

الرياضيات 3

المستوى الثالث

المسار العلمي

النظام الفصلي للتعليم

الثانوي

كتاب التمارين

الفصل الأول

الدور والتمثيل

خصائص الأعداد الحقيقية

حدد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

$$R, Q, Z, W, N \quad (١) \quad 6425$$

$$R, I \quad (٢) \quad \sqrt{7}$$

$$R, I \quad (٣) \quad 2\pi$$

$$R, Q, Z, W \quad (٤) \quad 0$$

$$R, Q \quad (٥) \quad \sqrt{\frac{25}{36}}$$

$$R, Q, Z \quad (٦) \quad -\sqrt{16}$$

$$R, Q, Z \quad (٧) \quad -35$$

$$R, Q \quad (٨) \quad -31.8$$

اذكر الخاصية الموضحة في كل مما يأتي:

$$\text{التبديلية لعملية الجمع} \quad 5x \cdot (4y + 3x) = 5x \cdot (3x + 4y) \quad (٩)$$

$$\text{التجميعية لعملية الجمع} \quad 7x + (9x + 8) = (7x + 9x) + 8 \quad (١٠)$$

$$\text{العنصر المحايد لعملية الضرب} \quad 5(3x + y) = 5(3x + 1y) \quad (١١)$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 7n + 2n = (7 + 2)n \quad (١٢)$$

$$\text{التجميعية لعملية الضرب} \quad 3(2x)y = (3 \cdot 2)(xy) \quad (١٣)$$

$$\text{التبديلية لعملية الضرب} \quad 3x \cdot 2y = 3 \cdot 2 \cdot x \cdot y \quad (١٤)$$

$$\text{النظير الجمعي} \quad (6 + -6)y = 0y \quad (١٥)$$

النظير الضربي

$$\frac{1}{4} \cdot 4y = 1y \quad (١٦)$$

الخاصية التوزيعية

$$5(x + y) = 5x + 5y \quad (١٧)$$

العنصر المحايد لعملية الجمع

$$4n + 0 = 4n \quad (١٨)$$

أوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي:

$$\text{النظير الجمعي: } -0.4, \text{ النظير الضربي: } 2.5 \quad (١٩) \quad 0.4$$

$$\text{النظير الجمعي: } 1.6, \text{ النظير الضربي: } -\frac{5}{8} \quad (٢٠) \quad -1.6$$

$$\text{النظير الجمعي: } \frac{11}{16}, \text{ النظير الضربي: } -\frac{16}{11} \quad (٢١) \quad -\frac{11}{16}$$

$$\text{النظير الجمعي: } -5\frac{5}{6}, \text{ النظير الضربي: } \frac{6}{35} \quad (٢٢) \quad 5\frac{5}{6}$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$5x - 3y - 2x + 3y \quad (٢٣)$$

$$-11a - 13b + 7a - 3b \quad (٢٤) \quad 3x$$

$$8x - 7y - (3 - 6y) \quad (٢٥) \quad -4a - 16b$$

$$4c - 2c - (4c + 2c) \quad (٢٦) \quad 8x - y - 3 = 8x - 7y - 3 + 6y$$

$$3(r - 10t) - 4(7t + 2) \quad (٢٧) \quad -4c = 2c - (6c)$$

$$\frac{1}{5}(10a - 15b) + \frac{1}{2}(8b + 4a) \quad (٢٨) \quad -5r - 58t = 3r - 30t - 28t - 8r$$

$$4a + b = 2a - 3b + 4b + 2a$$

$$2(4z - 2x + y) - 4(5z + x - y) \quad (٢٩)$$

$$6y - 8x - 12z = 8z - 4x + 2y - 20z - 4x + 4y$$

$$\frac{5}{6}(\frac{3}{5}x + 12y) - \frac{1}{4}(2x - 12y) \quad (٣٠)$$

$$13y = \frac{1}{2}x + 10y - \frac{1}{2}x + 3y$$

(٣١) سفر:

$$60t + 50(t + 2) = \text{مجموع المسافتين}$$

$$60t + 50t + 100 =$$

$$(110t + 100)mi =$$

(٣٢) نظرية الأعداد: خاطئة لأن

$$\text{إذن ؛ } 1 = b\left(\frac{1}{b}\right) ؛ 1 = a\left(\frac{1}{a}\right)$$

$$a\left(\frac{1}{a}\right) = b\left(\frac{1}{b}\right)$$

العلاقات والدوال

حدد كلا من مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي ثم حدد إذا كانت دالة أم لا وإذا كانت فهل هي متباينة أم لا؟

(١) المجال = $\{2, 8\}$ ، المدى = $\{21, 25, 30\}$
العلاقة ليست دالة

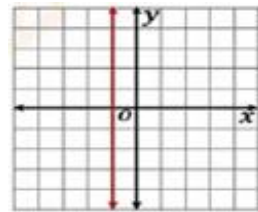
(٢) المجال = $\{5, 10, 15\}$ ، المدى = $\{105, 110\}$
العلاقة دالة ليست متباينة

(٣) المجال = $\{-3, -1, 0, 2, 3\}$ ، المدى = $\{-2, -1, 0, 4\}$
العلاقة دالة ليست متباينة

(٤) المجال = $\{-2, -1, 1, 2\}$ ، المدى = $\{-1, 0, 1\}$
العلاقة ليست دالة

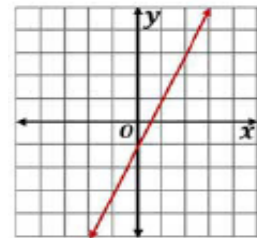
مثل كل معادلة فيما يأتي بيانيا، ثم حدد مجالها، ومداه، وحدد إذا ما كانت دالة أم لا، وان كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة:

(٥)



مجالها = $\{-1\}$ ، مداها = R ، ليست دالة

(٦)



مجالها = R ، مداها = R ، دالة متباينة متصلة

إذا كان $g(x) = -2x + 3$ ، $f(x) = \frac{5}{x+2}$ فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$1 = \frac{5}{5} = \frac{5}{3+2} = \frac{5}{x+2} = f(3) \quad (٧)$$

$$\frac{-5}{2} = \frac{5}{-2} = \frac{5}{-4+2} = \frac{5}{x+2} = f(-4) \quad (٨)$$

$$2 = -1 + 3 = -2 \times \frac{1}{2} + 3 = g\left(\frac{1}{2}\right) \quad (٩)$$

$$\text{غير معرفة} = \frac{5}{0} = \frac{5}{-2+2} = \frac{5}{x+2} = f(-2) \quad (١٠)$$

$$15 = 12 + 3 = -2 \times -6 + 3 = g(-6) \quad (١١)$$

$$\frac{5}{m} = \frac{5}{m-2+2} = \frac{5}{x+2} = f(m-2) \quad (١٢)$$

(١٣) تخفيضات:

المجال = $\{5, 4, 3, 2, 1\}$

المدى = $\{60, 52, 42, 30, 16\}$

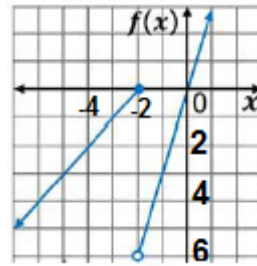
العلاقة دالة منفصلة

(١٤) عمليات حسابية: $7.5 = 0.0000000015 \times 5000000000$ ثانية.

