

## 1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين

خمن الحد التالي في كل من المتتابعات الآتية:

(1) بما أن النمط هو زيادة دائرة في كلا الطرفين



إذاً الحد التالي هو

(2) الحد التالي هو 25

(3) بما أن النمط هو القسمة على 2

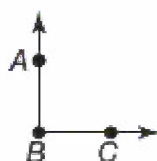
إذاً الحد التالي هو  $\frac{1}{16}$

(4) بما أن النمط هو القسمة على 2

إذاً الحد التالي هو 0.375

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي

(5) بما أن الزاوية قائمة يكون قياسها  $90^\circ$  أي  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$



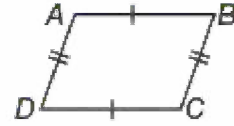
(6)



7) تشكل هذه النقاط رؤوس مربع أو معين.



$$\overline{BC} = \overline{AD} , \overline{AB} = \overline{CD} \quad (8)$$



حدد ما إذا كان أي من التخمينات الآتية صحيحة أو خاطئة، فإذا كان التخمين خاطئاً فأعط مثلاً مضاداً:

9) بما أن  $ST = TU$ ، إذاً T تقع في المنتصف

إذاً التخمين صحيح

10) يمكن أن يكون مجموع الزاويتين المتجاورتين أكبر أو أقل من  $180^\circ$  فلا يكونوا على خط مستقيم

إذاً التخمين خاطئ

11) بما أن  $\overline{JK}, \overline{GH}$  يصنعان زاوية قائمة، إذا كلاهما عمودي على الآخر

إذاً التخمين صحيح

12) مرض الحساسية:

سبب حساسيته رحيق الأزهار في الربيع

السبب المضاد يمكن أن يكون هناك سبب آخر لحساسيته.

## 1-2 المنطق

استعمل العبارات  $p, q, r$  لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها:

(1) في الدقيقة الواحدة 60 ثانية، والزائتان المتكافئتان المتطابقتان قياس كل منهما 90 صحيحة.

(2) الزائتان المتكافئتان المتطابقتان قياس كل منهما 90 أو  $-1 < 11 + 12$  - صحيحة.

(3) 1 دقيقة  $\neq 60$  ثانية أو الزائتين المتكافئتين المتطابقتين قياس كل منها 90 صحيحة.

(4) 1 دقيقة  $\neq 60$  ثانية و  $-1 \geq 11 + 12$  - خاطئة.

أكمل جدولي الصواب الآتيين:

(5)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$p \wedge (\neg p \vee \neg q)$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F

(6)

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$q \wedge (\neg p \vee q)$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	F

أنشئ جدول صواب لكل من العبارتين المركبتين الآتيتين:

(7)

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$q \vee (p \wedge \neg q)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	T
F	T	F	F	T
F	F	T	F	F

(8)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$\neg q \wedge (\neg p \vee q)$
T	T	F	F	T	F
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	T

يبين شكل فن المجاور عدد الموظفين الذين يعملون في أجازة نهاية الأسبوع أو بعد

نهاية الدوام الرسمي.

(9) ما عدد الموظفين الذين يعملون بعد الدوام وفي نهاية الأسبوع؟

بما أن الجزء المشترك بين الدائرتين في الرسم هو 3

عدد الموظفين  $= 3 + 5 = 8$  موظفين

(10) ما عدد الموظفين الذين يعملون بعد الدوام أو في نهاية الأسبوع؟

من الرسم جميع الموظفين تعمل بعد الدوام أو في نهاية الأسبوع

إذاً عدد الموظفين  $= 3 + 5 + 17 = 25$  موظف

### 3-1 العبارات الشرطية

حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين:

1) إذا كان  $3x + 4 = -5$  فإن  $x = -3$

الفرض:  $3x + 4 = -5$

النتيجة:  $x = -3$

2) إذا التحقت بنادي العلوم فسوف تشارك في مسابقات عالمية

الفرض: التحقت بنادي العلوم

النتيجة: سوف اشترك في مسابقات عالمية

اكتب كلا من العبارتين الآتيتين على صورة (إذا كان .... فإن....):

3) لا يلدغ المؤمن من جحر مرتين

إذا كان الشخص مؤمناً، فانه لن يلدغ من جحر مرتين.

4) الزاويتان المتجاورتان لهما رأس وضلع مشترك

إذا كانت الزاويتان متجاورتين، فان لهما رأس وضلعاً مشتركين.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي إذا كانت العبارة صحيحة ففسر

تبريرك:

5) إذا كان  $a, b$  عددين سالبين فإن  $a + b$  يكون عدداً سالباً

العبارة صحيحة

عندما يكون الفرض صحيحاً والنتيجة صحيحة أيضاً، تكون العبارة الشرطية صحيحة أيضاً. حيث أن مجموع عددين سالبين دائماً عدد سالب

(6) إذا كانت قياسات زوايا مثلثين متساوية فإن المثلثين متطابقان

العبارة خاطئة،

يمكن أن تكون قياسات زوايا مثلثين 90 , 60 , 30 ولكن أطوال أضلاع احدهما 3,4,5 وأطوال أضلاع الآخر 6,8,10 أي أن الفرض صحيح لكن النتيجة خاطئة ويبين هذا المثال أن العبارة الشرطية خاطئة.

(7) إذا كانت الفراشة أثقل من الفيل، فإن هذا الشهر هو شهر صفر

العبارة صحيحة،

الفرض خاطئ، لان الفراشة ليست أثقل وزناً من الفيل وبما أن الفرض خاطئ فإن العبارة الشرطية صحيحة دائماً.

هندسة معمارية: استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين 8 , 9:

" يرتدي المهندس المعماري قبعة واقية"

(8) اكتب العبارة الشرطية على الصورة (إذا كان ....، فإن ....)

إذا كان الشخص مهندساً معمارياً فإنه يرتدي قبعة واقية.

(9) اكتب عكس العبارة الشرطية

إذا ارتدى الشخص قبعة واقية فإنه مهندس معماري.

## 1-4 التبرير الاستنتاجي

حدد إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادا على المعطيات، فسر تبريرك:

(1) صحيحة  $R$  نقطة منتصف  $\overline{QS}$ ، فإن الفرض صحيح، فإن النتيجة صحيحة وتكون  $\overline{QR}$ ,  $\overline{RS}$  متطابقتين.

(2) غير صحيحة، فنتيجة العبارة الشرطية صحيحة لكن هذا لا يعني أن الفرض صحيح فقد تكون  $\overline{AB}$  عمودية على  $\overline{BC}$

حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم الاستقرائي في كل مما يأتي:

(3) تبرير استقرائي

(4) تبرير استنتاجي

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

(5) مربع العدد الذي أفكر فيه يقبل القسمة على 4 (قانون الفصل المنطقي)

(6) أحياء:

إذا كان الفيروس من الطفيليات، إذن فانه يؤدي عائله. (قانون القياس المنطقي)

## 1-5 المسلمات والبراهين

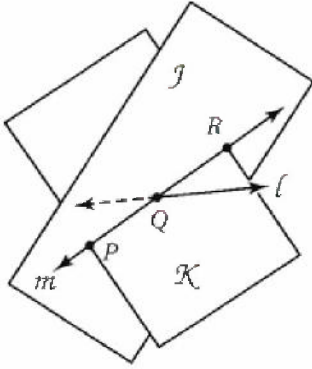
اشرح كيف يوضح لشكل كل من العبارتين الآتيتين، ثم اذكر السلعة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة:

(1) يتقاطع المستويان في المستقيم  $m$ ، المسلمة:

إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

(2) تقع النقطة  $Q$  على كل من المستقيمين  $f$ ,  $m$

المسلمة: إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.



حدد ما إذا كانت كل من العبارتين الآتيتين صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً، فسر تبريرك:

(3) صحيحة دائماً، تقاطع مستويين هو مستقيم والمستقيم يحوى نقطتين على الأقل.

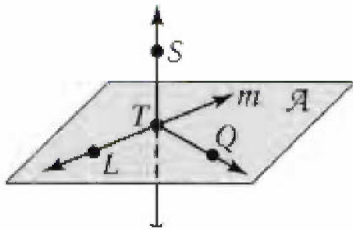
(4) صحيحة أحياناً، تقاطع المستويات الثلاثة في نقطة واحدة فقط.

في الشكل المجاور:

(5) المسلمة 1.5: إذا وقعت نقطتان في مستوى،

فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كلياً

في ذلك المستوي.



(6) المسلمة 1.6: إذا تقاطع مستقيمان

فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.



(7)

المعطيات: E هي نقطة المنتصف لكل من  $\overline{AB}$  ،  $\overline{CD}$  ،  $AB=CD$

المطلوب:  $\overline{AE} \cong \overline{ED}$

البرهان:

بما أن E نقطة منتصف كل من  $\overline{CD}$ ،  $\overline{AB}$

فان من نظرية نقطة المنتصف  $\overline{AE} \cong \overline{EB}$  ،  $\overline{CE} \cong \overline{ED}$

من تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$AE = EB = \frac{1}{2} AB \quad , \quad CE = ED = \frac{1}{2} CD$$

ولكن  $AB=CD$

$$\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD \text{ لذا فان}$$

$$AE = ED$$

من تعريف تطابق القطع المستقيمة نحصل على

$$\overline{AE} \cong \overline{ED}$$

(8) منطق:

المستوي الذي يحوى النقاط A,B,C والمستوي الذي يحوى النقاط B,C,D

## 1-6 البرهان الجبري

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة التخمين الآتي:

(1) المعطيات:  $m\angle ABC + m\angle CBD = 90^\circ$

$$m\angle ABC = (3x - 5)$$

$$m\angle CBD = \left(\frac{x+1}{2}\right)$$

المطلوب:  $x = 27$

البرهان:

المبررات	العبارات
معطيات	$m\angle ABC + m\angle CBD = 90^\circ$ $m\angle ABC = (3x - 5)$ $m\angle CBD = \left(\frac{x+1}{2}\right)$
خاصية التعويض	$(3x - 5) + \left(\frac{x+1}{2}\right) = 90^\circ$
خاصية الضرب	$2(3x - 5) + 2\left(\frac{x+1}{2}\right) = 2(90^\circ)$
بالتبسيط	$6x - 10 + x + 1 = 180^\circ$
بالتبسيط	$7x - 9 = 180^\circ$
خاصية الجمع	$7x - 9 + 9 = 180^\circ + 9$
خاصية التعويض	$7x = 189$
خاصية القسمة	$\frac{7x}{7} = \frac{189}{7}$
بالتبسيط	$x = 27$

## (2) هندسة:

المعطيات:  $v = lwh$

المطلوب:  $w = \frac{v}{lh}$

البرهان:

المبررات	العبارات
معطيات	$V = lwh$
خاصية القسمة	$\frac{v}{lh} = \frac{lwh}{lh}$
خاصية التعويض	$\frac{v}{lh} = w$
خاصية التماثل	$w = \frac{v}{lh}$

## 1-7 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

(1)

المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ $\overline{AC}$ منتصف B $\overline{DF}$ منتصف E
تعريف تماثل القطع المستقيمة	$AB = DE$
تعريف نقطة المنتصف	$AB = BC$ $DE = EF$
خاصية التعويض	$BC = DE$
خاصية التعدي	$BC = EF$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

(2) طرق:

المعطيات:  $\overline{DW} \cong \overline{YA}$

المطلوب:  $\overline{DA} \cong \overline{YW}$

البرهان:

المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{DW} = \overline{AY}$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$DW = AY$
خاصية الجمع	$DW + WA = WA + AY$
مسلمة جمع القطع	$AY = WA + AW, AD = AW + WD$
خاصية التعويض	$AD = YW$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{YW} \cong \overline{AD}$

## 1-8 إثبات علاقات بين الزوايا

اوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر إجابتك:

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ \text{ (1)}$$

نظرية الزاويتين المتكاملتين

$$(x + 10)^\circ + (3x + 18)^\circ = 180^\circ$$

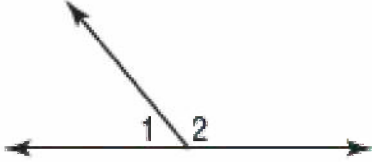
$$4x + 28 = 180$$

$$4x = 152$$

$$x = 38$$

$$m\angle 1 = (38 + 10) = 48^\circ$$

$$m\angle 2 = (3 \times 38 + 18) = 132^\circ$$



$$m\angle 3 = 90^\circ \text{ (2)}$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين

بالرأس.

$$m\angle 4 + m\angle 5 = 90^\circ$$

نظرية الزاويتين المتتامتين

$$(2x - 5) + (4x - 13) = 90$$

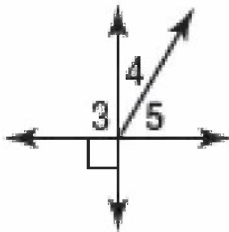
$$6x - 18 = 90$$

$$6x = 108$$

$$x = 18$$

$$m\angle 4 = (2 \times 18) - 5 = 31^\circ$$

$$m\angle 5 = (4 \times 18) - 13 = 59^\circ$$



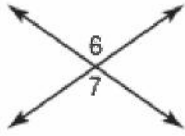
$$m\angle 6 = m\angle 7 \text{ (3)}$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

$$7x - 24 = 5x + 14$$

$$2x = 38$$

$$x = 19$$



$$m\angle 6 = (7 \times 19) - 24 = 109^\circ$$

$$m\angle 7 = (5 \times 19) + 14 = 109^\circ$$

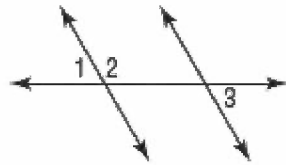
(4)

معطيات:  $\angle 1, \angle 2$  متجاورتان على مستقيم

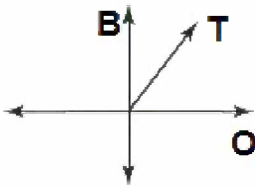
$\angle 2, \angle 3$  متكاملتان

المطلوب:  $\angle 1 \cong \angle 3$

البرهان:



المبررات	العبارات
معطيات	$\angle 1, \angle 2$ متجاورتان على مستقيم $\angle 2, \angle 3$ متكاملتان
تعريف الزاويتين المتكاملتين	$\angle 1, \angle 2$ متكاملتان
نظرية تطابق المكملات	$\angle 1 \cong \angle 3$



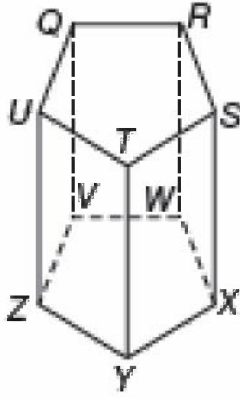
(5) يشكل الطريقان B, O زاوية قائمة (معطيات)

يشكل الطريق T زاوية مع الطريق O قياسها 57 (معطيات)

قياس الزاوية التي يشكلها الطريق T مع الطريق b  $33^\circ = 90 - 57 = b$

## 2-1 المستقيمان المتوازيان والقاطع

حدد كلا مما يأتي مستعملا الشكل المجاور:



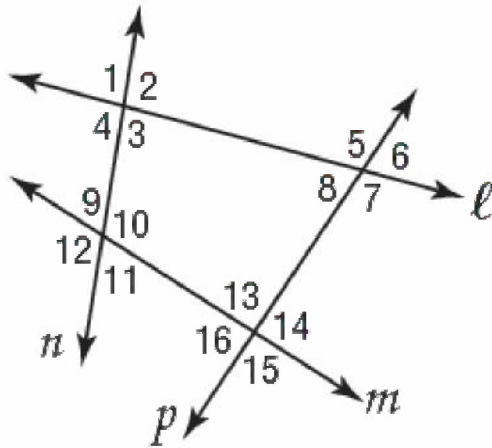
(1) المستويات التي تتقاطع مع المستوى STX  
TUY, RSW, STU, VWX, QUV, QVW

(2) القطع المستقيمة التي تتقاطع مع  $\overline{QU}$   
 $\overline{QR}, \overline{QV}, \overline{TU}, \overline{UZ}$

(3) القطع المستقيمة التي توازي  $\overline{XY}$   
 $\overline{ST}$

(4) القطع المستقيمة التي تخالف  $\overline{VW}$   
 $\overline{QU}, \overline{RS}, \overline{ST}, \overline{SX}, \overline{TU}, \overline{TY}, \overline{UZ}$

مستعملا الشكل المجاور صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخليا أو متبادلتين خارجيا أو متناظرتين أو متخالفتين:



(5)  $\angle 2, \angle 10$  متناظرتان

(6)  $\angle 7, \angle 13$  متبادلتين داخليا

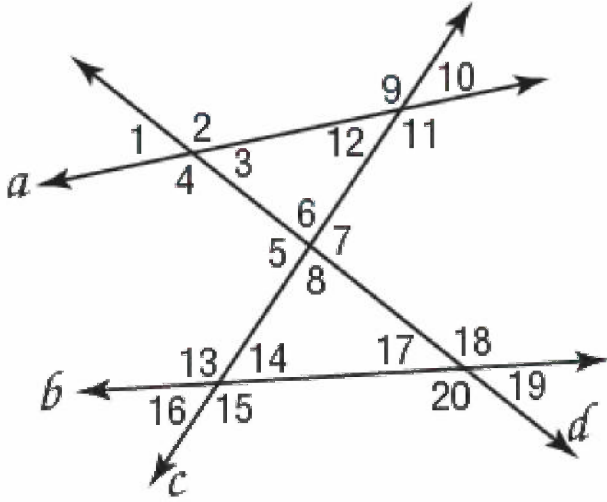
(7)  $\angle 9, \angle 13$  متناظرتان

(8)  $\angle 6, \angle 16$  متبادلتان خارجيا

(9)  $\angle 3, \angle 10$  متخالفتان

(10)  $\angle 8, \angle 14$  متبادلتان داخليا

استعن بالشكل المجاور لتحديد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي:



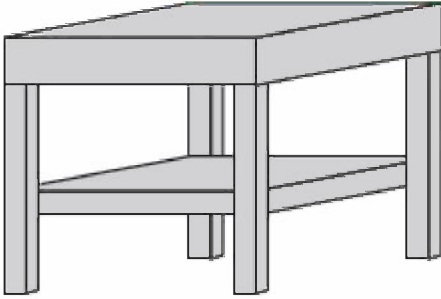
(11)  $\angle 2, \angle 12$  متبادلتان داخليا

(12)  $\angle 6, \angle 18$  متناظرتان

(13)  $\angle 13, \angle 19$  متبادلتان خارجيا

(14)  $\angle 11, \angle 7$  متحالفتان

أثاث: استعن بصورة الطاولة المجاورة للإجابة عن السؤالين الآتيتين:



(15) مستويين متوازيين

سطح الطاولة كمستوى والرف السفلي

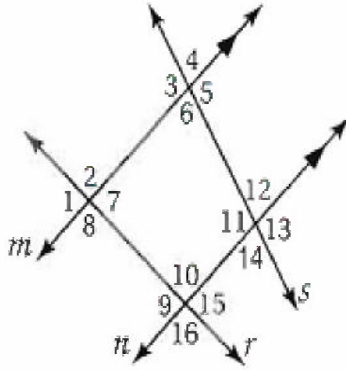
(16) مستقيمين متوازيين

أي زوج من أرجل الطاولة



## 2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل المجاور:  $m\angle 2 = 92^\circ$ ,  $m\angle 12 = 74^\circ$  أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:



$$m\angle 10 = m\angle 2 = 92^\circ \quad (1)$$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين

$$m\angle 8 = m\angle 2 = 92^\circ \quad (2)$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

$$m\angle 9 = 180 - m\angle 10 = 88^\circ \quad (3)$$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين ونظرية الزاويتين المتكاملتين

$$m\angle 5 = 180 - m\angle 2 = 106^\circ \quad (4)$$

نظرية الزاويتين المتحالفتين

$$m\angle 11 = 180 - m\angle 12 = 106^\circ \quad (5)$$

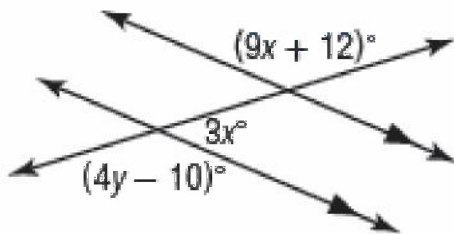
$$m\angle 13 = 180 - m\angle 12 = 106^\circ \quad (6)$$

نظرية الزاويتين المتكاملتين

أوجد قيمة  $x$  و  $y$  في كل من الشكلين الآتيين، ووضح تبريرك:

$$9x + 12 + 3x = 180 \quad (7)$$

باستعمال نظرية الزاويتان المتكاملتان ومسلمة الزاويتين المتناظرتين



$$12x + 12 = 180$$

$$12x = 168$$

$$x = 14$$

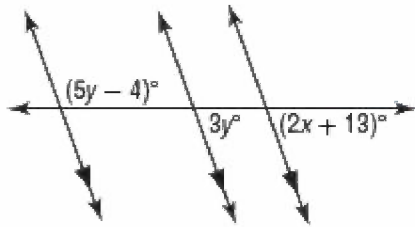
$$4y - 10 = 180 - 42$$

المتحالفتين

$$4y = 148$$

$$y = 37$$

(8)  $5y - 4 + 3y = 180$  باستعمال مسلمة الزاويتان المتناظرتان



$$8y - 4 = 180$$

$$8y = 184$$

$$y = 23$$

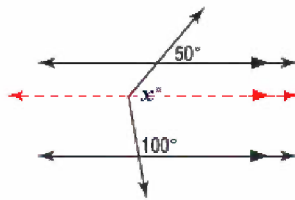
نظرية الزاويتين المتكاملتين.

$$2x + 13 = 69$$

$$2x = 56$$

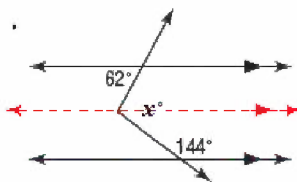
$$x = 28$$

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيتين:



(9) نظرية الزاويتين المتحالفتين والمتقابلتين بالرأس

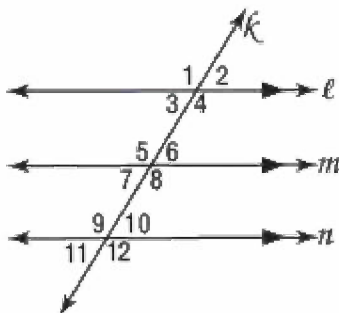
$$x = (180 - 100) + 50 = 130$$



(10) نظرية الزاويتين المتناظرتين والمتجاورتين

$$x = 62 + (180 - 144) = 98$$

(11) برهان:



معطيات:  $m \parallel n, l \parallel m$

المطلوب:  $\angle 1 \cong \angle 12$

البرهان:

$\angle 1 \cong \angle 8$  ، معطيات ،  $l \parallel m$

من نظرية الزاويتان المتبادلتين خارجيا

معطيات  $m \parallel n$   $\angle 1 \cong \angle 8$  مسلمة الزاويتين المتناظرتين

$\therefore l \parallel n$

$\angle 1 \cong \angle 12$

## (12) سياج:

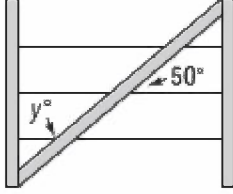
بما أن جميع الأسلاك متوازية

الزاوية التي يصنعها السلك الأول مع الدعامة = الزاوية التي يصنعها السلك الثاني

الدعامة تصنع زاوية قياسها  $50^\circ$  مع السلك الثاني

الزاوية المجاورة للزاوية  $50^\circ = 130^\circ$

الزاويتين المتناظرتين  $y = 130^\circ$



## 2-3 إثبات توازي مستقيمين

هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا فاذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك:

$$m\angle BCG + m\angle FGC = 180 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{EG}$$

عكس نظرية الزاويتين المتكافئتين

$$\angle CBF \cong \angle GFH \quad (2)$$

$$\overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{EG}$$

عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين

$$\angle EFB \cong \angle FBC \quad (3)$$

$$\overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{EG}$$

عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا

$$\angle ACD \cong \angle KBF \quad (4)$$

$$\overrightarrow{AL} \parallel \overrightarrow{GB}$$

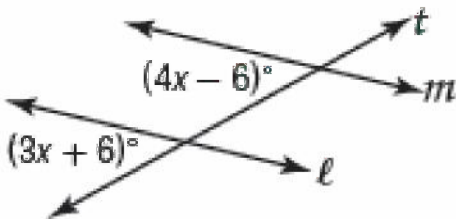
عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا

إذا كان L/M فاوجد قيمة x في كل مما يأتي وحدد المسلمة أو النظرية التي استعملتها:

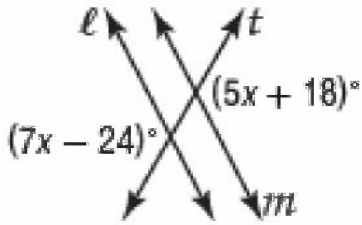
$$4x - 6 = 3x + 6 \quad (5) \text{ مسلمة الزاويتين المتناظرتين}$$

$$4x - 3x = 6 + 6$$

$$x = 12$$



(6)  $5x + 18 = 7x - 24$  نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا.

