال: إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$، فإن $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ جميعها قائمة	
1.10 جميع الزوايا القائمة متطابقة. مثال: إذا كانت $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$، جميعها قائمة، فإن $\angle 4 \cong \angle 3 \cong \angle 2 \cong \angle 1$.	
1.11 المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة. مثال: إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ ، فإن $\angle 2 \cong \angle 1, \angle 4 \cong \angle 2, \angle 4 \cong \angle 3, \angle 3 \cong \angle 1$.	
1.12 إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان. مثال: إذا كانت $\angle 6 \cong \angle 5$ ، وكانت $\angle 5$ و $\angle 6$ متكاملتين، فإن $\angle 5$ و $\angle 6$ قائمتان.	
1.13 إذا تجاورت زاويتان على مستقيم، وكانتا متطابقتين، فإنهما قائمتان. مثال: إذا كانت $\angle 7$ و $\angle 8$ متجاورتين على مستقيم، وكانت $\angle 8 \cong \angle 7$ فإن $\angle 7$ و $\angle 8$ قائمتان.	

قراءة الرياضيات

رمز التعامد تذكر أن الرمز $\perp$ يعني يعامد.

سوف تبرهن هذه النظريات في الأسئلة 25–21

تنويع التعليم

دون ضمن

إذا واجه الطلاب صعوبة في تذكر الفرق بين الزوايا المتكاملة والمتتامة،

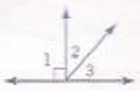
فاطلب إليهم نظم كل من التعريفين في بيت شعر.

تأكد

1, 2 انظر الهامش.

المثال 1 أوجد قياس الزوايا المرقّمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

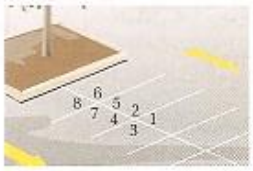
1) $m\angle 2 = x^\circ, m\angle 3 = (x-16)^\circ$



2) $m\angle 4 = (3(x-1))^\circ, m\angle 5 = (x+7)^\circ$

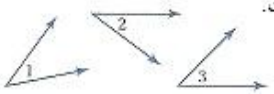
المثال 2

3) **موقف:** استعن بمخطط موقف السيارات المجاور.
إذا علمت أن $\angle 6 \cong \angle 2$ ، فأثبت أن $\angle 8 \cong \angle 4$. انظر الهامش.



المثال 3

4) **برهان:** أكمل فيما يأتي برهان إحدى حالات نظرية تطابق المتممات.



المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان.
$\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

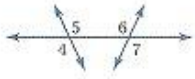
المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 1$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.	a) معطيات
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = 90^\circ$ $m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$	b) ؟ تعريف الزاويتين المتتامتين
c) $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c) ؟ بالتعويض
d) $m\angle 1 = m\angle 2$	d) ؟ خاصية الطرح للمساواة
e) $\angle 1 \cong \angle 2$	e) ؟ تعريف تطابق الزوايا

المثال 4

5) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين فيما يأتي:



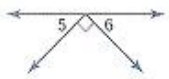
المعطيات: $\angle 7 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 5$ انظر الهامش.

تدرب وحل المسائل

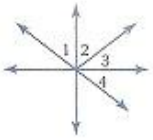
الأمثلة 3-1 أوجد قياس الزوايا المرقّمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

6) $m\angle 5 = m\angle 6$

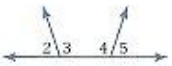


$m\angle 5 = m\angle 6 = 45^\circ$
(مسلمة جمع الزوايا ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

7) $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان، $\angle 4 \cong \angle 1$ ، $m\angle 2 = 28^\circ$



8) $\angle 2$ و $\angle 4$ متكاملتان، $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان، $m\angle 4 = 105^\circ$



3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 7-1 للتحقق من فهم الط
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة
لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب
مستوياتهم.

إجابات:

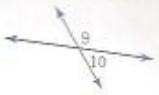
1) $m\angle 2 = 53^\circ$, $m\angle 3 = 37^\circ$ ؛ نظرية الزاويتين المتتامتين.
2) $m\angle 4 = 129^\circ$, $m\angle 5 = 51^\circ$ ؛ نظرية الزاويتين المتكاملتين
3) **المعطيات:** $\angle 2 \cong \angle 6$
المطلوب: $\angle 4 \cong \angle 8$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1) $\angle 2 \cong \angle 6$ (معطيات)
2) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$, $m\angle 2 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)
3) $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$ (بالتعويض)
4) $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 = 180 - m\angle 2$
$m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 8 = 180 - m\angle 2$, (خاصية الطرح للمساواة)
5) $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$
$m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (بالتعويض)
6) $m\angle 4 = m\angle 8$ (بالتعويض)
7) $\angle 4 \cong \angle 8$ (تعريف تطابق الزوا
5) **المعطيات:** $\angle 7 \cong \angle 4$
المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 5$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1) $\angle 4 \cong \angle 7$ (معطيات)
2) $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 6 \cong \angle 7$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)
3) $\angle 5 \cong \angle 7$ (خاصية التعدي للتطابق)
4) $\angle 5 \cong \angle 6$ (خاصية التعدي للتطابق)

تنويع الواجبات المنزلية

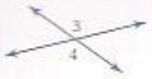
المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	6-13 ، 28 ، 29 ، 31-42
ضمن المتوسط	7-13 فردي، 14-29 ، 31-42
فوق المتوسط	14-40 ، (اختياري: 41-38)

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

9) $m\angle 9 = (3x + 12)^\circ$, $m\angle 10 = (x - 24)^\circ$



10) $m\angle 3 = (2x + 23)^\circ$, $m\angle 4 = (5x - 112)^\circ$

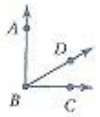


11) $m\angle 6 = (2x - 21)^\circ$, $m\angle 7 = (3x - 34)^\circ$

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كل مما يأتي: 12, 13) انظر ملحق الإجابات

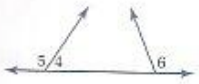
12) **المعطيات:** $\angle ABC$ زاوية قائمة.

المطلوب: $\angle ABD, \angle CBD$ متتامتان.



13) **المعطيات:** $\angle 6 \cong \angle 5$

المطلوب: $\angle 6, \angle 4$ متكاملتان.



اكتب برهانًا لكل من النظريات الآتية: 14–17) انظر ملحق الإجابات

14) نظرية الزاويتين المتكاملتين.

15) نظرية الزاويتين المتتامتين.

16) خاصية الانعكاس للتطابق.

17) خاصية التعدي للتطابق.

18) **برهان:** أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الأربعة الناتجة عند فتح المقص يساوي 360°. انظر ملحق الإجابات

19) **طبيعة:** الأفعى المجلجلة أفعى سامّة، ويوجد على جلدها زركشة تأخذ أشكالًا نمطية. انظر الشكل في الأسفل، والذي يمثّل صورة مكبرة لجلد الأفعى المبينة إلى اليمين.
إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 1$، فأثبت أن $\angle 3 \cong \angle 2$. انظر ملحق الإجابات

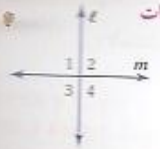
20) انظر الهامش

الربط مع الحياة

يصل طول أنياب الأفعى المجلجلة إلى 6 in، ويمكنها طيُّ أنيابها داخل فمها لتكون موازية لسقف الفم عندما يكون مغلقًا.

21–25) انظر ملحق الإجابات

برهان: استعمل الشكل المجاور لكتابة برهان لكل من النظريات الآتية.



21) نظرية 1.9

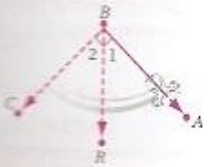
22) نظرية 1.10

23) نظرية 1.11

24) نظرية 1.12

25) نظرية 1.13

26) **بندول:** يظهر في الشكل المجاور وضع بندول ساعة تقليدية.
إذا علمت أن $\angle ABC$ قائمة، وأن $m\angle 1 = 45^\circ$، فاكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\overrightarrow{BR}$ ينصف $\angle ABC$. انظر الهامش.



تنويع التعليم

فوق

توسّع إذا علمت أن $\angle A$ و $\angle B$ متكاملتان، وأن $\angle C \cong \angle A$, $m\angle A = 3x$, $m\angle B = x + 20$، فأوجد $m\angle C$.

1) $m\angle A + m\angle B = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

2) $3x + x + 20 = 180$ (بالتعويض)

3) $x = 40$ (بالتبسيط)

4) $m\angle A = m\angle C$ (تعريف تطابق الزوايا)

5) $m\angle C = 3x$ (بالتعويض)

6) $m\angle C = 3(40)$ (بالتعويض)

7) $m\angle C = 120$ (بالتبسيط)

20) **المعطيات:** $\angle 1$ و $\angle 3$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 1$.

البرهان: بما أن $\angle 1$ و $\angle 3$ زاويتان متقابلتان بالرأس ناتجتان عن تقاطع مستقيمين. فإن $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم، وكذلك $\angle 2$ و $\angle 3$ متجاورتان على مستقيم، وبتطبيق النظرية 1.3، تكون $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متكاملتان وكذلك $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان أيضًا. ومن نظرية تطابق المكملات ينتج أن $\angle 3 \cong \angle 1$.

26) بما أن $\angle ABC$ قائمة، فإن قياسها يساوي 90°، $\overrightarrow{BR}$ يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$.
وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle ABR + m\angle CBR = m\angle ABC$ وبالتعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90$
وبالتعويض مرة ثانية $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$.
وبما أن $m\angle 1 = 45^\circ$
إذن $45 + m\angle 2 = 90$
وباستعمال خاصية الطرح للمساواة
$45 - 45 + m\angle 2 = 90 - 45$
فإن $m\angle 2 = 45$. وبما أن $m\angle 1$ و $m\angle 2$ متساو، فإن $\overrightarrow{BR}$ يكون منصفًا للزاوية $\angle ABC$ بتعريف منصف الزاوية.

27) تمثيلات متعددة: سوف تستكشف في هذه المسألة علاقات الزوايا.

a) هندسيًا: استعمل المنقلة لرسم زاوية قائمة ABC. حدد نقطة داخلها، وسمّها D. ارسم $\overrightarrow{BD}$ ثم ارسم $\overline{KL}$، وارسم $\angle JKL$ التي تطابق $\angle ABD$.

b) لفظيًا: ضع تخمينًا حول العلاقة بين $\angle JKL$ و $\angle DBC$.

c) منطقيًا: أثبت صحة التخمين الذي وضعته. a–c) انظر ملحق الإجابات

29) غير صحيحة أبدًا؛ لأن كل زاويتين متجاورتين ناتجتين من تقاطع مستقيمين تكونان متجاورتين على مستقيم. وإذا كانت إحدى هاتين الزاويتين حادة فسيكون قياسها أقل من $90°$ وسيكون قياس مكملتها أكبر من $90°$ لأن ناتج طرح عدد أقل من $90°$ من $180°$ هو عدد أكبر من $90°$ دائمًا.

مسائل مهارات التفكير العليا

انظر ملحق الإجابات

28) تحدٍّ: لقد تم إثبات حالة واحدة من نظرية تطابق المكملات، وفي السؤال 4 برهنت الحالة المشابهة من نظرية تطابق المتممات. فسّر لماذا توجد حالتان لكل من هاتين النظريتين، واكتب برهانًا للحالة الثانية لكل منهما.