دوال خاصة

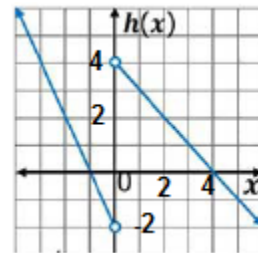
مثل كل دالة مما يأتي، ثم حدد كلا من مجالها ومداهما:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -2 \\ 3x, & x > -2 \end{cases} \quad (١)$$



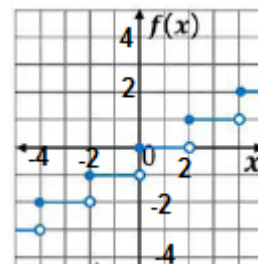
المجال = \mathbb{R} ، المدى = \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x > 0 \\ -2x - 2, & x < 0 \end{cases} \quad (٢)$$



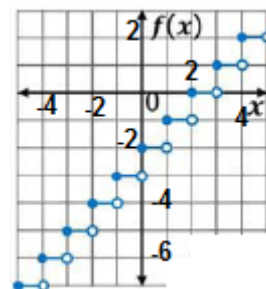
المجال = $\{x | x \neq 0\}$ ، المدى = \mathbb{R}

$$f(x) = [0.5x] \quad (٣)$$



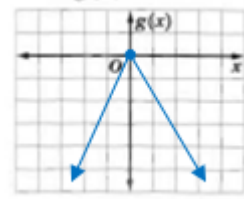
المجال = \mathbb{R} ، المدى = \mathbb{Z}

$$f(x) = [x] - 2 \quad (٤)$$



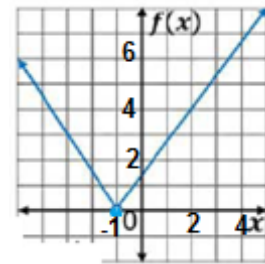
المجال = \mathbb{R} ، المدى = \mathbb{Z}

$$g(x) = -2|x| \quad (٥)$$



المجال = \mathbb{R} ، المدى = $\{g(x) | g(x) \leq 0\}$

$$f(x) = |x + 1| \quad (٦)$$



المجال = \mathbb{R} ، المدى = $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

(٧) أعمال:



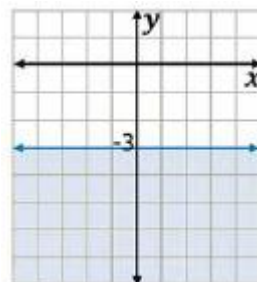
(٨) أعمال:



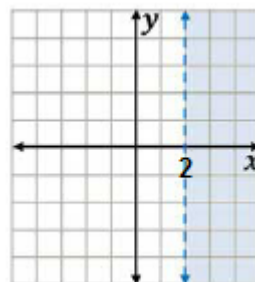
تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً

مثل كل متباينة فيما يأتي بيانياً:

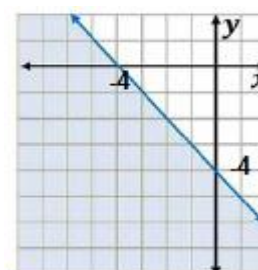
(١) $y \leq -3$



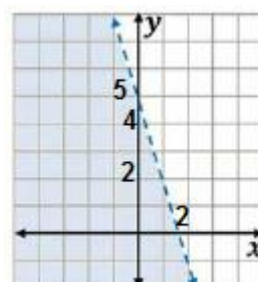
(٢) $x > 2$



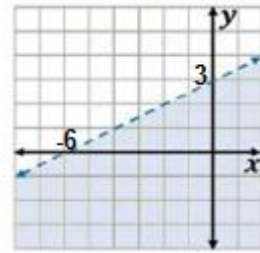
(٣) $x + y \leq -4$



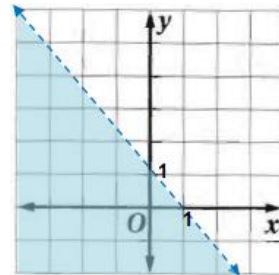
(٤) $y < -3x + 5$



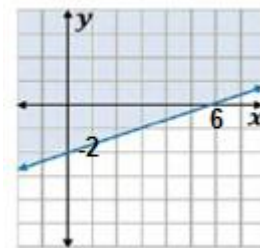
$$y < \frac{1}{2}x + 3 \quad (^\circ)$$



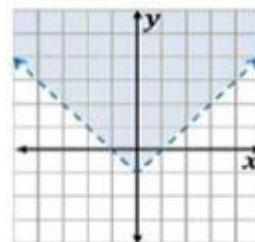
$$y - 1 < -x \quad (^\nabla)$$



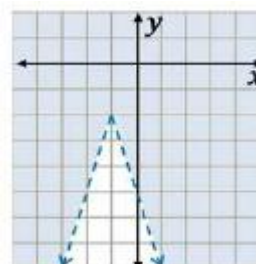
$$x - 3y \leq 6 \quad (^\vee)$$



$$y > |x| - 1 \quad (^\wedge)$$



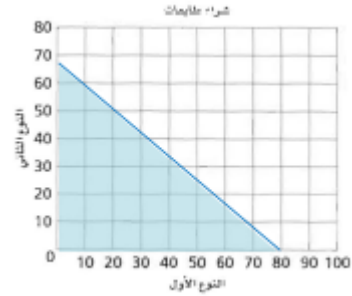
$$y > -3|x + 1| - 2 \quad (^\heartsuit)$$



(١٠) **طابعات:**

(a) $1000a + 1200b \leq 80000$

(b)

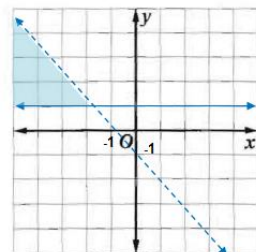


(c) **نعم؛ لأن** $80000 = 50000 + 30000 = 50 \cdot 1000 + 25 \cdot 1200$

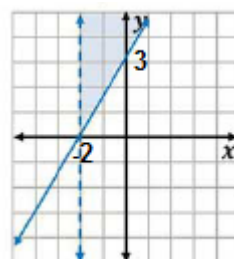
حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

حل كل نظام فيما يأتي بيانيا:

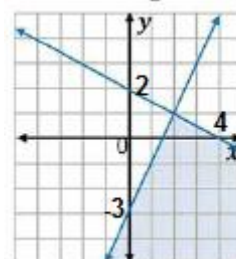
$$\begin{aligned} y + 1 &< -x \\ y &\geq 1 \end{aligned} \quad (١)$$



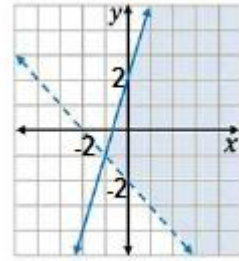
$$\begin{aligned} x &> -2 \\ 2y &\geq 3x + 6 \end{aligned} \quad (٢)$$



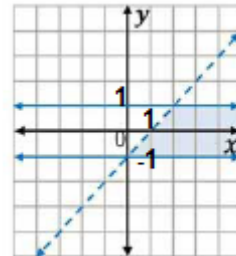
$$\begin{aligned} y &\leq 2x - 3 \\ y &\leq -\frac{1}{2}x + 2 \end{aligned} \quad (٣)$$



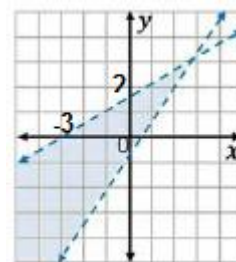
$$\begin{aligned} x + y &> -2 \\ 3x - y &\geq -2 \end{aligned} \quad (٤)$$



$$\begin{aligned} |y| &\leq 1 \\ y &< x - 1 \end{aligned} \quad (٥)$$



$$\begin{aligned} 3y &\leq 4x \\ 2x - 3y &> -6 \end{aligned} \quad (٦)$$

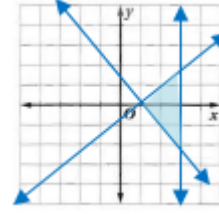


أوجد إحدائيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

$$y \geq 1 - x$$

$$y \leq x - 1 \quad (٧)$$

$$x \leq 3$$

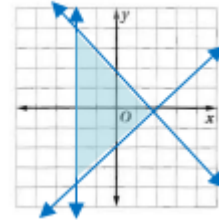


$$(1, 0), (3, 2), (3, -2)$$

$$x - y \leq 2$$

$$x + y \leq 2 \text{ (A)}$$

$$x \geq -1$$

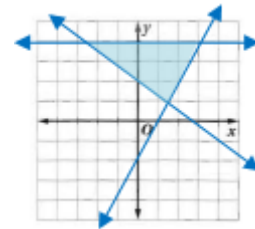


$$(-2, 4), (-2, -4), (2, 0)$$

$$y \geq 2x - 2$$

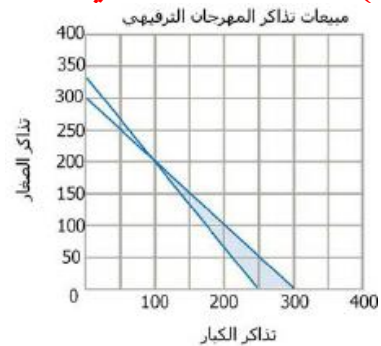
$$2x + 3y \geq 6 \text{ (9)}$$

$$x < 4$$



$$(-3, 4), (1.5, 1), (3, 4)$$

١٠) مهرجان ترفيهي:

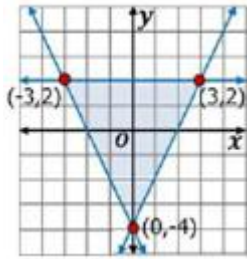


(a) $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 300, 15x + 11y \leq 3630$

(b) 250 للكبار و 50 للصغار
أو 200 للكبار و 100 للصغار
أو 145 للكبار و 155 للصغار

البرمجة الخطية والحل الأمثل

مثل كل نظام مما يأتي بياناً ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:



$$2x - 4 \leq y$$

$$-2x - 4 \leq y$$

$$y \leq 2$$

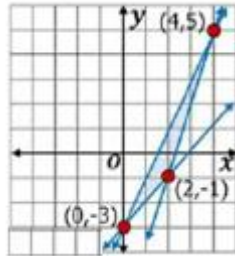
$$f(x, y) = -2x + y$$

(١)

(x, y)	$-2x + y$	$f(x, y)$
$(-3, 2)$	$-2(-3) + 2$	8
$(3, 2)$	$-2(3) + 2$	-4
$(0, -4)$	$-2(0) - 4$	-4

القيمة العظمى = 8

القيمة الصغرى = -4



$$3x - y \leq 7$$

$$2x - y \geq 3$$

$$y \geq x - 3$$

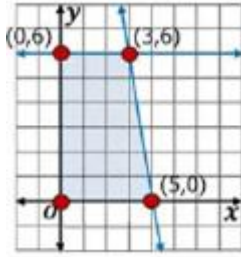
$$f(x, y) = x - 4y$$

(٢)

(x, y)	$x - 4y$	$f(x, y)$
$(0, -3)$	$0 - 4(-3)$	12
$(2, -1)$	$2 - 4(-1)$	6
$(4, 5)$	$4 - 4(5)$	-16

القيمة العظمى = 12

القيمة الصغرى = -16



$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$y \leq 6 \quad (3)$$

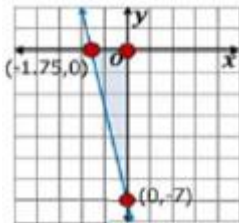
$$y \leq -3x + 15$$

$$f(x, y) = 3x + y$$

(x, y)	$3x + y$	$f(x, y)$
$(0, 0)$	$3(0) + 0$	0
$(0, 6)$	$3(0) + 6$	6
$(3, 6)$	$3(3) + 6$	15
$(5, 0)$	$3(5) + 0$	15

القيمة العظمى = 15

القيمة الصغرى = 0



$$x \leq 0$$

$$y \leq 0$$

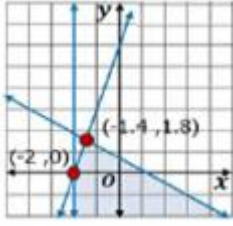
$$4x + y \geq -7 \quad (4)$$

$$f(x, y) = -x - 4y$$

(x, y)	$-x - 4y$	$f(x, y)$
$(0, 0)$	$0 - 4(0)$	0
$(-1.75, 0)$	$-(-1.75) - 4(0)$	1.75
$(0, -7)$	$0 - 4(-7)$	28

القيمة العظمى = 28

القيمة الصغرى = 0



$$y \leq 3x + 6$$

$$4y + 3x \leq 3$$

$$x \geq -2$$

$$f(x, y) = -x + 3y$$

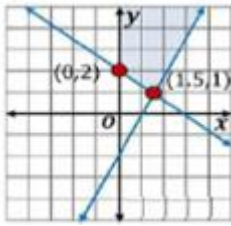
(٥)

(x, y)	$-x + 3y$	$f(x, y)$
$(-2, 0)$	$-(-2) + 3(0)$	2
$(-1.4, 1.8)$	$-(-1.4) + 3(1.8)$	6.8

على اعتبار النقطة $(-1, 0)$
 $f(-1, 0) = -(-1) + 3(0) = 1$
وهي أصغر من 2 ؛ إذن لا
توجد قيمة صغرى

القيمة العظمى = 6.8

القيمة الصغرى = لا يوجد



$$2x + 3y \geq 6$$

$$2x - y \leq 2$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$f(x, y) = x + 4y + 3$$

(٦)

(x, y)	$x + 4y + 3$	$f(x, y)$
$(0, 2)$	$0 + 4(2) + 3$	11
$(1.5, 1)$	$1.5 + 4(1) + 3$	8.5

على اعتبار النقطة $(1, 3)$
 $f(1, 3) = 1 + 4(3) + 3 = 16$
وهي أكبر
من 11 ؛ إذن لا توجد قيمة عظمى

القيمة العظمى = لا يوجد

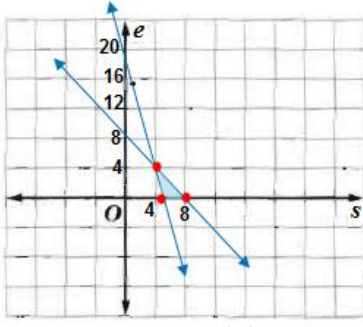
القيمة الصغرى = 8.5

(٧) زخرفة:

(a) $s \geq 0, e \geq 0, s + e \leq 8, 8s + 2e \geq 40$

(b) $f(s, e) = 30s + 35e$

(c)



(s, e)	$30s + 35e$	$f(s, e)$
$(5, 0)$	$30(5) + 35(0)$	150
$(8, 0)$	$30(8) + 35(0)$	180
$(4, 4)$	$30(4) + 35(4)$	260

4 ساعات لكل نوع
مقدار الأجر = 260 ريالاً

الفصل الثاني

المصنف فارح

المتتابعات

حدد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

$$1 \times 3 \quad \begin{bmatrix} -3 & -3 & 7 \end{bmatrix} \quad (١)$$

$$2 \times 3 \quad \begin{bmatrix} 5 & 8 & -1 \\ -2 & -3 & 8 \end{bmatrix} \quad (٢)$$

$$3 \times 4 \quad \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 3 \\ 5 & 16 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad (٣)$$

$$\text{إذا كانت } B = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -1 & 0 \\ 9 & 5 & 7 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 9 & 8 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ فحدد كل}$$

عنصر مما يأتي:

$$7 = b_{23} \quad (٤)$$

$$2 = a_{42} \quad (٥)$$

$$2 = b_{11} \quad (٦)$$

$$0 = a_{32} \quad (٧)$$

$$0 = a_{14} \quad (٨)$$

$$-4 = a_{23} \quad (٩)$$

(١٠) احصاءات:

$$\begin{bmatrix} 90966 & 5545 & 178 \\ 241909 & 3754 & 0 \end{bmatrix}$$

(١١) كرة قدم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad (a)$$

3×3 (b)