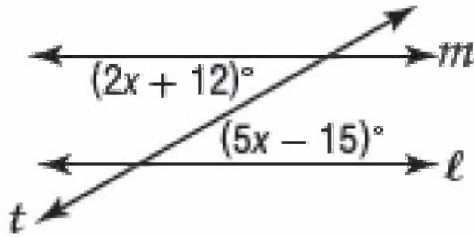


$$7x - 5x = 24 + 18$$

$$2x = 42$$

$$x = 21$$

(7)  $2x + 12 = 5x - 15$  نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا

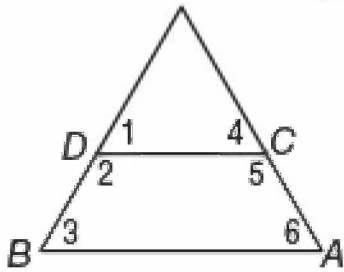


$$5x - 2x = 12 + 15$$

$$3x = 27$$

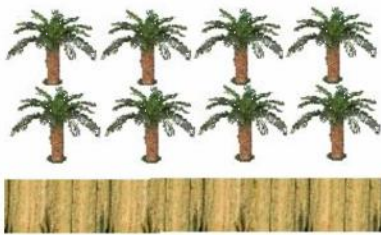
$$x = 9$$

(8) البرهان:



المبررات	العبارات
معطيات	$\angle 2, \angle 3$ متكاملتان
عكس نظرية الزاويتين المتخالفتين	$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$
القطع المستقيمة المحتواه في مستقيمين متوازيين تكون متوازية	$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

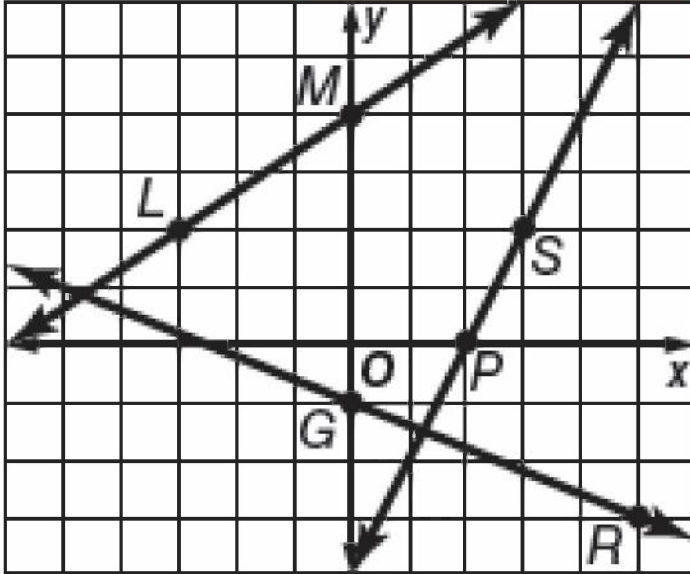
(9) زراعة:



يمكن أن يغرس اشجار النخيل في صفوف عمودية على الممر (تصنع زاوية  $90^\circ$  مع الممر)، فإذا كان كل صف عمودي على الممر ستكون الصفوف متوازية

## 2-4 ميل المستقيم

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي:



**(1)**  $B(-4, 4), R(0, 2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{2 - 4}{0 - (-4)}$$

$$\frac{-1}{2} =$$

**(2)**  $I(-2, -9), P(2, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{4 - (-9)}{2 - (-2)}$$

$$\frac{13}{4} =$$

أوجد ميل كل من المستقيمات الآتية:

**(3)**  $\overrightarrow{LM}$

$$(x_1, y_1) = (-3, 2) / (x_2, y_2) = (0, 4)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{4 - 2}{0 - (-3)}$$

$$m = \frac{2}{3}$$

**(4)  $\overrightarrow{GR}$**

$$(x_1, y_1) = (0, -1) / (x_2, y_2) = (4, -3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-3 - (-1)}{4 - 0}$$

$$m = \frac{-2}{4}$$

**(5) مستقيم يوازي  $\overrightarrow{GR}$**

المستقيمت المتوازية لها نفس الميل

**(6) مستقيم يعامد  $\overrightarrow{PS}$**

**ميل  $\overrightarrow{PS}$**

$$(x_1, y_1) = (2, 0) , (x_2, y_2) = (3, 2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{2 - 0}{3 - 2}$$

$$m = \frac{2}{1}$$

ميل مستقيم يعامده  $-\frac{1}{2}$

حدد ما إذا كان  $\overrightarrow{KM}$ ,  $\overrightarrow{ST}$  متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك:

$$K(-1, -8), M(1, 6), S(-2, -6), T(2, 10) \quad (7)$$

ميل المستقيم  $\overrightarrow{KM}$  ميل المستقيم  $\overrightarrow{ST}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{6 - (-8)}{1 - (-1)} \quad m = \frac{10 - (-6)}{2 - (-6)}$$

$$m = \frac{14}{2} = 7 \quad m = \frac{16}{8} = 2$$

الميلان غير متساويين وحاصل ضربهما لا يساوي -1

إذا هما غير ذلك

$$K(-5, -2), M(5, 4), S(-3, 6), T(3, -4) \quad (8)$$

ميل المستقيم  $\overrightarrow{KM}$  ميل المستقيم  $\overrightarrow{ST}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{4 - (-2)}{5 - (-5)} \quad m = \frac{-4 - 6}{3 - (-3)}$$

$$m = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad m = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$$

$$\frac{3}{5} \times -\frac{5}{3} = -1 \quad \text{بما أن}$$

إذا المستقيمان متعامدان



$$K(-4, 10), M(2, -8), S(1, 2), T(4, -7) \quad (9)$$

ميل المسقيم  $\overrightarrow{KM}$  ميل المسقيم  $\overrightarrow{ST}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-8 - 10}{2 - (-4)} \quad m = \frac{-7 - 2}{4 - 1}$$

$$m = -\frac{18}{6} = -3 \quad m = -\frac{9}{3} = -3$$

ميلا المستقيمين متساويين

إذا المسقيمان متوازيان

$$K(-3, -7), M(3, -3), S(0, 4), T(6, -5) \quad (10)$$

ميل المسقيم  $\overrightarrow{KM}$  ميل المسقيم  $\overrightarrow{ST}$

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$m = \frac{-3 - (-7)}{3 - (-3)} \quad m = \frac{-5 - 4}{6 - 0}$$

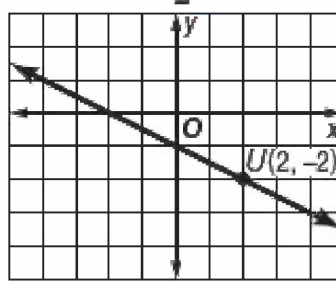
$$m = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad m = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} \times -\frac{3}{2} = -1 \quad \text{ما أن}$$

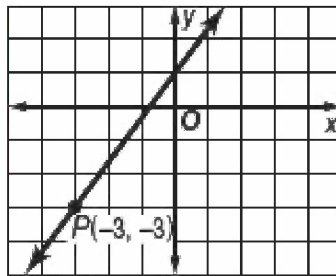
إذا المستقيمان متعامدان

مثل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي:

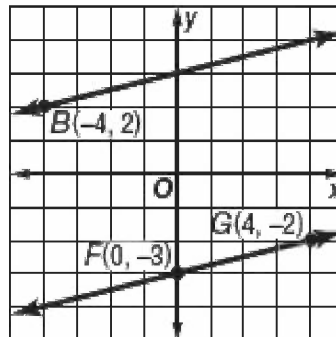
(11)



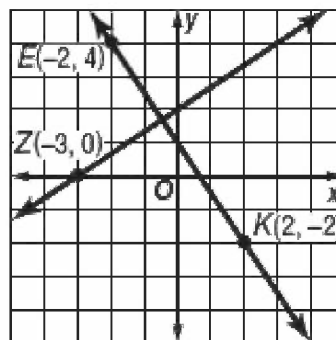
(12)



(13)



(14)



(15) أرباح:

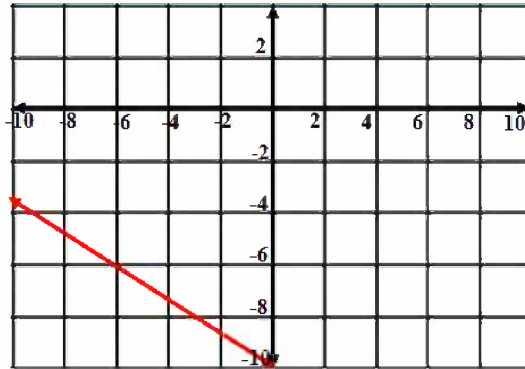
$$45000 + (4 \times 9000) = 1429 \text{ عام}$$

$$= 81000 \text{ ريال}$$

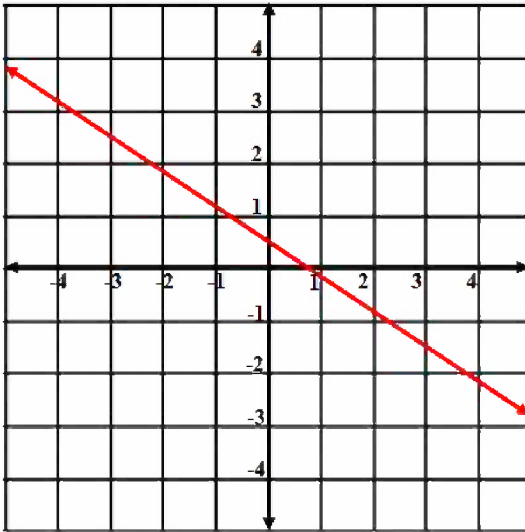
## 2-5 صيغ معادلة المستقيم

بصيغة الميل والمقطع، اكتب معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y له في كل مما يأتي ثم مثله بيانياً:

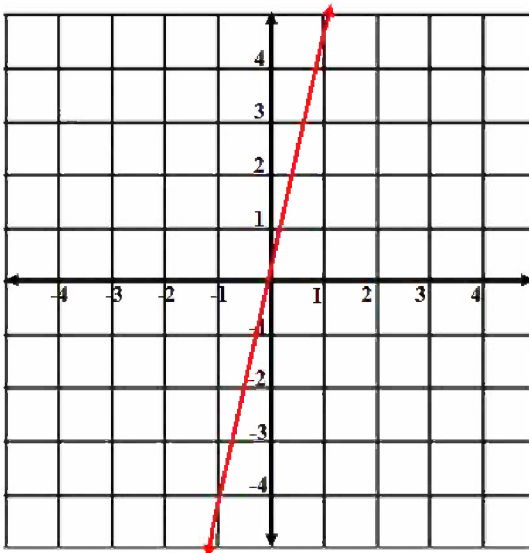
$$y = \frac{2}{3}x - 10 \quad (1)$$



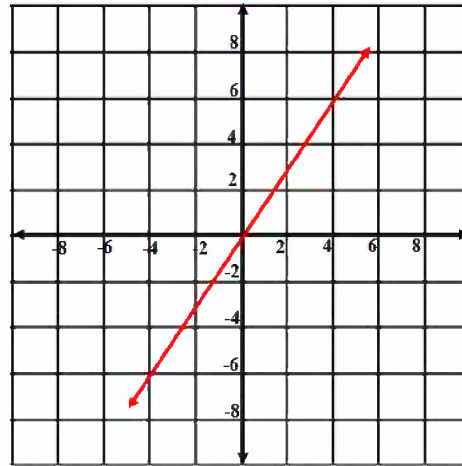
$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} \quad (2)$$