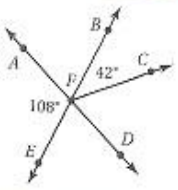
29) تبرير: حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائمًا أو غير صحيحة أبدًا. فسّر تبريرك.
إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاث الأخرى المتكونة من هذا التقاطع حادة أيضًا.

انظر الهامش.

30) اكتب: فسّر كيف يمكن استعمال المنقلة لإيجاد قياس الزاوية المتممة لزاويةٍ أخرى بطريقةٍ سريعةٍ.

تدريب على الاختبار المعياري

31) أوجد قياس $\angle CFD$ في الشكل المجاور.



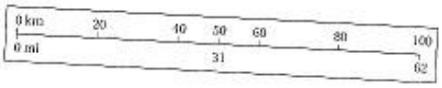
A
66° A
72° B
108° C
138° D

32) إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين هي 4:1 فما قياس الزاوية الصغرى؟ B

24° C
15° A
36° D
18° B

مراجعة تراكمية

33) خرائط: يُظهر مقياس رسم خريطة تدريجين أحدهما بالكيلومترات، والآخر بالأميال. إذا كانت $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ قطعتين مستقيمتين على الخريطة، حيث $AB \approx 100\,\text{km}$، و $CD = 62\,\text{mi}$.
فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$؟ فسّر إجابتك. (الدرس 7-1) انظر الهامش



اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: (الدرس 6-1)

34) إذا كان $y + 7 = 5$، فإن $y = -2$ خاصية الطرح للمساواة

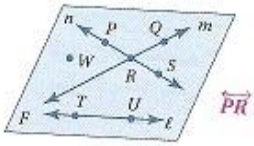
35) إذا كان $MN = PQ$، فإن $PQ = MN$ خاصية التماثل للمساواة

36) إذا كان $a - b = x$ و $b = 3$، فإن $a - 3 = x$ خاصية التعويض للمساواة

37) إذا كان $x(y + z) = 4$، فإن $xy + xz = 4$ خاصية التوزيع

استعد للدرس اللاحق

استعن بالشكل المجاور للإجابة عما يأتي:



38) سمِّ مستقيمًا يحتوي النقطة P. المستقيم n النقطة W

39) سمِّ تقاطع المستقيمين n و m. النقطة R

40) سمِّ نقطة لا تقع على أيٍّ من المستقيمات ℓ, m, n.

41) اذكر اسمًا آخر للمستقيم n. إجابة ممكنة: $\overleftrightarrow{PR}$

42) هل يتقاطع المستقيم ℓ مع المستقيم m أو المستقيم n؟ فسر إجابتك. انظر الهامش.

تمثيلات متعددة: في السؤال 27 يستعمل الطلاب رسومًا هندسية، ووصفًا لغويًا، وبراهين لاستقصاء زوايا في المثلث.

4 التقويم

بطاقة مكافأة: أعطِ الطلاب قائمة من نظريات هذا الفصل، واطلب إلى كل طالب اختيار نظرية معينة وكتابة ملخص لها دون الرجوع إلى الكتاب، ثم اطلب إليهم تسليم ملخصاتهم قبل مغادرتك غرفة الفصل.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرسين 8-1, 8-7 بإعطائهم:

الاختبار القصير 4، ص (12)

إجابات:

30) إجابة ممكنة: بما أن المنقلة تتضمن تدريجًا للزوايا الحادة وآخر للزوايا المنفرجة، فإن قياس المكمّلة هو القياس المقابل لقياس الزاوية المعلومة على التدريج الآخر من المنقلة.

33) نعم؛ حسب مقياس الرسم المعُطى $100\,\text{km} = 62\,\text{mi}$، إذن $AB = CD$. وبتعريف تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

42) نعم، يقطع المستقيم l كلًّا من المستقيمين m و n، وذلك عند مدّ المستقيمات الثلاثة.

التقويم التكويني

المفردات الأساسية: يشير رقم الصفحة بعد كل مفردة إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة لأول مرة. فإذا واجه الطلبة صعوبات في حل الأسئلة 1-10 فذكرهم أنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعًا لتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (14).

أحاجي المفردات:

تزوّد مفردات الطلبة الرياضية باستعمال أربعة نماذج من الأحاجي هي: الكلمات المتقاطعة، والحروف المبعثرة، والبحث عن الكلمة باستعمال قائمة حروف، والبحث عن الكلمة باستعمال تلميحات. ويمكن أن يعمل الطلبة من خلال الإنترنت أو على أوراق عمل مطبوعة.

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

التبرير الاستقرائي والمنطق (الدرسان 1-1 و 2-1)

- التبرير الاستقرائي: تبرير تستعمل فيه أمثلة وأنماط محددة للوصول إلى نتيجة.
- المثال المضاد: هو المثال الذي يثبت عدم صحة التخمين.
- نفي العبارة p: ليس p أو $\sim p$.
- عبارة الوصل: عبارة مركبة تحتوي (و) .
- عبارة الفَصْل: عبارة مركبة تحتوي (أو) .

العبارات الشرطية (الدرس 3-1)

- يمكن كتابة العبارة الشرطية على الصورة (إذا كان... فإن...) أو على الصورة إذا كان p، فإن q، حيث p الفرض، و q النتيجة.

العبارة الشرطية	$p \rightarrow q$
العكس	$q \rightarrow p$
المعكوس	$\sim p \rightarrow \sim q$
المعاكس الإيجابي	$\sim q \rightarrow \sim p$

التبرير الاستنتاجي (الدرس 4-1)

- قانون الفَصْل المنطقي: إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صحيحة، وكانت p صحيحة أيضًا ، فإن q صحيحة.
- قانون القياس المنطقي: إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صحيحة وكانت $q \rightarrow r$ صحيحة، فإن $p \rightarrow r$ صحيحة أيضًا.

البرهان (الدروس من 5-1 إلى 8-1)

- الخطوة 1: اكتب المعطيات، وارسم شكلًا يوضحها إن أمكن.
- الخطوة 2: اكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.
- الخطوة 3: استعمل التبرير الاستنتاجي لتكوين سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب.
- الخطوة 4: برر كل عبارة مستعملًا تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلمات أو نظريات.
- الخطوة 5: اكتب العبارة أو التخمين الذي قمت بإثباته.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المفردات الأساسية

التخمين (ص. 10)
التبرير الاستقرائي (ص. 10)
المثال المضاد (ص. 13)
قيمة الصواب (ص. 17)
العبارة المركبة (ص. 17)
نفي العبارة (ص. 17)
العبارة (ص. 17)
عبارة الوصل (ص. 17)
عبارة الفَصْل (ص. 18)
جدول الصواب (ص. 19)
النتيجة (ص. 24)
العبارة الشرطية (ص. 24)
الفَرض (ص. 24)
المعاكس الإيجابي (ص. 26)
العكس (ص. 26)
المعكوس (ص. 26)
العبارات الشرطية المرتبطة (ص. 26)
التكافؤ المنطقي (ص. 27)
التبرير الاستنتاجي (ص. 33)
قانون الفصل المنطقي (ص. 33)
قانون القياس المنطقي (ص. 35)
المسلّمة (ص. 41)
البرهان (ص. 42)
البرهان الحر (ص. 43)
النظرية (ص. 43)
البرهان الجبري (ص. 49)
البرهان ذو العمودين (ص. 50)

اختبار المفردات

بيّن ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه؛ لتجعل الجملة صحيحة:

1) المسلّمة هي العبارة التي تحتاج إلى برهان. خاطئة؛ النظرية
2) الجزء الأول في العبارة الشرطية يسمى تخمينًا. خاطئة؛ الفرض
3) يستعمل التبرير الاستنتاجي قوانين ونظريات للوصول إلى نتائج منطقية من العبارات المعطاة. صحيحة
4) ينتج المعاكس الإيجابي من نفي الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية. خاطئة؛ العكس
5) تتكون عبارة الوصل المنطقي من ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و). صحيحة
6) النظرية يُسلَّم بصحتها دائمًا. خاطئة؛ المسلّمة
7) ينتج العكس بتبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية. صحيحة
8) لإثبات أن التخمين خاطئ، يجب أن يُعطى برهان. خاطئة؛ مثال مضاد
9) يمكن أن يكتب معكوس العبارة p ، على صورة ليس p. خاطئة؛ نفي
10) في البرهان ذي العمودين الخصائص التي تبرر كل خطوة تسمى المبررات. صحيحة

المطويات منظم أفكار

اطلب إلى الطلاب أن يتصفحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

واقترح عليهم أن يبقوا مطوياتهم في متناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة.

وبيّن لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة استعدادًا لاختبار الفصل.

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين (ص 10-16)

حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحًا أو خاطئًا. فإذا كان التخمين خاطئًا، فأعطِ مثالًا مضادًّا.

11) إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتين، فإنهما متجاورتان على مستقيم.

خاطئة؛ قد تكون الزاويتان المتكاملتان غير متجاورتين على مستقيم

12) إذا أعطيت النقاط $W(-3, 2), X(-3, 7), Y(6, 7), Z(6, 2)$، فإن الشكل الرباعي $WXYZ$ مستطيل. صحيحة

13) **منازل:** تكون معظم أسطح المنازل في البلدان القريبة من القطب الشمالي مائلة، بينما تكون مستوية في المناطق الحارة. أعط تخمينًا عن سبب اختلاف الأسطح. انظر الهامش.

مثال 1

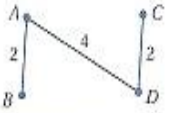
حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحًا أو خاطئًا. فإذا كان خاطئًا، فأعطِ مثالًا مضادًّا.

a) $c = d, d = c$ هو مثال على خاصية من خصائص الأعداد الحقيقية.

$c = d, d = c$ هو مثال على خاصية التماثل في الأعداد الحقيقية. وهذا التخمين صحيح.

b) إذا كان $AB + CD = AD$، فإن B و C تقعان بين A و D.

هذا التخمين خاطئ. في الشكل أدناه $AB + CD = AD$، ولكن B و C لا تقعان بين A و D.



1-2 المنطق (ص 17-23)

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسّر تبريرك. 14-16) انظر الهامش.

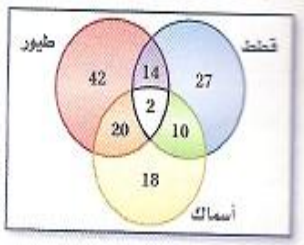
p: يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

q: البادرة المربعة تكافئ ثلاث أقدام مربعة.

r: مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي $180°$.

14) $q \vee r$ 15) $p \wedge \sim r$ 16) $\sim p \vee q$

17) **حيوانات أليفة:** يُظهر شكل فن الآتي عدد الأشخاص الذين لديهم حيوانات أليفة في منازلهم.



a) ما عدد الأشخاص الذين لديهم أسماك فقط؟ 18

b) ما عدد الأشخاص الذين لديهم قطط وطيور فقط؟ 14

c) ما عدد الأشخاص الذين لديهم طيور وأسماك؟ 22

مثال 2

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسّر تبريرك.

p: x^2 عدد غير سالب.

q: الزوايا المتجاورة تقع في المستوى نفسه.

r: العدد السالب ليس عددًا حقيقيًّا.

a) $\sim q \wedge r$

$\sim q \wedge r$: الزوايا المتجاورة لا تقع في المستوى نفسه، والعدد السالب ليس عددًا حقيقيًّا.