معمليات على المصفوفات

أوجد الناتج فيما يأتي إذا كان ذلك ممكنا:

$$\begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 10 & -4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \\ 14 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 9 \\ 7 & -11 \\ -8 & 17 \end{bmatrix} \quad (١)$$

$$\begin{bmatrix} 71 \\ -116 \\ 42 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -71 \\ 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -67 \\ 45 \\ -24 \end{bmatrix} \quad (٢)$$

$$-3 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 17 & -11 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -3 & 16 \\ -21 & 12 \end{bmatrix} \quad (٣)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -51 & 33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -12 & 64 \\ -84 & 48 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 64 \\ -135 & 81 \end{bmatrix} =$$

$$7\begin{bmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 4 & 7 & 9 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 7 & 2 & -6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 14 & -7 & 56 \\ 28 & 49 & 63 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 8 & -6 \\ 14 & 4 & -12 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 16 & -15 & 62 \\ 14 & 45 & 75 \end{bmatrix} =$$

$$-2\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 16 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -12 \\ -2 \end{bmatrix} =$$

$$\frac{3}{4}\begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -16 & 20 \end{bmatrix} + \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 27 & -9 \\ 54 & -18 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -12 & 15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 18 & -6 \\ 36 & -12 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 24 & 3 \\ 24 & 3 \end{bmatrix} =$$

إذا كان

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 10 & -8 & 6 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix}$$

فأوجد ناتج كل مما يأتي:

$$\begin{bmatrix} 6 & -5 & -5 \\ -4 & 6 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix} = A - B \quad (٧)$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 7 & -6 \\ 3 & 10 & -18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & -8 & 6 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix} = A - C \quad (٨)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -12 & -15 \\ -3 & 0 & -27 \end{bmatrix} = -3 \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix} = -3B \quad (٩)$$

$$4 \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix} = 4B - A \quad (١٠)$$

$$\begin{bmatrix} -12 & 17 & 20 \\ 7 & -6 & 34 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 16 & 20 \\ 4 & 0 & 36 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$2 \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 10 & -8 & 6 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix} = -2B - 3C \quad (١١)$$

$$\begin{bmatrix} -26 & 16 & -28 \\ 16 & 12 & -78 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -10 \\ -2 & 0 & -18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30 & -24 & 18 \\ -18 & -12 & 60 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix} + 0.5 \begin{bmatrix} 10 & -8 & 6 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix} = A + 0.5C \quad (١٢)$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -5 & 3 \\ -6 & 4 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -4 & 3 \\ -3 & -2 & 10 \end{bmatrix} =$$

مجسمات جمالية: (١٣)

$$\begin{bmatrix} 27 & 567000 \\ 41 & 902000 \\ 35 & 777000 \end{bmatrix} @ \begin{bmatrix} 36 & 864000 \\ 32 & 672000 \\ 28 & 562000 \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} 63 & 1431000 \\ 73 & 1574000 \\ 63 & 1339000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 567000 \\ 41 & 902000 \\ 35 & 777000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 36 & 864000 \\ 32 & 672000 \\ 28 & 562000 \end{bmatrix} \quad (b)$$

تغذية: (١٤)

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 12 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 24 & 8 & 5 \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

حدد إذا كانت عملية الضرب معرفة في كل مما يأتي أم لا، وإن كانت كذلك فحدد رتبة المصفوفة الناتجة:

معرفة ، 7×3

$$A_{7 \times 4} \cdot B_{4 \times 3} \quad (١)$$

معرفة ، 3×8

$$A_{3 \times 5} \cdot M_{5 \times 8} \quad (٢)$$

معرفة ، 2×6

$$M_{2 \times 1} \cdot A_{1 \times 6} \quad (٣)$$

غير معرفة

$$M_{3 \times 2} \cdot A_{3 \times 2} \quad (٤)$$

معرفة ، 1×1

$$P_{1 \times 9} \cdot Q_{9 \times 1} \quad (٥)$$

معرفة ، 9×9

$$P_{9 \times 1} \cdot Q_{1 \times 9} \quad (٦)$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكنا:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (٧)$$

$$\begin{bmatrix} 2(3) + 4(6) & 2(-2) + 4(0) & 2(7) + 4(-5) \\ 3(3) - 1(6) & 3(-2) - 1(0) & 3(7) - 1(-5) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 30 & -4 & -6 \\ 3 & -6 & 26 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \quad (٨)$$

$$\begin{bmatrix} 2(-3) + 4(2) & 2(0) + 4(5) \\ 7(-3) - 1(2) & 7(0) - 1(5) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 20 \\ -23 & -5 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -1 \end{bmatrix} \quad (٩)$$

$$\begin{bmatrix} -3(2) + 0(7) & -3(4) + 0(-1) \\ 2(2) + 5(7) & 2(4) + 5(-1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -12 \\ 39 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 0 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (١٠)$$

لا يمكن ذلك

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} 4(1) + 0(3) + 2(-1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} 1(4) & 1(0) & 1(2) \\ 3(4) & 3(0) & 3(2) \\ -1(4) & -1(0) & -1(2) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 12 & 0 & 6 \\ -4 & 0 & -2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -6(5) + 2(0) & -6(0) + 2(5) \\ 3(5) - 1(0) & 3(0) - 1(5) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -30 & 10 \\ 15 & -5 \end{bmatrix} =$$

$$[-15 \quad -9] \cdot \begin{bmatrix} 6 & 11 \\ 23 & -10 \end{bmatrix} \quad (١٤)$$

$$[-15(6) - 9(23) \quad -15(11) - 9(-10)] =$$

$$[-297 \quad -75] =$$

إذا كانت $K = 3$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$,
فحدد إذا كانت المعادلات الآتية صحيحة للمصفوفات المعطاة أم لا:

$$AC = CA \quad (١٥)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = AC$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = CA$$

المعادلة صحيحة.

$$A(B + C) = BA + CA \quad (١٦)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) = A(B + C)$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = BA + CA$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 9 \\ -8 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \\ -5 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} =$$

المعادلة غير صحيحة.

$$A(KB) = K(AB) \quad (١٧)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \left(3 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \right) = A(KB)$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 30 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ -6 & -3 \end{bmatrix} =$$

$$3 \left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \right) = K(AB)$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 30 & -3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 10 & -1 \end{bmatrix} =$$

المعادلة صحيحة.

$$(A + C)B = B(A + C) \quad (١٨)$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = (A + C)B$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 12 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) = B(A + C)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 \\ -3 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} =$$

المعادلة غير صحيحة.

(١٩) عقارات:

$$\begin{bmatrix} 36 & 24 & 22 \\ 29 & 32 & 42 \\ 18 & 22 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1796 \\ 2165 \\ 2538 \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} 172452 \\ 227960 \\ 125642 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36(1796) + 24(2165) + 22(2538) \\ 29(1796) + 32(2165) + 42(2538) \\ 18(1796) + 22(2165) + 18(2538) \end{bmatrix} \quad (b)$$

$$(c) \text{ المجموع } = 172452 + 227960 + 125642 = 526054 \text{ ريالاً.}$$

المحددات وقاعدة كرامر

أوجد قيمة كل محددة فيما يأتي:

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} \quad (١)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 1(7) - 2(6) = 7 - 12 = -5$$

$$\begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \quad (٢)$$

$$\begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 9(2) - 3(6) = 18 - 18 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} \quad (٣)$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 4(-5) - (-2)(1) = -20 + 2 = -18$$

$$\begin{vmatrix} -14 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \quad (٤)$$

$$\begin{vmatrix} -14 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-14)(-2) - 2(-3) = 28 + 6 = 34$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -12 & 4 \end{vmatrix} \text{ (e)}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -12 & 4 \end{vmatrix} = 4(4) - (-12)(-3) = 16 - 36 = -20$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & -11 \end{vmatrix} \text{ (f)}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & -11 \end{vmatrix} = 2(-11) - 5(-5) = -22 + 25 = 3$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 3.75 & 5 \end{vmatrix} \text{ (g)}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 3.75 & 5 \end{vmatrix} = 3(5) - 3.75(-4) = 15 + 15 = 30$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -9.5 \end{vmatrix} \text{ (h)}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -9.5 \end{vmatrix} = 2(-9.5) - 3(-1) = -19 + 3 = -16$$

$$\begin{vmatrix} 0.5 & -0.7 \\ 0.4 & -0.3 \end{vmatrix} \text{ (i)}$$

$$\begin{vmatrix} 0.5 & -0.7 \\ 0.4 & -0.3 \end{vmatrix} = 0.5(-0.3) - 0.4(-0.7) = -0.15 + 0.28 = 0.13$$