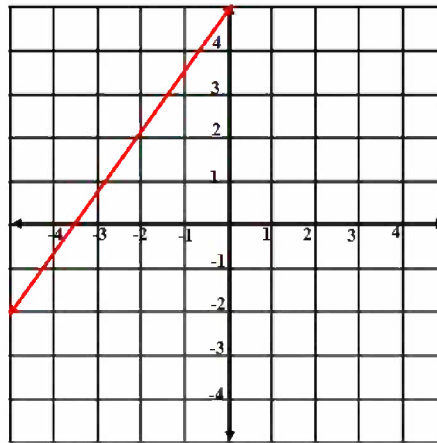
$$y = 4,5x + 0,25 \quad (3)$$



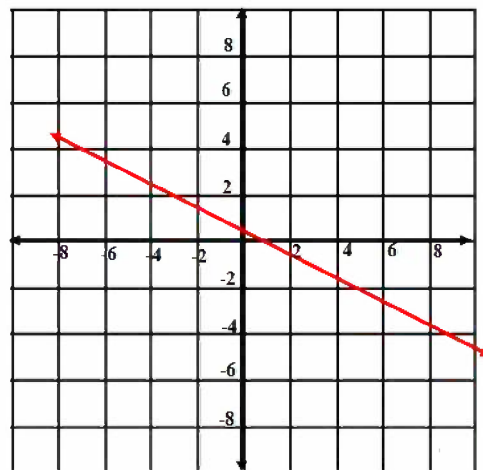
بصيغة الميل ونقطة، اكتب معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي ثم مثله بيانيا:



$$y - 6 = \frac{3}{2}(x - 4) \quad (4)$$

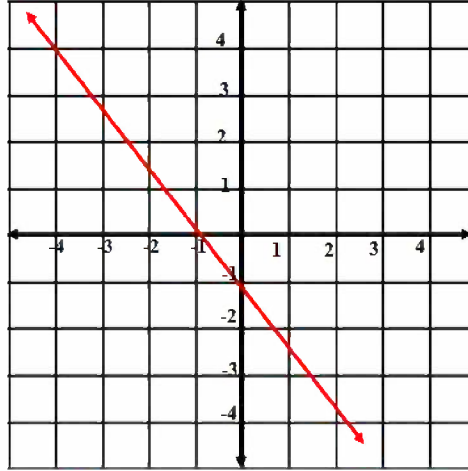


$$y + 2 = -\frac{6}{5}(x + 5) \quad (5)$$

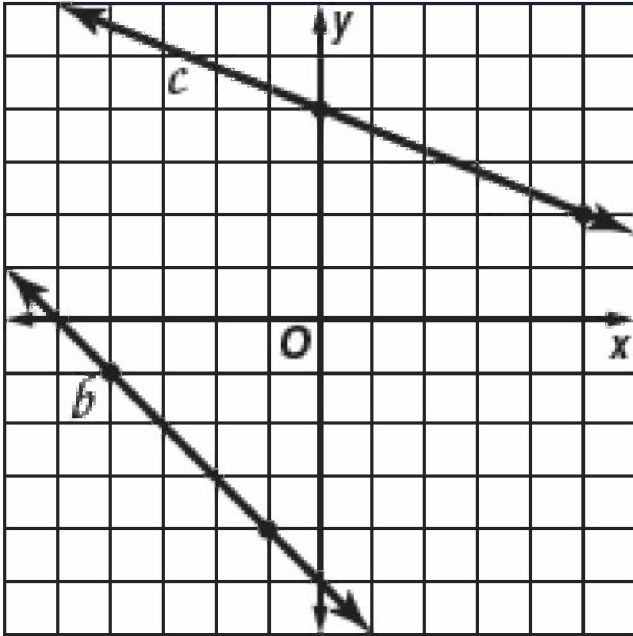


$$y + 3 = \frac{1}{2}(x - 7) \quad (6)$$

$$y - 4 = -1.3(x + 5) \quad (7)$$



بصيغة الميل والمقطع، اكتب معادلة المستقيم الممثل بيانياً أو المعطى وصفه في كل مما يأتي



$$y = -x - 5 \quad (8)$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 4 \quad (9)$$

$$y = -x + 1 \quad (10)$$

$$y = \frac{5}{2}x + 1 \quad (11)$$

$$y = -\frac{4}{9}x + 2 \quad (12)$$

$$y = 3x - 9 \quad (13)$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2 \quad (14)$$

$$y = \frac{5}{2}x - 5 \quad (15)$$

$$y = 4x - 12 \quad (16)$$

$$y = -\frac{1}{4}x + 1 \quad (17)$$

**(18) إسعافات أولية:**

عدد الجلسات س ، تكلفة الجلسة الواحدة = 15 ريال

اشراك الدورة 200 ريال

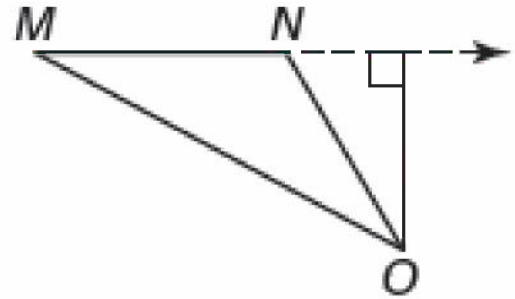
المعادلة هي:

$$c = 15x + 200$$

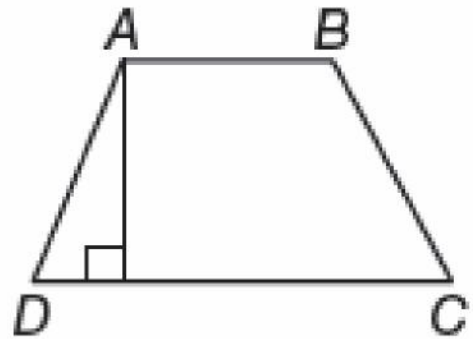
## 2-6 الأعمدة والمسافة

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المستخدمة في كل من الأسئلة الآتية:

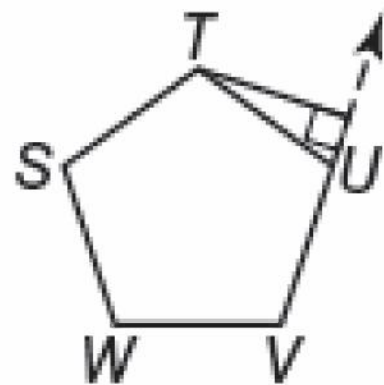
(1)



(2)



(3)



أوجد البعد بين P , I فى كل مما يأتى:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (4)$$

$$m = \frac{8 - 0}{4 - (-2)}$$

$$m = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$y = mx + b$$

$$8 = \left(\frac{4}{3}\right)4 + b$$

$$8 = \frac{16}{3} + b$$

$$b = \frac{8}{3}$$

$$\ell y = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} \text{ معادلة المستقيم}$$

ايجاد معادلة المستقيم المار بالنقطة p وعمودي على المستقيم ℓ

$$y = mx + b$$

$$1 = -\left(\frac{3}{4}\right)5 + b$$

$$b = \frac{19}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{19}{4} \text{ معادلة المستقيم العمودي}$$

من حل معادلتى المستقيمين

$$y = 4 \quad x = 1$$

إذا نقطة التقاطع هي (1,4)



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(5-1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{16+9}$$

$$d = 5$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (5)$$

$$m = \frac{9-5}{7-3}$$

$$m = \frac{4}{4} = 1$$

$$y = mx + b$$

$$9 = 1 \times 7 + b$$

$$b = 2$$

معادلة المستقيم  $y = x + 2$

ايجاد معادلة المستقيم المار بالنقطة p وعمودي على المستقيم

$$y = mx + b$$

$$10 = (-1)2 + b$$

$$b = 12$$

معادلة المستقيم العمودي  $y = -x + 12$

من حل معادلتى المستقيمين

$$y = 7 \quad x = 5$$

إذا نقطة التقاطع هي (5,7)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2-5)^2 + (10-7)^2} = \sqrt{9+9}$$

$$d = 3\sqrt{2}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (6)$$

$$m = \frac{10-18}{9-5}$$

$$m = \frac{-8}{4} = -2$$

$$y = mx + b$$

$$18 = (-2)5 + b$$

$$b = 28$$

معادلة المستقيم  $y = -2x + 28$

ايجاد معادلة المستقيم المار بالنقطة p وعمودي على المستقيم

$$y = mx + b$$

$$26 = \frac{1}{2}(-4) + b$$

$$b = 28$$

معادلة المستقيم العمودي  $y = \frac{1}{2}x + 28$

من حل معادلتى المستقيمين

$$y = 28 \quad x = 0$$

إذا نقطة التقاطع هي  $(0, 28)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-4-0)^2 + (26-28)^2} = \sqrt{16+4}$$

$$d = 2\sqrt{5}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (7)$$

$$m = \frac{-9-4}{1-(-2)}$$

$$m = \frac{-13}{3}$$

$$y = mx + b$$

$$-9 = \left(\frac{-13}{3}\right)1 + b$$

$$b = -\frac{14}{3}$$

$$\ell y = -\frac{13}{3}x - \frac{14}{3} \quad \text{معادلة المستقيم}$$

ايجاد معادلة المستقيم المار بالنقطة p وعمودي على المستقيم ℓ

$$y = mx + b$$

$$-6 = \left(\frac{3}{13}\right)(14) + b$$

$$b = -9\frac{3}{13}$$

$$y = \frac{3}{13}x - 9\frac{3}{13} \quad \text{معادلة المستقيم العمودي}$$

من حل معادلتى المستقيمين

$$y = -9 \quad x = 1$$

إذا نقطة التقاطع هي  $(1, -9)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(14 - 1)^2 + (-6 + 9)^2}$$

$$d = \sqrt{178}$$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

(8) النقطة  $(0, 0)$  تقع على المستقيم  $y = -x$  ، معادلة العمودي على المستقيم من النقطة  $(0, 0)$  هي

$$y - y_1 = \left(-\frac{1}{m}\right)(x - x_1)$$

$$y - 0 = x$$

$$y = x$$

إيجاد نقطة التقاطع بين المستقيمين  $y = x$  ،  $y = -x - 4$

$$x = -2$$

$$y = -2$$

نقطة التقاطع  $(-2, -2)$

$$\sqrt{(0 + 2)^2 + (0 + 2)^2} = \text{البعد بين المستقيمين المتوازيين}$$

$$d = 2\sqrt{2}$$

(9) النقطة  $(0, 7)$  تقع على المستقيم  $y = 2x + 7$

معادلة العمودي على المستقيم من النقطة

$$y - y_1 = \left(-\frac{1}{m}\right)(x - x_1)$$

$$y - 7 = -\frac{1}{2}(x - 0)$$

إيجاد تقاطع المستقيمين  $y = 2x - 3$  ،  $y = -\frac{1}{2}x + 7$

$$\begin{aligned}x &= 4 \\y &= 5\end{aligned}$$

نقطة التقاطع (4,5)