بما أن كلًّا من $\sim q$ و r خاطئتان، فإن $\sim q \wedge r$ خاطئة أيضًا.

b) p أو r

p أو r: x^2 عدد غير سالب، أو العدد السالب ليس عددًا حقيقيًّا.

p أو r صحيحة؛ لأن p صحيحة، وليس لكون r خاطئة تأثير.

مراجعة الدروس

مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المحلّ لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأس فذكر الطلاب بمرجع الصفحات التي يدلهم أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم المقرر.

إجابات:

13) إجابة ممكنة: حتى لا تتراكم عل الثلوج.

14) البادرة المربعة لا تكافئ مربعة، أو مجموع قياسي الزاو المتتامتين يساوي $180°$؛ صح

15) يحوي المستوى ثلاث نقاط لا على استقامة واحدة، ومجموع الزاويتين المتتامتين لا يساوي صحيحة.

16) لا يحوي المستوى أي ثلاث تقع على استقامة واحدة، أو ال المربعة تكافئ ثلاثة أقدام مرب خاطئة.

إجابات:

20) العكس: إذا كان لزاويتين القياس نفسه فإنهما تكونان متطابقتين؛ صحيحة.
المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتين، فلا يكون لهما القياس نفسه؛ صحيحة.
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للزاويتين القياس نفسه، فإنهما لا تكونان متطابقتين؛ صحيحة.

21) الشكل $PQRS$ متوازي أضلاع، قانون الفَصْل المنطقي.

22) لا، نتيجة لأن قانون القياس المنطقي لا ينطبق، فنتيجة العبارة الأولى ليست فَرْضًا للعبارة الثانية.

23) صحيحة؛ قانون الفَصْل المنطقي.

1-3 العبارات الشرطية (ص 24-31)

حدد قيمة الصواب للعبارتين الشرطيتين الآتيتين، وإذا كانت العبارة صحيحة، ففسّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعطِ مثالًا مضادًّا.

18) إذا ربّعت العدد الصحيح، فإن الناتج يكون عددًا صحيحًا موجبًا. صحيحة

19) إذا كان للشكل السداسي ثمانية أضلاع، فإن جميع زواياه منفرجة. صحيحة

20) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الصحيحة الآتية. ثم حدد ما إذا كانت أي منها صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًّا.
إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإن لهما القياس نفسه. انظر الهامش.

مثال 3

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الصحيحة الآتية:
إذا كان الشكل مربعًا فإنه متوازي أضلاع.

العكس: إذا كان الشكل متوازي أضلاع، فإنه مربع.

المعكوس: إذا لم يكن الشكل مربعًا، فإنه ليس متوازي أضلاع.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الشكل متوازي أضلاع، فإنه ليس مربعًا.

1-4 التبرير الاستنتاجي (ص 33-40)

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صحيحة فاكتب "لا نتيجة صحيحة". فسر تبريرك. 23-21) انظر الهامش.

21) **المعطيات:** إذا نصّف قطرا الشكل الرباعي كل منهما الآخر، فإن الشكل متوازي أضلاع.
ينصف قطرا الشكل الرباعي $PQRS$ كل منهما الآخر.

22) **المعطيات:** إذا واجهت عائشة صعوبة في مادة العلوم، فإنها سوف تأخذ دروسًا إضافية.
إذا بقيت عائشة في المدرسة بعد انتهاء الدوام يوم الأربعاء فإنها ستأخذ درسًا إضافيًّا.

23) زلازل: حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.
المعطيات: إذا كانت قوة الزلزال 7.0 درجات فأكثر على مقياس ريختر فإنه يعتبر زلزالًا مدمرًا، ويحدث دمارًا وخرابًا كبيرين. كانت قوة زلزال سان فرانسيسكو عام 1906م 8.0 درجات على مقياس ريختر.
نتيجة: كان زلزال سان فرانسيسكو عام 1906م زلزالًا مدمرًا، وأحدث دمارًا وخرابًا كبيرين.

مثال 4

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صحيحة فاكتب "لا نتيجة صحيحة". فسر تبريرك.

(1) إذا كان قياس الزاوية أكبر من $90°$، فإنها منفرجة.

(2) إذا كانت الزاوية منفرجة، فإنها ليست قائمة.

p: قياس الزاوية أكبر من $90°$

q: الزاوية منفرجة

r: الزاوية ليست قائمة

العبارة (1): $p \rightarrow q$

العبارة (2): $q \rightarrow r$

بما أن العبارتين الشرطيتين (1)، (2) صحيحتان، فيمكن باستعمال قانون القياس المنطقي استنتاج أن $p \rightarrow r$. أي أنه إذا كان قياس الزاوية أكبر من $90°$، فإنها ليست قائمة.

إجابات:

24) غير صحيحة أبدًا، إذا تقاطع مستوي
فإن تقاطعهما يكون مستقيمًا.

25) صحيحة أحيانًا، إذا كانت النقاط
الثلاث تقع على استقامة واحدة، ف
ستقع في عدة مستويات، ولكن إ
تكن على استقامة واحدة، فسوف
في مستوىً واحد فقط.

26) صحيحة دائمًا، إذا احتوى المستو
مستقيمًا، فإن جميع نقاط المستق
تقع في هذا المستوى.

27) صحيحة أحيانًا، إذا كانت الزاوية
متجاورتين، فإنهما تكوّنان زاوية
قائمة، أما إذا لم تكونا متجاورتي
تكونان زاوية قائمة.

28) 15 مصافحة.

34) العبارات (المبررات)

(1 $RS, PQ = 5x + 9,$ = (معطيات) $RS = x - 31$

(2) $5x + 9 = x - 31$

(3 $4x + 9 = -31$
(خاصية الطرح للمساوا

(4 $4x = -40$
(خاصية الطرح للمسا

(5 $x = -10$
(خاصية القسمة للمس

1-5 المسلّمات والبراهين الحرة (ص 41-47)

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسر تبريرك. 24-27) انظر الهامش.

24) يتقاطع المستويان في نقطة.

25) تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى.

26) إذا وقع المستقيم m في المستوى X، ومرّ المستقيم m بالنقطة Q، فإن النقطة Q تقع في المستوى X.

27) إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تكوّنان زاوية قائمة.

28) **عمل:** دُعي ستة أشخاص لحضور اجتماع عمل. إذا صافَحَ كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها جميع هؤلاء الأشخاص؟ ارسم نموذجًا يؤيد تخمينك. انظر الهامش.

مثال 5

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسر تبريرك.

a) إذا وقعت النقاط X, Y, Z في المستوى $\mathcal{R}$، فإن هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة.

صحيحة أحيانًا؛ الحقيقة المعطاة أن X, Y, Z تقع في المستوى $\mathcal{R}$ لا تضمن وقوعها على استقامة واحدة أو لا.

b) يمر مستقيم واحد فقط في النقطتين A و B.

صحيحة دائمًا؛ بتطبيق المسلمة 1.1، يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين معلومتين.

1-6 البرهان الجبري (ص 49-55)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: خاصية التماثل للمساواة

29) إذا كان $35 = 7(x - 3)$، فإن $7(x - 3) = 35$

30) إذا كان $2x + 19 = 27$، فإن $2x = 8$ خاصية الطرح للمساواة

31) $5(3x + 1) = 15x + 5$ خاصية التوزيع

32) إذا كان $2x + 8 = 12$ و $3y = 2x + 8$، فإن $12 = 3y$. خاصية التعدي للمساواة

33) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $6(x - 4) = 42$

المطلوب: $x = 11$

العبارات	المبررات
(a) $6(x-4) = 42$	(a) معطيات
(b) $6x - 24 = 42$	(b) ؟ خاصية التوزيع
(c) $6x = 66$	(c) ؟ خاصية الجمع للمساواة
(d) $x = 11$	(d) ؟ خاصية القسمة للمساواة

34) اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ = RS$ و $PQ = 5x + 9,\ RS = x - 31$، فإن $x = -10$. انظر الهامش.

35) **اختبارات:** حصل أحمد على درجة مساوية لدرجة عمر في اختبار الرياضيات، وحصل عمر على درجة مساوية لدرجة سعد. ما الخاصية التي تثبت أن أحمد وسعدًا حصلا على الدرجة نفسها؟ خاصية التعدي

مثال 6

أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$

المطلوب: $x = -\frac{9}{7}$

البرهان:

العبارات	المبررات
(1) $\frac{5x-3}{6} = 2x + 1$	(1) معطيات
(2) $5x - 3 = 6(2x + 1)$	(2) خاصية الضرب للمساواة
(3) $5x - 3 = 12x + 6$	(3) خاصية التوزيع
(4) $-3 = 7x + 6$	(4) خاصية الطرح للمساواة
(5) $-9 = 7x$	(5) خاصية الطرح للمساواة
(6) $-\frac{9}{7} = x$	(6) خاصية القسمة للمساواة
(7) $x = -\frac{9}{7}$	(7) خاصية التماثل للمساواة

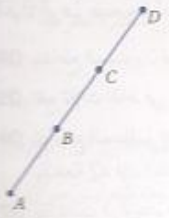
دليل التوقع

اطلب إلى الطلاب تعبئة نموذج التوقع في الفصل 1 ص(8)، وناقشهم حول تغيّر إجاباتهم بعد إتمام دراسة الفصل عمّا كانت عليه عند بدايته.

1-7 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة (ص 61-56)

مثال 7

اكتب برهانًا ذا عمودين.



المعطيات: B نقطة منتصف $\overline{AC}$

C نقطة منتصف $\overline{BD}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) B نقطة منتصف $\overline{AC}$	1) معطيات
2) $AB \cong BC$	2) تعريف نقطة المنتصف
3) C نقطة منتصف $\overline{BD}$	3) معطيات
4) $\overline{BC} \cong \overline{CD}$	4) تعريف نقطة المنتصف
5) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	5) خاصية التعدي للمساواة

اكتب برهانًا ذا عمودين في كل من المسألتين الآتيتين:

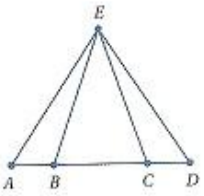
36) **المعطيات:** X نقطة منتصف كل من $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$

المطلوب: $VW = ZY$

انظر الهامش (36, 37)

37) **المعطيات:** $AB = DC$

المطلوب: $AC = DB$

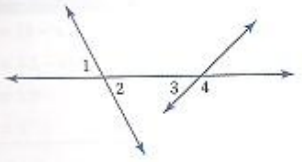


38) **جغرافيا:** أراد طارق السفر من مدينة جدة إلى الطائف، مرورًا بمكة المكرمة لاصطحاب أخيه. ويعلم أن المسافة من جدة إلى مكة المكرمة تساوي 79 km، والمسافة من مكة المكرمة إلى الطائف تساوي 88 km، استنتج أنه سيقطع 167 km في هذه الرحلة. فسر كيف استنتج ذلك؟ افترض أن الطريق الذي يربط هذه المدن الثلاث يشكل مستقيمًا. استعمل مسلمة جمع القطع المستقيمة.