أوجد قيمة كل محددة فيما يأتي:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \quad (١٠)$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$8 + (-18) + 0 = -10$$

$$8 + 30 + 0 = 38$$

$$-10 - 38 = -48$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 9 \\ -1 & 5 & 7 \end{vmatrix} \quad (١١)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 9 \\ -1 & 5 & 7 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 0 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$0 + 36 + 15 = 51$$

$$0 + 90 + (-84) = 6$$

$$51 - 6 = 45$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad (١٢)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & | & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & | & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & | & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2 + (-2) + 1 = 1$$

$$-1 + (-4) + (-1) = -6$$

$$1 - (-6) = 7$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 & | & 0 & -4 \\ 2 & -1 & 1 & | & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 5 & | & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$0 + (-12) + 0 = -12$$

$$0 + 0 + (-40) = -40$$

$$-12 - (-40) = 28$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 8 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 & | & 2 & 7 \\ 8 & 4 & 0 & | & 8 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & | & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$24 + 0 + 48 = 72$$

$$-24 + 0 + 168 = 144$$

$$72 - 144 = -72$$

$$\begin{vmatrix} -12 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & -1 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix} \quad (١٥)$$

$$\begin{vmatrix} -12 & 0 & 3 & -12 & 0 \\ 7 & 5 & -1 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & -6 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$360 + 0 + 42 = 402$$

$$60 + 24 + 0 = 84$$

$$402 - 84 = 318$$

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام من معادلتين فيما يأتي:

$$\begin{aligned} 4x - 2y &= -6 \\ 3x + y &= 18 \end{aligned} \quad (١٦)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4(1) - 3(-2) = 4 + 6 = 10$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -6 & -2 \\ 18 & 1 \end{vmatrix}}{10} = \frac{-6(1) - 18(-2)}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 3 & 18 \end{vmatrix}}{10} = \frac{4(18) - 3(-6)}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

$$(x, y) = (3, 9)$$

$$5x + 4y = 10$$

$$-3x - 2y = -8$$

(17)

$$|C| = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = 5(-2) - (-3)(4) = -10 + 12 = 2$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 4 \\ -8 & -2 \end{vmatrix}}{2} = \frac{10(-2) - (-8)(4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 10 \\ -3 & -8 \end{vmatrix}}{2} = \frac{5(-8) - (-3)(10)}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$(x, y) = (6, -5)$$

$$-2x - 3y = -14$$

$$4x - y = 0$$

(18)

$$|C| = \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -2(-1) - 4(-3) = 2 + 12 = 14$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -14 & -3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}}{14} = \frac{-14(-1) - 0(-3)}{14} = \frac{14}{14} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -14 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}}{14} = \frac{-2(0) - 4(-14)}{14} = \frac{54}{14} = 4$$

$$(x, y) = (1, 4)$$

$$6x + 6y = 9$$

$$4x - 4y = -42$$

(19)

$$|C| = \begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} = 6(-4) - 4(-6) = -24 - 24 = -48$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 6 \\ -42 & -4 \end{vmatrix}}{-48} = \frac{9(-4) - (-42)(6)}{-48} = \frac{216}{-48} = \frac{-9}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 9 \\ 4 & -42 \end{vmatrix}}{-48} = \frac{6(-42) - 4(9)}{-48} = \frac{-288}{-48} = 6$$

$$(x, y) = \left(\frac{-9}{2}, 6\right)$$

$$\begin{array}{ll} 5x - 3y = 6 & \leftarrow 5x - 6 = 3y \\ -3x + 5y = 54 & \leftarrow 5y = 54 + 3x \end{array} \quad (٢٠)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 5(5) - (-3)(-3) = 25 - 9 = 16$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 54 & 5 \end{vmatrix}}{16} = \frac{6(5) - 54(-3)}{16} = \frac{192}{16} = 12$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -3 & 54 \end{vmatrix}}{16} = \frac{5(54) - (-3)(6)}{16} = \frac{288}{16} = 18$$

$$(x, y) = (12, 18)$$

$$\begin{array}{ll} 2x + y = 8 & \xleftarrow{\text{اضرب } 4 \times} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \\ 3x - 2y = -72 & \xleftarrow{\text{اضرب } \times} \frac{x}{4} - \frac{y}{6} = -6 \end{array} \quad (٢١)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 2(-2) - 3(1) = -4 - 3 = -7$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ -72 & -2 \end{vmatrix}}{-7} = \frac{8(-2) - (-72)(1)}{-7} = \frac{56}{-7} = -8$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 3 & -72 \end{vmatrix}}{-7} = \frac{2(-72) - 3(8)}{-7} = \frac{-168}{-7} = 24$$

$$(x, y) = (-8, 24)$$

هندسة: (٢٢)

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 10 & 1 \\ 6 & -5 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -4 & 10 & 1 & -4 & 10 \\ 6 & -5 & 1 & 6 & -5 \\ 3 & 5 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$-15 + (-20) + 60 = 25$$

$$20 + 30 + 30 = 80$$

$$25 - 80 = -55$$

$$A = \frac{1}{2}(-55) = -27.5$$

$$= |-27.5| = 27.5$$

مساحة المثلث = 27.5 وحدة مربعة.

(٢٣) بيئة:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 & 10 & 1 \\ 6 & 17 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -8 & 10 & 1 \\ 6 & 17 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -8 & 10 \\ 6 & 17 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$34 + 32 + 60 = 126$$

$$-136 + 20 + (-24) = -140$$

$$126 - (-140) = 266$$

$$A = \frac{1}{2} (266) = 133$$

مساحة الإقليم = 133 كيلومتر مربع.

النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

حدد إذا كانت المصفوفتان تمثلان نظيرا ضربيا بعضهما البعض أم لا، في كل مما يأتي:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (١)$$

$$M \cdot N = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+3 & 2-2 \\ -6+6 & 3-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \neq I$$

لا تمثلان نظيرا ضربيا.

$$X = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad (٢)$$

$$X \cdot Y = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9+10 & -6+6 \\ 15-15 & 10-9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

تمثلان نظيرا ضربيا.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (٣)$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} + \frac{2}{5} & -\frac{3}{10} + \frac{3}{10} \\ -\frac{4}{5} + \frac{4}{5} & \frac{4}{10} + \frac{6}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

تمثلان نظيرا ضربيا.

$$P = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} \quad (٤)$$

$$P \cdot Q = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{9}{7} - \frac{2}{7} & \frac{6}{7} - \frac{6}{7} \\ -\frac{3}{7} + \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} + \frac{9}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

تمثلان نظيرا ضربيا.

(٥) العبارة خاطئة.

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي اذا كان ذلك ممكنا:

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \quad (٦)$$

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = -12 + 20 = 8$$

$$A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-3}{8} & \frac{-5}{8} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \text{ (✓)}$$

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 10 - 0 = 10$$

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{-3}{10} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \text{ (✓)}$$

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = 7 - 12 = -5$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -7 & -3 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \text{ (✓)}$$

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 6 + 5 = 11$$

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{11} & \frac{-5}{11} \\ \frac{1}{11} & \frac{2}{11} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (١٠)$$

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 15 = 17$$

$$A^{-1} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{17} & \frac{5}{17} \\ \frac{-3}{17} & \frac{2}{17} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \quad (١١)$$

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 36 - 36 = 0$$

ليس لها نظير ضربي.