البعد بين المستقيمين هو المسافة بين النقطتين (4,5) ، (0,7)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(0 - 4)^2 + (7 - 5)^2}$$

$$d = 2\sqrt{5}$$

10) النقطة (0,12) تقع على المستقيم  $y = 3x + 12$

معادلة العمودي على المستقيم من النقطة

$$y - y_1 = \left(-\frac{1}{m}\right)(x - x_1)$$

$$y - 12 = -\frac{1}{3}(x - 0)$$

إيجاد تقاطع المستقيمين  $y = 3x - 18$  ،  $y = -\frac{1}{3}x + 12$

$$\begin{aligned}x &= 9 \\y &= 9\end{aligned}$$

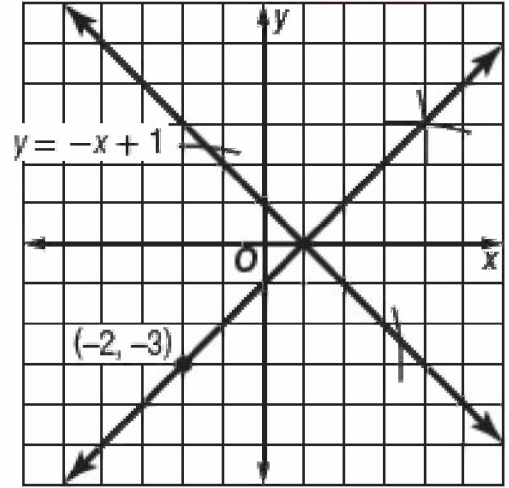
نقطة التقاطع (9,9)

البعد بين المستقيمين هو المسافة بين النقطتين (9,9) ، (0,12)

$$d = \sqrt{(0 - 9)^2 + (12 - 9)^2}$$

$$d = 3\sqrt{10}$$

(11)



واضح من التمثيل البياني أن نقطة تقاطع المستقيم والعمودي (1,0)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ البعد بين النقطة والمستقيم}$$

$$d = \sqrt{(1+2)^2 + (0+3)^2}$$

$$d = 3\sqrt{2}$$

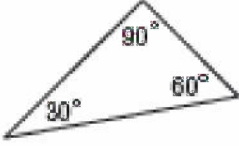
(12) **رحلة سير:** أقصر مسار هو الطريق العموديين المكان الذي يلتقيان فيه إلى القناة

## 3-1 تصنيف المثلثات

صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو

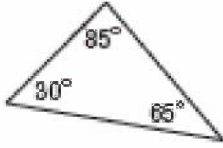
قائم الزاوية:

(1) في المثلث زاوية قياسها  $90^\circ$



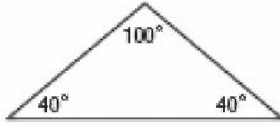
إذا المثلث قائم الزاوية

(2) جميع زوايا المثلث أقل من  $90^\circ$



إذا المثلث حاد الزوايا

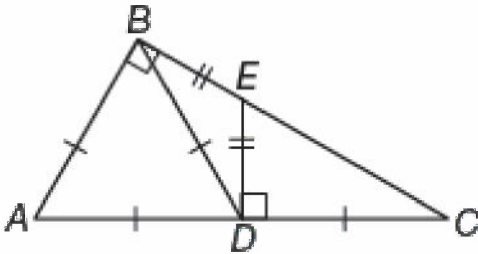
(3) في المثلث زاوية قياسها أكبر من  $90^\circ$



إذا المثلث منفرج الزاوية

صنف كلا من المثلثات الظاهرة في الشكل المجاور وفقا لزواياها ولأضلاعها:

(4) جميع زواياه أقل من  $90^\circ$  وجميع أضلاعه مساوية



إذا المثلث متطابق الزوايا، ومتطابق الأضلاع

(5) في المثلث زاوية قياسها  $90^\circ$  وأطوال أضلاعه

مختلفة

إذا المثلث قائم الزاوية، ومختلف الأضلاع

(6) في المثلث زاوية قياسها  $90^\circ$  وأطوال أضلاعه مختلفة

إذا المثلث قائم الزاوية، ومختلف الأضلاع

(7) في المثلث زاوية قياسها أكبر من  $90^\circ$  وضلعين متطابقين

إذا المثلث منفرج الزاوية، ومتطابق الضلعين

جبر: في كل من المثلثين الآتيين أوجد قيمة x وطول كل ضلع:

المثلث متطابق الأضلاع  $FG = GH$  (8)

$$x + 5 = 3x - 9$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

$$FG = 7 + 5 = 12$$

$$GH = 3 \times 7 - 9 = 12$$

$$FH = 2 \times 7 - 2 = 12$$

$LM = LN$  (9)

$$3x - 2 = 2x + 1$$

$$x = 3$$

$$LM = 3 \times 3 - 2 = 7$$

$$LN = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$MN = 5 \times 3 - 2 = 13$$

أوجد أطوال أضلاع  $\Delta KPL$  في كل مما يأتي وصنفه وفقاً لأضلاعه:

$$KP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (10)$$

$$KP = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (1 - 2)^2}$$

$$KP = \sqrt{26}$$

$$PL = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-3 - 1)^2}$$

$$PL = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$LK = \sqrt{(-3 - (-2))^2 + (2 - (-3))^2}$$

$$LK = \sqrt{26}$$

المثلث متطابق الضلعين

$$KP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (11)$$



$$KP = \sqrt{(3-5)^2 + (4-(-3))^2}$$

$$KP = \sqrt{53}$$

$$PL = \sqrt{(-1-3)^2 + (1-4)^2}$$

$$PL = \sqrt{25} = 5$$

$$LK = \sqrt{(-1-5)^2 + (1-(-3))^2}$$

$$LK = 2\sqrt{13}$$

مختلف الأضلاع

$$KP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (12)$$

$$KP = \sqrt{(-4-(-2))^2 + (0-(-6))^2}$$

$$KP = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$PL = \sqrt{(3-(-4))^2 + (-1-0)^2}$$

$$PL = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

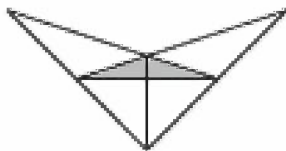
$$LK = \sqrt{(3-(-2))^2 + (-1-(-6))^2}$$

$$LK = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

المثلث متطابق الضلعين

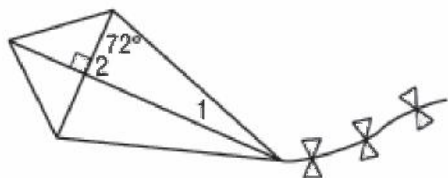
(13) تصميم:

عدد الزوايا القائمة = 3 زوايا



## 3-2 زوايا المثلثات

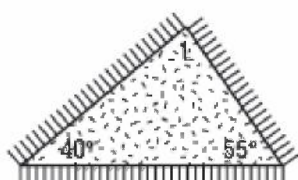
أوجد قياس كل زاوية مرقمة في الشكلين الآتيين:



$$m\angle 2 = 90^\circ \quad (1)$$

$$m\angle 1 + m\angle 2 + 72 = 180 \quad \text{مجموع زوايا المثلث}$$

$$m\angle 1 = 18^\circ$$



$$m\angle 1 + 40 + 55 = 180 \quad \text{مجموع زوايا المثلث} \quad (2)$$

$$m\angle 1 = 85^\circ$$

أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:

$$m\angle 1 = 58 + 39 \quad (3)$$

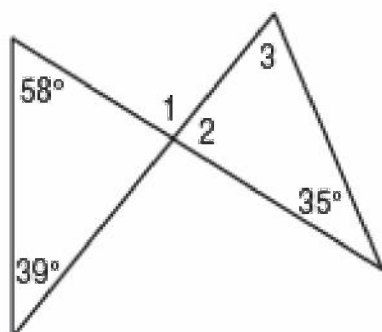
$$m\angle 1 = 97^\circ$$

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180 \quad (4)$$

$$m\angle 2 = 83^\circ$$

$$m\angle 3 + m\angle 2 + 35 = 180 \quad (5)$$

$$m\angle 3 = 62^\circ$$



أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:

$$m\angle 1 = 36 + 68 \quad (6)$$

$$m\angle 1 = 104^\circ$$

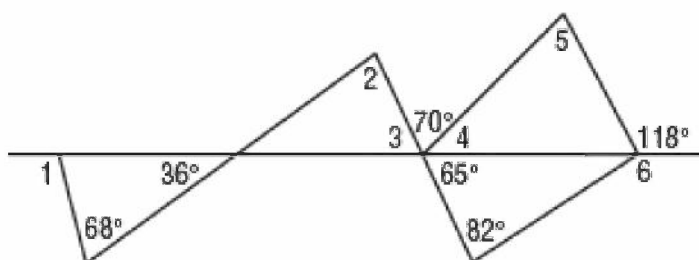
$$m\angle 4 + 65 + 70 = 180 \quad (7)$$

$$m\angle 4 = 45^\circ$$

$$m\angle 3 + m\angle 4 + 70 = 180 \quad (8)$$

$$m\angle 3 = 65^\circ$$

$$m\angle 2 + m\angle 3 + 36 = 180 \quad (9)$$



$$m\angle 2 = 79^\circ$$

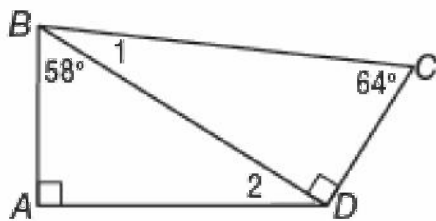
$$m\angle 4 + m\angle 5 = 118 \quad (10)$$

$$m\angle 5 = 73^\circ$$

$$m\angle 2 = 32^\circ \quad m\angle 6 = 65 + 82 \quad (11)$$

$$m\angle 6 = 147^\circ$$

أوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:



$$m\angle 1 + 90 + 64 = 180 \quad (12)$$

$$m\angle 1 = 26^\circ$$

$$m\angle 2 + 90 + 58 = 180 \quad (13)$$

$$m\angle 2 = 32^\circ$$

14) إنشاءات هندسية:

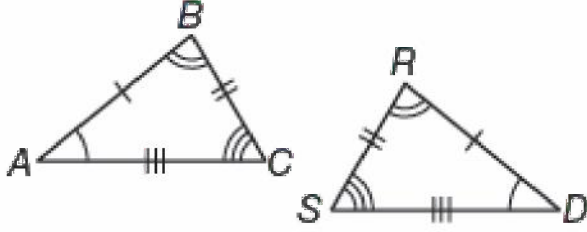


$$m\angle 1 + 90 = 145$$

$$m\angle 1 = 55^\circ$$

### 3-3 المثلثات المتطابقة

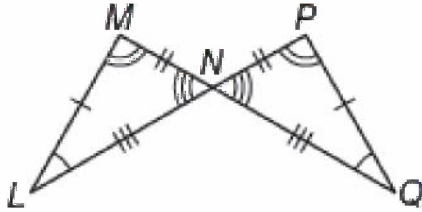
بين أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتطابقة ثم اكتب عبارة التطابق:



$$\overline{BC} \cong \overline{RS}, \overline{BA} \cong \overline{RD}, \overline{DS} \cong \overline{AC} \quad (1)$$

$$\angle B \cong \angle R, \angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle S$$

$$\triangle BAC \cong \triangle RDS$$



$$\overline{ML} \cong \overline{PQ}, \overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{NQ} \cong \overline{NL} \quad (2)$$

$$\angle L \cong \angle Q, \angle M \cong \angle P, \angle MNL \cong \angle PNQ$$

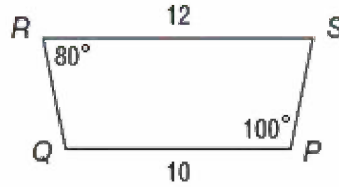
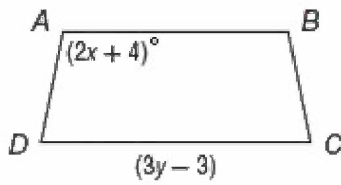
$$\triangle LMN \cong \triangle QPN$$