1-8 إثبات علاقات بين الزوايا (ص 69-62)

مثال 8

إذا علمت أن $m\angle 3 = 26°$, $m\angle 1 = 72°$ ، فأوجد قياس كل زاوية مرقمة في الشكل أدناه.



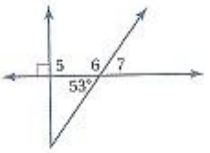
$m\angle 2 = 72°$؛ لأن $\angle 1, \angle 2$ متقابلتان بالرأس.

$\angle 3, \angle 4$ متجاورتان على مستقيم؛ إذن فهما متكاملتان.

$26° + m\angle 4 = 180°$ تعريف الزاويتين المتكاملتين

$m\angle 4 = 154°$ بطرح 26 من كلا الطرفين

أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي:

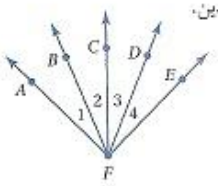


39) $\angle 5$ $90°$

40) $\angle 6$ $127°$

41) $\angle 7$ $53°$

42) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.



المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب: $\angle AFC \cong \angle EFC$

انظر الهامش.

إجابات:

1) العبارات (المبررات)

1) X نقطة منتصف كل من $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$. (معطيات)

2) $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$ (تعريف نقطة المنتصف)

3) $WX = YX, VX = ZX$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

4) $VX = VW + WX, ZX = ZY + YX$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

5) $VW + WX = ZY + YX$ (بالتعويض)

6) $VW + WX = ZY + WX$ (بالتعويض)

7) $VW = ZY$ (خاصية الطرح للمساواة)

2) العبارات (المبررات)

1) $AB = DC$ (معطيات)

2) $AB + BC = DC + BC$ (خاصية الجمع للمساواة)

3) $AB + BC = AC$, $DC + BC = DB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

4) $AC = DB$ (بالتعويض)

العبارات (المبررات)

1) $\angle 1 \cong \angle 4, \angle 2 \cong \angle 3$ (معطيات)

2) $m\angle 1 = m\angle 4, m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

4) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle AFC$, $m\angle 3 + m\angle 4 = m\angle EFC$ (مسلّمة جمع الزوايا)

5) $m\angle AFC = m\angle EFC$ (بالتعويض)

6) $\angle AFC \cong \angle EFC$ (تعريف تطابق الزوايا)

1 اختبار الفصل

اكتب تخمينًا يصف النمط في كل من المتتابعتين الآتيتين، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منهما. 1, 2) انظر الهامش.

1) 15, 30, 45, 60, ___

2) ___

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسّر إجابتك.

3) $5 < -3$

4) جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.

5) إذا كان $4x = 36$، فإن $x = 9$.

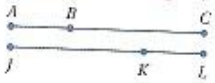
6) p و q 3, 4) انظر الهامش.

7) $(p \vee q) \wedge r$

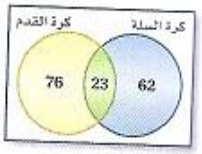
8) **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا. انظر الهامش.

المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{CB}$, $\overline{KL} \cong \overline{AB}$

المطلوب: $\overline{JL} \cong \overline{AC}$



9) **رياضة:** استعن بشكل فن الآتي الذي يبين نوع الرياضة التي اختارها الطلاب للإجابة عن السؤالين أدناه.



a) صف اختيار الطلاب الذين هم خارج منطقة التقاطع وداخل دائرة كرة السلة. اختار هؤلاء الطلاب كرة السلة فقط.

b) ما عدد الطلاب الذين اختاروا كرة السلة وكرة القدم؟ 23

10) حدّد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.

المعطيات: إذا اجتاز الطبيب اختبار المجلس الطبي فإنه يستطيع مزاولة مهنة الطب. اجتاز فهد اختبار المجلس الطبي.

النتيجة: يمكن أن يزاول فهد مهنة الطب.

صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي

11) **برهان:** أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $3(x-4) = 2x+7$

المطلوب: $x = 19$

البرهان:

العبارات	المبررات
a) $3(x-4) = 2x+7$	a) معطيات
b) $3x-12 = 2x+7$	b) ___؟___ خاصية التوزيع
c) $x-12 = 7$ ___؟___	c) خاصية الطرح للمساواة
d) $x = 19$	d) ___؟___ خاصية الجمع للمساواة

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا.

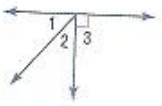
12) الزاويتان المتكاملتان تكونان متجاورتين على مستقيم. صحيحة أحيانًا

13) إذا وقعت B بين A و C، فإن $AC + AB = BC$. غير صحيحة أبدًا

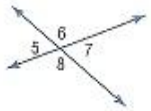
14) إذا تقاطع مستقيمان وكونا زاويتين متطابقتين متجاورتين، فإنهما متعامدان. صحيحة دائمًا

أوجد قياس جميع الزوايا المرقّمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. 12, 13) انظر الهامش.

15) $m\angle 1 = x°$, $m\angle 2 = (x-6)°$



16) $m\angle 7 = (2x+15)°$, $m\angle 8 = (3x)°$



اكتب كلًّا من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا كان... فإن...). 14, 15) انظر الهامش.

17) قياس الزاوية الحادة أقل من 90°.

18) يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونا زوايا قائمة.

19) **اختيار من متعدد:** أي العبارات الآتية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الآتية؟ C

إذا احتوى المثلث زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.

A إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي زاوية منفرجة واحدة.

B إذا لم يكن في المثلث زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثًا منفرج الزاوية.

C إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي زاوية منفرجة واحدة.

D إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي زاوية منفرجة واحدة.

المعالجة: استعمل نتائج اختبار الفصل ومخطط المعالجة لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب.
تساعدك العبارة "إذا... فاختر..." في الجدول على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصدر لكل مستوى.

إجابات:

1) الحد التالي هو المضاعف التالي للعدد 15؛ 75.

2) يدور المثلث 90° مع اتجاه عقارب الساعة في كل مرة. وتتحرك المنطقة المظللة يمينًا أو يسارًا كل مرة.

3) $-3 > 5$ وجميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، خاطئة.

4) $-3 > 5$ أو جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
وإذا كان $4x = 36$ فإن $x = 9$ ؟
صحيحة.

5) البرهان: بما أن $\overline{JK} \cong \overline{CB}$ و $\overline{KL} \cong \overline{AB}$، فإن $JK = CB$ و $KL = AB$، وذلك بتعريف تطابق القطع المستقيمة.
وبتطبيق خاصية الجمع للمساواة $JK + KL = CB + AB$. وباستعمال مسلّمة جمع القطع المستقيمة، يتج $JL = JK + KL$ و $AC = AB + BC$
وبالتعويض $JL = AC$. ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

12) $m\angle 1 = 48, m\angle 2 = 42$ نظ
الزاويتين المتتامتين $m\angle 3 = 90$
معطيات.

13) $m\angle 7 = 81, m\angle 8 = 99$ نظ
الزاويتين المتكاملتين؛
$m\angle 5 = 81, m\angle 6 = 99$ نظ
الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

14) إذا كانت الزاوية حادة، فإن قيا
من 90.

15) إذا تعامد مستقيمان، فإنهما يكو
زوايا قائمة.

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريبًا من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريبًا من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	الدروس: 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 1-7, 1-8		تدريبات إعادة التعليم: ص (6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41)
	تدريبات المهارات: ص (8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43)		
	www.obeikaneducation.com		www.obeikaneducation.com

1 التركيز

الهدف: فهم الأدوات الأساسية للتبرير المنطقي، واستعمالها لحل المسائل.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اسأل:

- كيف يمكن استعمال المثال المضاد لحل المسألة؟
- ما الطرائق المختلفة التي يمكننا بوساطتها تمثيل المعلومات المعطاة في السؤال؟
- ما نوعا التبرير المستعملان في كتابة البراهين؟

التبرير المنطقي

يتطلب حل مسائل الهندسة أحيانًا كثيرة استعمال التبريرات المنطقية؛ لذا يمكنك استعمال أساسيات التبرير المنطقي في حل مسائل الاختبارات المعيارية.

استراتيجيات استعمال التبرير المنطقي

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتحدد المعطيات، وما يجب أن تجده للإجابة عن السؤال.

الخطوة 2

حدّد هل بإمكانك تطبيق أحد مبادئ التبرير المنطقي في هذه المسألة.

- **المثال المضاد:** المثال المضاد هو المثال الذي يناقض عبارة يفترض أنها صحيحة. حدّد بدائل الإجابة التي تراها منافضة لنص المسألة واحذفها.
- **المسلّمات:** المسلّمة هي عبارة تصف علاقة أساسية في الهندسة. حدّد هل بإمكانك تطبيق مسلّمة للتوصل إلى نتيجة منطقية.

الخطوة 3

إذا لم تصل إلى أي نتيجة من مبادئ خطوة 2.

حدد هل تساعدك الأدوات الآتية على الحل؟

- **الأنماط:** ابحث عن نمط لعمل تخمين مناسب.
- **جداول الصواب:** استعمل جدول صواب لتنظيم قيم الصواب للعبارات المعطاة في المسألة.
- **أشكال فن:** استعمل أشكال فن لتمثيل العلاقات بين عناصر المجموعات بوضوح.
- **البراهين:** استعمل التبرير الاستقرائي والتبرير الاستنتاجي للوصول إلى نتيجة على شكل برهان.

الخطوة 4

إذا لم يكن بإمكانك الوصول إلى نتيجة حتى باستعمال مبادئ خطوة 3، فخمّن بديل الإجابة الأنسب، ثم ضع علامة على السؤال حتى ترجع إليه إذا بقي متسع من الوقت في نهاية الاختبار.

مثال

اقرأ المسألة جيدًا، وحدد المطلوب فيها. ثم استعمل المعطيات لحلها.

عدد طلاب مدرسة 292 طالبًا، شارك 94 منهم في الألعاب الرياضية، و 122 في النوادي الثقافية، و 31 في كليهما. كم طالبًا لم يشارك في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية؟

A 95

B 107

C 122

D 138

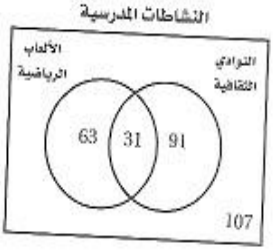
اقرأ المسألة جيدًا. من الواضح أنه ليس هناك أمثلة مضادة واضحة، ولا يمكن استعمال المسلمات للوصول إلى نتيجة منطقية؛ إذن علينا استعمال أدوات لتنظيم المعلومات المعطاة؛ لنراها بوضوح.

يمكننا رسم شكل فن لنرى التقاطع بين المجموعتين، وتحديد معطيات السؤال على هذا الشكل.

حدد عدد الطلاب الذين شاركوا فقط في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية.

الألعاب الرياضية فقط: $94 - 31 = 63$

النوادي الثقافية فقط: $122 - 31 = 91$



استعمل هذه المعلومات لحساب عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية.

$292 - 63 - 91 - 31 = 107$

إذن عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية يساوي 107 طلاب.

فالإجابة الصحيحة هي B.

تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال مما يأتي. ثم **اكتب رمز الإجابة الصحيحة** على النموذج المخصص للإجابة.