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

$$\begin{aligned} p + 3q &= 6 \\ 2p - 3q &= -6 \end{aligned} \quad (١٢)$$

$$\begin{bmatrix} p+3q \\ 2p-3q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(1)(-3) - 2(3)} \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-9} \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} + \frac{2}{3} & 1 - 1 \\ \frac{2}{9} - \frac{2}{9} & \frac{6}{9} + \frac{3}{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{18-18}{9} \\ \frac{12+6}{9} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore p = 0$$

$$q = 2$$

$$-x - 3y = 2$$

$$-4x - 5y = 1$$

(۱۳)

$$\begin{bmatrix} -x - 3y \\ -4x - 5y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-1)(-5) - (-4)(-3)} \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} & \frac{-3}{7} \\ \frac{-4}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{7} & \frac{-3}{7} \\ \frac{-4}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} & \frac{-3}{7} \\ \frac{-4}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{5}{7} + \frac{12}{7} & -\frac{15}{7} + \frac{15}{7} \\ \frac{4}{7} - \frac{4}{7} & \frac{12}{7} - \frac{5}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{7} - \frac{3}{7} \\ -\frac{8}{7} + \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore x = 1$$

$$y = -1$$

$$2m + 2n = -8$$

$$6m + 4n = -18$$

(\)

$$\begin{bmatrix} 2m + 2n \\ 6m + 4n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(2)(4) - (6)(2)} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 + 3 & -2 + 2 \\ 3 - 3 & 3 - 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 - 9 \\ -12 + 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore m = -1$$

$$n = -3$$

$$-3a + b = -9$$

$$5a - 2b = 14$$

(10)

$$\begin{bmatrix} -3a + b \\ 5a - 2b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-3)(-2) - (5)(1)} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -9 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 - 5 & -2 + 2 \\ 15 - 15 & -5 + 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 - 14 \\ 45 - 42 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore a = 4$$

$$b = 3$$

الفصل الثالث

تفسيرات المحررين والها

الأعداد المركبة

بسّط كلا مما يأتي:

$$\sqrt{-36} \quad (١)$$

$$\begin{aligned}\sqrt{-36} &= \sqrt{-1 \cdot 6^2} \\ &= 6i\end{aligned}$$

$$\sqrt{-8} \cdot \sqrt{-32} \quad (٢)$$

$$\begin{aligned}\sqrt{-8} \cdot \sqrt{-32} &= i\sqrt{8} \cdot i\sqrt{32} \\ &= i^2 \sqrt{256} \\ &= -1 \cdot \sqrt{16^2} \\ &= -16\end{aligned}$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{-15} \cdot \sqrt{-25} \quad (٣)$$

$$\begin{aligned}\sqrt{-15} \cdot \sqrt{-25} &= i\sqrt{15} \cdot i\sqrt{25} \\ &= i^2 \sqrt{15} \cdot \sqrt{25} \\ &= -1 \cdot 5 \cdot \sqrt{15} \\ &= -5\sqrt{15}\end{aligned}$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$(-3i)(4i)(-5i) \quad (4)$$

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} (-3i)(4i)(-5i) &= (-12i^2)(-5i) \\ &= (-12(-1))(-5i) \\ &= 12(-5i) \\ &= -60i \end{aligned}$$

$$(7i)^2(6i) \quad (5)$$

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} (7i)^2(6i) &= (49i^2)(6i) \\ &= (49(-1))(6i) \\ &= (-49)(6i) \\ &= -294i \end{aligned}$$

$$i^{42} \quad (6)$$

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} i^{42} &= (i^2)^{21} \\ &= (-1)^{21} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$i^{55} \quad (7)$$

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} i^{55} &= (i^2)^{25}(i) \\ &= (-1)^{25}(i) \\ &= (-1)(i) \\ &= -i \end{aligned}$$

$$i^{89} \quad (٨)$$

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} i^{89} &= (i^2)^{44}(i) \\ &= (-1)^{44}(i) \\ &= (1)(i) \\ &= i \end{aligned}$$

الخاصيتان التبديلية والتجميعية

بالتبسيط

$$(5 - 2i) + (-13 - 8i) \quad (٩)$$

$$\begin{aligned} &= (5 - 13) + (-2 - 8)i \\ &= -8 - 10i \end{aligned}$$

الخاصيتان التبديلية والتجميعية

بالتبسيط

$$(7 - 6i) + (9 + 11i) \quad (١٠)$$

$$\begin{aligned} &= (7 + 9) + (-6 + 11)i \\ &= 16 + 5i \end{aligned}$$

الخاصيتان التبديلية والتجميعية

بالتبسيط

$$(-12 + 48i) + (15 + 21i) \quad (١١)$$

$$\begin{aligned} &= (-12 + 15) + (48 + 21)i \\ &= 3 + 69i \end{aligned}$$

الخاصيتان التبديلية والتجميعية

بالتبسيط

$$(10 + 15i) - (48 - 30i) \quad (١٢)$$

$$\begin{aligned} &= (10 - 48) + (15 + 30)i \\ &= -38 + 45i \end{aligned}$$

$$(28 - 4i) - (10 - 30i) \quad (١٣)$$

الخاصيتان التبديلية والتجميعية

$$= (28 - 10) + (-4 + 30)i$$

بالتبسيط

$$= 18 + 26i$$

$$(6 - 4i)(6 + 4i) \quad (١٤)$$

بفك الأقواس

$$= 6(6) + 6(4i) + (-4i)(6) + (-4i)(4i)$$

بالضرب

$$= 36 + 24i - 24i - 16i^2$$

$$i^2 = -1$$

$$= 36 - 16(-1)$$

بالجمع

$$= 52$$

$$(8 - 11i)(8 - 11i) \quad (١٥)$$

بفك الأقواس

$$= 8(8) + 8(-11i) + (-11i)(8) + (-11i)(-11i)$$

بالضرب

$$= 64 - 88i - 88i + 121i^2$$

$$i^2 = -1$$

$$= 64 - 88i - 88i + 121(-1)$$

بالجمع

$$= 57 - 176i$$

$$(4 + 3i)(2 - 5i) \quad (١٦)$$

بفك الأقواس

$$= 4(2) + 4(-5i) + 3i(2) + 3i(-5i)$$

بالضرب

$$= 8 - 20i + 6i - 15i^2$$

$$i^2 = -1$$

$$= 8 - 20i + 6i - 15(-1)$$

بالجمع

$$= 23 - 14i$$

$$(7 + 2i)(9 - 6i) \quad (١٧)$$

بفك الأقواس

$$= 7(9) + 7(-6i) + 2i(9) + 2i(-6i)$$

بالضرب

$$= 63 - 42i + 18i - 12i^2$$

$$i^2 = -1$$

$$= 63 - 42i + 18i - 12(-1)$$

بالجمع

$$= 75 - 24i$$

$$\frac{6 + 5i}{-2i} \quad (١٨)$$

بالمضرب $\frac{i}{i}$

$$= \frac{6 + 5i}{-2i} \cdot \frac{i}{i}$$

بالضرب

$$= \frac{6i + 5i^2}{-2i^2}$$

$$i^2 = -1$$

$$= \frac{6i + 5(-1)}{-2(-1)}$$

$$= \frac{6i - 5}{2}$$

بكتابة الناتج على الصورة $a + bi$

$$= \frac{-5}{2} + 3i$$

$$\frac{2}{7-8i} \quad (١٩)$$

مترافقان مركبان $7-8i, 7+8i$

بالضرب

$$i^2 = -1$$

بكتابة الناتج على الصورة $a+bi$

$$= \frac{2}{7-8i} \cdot \frac{7+8i}{7+8i}$$

$$= \frac{14+16i}{49-64i^2}$$

$$= \frac{14+16i}{49-64(-1)}$$

$$= \frac{14+16i}{113}$$

$$= \frac{14}{113} + \frac{16}{113}i$$

$$\frac{3-i}{2-i} \quad (٢٠)$$

مترافقان مركبان $2-i, 2+i$

بالضرب

$$i^2 = -1$$

$$= \frac{3-i}{2-i} \cdot \frac{2+i}{2+i}$$

$$= \frac{6+3i-2i-i^2}{4-i^2}$$

$$= \frac{6+3i-2i-(-1)}{4-(-1)}$$

$$= \frac{7+i}{5}$$

بكتابة الناتج على الصورة $a + bi$

$$= \frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$$

$$\frac{2-4i}{1+3i} \quad (٢١)$$

مترافقان مركبان $1+3i, 1-3i$

$$= \frac{2-4i}{1+3i} \cdot \frac{1-3i}{1-3i}$$

بالضرب

$$= \frac{2-6i-4i+12i^2}{1-9i^2}$$

$$i^2 = -1$$

$$= \frac{2-6i-4i+12(-1)}{1-9(-1)}$$

$$= \frac{-10-10i}{10}$$

بكتابة الناتج على الصورة $a + bi$

$$= -1 - i$$

حل كل معادلة مما يأتي:

المعادلة الأصلية

بطرح 35 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 5

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{-7} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{7} = i\sqrt{7}$$

$$5n^2 + 35 = 0 \quad (٢٢)$$

$$5n^2 + 35 = 0$$

$$5n^2 = -35$$

$$n^2 = -7$$

$$n = \pm\sqrt{-7}$$

$$n = \pm i\sqrt{7}$$

$$2m^2 + 10 = 0 \quad (٢٣)$$

$$2m^2 + 10 = 0$$

$$2m^2 = -10$$

$$m^2 = -5$$

$$m = \pm\sqrt{-5}$$

$$m = \pm i\sqrt{5}$$

المعادلة الأصلية

ب طرح 10 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 2

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{-5} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{5} = i\sqrt{5}$$

$$4m^2 + 76 = 0 \quad (٢٤)$$

$$4m^2 + 76 = 0$$

$$4m^2 = -76$$

$$m^2 = -19$$

$$m = \pm\sqrt{-19}$$

$$m = \pm i\sqrt{19}$$

المعادلة الأصلية

ب طرح 76 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 4

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{-19} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{19} = i\sqrt{19}$$

$$-2m^2 - 6 = 0 \quad (٢٥)$$

$$-2m^2 - 6 = 0$$

$$-2m^2 = 6$$

$$m^2 = -3$$

$$m = \pm\sqrt{-3}$$

$$m = \pm i\sqrt{3}$$

المعادلة الأصلية

ب جمع 6 لكلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على -2

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{-3} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3} = i\sqrt{3}$$

$$-5m^2 - 65 = 0 \quad (٢٦)$$

$$-5m^2 - 65 = 0$$

$$-5m^2 = 65$$

$$m^2 = -13$$

$$m = \pm\sqrt{-13}$$

$$m = \pm i\sqrt{13}$$

المعادلة الأصلية

ب جمع 65 لكلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على -5

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{-13} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{13} = i\sqrt{13}$$

$$\frac{3}{4}x^2 + 12 = 0 \quad (٢٧)$$

$$\frac{3}{4}x^2 + 12 = 0$$

$$\frac{3}{4}x^2 = -12$$

$$m^2 = -16$$

$$m = \pm\sqrt{-16}$$

$$m = \pm 4i$$

المعادلة الأصلية

ب طرح 12 من كلا الطرفين

بضرب كلا الطرفين في $\frac{4}{3}$

خاصية الجذر التربيعي
 $\sqrt{-16} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{-1} = 4i$

أوجد قيمة كل من m, l اللتين تجعلان كل معادلة مما يأتي صحيحة:

$$15 - 28i = 3l + (4m)i \quad (٢٨)$$

$$15 = 3l$$

$$l = 5$$

الجزآن الحقيقيان

بقسمة كلا الطرفين على 3

الجزآن التخيليان

بقسمة كلا الطرفين على

$$-28 = 4m$$

$$m = -7$$

4

$$(6 - l) + (3m)i = -12 + 27i \quad (٢٩)$$

$$6 - l = -12$$

$$-l = -18$$

$$l = 18$$

الجزآن الحقيقيان

ب طرح 6 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على -1

الجزآن التخيليان

بقسمة كلا الطرفين على 3

$$3m = 27$$

$$m = 9$$

$$(3l + 4) + (3 - m)i = 16 - 3i \quad (٣٠)$$

$$3l + 4 = 16$$

$$3l = 12$$

$$l = 4$$

الجزآن الحقيقيان

ب طرح 4 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 3

الجزآن التخيليان

ب طرح 3 من كلا الطرفين

$$3 - m = -3$$

$$-m = -6$$

بقسمة كلا الطرفين على 1-

$$m = 6$$

$$(7 + m) + (4l - 10)i = 3 - 6i \quad (٣١)$$

الجزآن الحقيقيان
ب طرح 7 من كلا الطرفين

$$7 + m = 3$$

$$l = -4$$

الجزآن التخيليان
ب جمع 10 لكلا الطرفين
بقسمة كلا الطرفين على 4

$$4l - 10 = -6$$

$$4l = 4$$

$$l = 1$$

(٣٢) كهرباء:

$$(1 + 3i) + (7 - 5i) = \text{المعاوقة الكلية}$$

الخاصيتان التبديلية والتجميعية
بالتبسيط

$$(1 + 7) + (3 - 5)i =$$

$$(8 - 2i) =$$

(٣٣) كهرباء:

$$(3 - i)(3 + 2i) = E \text{ فرق الجهد}$$

ب فك الأقواس

$$3(3) + 3(2i) + (-i)(3) + (-i)(2i) =$$

بالضرب

$$9 + 6i - 3i - 2i^2 =$$

$$i^2 = -1$$

$$9 + 6i - 3i - 2(-1) =$$

بالجمع

$$(11 + 3i) =$$

القانون العام والمميز

حل كل معادلة مما يأتي باستعمال القانون العام:

$$7x^2 - 5x = 0 \quad (١)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(7)(0)}}{2(7)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25}}{14}$$
$$= \frac{5 \pm 5}{14}$$

الحلان هما $\frac{5}{7}, 0$

$$4x^2 - 9 = 0 \quad (٢)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4(4)(-9)}}{2(4)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{\pm \sqrt{144}}{8}$$
$$= \frac{\pm 12}{8}$$

الحلان هما $\pm \frac{3}{2}$

$$3x^2 + 8x - 3 = 0$$

القانون العام

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$3x^2 + 8x = 3 \quad (٣)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4(3)(-3)}}{2(3)} \\ &= \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{6} \\ &= \frac{-8 \pm 10}{6} \end{aligned}$$

الحلان هما $-3, \frac{1}{3}$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

القانون العام

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$x^2 - 21 = 4x \quad (٤)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-21)}}{2(1)} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{4 \pm 10}{2} \end{aligned}$$

الحلان هما $-3, 7$

$$3x^2 - 13x + 4 = 0 \quad (٥)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(3)(4)}}{2(3)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{13 \pm \sqrt{121}}{6}$$

$$= \frac{13 \pm 11}{6}$$

الحلان هما $\frac{1}{3}, 4$

$$15x^2 + 22x + 8 = 0$$

القانون العام

$$15x^2 + 22x = -8 \quad (٦)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(22) \pm \sqrt{(22)^2 - 4(15)(8)}}{2(15)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-22 \pm \sqrt{4}}{30}$$

$$= \frac{-22 \pm 2}{30}$$

الحلان هما $-\frac{2}{3}, -\frac{4}{5}$

$$x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (٧)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$= \frac{6 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

الحلان هما $3 \pm \sqrt{6}$

$$x^2 - 14x + 53 = 0 \quad (٨)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4(1)(53)}}{2(1)}$$

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$= \frac{14 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

$$= \frac{14 \pm 4i}{2}$$

$$\sqrt{-16} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{-1} = 4i$$

الحلان هما $7 \pm 2i$

$$3x^2 + 54 = 0$$

القانون العام

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$\sqrt{648} = \sqrt{324 \cdot 2} \cdot \sqrt{-1} = 18i\sqrt{2}$$

$$3x^2 = -54 \quad (٩)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4(3)(54)}}{2(3)} \\ &= \frac{0 \pm \sqrt{-648}}{6} \\ &= \frac{\pm 18i\sqrt{2}}{6} \end{aligned}$$