إذا علمت أن المضلع  $ABCD \cong$  المضلع  $PQRS$  فاوجد:

$$2x + 4 = 100 \quad (3)$$

$$2x = 96$$

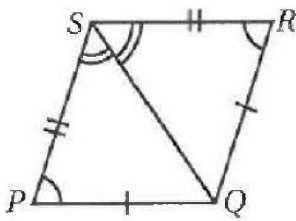
$$x = 48$$



$$3y - 3 = 12 \quad (4)$$

$$3y = 15$$

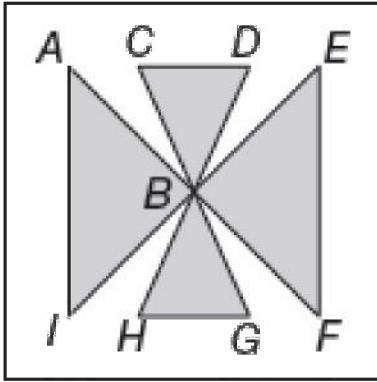
$$y = 5$$



(5) البرهان:

المبررات	العبارات
معطيات	$\angle P \cong \angle R, \angle PSQ \cong \angle RSQ$
نظرية الزاوية الثالثة	$\angle PSQ = \angle RSQ$
معطيات	$\overline{PQ} \cong \overline{RQ}, \overline{PS} \cong \overline{RS}$
خاصية الانعكاس	$\overline{QS} = \overline{QS}$
العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	$\triangle PQS \cong \triangle RQS$

(6) رسم هندسي:



$$\triangle ABL \cong \triangle EBF, \triangle CBD \cong \triangle HBG \text{ (a)}$$

$$\angle A \cong \angle E, \angle L \cong \angle F, \angle ABL \cong \angle EBF \text{ (b)}$$

$$\overline{AB} \cong \overline{EB}, \overline{BL} \cong \overline{BF}, \overline{AL} \cong \overline{EF}$$

$$\angle C \cong \angle H, \angle D \cong \angle G, \angle CBD \cong \angle HBG$$

$$\overline{CB} = \overline{HB}, \overline{BD} = \overline{BG}, \overline{CD} = \overline{HG}$$

### 3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS,SSS

خمن أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتطابقة ثم اكتب عبارة التطابق:

$$BQ = \sqrt{(7-0)^2 + (6-5)^2} \quad DE = \sqrt{(1-(-6))^2 + (2-1)^2} \quad (1)$$

$$PQ = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \quad DE = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$QR = \sqrt{(5-7)^2 + (0-6)^2} \quad EF = \sqrt{(-1-1)^2 + (-4-2)^2}$$

$$QR = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \quad EF = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$DF = \sqrt{(-1-(-6))^2 + (-4-1)^2} \quad PR = \sqrt{(5-0)^2 + (0-5)^2}$$

$$PR = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \quad DF = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

بما أن الأضلاع المتناظرة لها الطول نفسه، فإنها تكون متطابقة

ويكون  $\triangle DEF \cong \triangle PQH$

$$BQ = \sqrt{(5-2)^2 + (-4-(-2))^2} \quad DE = \sqrt{(-4-(-7))^2 + (-1-(-3))^2} \quad (2)$$

$$BQ = \sqrt{13} \quad DE = \sqrt{13}$$

$$QR = \sqrt{(0-5)^2 + (-5-(-4))^2} \quad EF = \sqrt{(-2-(-4))^2 + (-5-1)^2}$$

$$QR = \sqrt{26} \quad EF = \sqrt{50} = 2\sqrt{5}$$

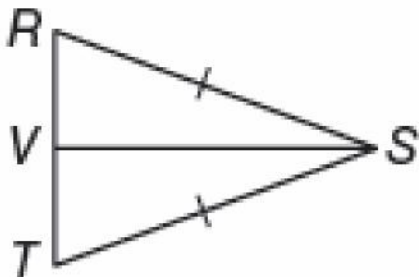
$$PR = \sqrt{(0-2)^2 + (-5-(-2))^2} \quad DF = \sqrt{(-2-(-7))^2 + (-5-(-3))^2}$$

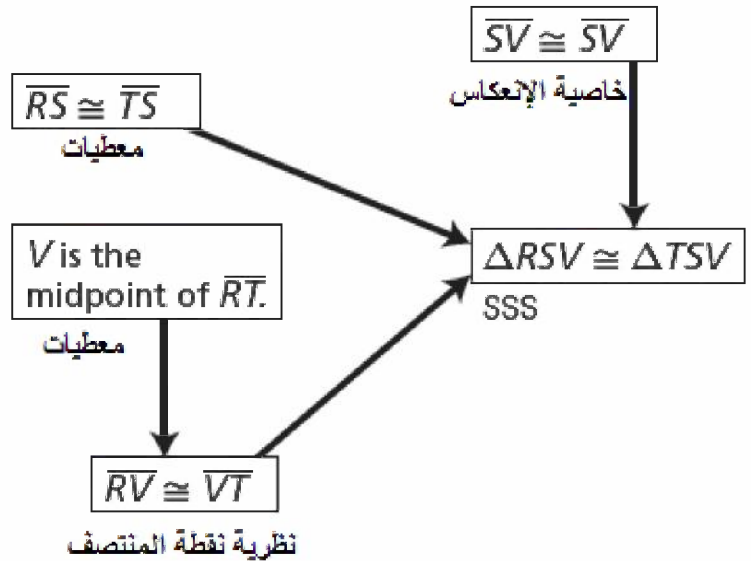
$$PR = \sqrt{13} \quad DF = \sqrt{29}$$

وبما أن الأضلاع المتناظرة غير متطابقة

فان  $\triangle PQH, \triangle DEF$  غير متطابقين

(3) برهان:

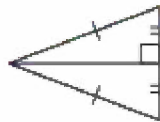




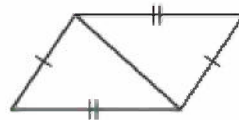
حدد المسئلة التي يمكن استعمالها لإثبات تطابق المثلثين في كل من الأسئلة الآتية ، وإذا لم يكن إثبات تطابقهما ممكنا فاكتب (غير ممكن):



(4) غير ممكن

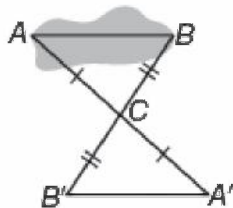


(5) SAS أو SSS



(6) SSS

(7) القياس غير المباشر:



$\angle ACB \cong \angle A'CB'$  e زاويتين متقابلتين بالرأس

$\overline{AC} \cong \overline{A'C}$ ,  $\overline{BC} \cong \overline{B'C}$  SAS e

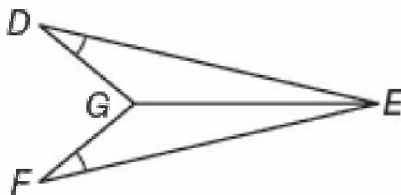
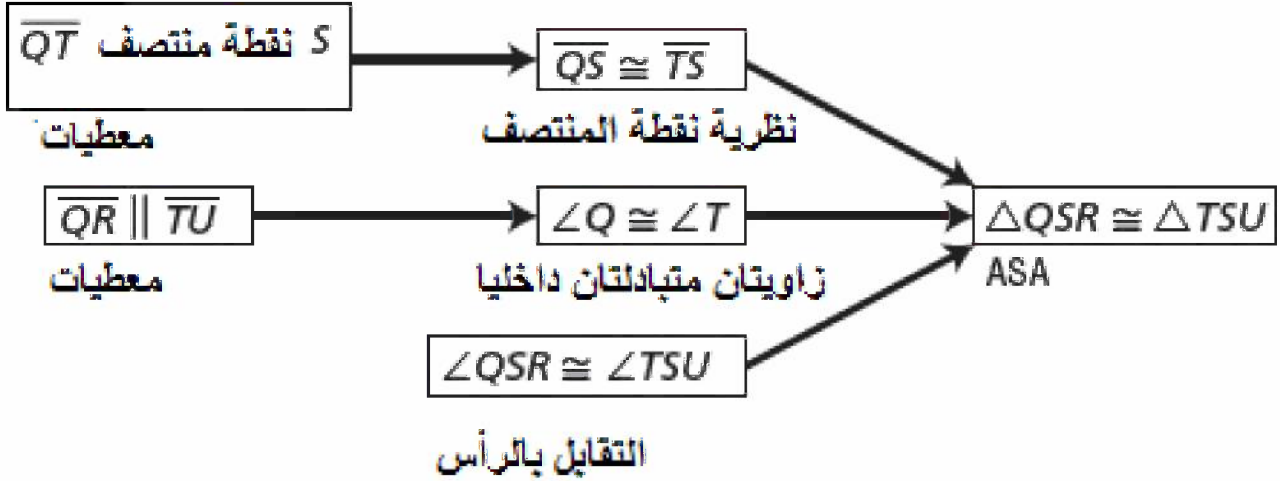
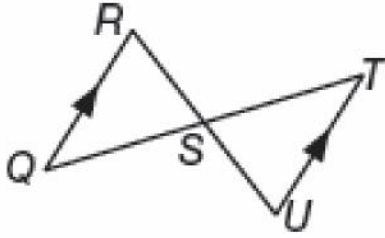
$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C$  ∴

من تعريف التطابق ينتج أن  $AB$  و  $A'B'$  متساويان

3-5 إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS

برهان: اكتب البرهان المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

(1) S نقطة منتصف  $\overline{QT}$



(2)  $\overline{GE}$  تنصف  $\angle DEF$  تعريف منصف الزاوية

$$\therefore \angle DEG \cong \angle FEG$$

$$\therefore \angle D = \angle F$$

$$\overline{GE} \cong \overline{GE} \text{ خاصية الانعكاس}$$

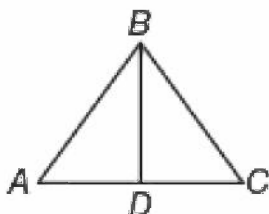
$$\therefore \triangle DEG \cong \triangle FEG$$

بحسب المسلمة AAS العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة

$$\text{فان } \overline{DG} \cong \overline{FG}$$

هندسة العمارة:

(3) بما أن D منتصف  $\overline{AC}$





فإن  $\overline{AD} \cong \overline{DC}$  بحسب نظرية نقطة المنتصف و

كذلك  $\overline{BD} \cong \overline{BD}$  بحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة وبحسب خاصية الانعكاس

لذلك فإن  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  بحسب SSS

(4) نعلم أن  $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

$$\angle A = \angle C$$

ونعلم أيضا أن  $\overline{BD} \cong \overline{BD}$

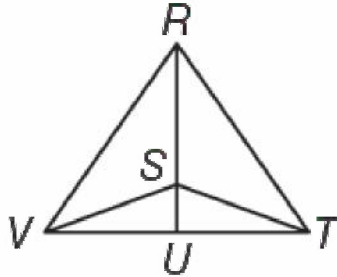
بحسب خاصية الانعكاس

وبما أنه لا يمكن إثبات تماثل مثلثين في حالة SSA

لذا لا يمكن الحكم على تطابق المثلثين  $\triangle CBD \cong \triangle ABD$  في هذه الحالة.