1) حدد قيمة الصواب للعبارة الآتية. وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالًا مضادًا. D

ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

A خاطئة؛ $8 \times 4 = 32$

B خاطئة؛ $7 \times 6 = 42$

C خاطئة؛ $3 \times 10 = 30$

D صحيحة

2) أوجد الحد التالي في النمط أدناه. H

F

G

H

J

مثال إضافي

مدرسة عدد طلابها 367 طالبًا، يمتلك 185 طالبًا منهم جهاز حاسوب، ويمتلك 163 طالبًا منهم درّاجة، ويمتلك 97 منهم حاسوبًا ودراجة. ما عدد الذين لا يمتلكون حاسوبًا أو دراجة من بين طلاب المدرسة؟ B

A 8

B 116

C 270

D 348

3 التقويم

استعمل التمرينين 1 و 2 للتحقق من الطلاب.

تشخيص أخطاء الطلبة

ارصد أخطاء الطلبة في كل سؤال، فقد تشير هذه الإجابات إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية، مثل:

1) A $\sim p$ خاطئة.
B q خاطئة.
C صحيحة.
D $\sim p$ خاطئة.

2) F صحيحة.
G المجموع يساوي 180.
H هذه خاصية التعويض.
J هذه خاصية التعويض.

3) A إذا كانت الزاويتان حادتين، فإنهما غير متكاملتين.
B إذا كانت الزاويتان منفرجتين، فإنهما غير متكاملتين.
C قد تكون الزاويتان قائمتين ومتجاورتين على مستقيم.
D صحيحة.

4) F يمكن أن تؤجل المباراة لأسباب أخرى.
G صحيحة
H تناقض العبارة الثانية.
J يمكن أن تؤجل المباراة لأسباب أخرى.

5) A تعريف الزاويتين المتقابلتين بالرأس.
B تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم.
C تعريف الزاويتين المتقابلتين بالرأس.
D صحيحة.

6) F تتضمن هذه الإجابة تكرارًا.
G ليست الإجابة 6×2 أو 12 .
H صحيحة.
J ليست الإجابة 6^2 أو 36 .

أسئلة الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة على نموذج الإجابة.

1) أيُّ عبارات الوصل الآتية صحيحة اعتمادًا على p و q أدناه؟ C

p: يوجد أربعة حروف في كلمة ربيع.

q: يوجد حرفا علّة في كلمة ربيع.

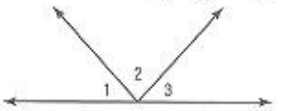
A $\sim p \wedge \sim q$

B $p \wedge q$

C $p \wedge \sim q$

D $\sim p \wedge q$

2) في الشكل الآتي $\angle 3 \cong \angle 1$. F



أي الاستنتاجات الآتية ليس مؤكدة صحته؟

F $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90°$

G $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$

H $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$

J $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

3) الزاويتان المتكاملتان تكونان متجاورتين على مستقيم دائمًا. C

أيّ مما يأتي يعدّ مثالًا مضادًا للعبارة السابقة؟

A زاويتان غير متجاورتين
B زاويتان منفرجتان غير متجاورتين
C زاويتان قائمتان غير متجاورتين
D زاويتان متكاملتان ومتجاورتان على مستقيم

إرشادات للاختبار

السؤال 3: المثال المضاد هو المثال الذي يُعطى لإثبات أن العبارة المعطاة ليست صحيحة دائمًا.

4) أيّ العبارات أدناه تعدّ نتيجة منطقية للعبارتين الآتيتين؟ G

إذا نزل المطر اليوم، فستؤجل المباراة.

سوف تُقام المباريات المؤجلة أيام الجمعة.

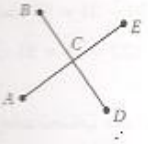
F إذا أُجّلت المباراة، فإنها تُؤجّل بسبب المطر.

G إذا نزل المطر اليوم، فستُقام المباراة يوم الجمعة.

H لا تقام بعض المباريات المؤجلة أيام الجمعة.

J إذا لم ينزل المطر اليوم، فلن تُقام المباراة يوم الجمعة.

5) في الشكل أدناه تتقاطع $\overline{BD}$ و $\overline{AE}$ في C. أي النتائج الآتية ليست صحيحة؟ D



A $\angle ACB \cong \angle ECD$

B $\angle ACB$ و $\angle ACD$ متجاورتان على مستقيم.

C $\angle BCE$ و $\angle ACD$ متقابلتان بالرأس.

D $\angle BCE$ و $\angle ECD$ متتامتان .

6) **أرجوحة:** في حديقة بيت صغير ست شجرات مزروعة على شكل سداسي منتظم. بكم طريقة يمكن تعليق الأرجوحة وتثبيتها على شجرتين من الشجرات الست؟ H

F 22 طريقة
G 12 طريقة
H 15 طريقة
J 36 طريقة

أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجابتك على نموذج الإجابة.

7) تقع النقاط A, B, C, D على استقامة واحدة، وتقع النقطة B بين A و C وتقع النقطة C بين B و D. أكمل العبارة الآتية:

$AB + __؟__ = AD$ **BD**

8) يحتوي المستقيم m النقاط D, E, F. إذا كان $DE = 12\text{ mm}$، و $EF = 15\text{ mm}$، والنقطة D بين E و F، فما طول $\overline{DF}$؟ **3mm**

9) استعمل البرهان الآتي للإجابة على السؤال أدناه.

المعطيات: $\angle A$ هي متممة $\angle B$، $m\angle B = 46°$

المطلوب: $m\angle A = 44°$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $\angle A$ هي متممة $\angle B$	1) معطيات
2) $m\angle A + m\angle B = 90°$	2) تعريف الزاويتين المتتامتين
3) $m\angle A + 46° = 90°$	3) خاصية التعويض للمساواة
4) $m\angle A + 46° - 46° = 90° - 46°$	4) __؟__
5) $m\angle A = 44°$	5) بالتعويض.

ما المبرر الذي يفسر الخطوة 4؟ **خاصية الطرح للمساواة**

10) اكتب المعاكس الإيجابي للعبارة الآتية:

إذا كان قياس الزاوية أكبر من $90°$، فإنها منفرجة.

إذا لم تكن الزاوية منفرجة فلن يكون قياسها أكبر من $90°$.

11) النقطة E منتصف $\overline{DF}$، إذا كانت $DE = 8x - 3$ ، $EF = 3x + 7$، فأوجد قيمة x؟ **2**

أسئلة ذات إجابات مطولة

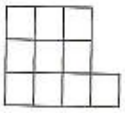
اكتب إجابتك على نموذج الإجابة مبيّنًا خطوات الحل.

12) إليك النمط الآتي:

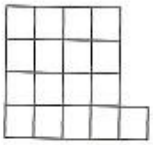
الشكل (1)

الشكل (2)

الشكل (3)



الشكل (4)



a) ضع تخمينًا لعدد المربعات في أي من أشكال النمط.

b) اكتب عبارة جبرية يمكن استعمالها لإيجاد عدد المربعات في الشكل رقم n من هذا النمط. $n^2 + 1$

c) ما عدد المربعات في الشكل السادس من هذا النمط؟ **37**

a) إجابة ممكنة: عدد مربعات كل شكل يساوي مربع رقم الشكل . زائد 1.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟												
إذا لم تستطع الإجابة عن ...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
فعد إلى الدرس ...	1-2	1-8	1-1	1-4	1-8	1-5	1-7	1-7	1-6	1-3	1-7	1-1

التقويم التكويني

يمكنك تحديد مدى تقدم الطلاب في الفصل 1 من خلال:

اختبار معياري: ص (79–78)

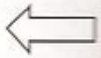
اختبار معياري، ص (26–24)

بديل الواجب المنزلي

التهيئة للفصل 2: حدِّد الأسئلة ص (81) واجبًا منزليًّا؛ لتقويم مهارات الطلاب في المتطلبات السابقة للفصل القادم.

الدرس 1-1، ص (15-14) :

24) يدور اتجاه السهم في النمط مع اتجاه حركة عقارب الساعة من الشكل إلى الشكل الذي يليه.

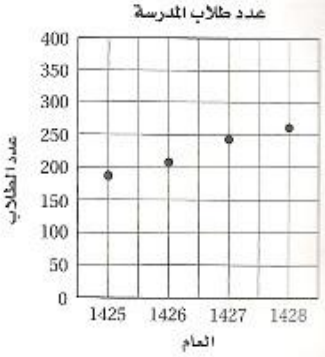


25) يتحرك الجزء المظلل في كل شكل إلى المنطقة التالية من الشكل بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

26) كل شكل في النمط مضلع منتظم، ويزداد عدد أضلاعه ضلعًا واحدًا عمّا قبله.

27) يتحرك المثلث المظلل السُفلي في الجهة العليا اليمنى من الشكل الأول باتجاه حركة عقارب الساعة، ويمر خلال كل مجموعة من المثلثات من شكل إلى الذي يليه.

35a)



35b) إجابة ممكنة: سوف يزداد عدد طلاب المدرسة في السنوات اللاحقة، ويظهر ذلك بوضوح من تزايد ارتفاع النقاط الذي يمثل عدد الطلاب في التمثيل البياني.

الدرس 2-1 (تحقق من فهمك)، ص (19, 17) :

1A) الشكل مثلث، وفيه ضلعان متطابقان. كل من P و q صحيح، إذن العبارة المركبة $p \wedge q$ صحيحة.

1B) الشكل ليس مثلثًا، وليست جميع زوايا الشكل حادة. ليس p عبارة خاطئة، وليس r عبارة صحيحة؛ إذن العبارة المركبة ليس p، وليس r عبارة خاطئة.

3)

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

الدرس 2-1، ص (22-21) :

11) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتوجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع المملكة الأردنية الهاشمية. r و p صحيحة؛ لأن P صحيحة، و r صحيحة.

12) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتقع مدينة جدة على الخليج العربي. $p \wedge q$ خاطئة؛ لأن p صحيحة، و q خاطئة.

13) المملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع المملكة الأردنية الهاشمية، أو المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر. $r \vee s \sim$ خاطئة؛ لأن $r \sim$ خاطئة، و s خاطئة.

14) المملكة العربية السعودية لها حدود مشتركة مع المملكة الأردنية الهاشمية، أو تقع مدينة جدة على الخليج العربي. $q \vee r$ صحيحة؛ لأن r صحيحة، و q خاطئة.

15) الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية، والمملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع المملكة الأردنية الهاشمية. $p \sim$ و $r \sim$ خاطئة؛ لأن $p \sim$ خاطئة، و $r \sim$ خاطئة.

16) المملكة العربية السعودية لا تقع غربي البحر الأحمر، أو الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية. $p \sim \vee s \sim$ صحيحة؛ لأن $s \sim$ صحيحة، و $p \sim$ خاطئة.