### 3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

استعمل الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة الآتية:



$$\angle RTV \cong \angle RVT \quad (1)$$

$$\angle SVB \cong \angle SRV \quad (2)$$

$$\overline{ST} \cong \overline{SR} \quad (3)$$

$$\overline{ST} \cong \overline{SV} \quad (4)$$

اوجد قياس كل مما يأتي:

$$m\angle KML = 60^\circ \quad (5)$$

$$m\angle HMG = (180 - (50 + 60)) = 70^\circ \quad (6)$$

$$m\angle GHM = (180 - (70 + 70)) = 40^\circ \quad (7)$$

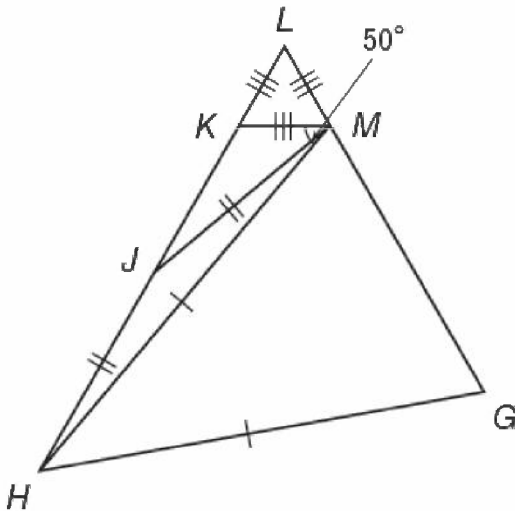
$$\therefore \overline{JM} = \overline{JH} \quad (8)$$

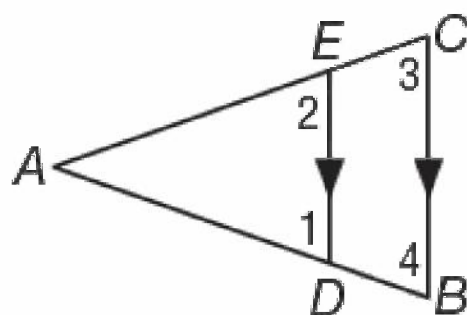
$$\therefore m\angle JHM = m\angle MHJ$$

$$\therefore m\angle HJM = 145^\circ$$

$$\therefore m\angle MHJ = (180 - 145) \div 2$$

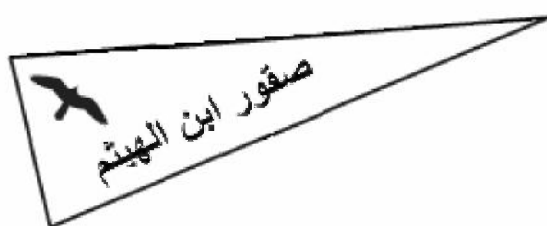
$$\therefore m\angle MHJ = 17,5$$





المبررات	العبارات
معطي	$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
الزاويتان المتناظرتان متطابقتان	$\angle 1 \cong \angle 4$ $\angle 2 \cong \angle 3$
معطي	$m\angle 1 = m\angle 2$
تطابق الزوايا	$m\angle 3 = m\angle 4$
إذا تطابقت زاويتان في مثلث فان الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين متطابقان	$\overline{AB} \cong \overline{AC}$

### 10) رياضة:



بما أن قياس زاوية الرأس = 18

إذاً قياس زاويتي القاعدة =  $180 - 18 = 162$

بما أن المثلث متطابق الضلعين

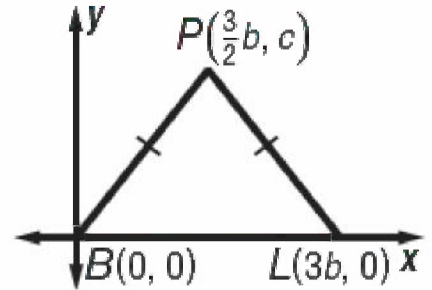
إذاً زاويتي القاعدة متساويتين

قياس الزاوية الواحدة =  $162 \div 2 = 81$

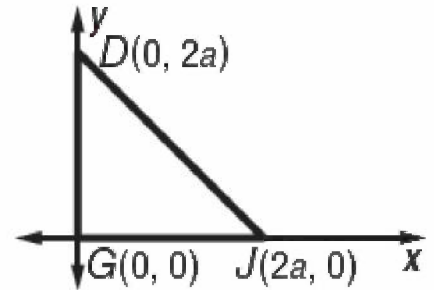
## 3-7 المثلثات والبرهان الاحدائي

مثل كلا من المثلثين الآتيين في المستوى الاحدائي، واكتب إحداثيات رؤوسه:

(1)

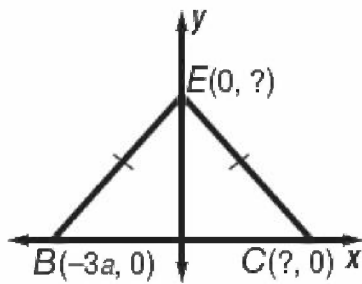


(2)

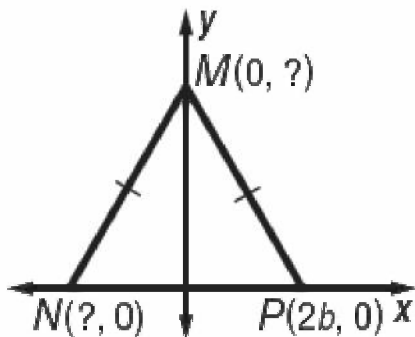


أوجد الإحداثيات المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:

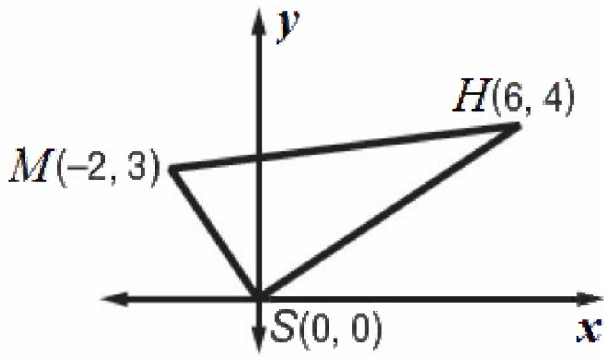
C (3a, 0), E (0, b) (3)



M(0, c), N(-2b, 0) (4)



متجهات: استعمل المعلومات التالية لحل السؤالين 5,6:



$$SH = \frac{4-0}{6-0} = \frac{2}{3} \quad (5)$$

$$SM = \frac{3-0}{-2-0} = -\frac{3}{2}$$

وبما أن حاصل ضرب ميليهما يساوي

1- فإن  $SH \perp SM$

لذا فإن  $\triangle SHM$  قائم الزاوية

$$HM = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \quad (6)$$

$$HM = \sqrt{(-2-6)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$$

$$HM = 8.1$$

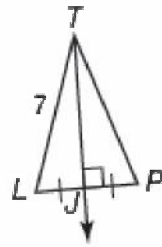
المسافة بين منزل كمال والمسجد 8.1 تقريباً

## 4-1 المنصفات في المثلث

أوجد قياس كل مما يأتي:

(1) 7

من المعطيات  $\overline{TJ}$  منصف  $\perp \overline{LP}$



نظرية العمود المنصف

$$\overline{TP} \cong \overline{TL}$$

$$TP = 7$$

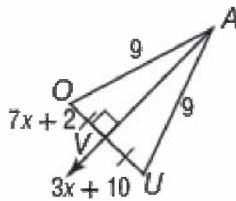
(2) 16

$$7x + 2 = 3x + 10$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

$$3(2) + 10 = 16$$



(3) 15

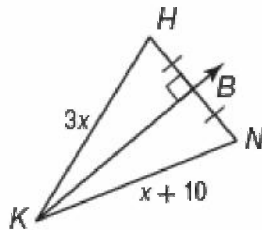
$$3x = x + 10$$

$$2x = 10 +$$

$$x = 5$$

$$KN = x + 10 = 5 + 10$$

$$KN = 15$$

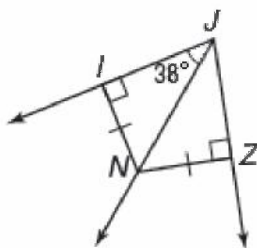


(4)  $38^\circ$

$$\triangle NIJ \cong \triangle NZJ \quad \text{AAS}$$

$$\angle NJZ \cong \angle NJI$$

$$m\angle NJZ = 38^\circ$$

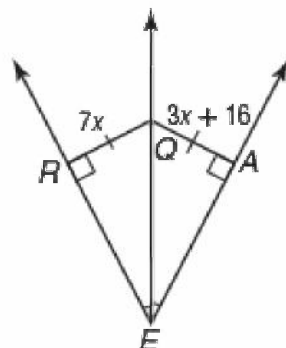


(5) 28

$$3x + 16 = 7x$$

$$4x = 16$$

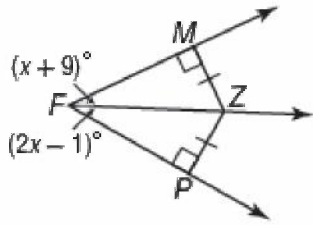
$$x = 4$$



$$QA = 3x + 16 = 3(4) + 16$$

$$QA = 28$$

(6) 19°

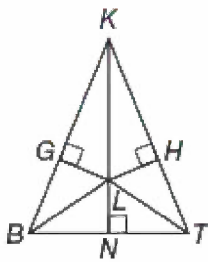
عكس نظرية منصف الزاوية  $\angle MFZ \cong \angle PFZ$ 

$$x + 9 = 2x - 1$$

$$x = 10$$

$$m\angle MFZ = 10 + 9 = 19$$

اكتب جميع القطع المستقيمة التي تطابق القطعة المعطاه في كل سؤال مما يأتي:

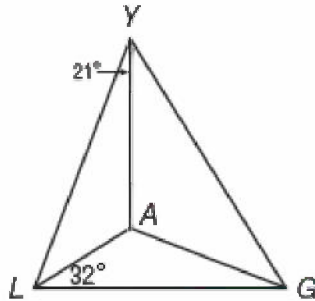


$$\overline{BN} \cong \overline{NT} \quad (7)$$

$$\overline{BL} \cong \overline{KL} \cong \overline{LT} \quad (8)$$

إذا كانت النقطة A مركز الدائرة الداخلية لـ  $\triangle YLG$  فاوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:

(9) 32°

نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث  $\angle YLA \cong \angle GLA$ 

$$m\angle YLA = 32^\circ$$

(10) 37°

$$m\angle YLG = 2m\angle LYA = 42^\circ$$

$$m\angle YLG = 2m\angle GLA = 64^\circ$$

$$m\angle YGL = 180 - (64 + 42) = 74^\circ$$

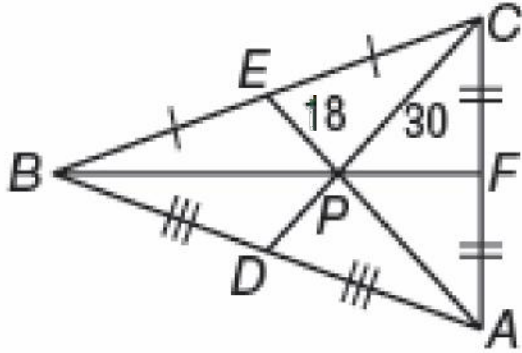
$$m\angle YGA = \frac{1}{2}(74) = 37^\circ$$

(11) هندسة: يعين مركز الدائرة الداخلية لمثلث وهو نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث

## 4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

إذا كانت P مركز المثلث ،  $AB = 39$ ,  $CP = 30$ ,  $EP = 18$

فأوجد طول كل مما يأتي:



$$DP = \frac{1}{2} PC = 15 \quad (1)$$

$$FP = \frac{1}{3} FB = \frac{1}{3}(39) = 13 \quad (2)$$

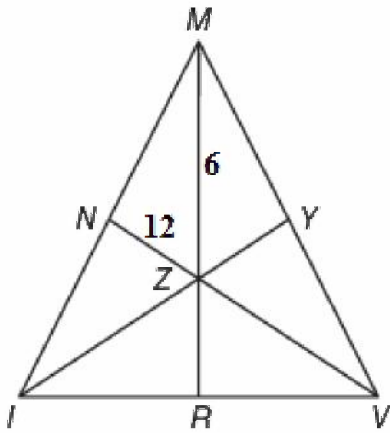
$$BP = \frac{2}{3}(39) = 26 \quad (3)$$

$$CD = DP + PC = 15 + 30 = 45 \quad (4)$$

$$PA = 2EP = 2 \times 18 = 36 \quad (5)$$

$$EA = EP + AP = 36 + 18 = 54 \quad (6)$$

فأوجد طول كل مما يأتي:



$$ZR = \frac{1}{2} MZ = \frac{1}{2}(6) = 3 \quad (7)$$

$$YZ = \frac{1}{3} YI = \frac{1}{3}(18) = 6 \quad (8)$$

$$MR = MZ + ZR = 6 + 3 = 9 \quad (9)$$

$$ZV = 2NZ = 2 \times 12 = 24 \quad (10)$$

$$NV = NZ + ZV = 12 + 24 = 36 \quad (11)$$

$$IZ = \frac{2}{3} YI = \frac{2}{3}(18) = 12 \quad (12)$$



### (13) هندسة إحداثية:

$$\left( \frac{I_x + J_x + K_x}{3}, \frac{I_y + J_y + K_y}{3} \right) \text{ احداثيان مركز المثلث هي}$$
$$\left( \left( \frac{3+6+3}{3} \right), \left( \frac{1+3+5}{3} \right) \right)$$
$$(4, 3)$$

### (14) هندسة إحداثية:

إيجاد معادلة الارتفاع من U الى ST :

$$\text{ميل } \overline{ST} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{1} = 3 \quad \text{اذن ميل العمودي} = -1$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = -x + 3$$

$$y = -x + 9$$

إيجاد معادلة الارتفاع من T الى SU :

$$\text{ميل } \overline{SU} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{اذن ميل العمودي} = -2$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = -2x + 6$$

$$y = -2x + 9$$

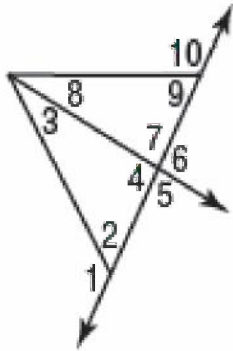
بحل المعادلتين لإيجاد تقاطعهما بالطرح

نقطة التقاطع (0,9) و هي احداثي ملتقى ارتفاعات المثلث.

(15) تمارين: يجب أن يعلق كل مثلث عند نقطة التقاء القطع المتوسطة

### 4-3 المتباينات في المثلث-

حدد الزاوية التي لها أكبر قياس في كل من الأسئلة الآتية بالشكل المجاور:



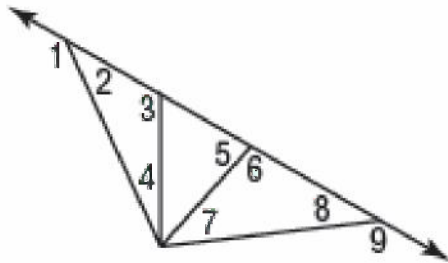
(1)  $\angle 1$  زاوية خارجة

(2)  $\angle 4$  زاوية خارجة

(3)  $\angle 7$  زاوية خارجة

(4)  $\angle 10$  زاوية خارجة

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل من الأسئلة الآتية:



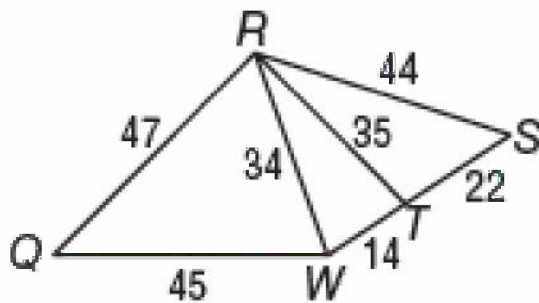
(5)  $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 7, \angle 8$

(6)  $\angle 5, \angle 7, \angle 8$

(7)  $\angle 1, \angle 3, \angle 5, \angle 9$

(8)  $\angle 6, \angle 9$

مستعيناً بالشكل المجاور حدد العلاقة بين قياسي الزاويتين في كل من الأسئلة الآتية:



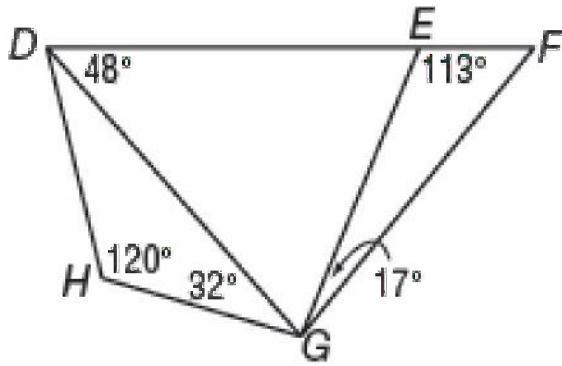
$\therefore RQ > QW$   
 $\therefore m\angle QRW < m\angle RWQ$  (9)

$\therefore RW < TR$   
 $\therefore m\angle RTW < m\angle TWR$  (10)

$\therefore RT > ST$   
 $\therefore m\angle RST > m\angle TRS$  (11)

$\therefore WR < QW$   
 $\therefore m\angle WQR < m\angle QRW$  (12)

مستعيناً بالشكل المجاور حدد العلاقة بين طولي كل قطعتين مستقيمتين في كل من الأسئلة الآتية:



(13)

$$\begin{aligned} \therefore m\angle GDH &= 180 - (120 + 32) = 28^\circ \\ \therefore m\angle DGH &> m\angle GDH \\ \therefore \overline{DH} &> \overline{GH} \end{aligned}$$

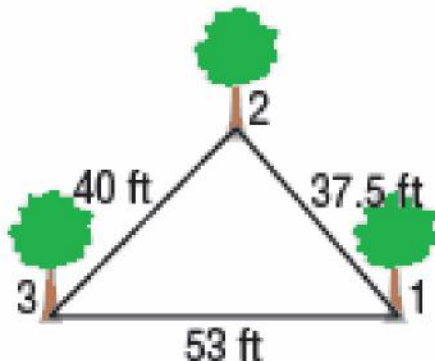
(14)

$$\begin{aligned} m\angle DGE &= 113 - 48 = 65^\circ \\ m\angle DEG &= 180 - 113 = 67^\circ \\ \therefore m\angle DEG &> m\angle DGE \\ \therefore \overline{DE} &< \overline{DG} \end{aligned}$$

(15)

$$\begin{aligned} m\angle EFG &= 180 - (113 + 17) = 30^\circ \\ \therefore m\angle EFG &< m\angle FEG \\ \therefore \overline{EG} &< \overline{FG} \end{aligned}$$

(16)



$$\begin{aligned} m\angle EGD &= 113 - 48 = 65^\circ \\ \therefore m\angle EGD &> m\angle EDG \\ \therefore \overline{DE} &> \overline{EG} \end{aligned}$$

(17) **حقيقة:**

$$\therefore 53 > 40 > 37.5$$

الشجرة 2 تقابل الزاوية الأكبر

## 4-4 البرهان غير المباشر

اكتب الافتراض الذي نبدأ به برهاننا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

(1)  $BD$  لا تنصف  $\angle ABC$

(2)  $RT \neq TS$

اكتب برهاننا غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين:

(3) الخطوة الأولى: نفرض أن  $x \leq 3$

الخطوة الثانية: إذا كانت  $x \leq 3$ ، فإن  $-4x \geq -12$  يعني أن  $-4x + 2 \geq -10$ ،  
الذي يتعارض مع المتباينة المعطاة

الخطوة الثالثة: حيث افترضنا أن  $x \leq 3$  يؤدي بالتناقض، يجب أن يكون صحيحاً أن  $x > 3$

(4) الخطوة الأولى: نفرض أن  $a \square b$

الخطوة الثانية: إذا كان  $a \square b$ ، الزوايا الداخلية المتحالفة  $\angle 2$ ،  $\angle 3$  هي متكاملتان. وبالتالي  
هذا يتناقض بالمعطيات أن  $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$

الخطوة الثالثة: حيث لا يفترض أي شيء بالتناقض، إذن الفرض  $a \square b$  غير صحيح.

وبالتالي، يجب أن يكون  $a \parallel b$  صحيح

(5) **فيزياء:** افترض أن درجة الحرارة كانت  $20^\circ\text{C}$  عندما سمع عبدالله صوت الصفارة و

بما أن صوت الصفارة يستغرق أكثر من 5s حتى يصل أذنه، وهذا يعني بتناقض  
معطيات المسألة ولذا يكون افتراض أن درجة الحرارة كانت  $20^\circ\text{C}$  خطأ وهذه فإن  
درجة الحرارة لم تكن  $20^\circ\text{C}$  عندما سمع صوت صفارة الإنذار.

## 4-5 متباينة المثلث

حدد ما إذا كانت كل من القياسات الآتية تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي وان لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب:

(1) نعم

(2) لا، لان  $8 + 9 = 17$

(3) نعم

(4) لا، لان  $23 + 26 < 50$

(5) نعم

(6) نعم

(7) لا، لان  $0.7 + 1.4 = 2.1$

(8) نعم

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولاه ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

(9)  $13 \text{ ft.} < n < 25 \text{ ft.}$

(10)  $22 \text{ km} < n < 36 \text{ km}$

(11)  $14 \text{ in.} < n < 40 \text{ in.}$

(12)  $5 \text{ ft.} < n < 41 \text{ ft.}$

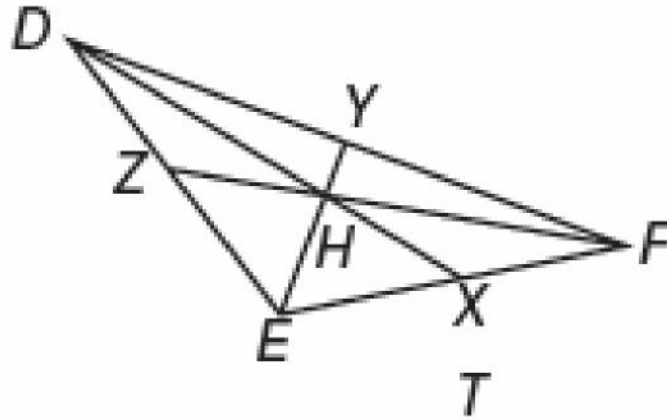
(13)  $13 \text{ yd.} < n < 63 \text{ yd.}$

(14)  $6 \text{ cm.} < n < 70 \text{ cm.}$

(15)  $36 \text{ m} < n < 48 \text{ m}$

(16)  $47 \text{ in.} < n < 61 \text{ in.}$

(17) برهان:



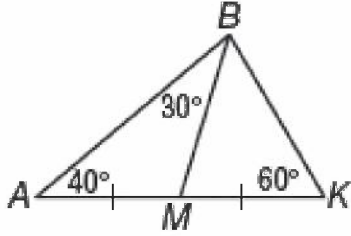
المبررات	العبارات
معطي	H مركز $\triangle EDF$
تعريف مركز المثلث	$\overline{EY}$ قطعة متوسطة
تعريف القطعة المتوسطة	Y منتصف $\overline{DF}$
تعريف نقطة المنتصف	$DY = FY$
نظرية متباينة المثلث	$EY + DY > DE$
بالتعويض	$EY + FY > DE$

(18) سياج: 3 نماذج

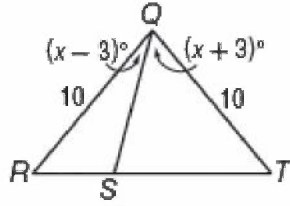
## 4-6 المتباينات في مثلثين

قارن بين كل قياسين في الأسئلة الآتية:

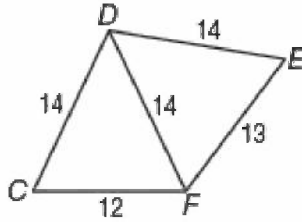
(1)  $AB > BR$



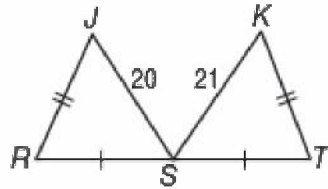
(2)  $ST > SR$



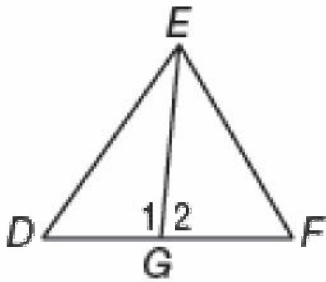
(3)  $m\angle CDF > m\angle EDF$



(4)  $m\angle R < m\angle T$



(5) البرهان:



المبررات	العبارات
معطي	G منتصف $\overline{DF}$
تعريف نقطة المنتصف	$\overline{DG} \cong \overline{FG}$
خاصية الانعكاس	$\overline{EG} \cong \overline{EG}$
معطي	$m\angle 1 > m\angle 2$
نظرية المتباينة SAS	$ED > EF$



(6) أدوات: مثال على المتباينة SAS.