19)

p	r	$p \wedge r$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

20)

r	q	$r \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

21)

p	r	$p \vee r$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

22)

q	r	$q \vee r$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

23)

p	r	$\sim p$	$\sim p \wedge r$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

24)

q	r	$\sim q$	$\sim r$	$\sim q \vee \sim r$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

27) إذا كانت p, q, r جميعها صحيحة، فإن $p \wedge (q \wedge r)$ صحيحة.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	F	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

28) إذا كانت r، p صحيحتين، فإن $p \wedge (\sim q \vee r)$ صحيحة بغض النظر عن كون q صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim q$	r	$\sim q \vee r$	$p \wedge (\sim q \vee r)$
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	T	F

29) إذا كانت q و r صحيحتين، فإن $r \wedge (p \vee \sim q)$ صحيحة بغض النظر عن كون p صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	r	$(\sim p \vee q) \wedge r$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F

30) صحيحة

p	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$p \vee (\sim q \wedge \sim r)$
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	T	F	F	T
T	T	F	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F
F	T	F	F	T	F	F
F	F	T	F	T	T	T

31) خاطئة

p	$\sim p$	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$
T	F	T	F	T	F	F	F
T	F	F	T	T	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	T	T

32) إذا كانت q و p صحيحتين، فإن $(\sim p \vee q) \vee \sim r$ صحيحة بغض النظر عن كون r صحيحة أم خاطئة.

p	$\sim p$	q	r	$\sim r$	$(\sim p \vee q)$	$(\sim p \vee q) \vee \sim r$
T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T

الدرس 3-1 (تحقق من فهمك)، ص (24):

1A) الفَرض: للمضلع ستة أضلاع، النتيجة: المضلع سداسي.

1B) الفَرض: بيعت جميع نسخ الطبعة الأولى، النتيجة: ستُنجز طبعة ثانية من الكتاب.

الدرس 3-1، ص (29-31):

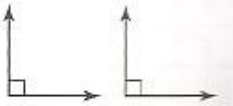
29) خاطئة؛ العدد 9 فردي، ولكنه لا يقبل القسمة على 5. الفَرض في العبارة الشرطية صحيح، لكن النتيجة خاطئة. وهذا المثال المضاد يُثبت أن هذه العبارة الشرطية خاطئة.

30) صحيحة، الفَرض خاطئ؛ لأن الأرنب ليس حيوانًا برمائيًّا، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفَرض خاطئًا تكون صحيحة دائمًا؛ إذن هذه العبارة الشرطية صحيحة.

31) صحيحة؛ الفَرض خاطئ؛ لأن جدة لا تقع في اليمن. والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئًا، تكون صحيحة دائمًا؛ لذا فهذه العبارة الشرطية صحيحة.

32) صحيحة؛ الفَرض خاطئ؛ لأن مزج اللونين الأحمر بالأزرق ينتج اللون البنفسجي. العبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئًا، تكون صحيحة دائمًا؛ لذا فالعبارة الشرطية صحيحة.

33) خاطئة؛



الزاويتان متطابقتان، إلا أنهما غير متقابلتين بالرأس. الفَرض في العبارة الشرطية صحيح، إلا أن النتيجة خاطئة، والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة الشرطية.

34) خاطئة؛ يمكن أن يكون الحيوان صقرًا. الفَرض في العبارة الشرطية صحيح، ولكن النتيجة خاطئة؛ لذا فالعبارة الشرطية خاطئة، والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة.

35) صحيحة؛ الفَرض خاطئ؛ لأن لون الموز لا يمكن أن يكون أزرق. العبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئًا تكون صحيحة دائمًا؛ لذا فالعبارة الشرطية صحيحة.

36) إذا ظهرت على جسم الحيوان خطوط، فإنه يكون حمارًا وحشيًّا.
خاطئة؛ ظباء الدكدك على أجسامها خطوط.

37) إذا كان الحيوان حمارًا وحشيًّا، فإنه تظهر على جسمه خطوط؛ صحيحة.

38) إذا لم تظهر على جسم الحيوان خطوط، فإنه ليس حمارًا وحشيًّا. صحيحة.

39) إذا لم يكن الحيوان حمارًا وحشيًّا، فلا تظهر على جسمه خطوط؛ خاطئة.

40) العكس: إذا كنت تعيش في السعودية، فإنك تعيش في الدمام؛ خاطئ؛ يمكن أن تكون في جدة.
المعكوس: إذا لم تكن تعيش في الدمام، فإنك لا تعيش في السعودية؛ خاطئ: يمكن أن تعيش في الرياض.
المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن تعيش في السعودية، فإنك لا تعيش في الدمام. صحيح.

41) العكس: إذا كان الطائر لا يستطيع الطيران، فإنه نعامة. خطأ، يمكن أن يكون الطائر بطريقًا. المعكوس: إذا لم يكن الطائر نعامة، فإنه يستطيع الطيران؛ خاطئ؛ يمكن أن يكون الطائر بطريقًا.
المعاكس الإيجابي: إذا استطاع الطائر الطيران، فإنه لا يكون نعامةً؛ صحيح.

42) العكس: إذا كان الشكل مستطيلًا فإنه مربع. خاطئة، فالمستطيل لا تكون جميع أضلاعه متطابقة.
المعكوس: إذا لم يكن الشكل مربعًا، فإنه لا يكون مستطيلًا؛ خاطئ: يمكن أن يكون الشكل مستطيلًا حتى لو لم يكن مربعًا.
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الشكل مستطيلًا، فلا يمكن أن يكون مربعًا؛ صحيح.

43) العكس: إذا كان للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإنها تكون متطابقة؛ صحيح. المعكوس: إذا لم تكن القطع المستقيمة متطابقة فإنه لا يكون لها الطول نفسه، صحيحة. المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإن هذه القطع لا تكون متطابقة؛ صحيح.

44) العكس: إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90 ، فإن المثلث قائم الزاوية؛ صحيح. المعكوس: إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية، فإنه لا يحوي زاوية قياسها 90؛ صحيح. المعاكس الإيجابي: إذا كان المثلث لا يحوي زاوية قياسها 90 ، فإنه لا يكون مثلثًا قائم الزاوية؛ صحيح.

(50)

p	q	العبارة الشرطية $p \rightarrow q$	العكس $q \rightarrow p$	المعكوس $\sim p \rightarrow \sim q$	المعاكس الإيجابي $\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T

54) إجابة ممكنة: بما أن العبارة الشرطية والمعاكس الإيجابي لها متكافئين منطقيًّا، فإن لهما قيمة الصواب نفسها.

العكس والمعكوس للعبارة الشرطية متكافئتان منطقيًّا، ولهما قيمة الصواب نفسها، ويكون للعبارة الشرطية ومعاكسها الإيجابي نفسها قيمة صواب العكس والمعكوس، أو يكون لهما عكس قيمة صواب العكس والمعكوس.

(57)

p	q	p و q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(58)

p	q	$\sim q$	p أو $\sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

(59)

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

(60)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

الدرس 5-1، ص (47-44) :

15) بما أن C نقطة منتصف كلٍ من $\overline{DB}, \overline{AE}$ فإن $AC = CE = \frac{1}{2}AE$ ، وأيضًا $DC = CB = \frac{1}{2}DB$ وذلك بتعريف نقطة المنتصف.

من المعطيات $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ ، ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة $AE = DB$، ومن خاصية الضرب للمساواة $\frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}AE$ وبالتعويض ينتج أن $AC = CB$.

25) غير صحيحة أبدًا؛ تنص المسلّمة 1.1 على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

26) صحيحة أحيانًا؛ لا يشترط أن تكون النقاط على استقامة واحدة حتى تقع في المستوى نفسه.

27) صحيحة دائمًا؛ تنص المسلّمة 1.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن جميع نقاط المستقيم المار بهما تقع في هذا المستوى.

28) صحيحة أحيانًا: يجب أن تكون النقاط ليست على استقامة واحدة.

29) **المعطيات:** Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$

Z نقطة منتصف $\overline{YW}$

المطلوب: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$

البرهان: تعلم أن Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$ و Z نقطة منتصف $\overline{YW}$ ، وبتعريف نقطة المنتصف $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZW}$ ، ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة $XY = YZ$ و $YZ = ZW$ ، باستعمال خاصية التعدي للمساواة $XY = ZW$ ؛ إذن $XY \cong ZW$ بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

30) **المعطيات:** L نقطة منتصف $\overline{JK}$

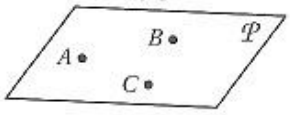
$\overline{JK}$ تتقاطع مع $\overline{MK}$ في K و $\overline{JL} \cong \overline{MK}$

المطلوب: $\overline{LK} \cong \overline{MK}$

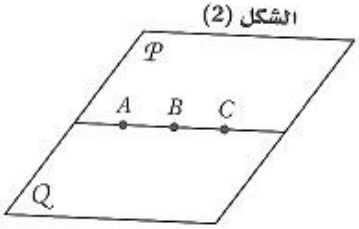
البرهان: نعلم أن L نقطة منتصف $\overline{JK}$ وأن $\overline{JL} \cong \overline{MK}$. من نظرية نقطة المنتصف ينتج أن $\overline{JL} \cong \overline{LK}$ وباستعمال خاصية التعدي للتطابق $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

42) صحيحة أحيانًا: إذا كانت النقاط لا تقع على استقامة واحدة فهناك مستوى واحد فقط يمر في هذه النقاط بحسب المسلّمة 1.2، والشكل (1) يوضح ذلك. أما إذا كانت النقاط تقع على استقامة واحدة، فإنه يوجد عدد لا نهائي من المستويات التي تمر بها. يوضح الشكل (2) مستويين يمران في ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة. ويمكن رسم مستويات أُخرى من الدوران حول هذه النقاط الثلاث.

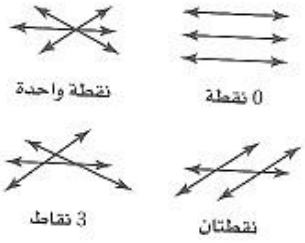
الشكل (1)



الشكل (2)



43) صحيحة أحيانًا: يمكن أن يكون لثلاثة مستقيمات تقع في المستوى نفسه عدد من نقاط التقاطع يساوي 0 أو 1 أو 2 أو 3. كما يظهر في الأشكال أدناه.



لاحظ أنه يكون لها نقطتا تقاطع فقط عندما يكون اثنان منها متوازيين.

اختبار منتصف الفصل، ص (48) :

3) إذا لم تكن A, B, C على استقامة واحدة، فلن يكون ذلك صحيحًا.

4) عندما $n = 1$، يكون التخمين خاطئًا؛ لأن $1^3 < 1$ خاطئة.

5) في الأسبوع الواحد 7 أيام، وصفر هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم؛ خاطئة؛ لأن صفر ليس الشهر الذي يأتي قبل محرم.

6) في الأسبوع الواحد 7 أيام، وفي اليوم الواحد 24 ساعة؛ صحيحة؛ لأن كلًّا من p و q صحيحة.

7) في الأسبوع الواحد 7 أيام، وصفر ليس هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم؛ صحيحة؛ لأن كلًّا من p و r - صحيحة.

9) الفَرض: المضلع له خمسة أضلاع. النتيجة: شكل خماسي.

10) الفَرض: $4x - 6 = 10$ النتيجة: $x = 4$.

11) الفَرض: قياس الزاوية أقل من $90°$.

النتيجة: الزاوية حادة.

12) صحيحة؛ $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$.

13) خاطئة؛ $\angle 1$، $\angle 3$ متطابقتان.

14) جميع المربعات مستطيلات.

15) المستقيمان المتعامدان يتقاطعان، في حين لا يتقاطع المستقيمان المتوازيان أبدًا.

16) صحيحة؛ أحرز فريق الفرسان أهدافًا أكثر في المباراة النهائية، فهو الفريق الفائز؛ إذن فريق الفرسان هو الذي فاز بالكأس.

18) صحيحة أحيانًا: تنص المسلّمة 1.4 على أن المستوى يحوي على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

19) صحيحة دائمًا؛ تنص المسلّمة 1.1 على أن كل نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

20) غير صحيحة أبدًا؛ تنص المسلّمة 1.3 على أن كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

الدرس 6-1 (تحقق من فهمك)، ص (50):

2B) العبارات (المبررات)

$d = t \cdot \frac{u+v}{2}$	(معطيات)
$\frac{d}{t} = \frac{u+v}{2}$	(خاصية القسمة للمساواة)
$2\left(\frac{d}{t}\right) = 2\frac{u+v}{2}$	(خاصية الضرب للمساواة)
$\frac{2d}{t} = u+v$	(بالتبسيط)
$\frac{2d}{t} - v = u$	(خاصية الطرح للمساواة)
$u = \frac{2d}{t} - v$	(خاصية التماثل للمساواة)

الدرس 6-1، ص (52-55):

8a) البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $T = 0.75(220 - a)$	(معطيات)
2) $\frac{T}{0.75} = 220 - a$	(خاصية القسمة للمساواة)
3) $\frac{T}{0.75} - 220 = -a$	(خاصية الطرح للمساواة)
4) $-\frac{T}{0.75} + 220 = a$	(خاصية الضرب للمساواة)
5) $a = -\frac{T}{0.75} + 220$	(خاصية التماثل للمساواة)
6) $a = 220 - \frac{T}{0.75}$	(خاصية الإبدال للجمع)

8b) عمره 16 سنة؛ إجابة ممكنة: بالتعويض

24) المعطيات: $\angle Y \cong \angle Z$

المطلوب: $x = 100$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle Y \cong \angle Z$ (معطيات)

2) $m\angle Y = m\angle Z$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $x + 10 = 2x - 90$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $10 = x - 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $x = 100$ (خاصية الجمع للمساواة)

6) $x = 100$ (خاصية التماثل للمساواة)

25) المعطيات: $\angle MPN \cong \angle QPN$

المطلوب: $x = 16$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle MPN \cong \angle QPN$	(معطيات)
2) $m\angle MPN = m\angle QPN$	(تعريف تطابق الزوايا)
3) $x + 26 = 2x + 10$	(خاصية التعويض للمساواة)
4) $x = 16$	(خاصية الطرح للمساواة)
5) $x = 16$	(خاصية التماثل للمساواة)

26a) المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

المطلوب: $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $V = \frac{P}{I}$	(معطيات)
2) $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{I}\frac{1}{2}$	(خاصية الضرب للمساواة)
3) $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$	(بالتبسيط)

26b **المعطيات:** $V=\frac{P}{I}$

المطلوب: $2V=\frac{2P}{I}$

البرهان:

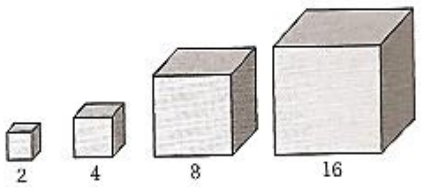
العبارات (المبررات)

1) $V=\frac{P}{I}$ (معطيات)

2) $V=2\cdot\frac{P}{I}$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $2V=\frac{2P}{I}$ (بالتبسيط)

27a



27c إجابة ممكنة: إذا تضاعف طول ضلع المكعب، فإن حجمه يصبح 8 أمثال الحجم الأصلي.

27e **المعطيات:** مكعب طول ضلعه s وحدة، وحجمه V وحدة مكعبة.

المطلوب: $8V=(2s)^3$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) طول ضلع المكعب s وحدة (معطيات)

2) حجم المكعب V وحدة مكعبة (معطيات)

3) $V=s^3$ (صيغة حجم المكعب)

4) $V=s\cdot s\cdot s$ (تعريف الأس)

5) $V=2\cdot s\cdot 2\cdot s\cdot 2\cdot s\cdot 2\cdot 2\cdot 2$ (خاصية الضرب للمساواة)

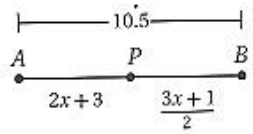
6) $8V=(2s)(2s)(2s)$ (بالتبسيط)

7) $8V=(2s)3$ (تعريف الأس)

28 **المعطيات:** $AP=2x+3$

$PB=\frac{3x+1}{2}$

$AB=10.5$



المطلوب: $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{3}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $AP=2x+3, PB=\frac{3x+1}{2}, AB=10.5$ (معطيات)

2) $2x+3+\frac{3x+1}{2}=10.5$ (خاصية التعويض للمساواة)

3) $2\cdot\left(2x+3+\frac{3x+1}{2}\right)=2\cdot 10.5$ (خاصية الضرب للمساواة)

4) $2\cdot\left(2x+3+\frac{3x+1}{2}\right)=21$ (بالتبسيط)

5) $2\cdot 2x+2\cdot 3+2\cdot\frac{3x+1}{2}=21$ (خاصية التوزيع)

6) $4x+6+3x+1=21$ (بالتبسيط)

7) $7x+7=21$ (بالتبسيط)

8) $7x+7-7=21-7$ (خاصية الطرح للمساواة)

9) $7x=14$ (بالتبسيط)

10) $x=2$ (خاصية القسمة للمساواة)

11) $AP=2(2)+3$ (خاصية التعويض للمساواة)

12) $AP=4+3$ (بالتبسيط)

13) $AP=7$ (بالتبسيط)

14) $\frac{AP}{AB}=\frac{7}{10.5}$ (خاصية التعويض للمساواة)

15) $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{3}$ (بالتبسيط)

29 صحيحة دائمًا؛ إجابة ممكنة: إذا كان $a+b=0$، فإن $a+b-b=0-b$ (خاصية الطرح للمساواة)

إذن $a=-b$ (بالتعويض)، ولذا تكون هذه العبارة صحيحة دائمًا.

30 صحيحة أحيانًا؛ إجابة ممكنة: إذا كان a2 = 1، وكان $a=1$، فإن $\sqrt{b}=\sqrt{1}=1$، وعندما $a=-1$، و $b=1$، فإن $\sqrt{b}=1$ لأن الجذر التربيعي غير سالب عندئذ تكون العبارة غير صحيحة. ولذلك فالعبارة صحيحة أحيانًا.

32 إجابة ممكنة: البرهان الحر هو نوع من البراهين الذي تكتب فيه الخطوات جُملًا كاملة على شكل فقرة. وهذا النوع من البرهان يُماثل في محتواه البرهان ذا العمودين، لكنه يختلف عنه شكلًا، ففي البرهان ذي العمودين تُكتب العبارات في عمود، وتكتب المبررات في عمود آخر بجانب العمود الأول.

الدرس 7-1 ، (تحقق من فهمك)، ص (58) :

2) المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}, \overline{MN} \cong \overline{PQ}, \overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

البرهان: إذا كان $\overline{KL} = \overline{MN}, \overline{MN} = \overline{PQ}$ فإن $\overline{KL} = \overline{PQ}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

إذا كان $\overline{PQ} = \overline{RS}$ فإن $\overline{KL} = \overline{RS}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

$\overline{RS} = \overline{KL}$ باستعمال خاصية التماثل للتطابق.

$RS = KL$ باستعمال تعريف تطابق القطع المستقيمة.

ومن ذلك يكون طول القطعة الخشبية الأولى مساويًا لطول القطعة الخشبية الرابعة.

الدرس 7-1، ص (60-61) :

5) **المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$

المطلوب: $2AB = EF$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $AB \cong CD, AB + CD = EF$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $AB + AB = EF$ (بالتعويض)

4) $2AB = EF$ (بالتعويض)

6) **المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $CD = AB$ (خاصية التماثل للمساواة)

4) $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

7) **المعطيات:** $\overline{AB}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB}$ (معطيات)

2) $AB = AB$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

3) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

8) **المعطيات:** $\overline{VZ} \cong \overline{VY}, \overline{WY} \cong \overline{XZ}$.

المطلوب: $\overline{VW} \cong \overline{VX}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{VZ}\ \overline{VY}, \overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (معطيات)

2) $VZ = VY, WY = XZ$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $VZ = VX + XZ, VY = VW + WY$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

4) $VX + XZ = VW + WY$ (بالتعويض)

5) $VX + WY = VW + WY$ (بالتعويض)

6) $VX = VW$ (خاصية الطرح للمساواة)

7) $VW = VX$ (خاصية التماثل للمساواة)

8) $\overline{VW} \cong \overline{VX}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

9) **المعطيات:** E نقطة منتصف $\overline{DF}, \overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المطلوب: $\overline{CE} \cong \overline{EG}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) E نقطة منتصف $\overline{DF}$، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$. (معطيات)

2) $DE = EF$ (تعريف نقطة المنتصف)

3) $CD = FG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

4) $CD + DE = EF + FG$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $CE = CD + DE, EG = EF + FG$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

6) $CE = EG$ (بالتعويض)

7) $\overline{CE} \cong \overline{EG}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

10a) المعطيات:

$\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{FE} \cong \overline{LK}, AC + CF + FE = GI + IL + LK$

المطلوب: $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{FE} \cong \overline{LK}, AC + CF + FE = GI + IL + LK$ (معطيات)

2) $FE = LK, AC = GI$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $AC + CF + FE = AC + IL + LK$ (بالتعويض)

4) $AC - AC + CF + FE = AC - AC + IL + LK$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $CF + FE = IL + LK$ (بالتبسيط)

6) $CF + FE = IL + FE$ (بالتعويض)

7) $CF + FE - FE = IL + FE - FE$ (خاصية الطرح للمساواة)

8) $CF = IL$ (بالتبسيط)

9) $\overline{CF} \cong \overline{IL}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

10b) إجابة ممكنة: لقد قستَ $\overline{CF}$ و $\overline{IL}$، وهما متساويتا الطول، إذن هما متطابقتان.

11a)

11b) $8PC = PQ$

11c)

يمكنك قياس طول $\overline{PC}$ ووضع علامات على $\overline{PQ}$ لقطع طول كل منها يساوي طول $\overline{PC}$، ثم عد القطع الناتجة.

11d) المعطيات: A نقطة منتصف $\overline{PQ}$، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

المطلوب: $8PC = PQ$

العبارات (المبررات)

1) A نقطة منتصف $\overline{PQ}$، و B نقطة منتصف $\overline{PA}$، و C نقطة منتصف $\overline{PB}$.

2) $PA = AQ, PB = BA, PC = CB$ (تعريف نقطة المنتصف)

3) $PC + CB = PB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

4) $PC + PC = PB$ (بالتعويض)

5) $2PC = PB$ (بالتبسيط)

6) $PB + BA = PA$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

7) $PB + PB = PA$ (بالتعويض)

8) $2PB = PA$ (بالتبسيط)

9) $2(2PC) = PA$ (بالتعويض)

10) $4PC = PA$ (بالتعويض)

11) $PA + AQ = PQ$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

12) $PA + PA = PQ$ (بالتعويض)

13) $2PA = PQ$ (بالتبسيط)

14) $2(4PC) = PQ$ (بالتعويض)

15) $8PC = PQ$ (بالتبسيط)

13) المعطيات: $ABCD$ مربع.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

العبارات (المبررات)

1) $ABCD$ مربع. (معطيات)

2) $AB = BC = CD = DA$ (تعريف المربع)

3) $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$، $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$ (نظ فيثاغورس)

4) $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ (بالتعويض)

5) $(AC)^2 = (BD)^2$ (خاصية التعدي للمساواة)

6) $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

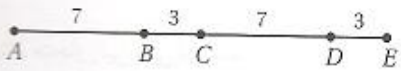
7) $AC = \sqrt{(BD)^2}$

(بالتعريف يجب أن يكون الطول موجبًا.)

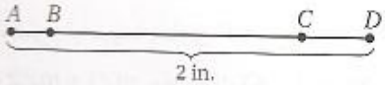
8) $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)

9) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

15) خطأ؛ إجابة ممكنة: إذا كان $AC = BD = CE = 10$، فإن $AB = 7$، $BC = 3$، $CD = 7$، $DE = 3$.



16)



الدرس 8-1 ، (تحقق من فهمك)، ص (62) :

1) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3$ (مسلمة جمع الزوايا)

$23^\circ + 90^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ $(m\angle 2 = 90^\circ)$

$113^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ (بالتبسيط)

$113^\circ + m\angle 3 - 113^\circ = 131^\circ - 113^\circ$ (خاصية الطرح للمساواة)

$m\angle 3 = 18^\circ$ (بالتبسيط)

الدرس 8-1، ص (68-69) :

12) **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

2) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

3) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle CBD$ (مسلّمة جمع الزوايا)

4) $m\angle ABD + m\angle CBD = 90$ (بالتعويض)

5) $\angle ABD$ و $\angle CBD$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

13) **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1) $\angle 6 \cong \angle 5$ (معطيات)

2) $m\angle 6 = m\angle 5$ (تعريف تطابق الزوايا)

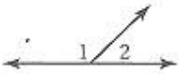
3) $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

4) $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

5) $m\angle 4 + m\angle 6 = 180$ (بالتعويض)

6) $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

14) **المعطيات:** $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتين على مستقيم

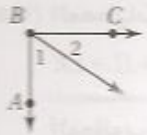


المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

برهان حر:

عندما تكون الزاويتان متجاورتين على مستقيم، فإن الزاوية الناتجة عنهما هي زاوية مستقيمة قياسها 180°. وبالتعريف تكون الزاويتان متكاملتين، إذا كان مجموع قياسيهما يساوي 180°. وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$. ومن ذلك تكون الزاويتان متكاملتين، إذا كانتا متجاورتين على مستقيم.

15) **المعطيات:** $\angle ABC$ قائمة.



المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان.

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

2) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

3) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (مسلّمة جمع الزوايا)

4) $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

5) $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

16) **المعطيات:** $\angle A$

المطلوب: $\angle A \cong \angle A$

البرهان:

العبارات (المبررات)

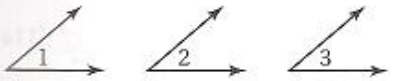
1) $\angle A$ (معطاة)

2) $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

3) $\angle A \cong \angle A$ (تعريف تطابق الزوايا)

17) **المعطيات:** $\angle 2 \cong \angle 1$، $\angle 3 \cong \angle 2$

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 1$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle 3 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 1$ (معطيات)

2) $m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle 1 = m\angle 3$ (خاصية التعدي للمساواة)

4) $\angle 3 \cong \angle 1$ (تعريف تطابق الزوايا)

18) **المعطيات:**

$\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360^\circ$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين (معطيات)

2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180, m\angle 3 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

3) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180 + m\angle 3$ (خاصية الجمع للمساواة)

4) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + 180$ (بالتعويض)

6) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360$ (بالتبسيط)

19) **المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle 1 \cong \angle 4$ (معطيات)

2) $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

3) $\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

4) $\angle 2 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

21) **المعطيات:** $\ell \perp m$

المطلوب: $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم.

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\ell \perp m$ (معطيات)

2) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

3) $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

4) $\angle 4 \cong \angle 1$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

5) $m\angle 1 = m\angle 4$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

6) $m\angle 4 = 90^\circ$ (بالتعويض)

7) $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم

$\angle 3$ و $\angle 4$ متجاورتان على مستقيم (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

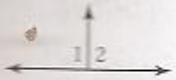
8) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ, m\angle 4 + m\angle 3 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

9) $m\angle 2 = 180, 90 + m\angle 3 = 180 + 90$ (بالتعويض)

10) $m\angle 2 = 90, m\angle 3 = 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

11) $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم (تعريف الزاوية القائمة)

22) **المعطيات:** $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان



المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 1$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان (معطيات)

2) $m\angle 1 = 90, m\angle 2 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

3) $m\angle 1 = m\angle 2$ (بالتعويض)

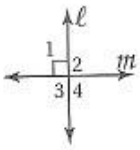
4) $\angle 2 \cong \angle 1$ (تعريف تطابق الزوايا)

25) **المعطيات:** $\ell \perp m$

المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 1$

البرهان:

العبارات (المبررات)

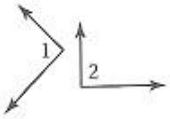


1) $\ell \perp m$ (معطيات)

2) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان (يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان 4 زوايا قائمة)

3) $\angle 2 \cong \angle 1$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)

24) **المعطيات:** $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان، $\angle 2 \cong \angle 1$



المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان.

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان، $\angle 2 \cong \angle 1$ (معطيات)

2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (تعريف الزوايا المتكاملة)

3) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

4) $m\angle 1 + m\angle 1 = 180$ (بالتعويض)

5) $2(m\angle 1) = 180$ (بالتعويض)

6) $m\angle 1 = 90$ (خاصية القسمة)

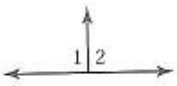
7) $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

8) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان (تعريف الزاوية القائمة)

25) **المعطيات:** $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم، $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان

البرهان:



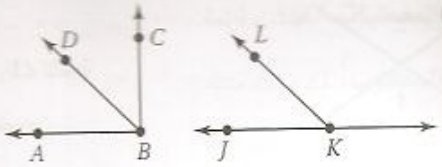
العبارات (المبررات)

1) $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم، $\angle 2 \cong \angle 1$ (معطيات)

2) $\angle 1$ و$\angle 2$ زاويتان متكاملتان (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

3) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان (إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان)

27a)



27b) إجابة ممكنة: $\angle DBC$ و $\angle JKL$ متتامتان.

27c) **المعطيات:** $\angle ABD$ و $\angle DBC$ متتامتان.

$\angle ABD \cong \angle JKL$

المطلوب: $\angle DBC$ و $\angle JKL$ متتامتان.

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle ABD$ و $\angle DBC$ متتامتان، $\angle ABD \cong \angle JKL$. (معطيات)

2) $m\angle DBC + m\angle ABD = 90$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

3) $m\angle ABD = m\angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

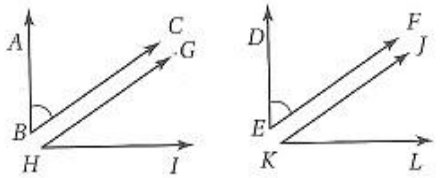
4) $m\angle DBC + m\angle JKL = 90$ (بالتعويض)

5) $\angle DBC$ و $\angle JKL$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

28) وردت العبارة: "أو لزاويتين متطابقتين" في نصي النظريتين، وهذا يعني أن علينا إثبات النظريتين في هذه الحالة أيضًا.

المعطيات: $\angle DEF \cong \angle ABC$، $\angle GHI$ متممة $\angle ABC$، $\angle JKL$ متممة $\angle DEF$.

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle DEF \cong \angle ABC$، $\angle GHI$ متممة $\angle ABC$، $\angle JKL$ متممة $\angle DEF$ (معطيات)

2) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle ABC + m\angle GHI = 90^\circ$، $m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

4) $m\angle ABC + m\angle JKL = 90$ (بالتعويض)

5) $m\angle ABC + m\angle JKL = 90$ (خاصية التماثل للمساواة)

6) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

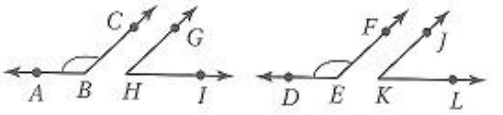
7) $m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية الطرح للمساواة)

8) $m\angle GHI = m\angle JKL$ (بالتبسيط)

9) $\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$، $\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$، $\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$.

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle ABC \cong \angle DEF$، $\angle GHI$ مكمّلة $\angle ABC$، $\angle JKL$ مكمّلة $\angle DEF$ (معطيات)

2) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle ABC + m\angle GHI = 180, m\angle DEF + m\angle JKL = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

4) $m\angle ABC + m\angle JKL = 180$ (بالتعويض)

5) $m\angle ABC + m\angle JKL = 180$ (خاصية التماثل للمساواة)

6) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

7) $m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC - m\angle ABC +$ $m\angle JKL$ (خاصية الطرح للمساواة)

8) $m\angle GHI = m\angle JKL$ (بالتعويض)

9) $\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا) ملاحظات

الفصل 2

مخطط الفصل

التقويم التشخيصي
التهيئة، ص (81)

	الدرس 1-2 حصتان	استكشاف 2-2 حصة واحدة	الدرس 2-2 حصتان	الدرس 3-2 حصتان
العنوان	المستقيمان المتوازيان والقاطع	معمل برمجيات الهندسة: الزوايا والمستقيمات المتوازية	الزوايا والمستقيمات المتوازية	ميل المستقيم
الأهداف	• تعرّف العلاقات بين مستقيمين أو مستويين. • تسمية أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين وقاطع.	• استعمال الحاسبة البيانية TI-nspire؛ لاستكشاف قياسات الزوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين وقاطع لهما.	• استعمال نظريات المستقيمين المتوازيين؛ لتعيين الزوايا المتطابقة. • استعمال الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.	• إيجاد ميل المستقيم. • استعمال الميل لتحديد المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.
المفردات	المستقيمان المتوازيان المستقيمان المتخالفان المستويان المتوازيان القاطع الزوايا الداخلية الزوايا الخارجية الزاويتان المتحالفتان الزاويتان المتبادلتان داخليًا الزاويتان المتبادلتان خارجيًا الزاويتان المتناظرتان			الميل معدل التغير
التمثيلات المتعددة			ص (93)	
مصادر الدرس	**مصادر المعلم للأنشطة الصفية** • تدريبات إعادة التعليم، ص (6) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (8) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (9) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (10) دون ضمن **كتاب التمارين** • ص (12) دون ضمن فوق	**المواد اللازمة** • الحاسبة البيانية TI-nspire	**مصادر المعلم للأنشطة الصفية** • تدريبات إعادة التعليم، ص (11) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (13) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (14) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (15) دون ضمن **كتاب التمارين** • ص (13) دون ضمن فوق	**مصادر المعلم للأنشطة الصفية** • تدريبات إعادة التعليم، ص (16) دون ضمن • تدريبات المهارات، ص (18) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (19) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (20) دون ضمن **كتاب التمارين** • ص (14) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	السبورة التفاعلية، ص(83)		نظام إجابات الطلاب، ص (90)	مدونة، ص (97)
تنويع التعليم	ص (84، 87)		ص (90، 94)	ص (96، 102)

التقويم التكويني
اختبار منتصف الفصل ص (103)

المفاتيح: دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط

لؤلؤة بن الله