الحلان هما $\pm 3i\sqrt{2}$

$$25x^2 - 20x - 6 = 0 \quad (١٠)$$

القانون العام

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$\sqrt{1000} = \sqrt{100 \cdot 10} = 10\sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(25)(-6)}}{2(25)} \\ &= \frac{20 \pm \sqrt{1000}}{50} \\ &= \frac{20 \pm 10\sqrt{10}}{50} \end{aligned}$$

الحلان هما $\frac{2 \pm \sqrt{10}}{5}$

$$4x^2 - 4x + 17 = 0 \quad (١١)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(4)(17)}}{2(4)}$$

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$= \frac{4 \pm \sqrt{-256}}{8}$$

$$= \frac{4 \pm 16i}{8}$$

$$\sqrt{-256} = \sqrt{256} \cdot \sqrt{-1} = 16i$$

الحلان هما $\frac{1}{2} \pm 2i$

$$4x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$8x - 1 = 4x^2 \quad (١٢)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(4)(1)}}{2(4)}$$

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$= \frac{8 \pm \sqrt{48}}{8}$$

$$= \frac{8 \pm 4\sqrt{3}}{8}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$$

الحلان هما $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$

$$x^2 - 4x + 15 = 0$$

القانون العام

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$\sqrt{-44} = \sqrt{4 \cdot 11} \cdot \sqrt{-1} = 2i\sqrt{11}$$

$$x^2 = 4x - 15 \quad (١٣)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(15)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{-44}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2i\sqrt{11}}{2}$$

الحلان هما $2 \pm i\sqrt{11}$

$$4x^2 - 12x + 7 = 0 \quad (١٤)$$

القانون العام

بالتعويض عن a, b, c

بالتبسيط

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(4)(7)}}{2(4)}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{32}}{8}$$

$$= \frac{12 \pm 4\sqrt{2}}{8}$$

الحلان هما $\frac{3 \pm \sqrt{2}}{2}$

أجب عن الأسئلة a – c لكل معادلة تربيعية في الأسئلة (15 – 29):

$$x^2 - 16x + 64 = 0 \quad (١٥)$$

$$b^2 - 4ac = (-16)^2 - 4(1)(64)$$

$$= 256 - 256$$

$$= 0$$

المميز يساوي صفراً؛ لذا يوجد جذر نسبي واحد

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-16) \pm 0}{2(1)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{16}{2}$$

الحل هو 8

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 = 3x \quad (١٦)$$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(0)$$

$$= 9 - 0$$

$$= 9$$

المميز أكبر من الصفر و مربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران نسبيان

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{9}}{2(1)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{3 \pm 3}{2}$$

الحلان هما 0 ، 3

$$9x^2 - 24x + 16 = 0 \quad (١٧)$$

$$b^2 - 4ac = (-24)^2 - 4(9)(16)$$

$$= 576 - 576$$

$$= 0$$

المميز يساوي صفرا؛ لذا يوجد جذر نسبي واحد

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-24) \pm 0}{2(9)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{24}{18}$$

الحل هو $\frac{4}{3}$

$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

$$x^2 - 3x = 40 \quad (١٨)$$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(-40)$$

$$= 9 + 160$$

$$= 169$$

المميز أكبر من الصفر ومربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران نسبيا

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{169}}{2(1)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{3 \pm 13}{2}$$

الحلان هما $8, -5$

$$3x^2 + 9x - 2 = 0 \quad (١٩)$$

$$b^2 - 4ac = (9)^2 - 4(3)(-2)$$

$$= 81 + 24$$

$$= 105$$

المميز أكبر من الصفر وليس مربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران غير نسبيين

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(9) \pm \sqrt{105}}{2(3)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{105}}{6}$$

$$\frac{-9 \pm \sqrt{105}}{6} \text{ الحلان هما}$$

$$2x^2 + 7x = 0 \quad (٢٠)$$

$$b^2 - 4ac = (7)^2 - 4(2)(0)$$

$$= 49$$

المميز أكبر من الصفر ومربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران نسبيين

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(7) \pm \sqrt{49}}{2(2)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-7 \pm 7}{4}$$

$$\frac{-7}{2}, 0 \text{ الحلان هما}$$

$$5x^2 - 2x + 4 = 0 \quad (٢١)$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(5)(4)$$

$$= 4 - 80$$

$$= -76$$

المميز أصغر من الصفر؛ لذا يوجد جذران مركبان

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{-76}}{2(5)}$$

$$\sqrt{-76} = \sqrt{4 \cdot 19} \cdot \sqrt{-1} = 2i\sqrt{19}$$

$$= \frac{2 \pm 2i\sqrt{19}}{10}$$

$$\frac{1 \pm i\sqrt{19}}{5} \text{ الحلان هما}$$

$$12x^2 - x - 6 = 0 \quad (٢٢)$$

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(12)(-6)$$

$$= 1 + 288$$

$$= 289$$

المميز أكبر من الصفر ومربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران نسبيا

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{289}}{2(12)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{1 \pm 17}{24}$$

$$\frac{3}{4}, \frac{-2}{3} \text{ الحلان هما}$$

$$7x^2 + 6x + 2 = 0 \quad (٢٣)$$

$$b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(7)(2)$$

$$= 36 - 56$$

$$= -20$$

المميز أقل من الصفر؛ لذا يوجد جذران مركبان

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(6) \pm \sqrt{-20}}{2(7)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-6 \pm 2i\sqrt{5}}{14}$$

$$\frac{-3 \pm i\sqrt{5}}{7} \text{ الحلان هما}$$

$$12x^2 + 2x - 4 = 0 \quad (٢٤)$$

$$b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(12)(-4)$$

$$= 4 + 192$$

$$= 196$$

المميز أكبر من الصفر ومربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران نسبيا

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(2) \pm \sqrt{196}}{2(12)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-2 \pm 14}{24}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{-2}{3} \text{ الحلان هما}$$

$$6x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (٢٥)$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(6)(-1)$$

$$= 4 + 24$$

$$= 28$$

المميز أكبر من الصفر وليس مربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران غير نسبيين

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{28}}{2(6)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{12}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{7}}{6} \text{ الحلان هما}$$

$$x^2 + 3x + 6 = 0 \quad (٢٦)$$

$$b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(1)(6)$$

$$= 9 - 24$$

$$= -15$$

المميز أقل من الصفر؛ لذا يوجد جذران مركبان

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(3) \pm \sqrt{-15}}{2(1)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-3 \pm i\sqrt{15}}{2}$$

$$\frac{-3 \pm i\sqrt{15}}{2} \text{ الحلان هما}$$

$$4x^2 - 3x - 6 = 0 \quad (٢٧)$$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(4)(-6)$$

$$= 9 + 96$$

$$= 105$$

المميز أكبر من الصفر وليس مربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران ليس نسبيا

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{105}}{2(4)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{3 \pm \sqrt{105}}{8}$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{105}}{8} \quad \text{الحلان هما}$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0 \quad (٢٨)$$

$$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(16)(1)$$

$$= 64 - 64$$

$$= 0$$

المميز يساوي صفرا؛ لذا يوجد جذر نسبي واحد

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-8) \pm 0}{2(16)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{8}{32}$$

الحل هو $\frac{1}{4}$

$$2x^2 - 5x - 6 = 0 \quad (٢٩)$$

$$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(2)(-6)$$

$$= 25 + 48$$

$$= 73$$

المميز أكبر من الصفر وليس مربعا كاملا؛ لذا يوجد جذران غير نسبيين

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{73}}{2(2)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{5 \pm \sqrt{73}}{4}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{73}}{4} \text{ الحلان هما}$$

(٣٠) فيزياء:

$$h(t) = -16t^2 + 60t$$

$$56 = -16t^2 + 60t$$

$$16t^2 - 60t + 56 = 0$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويض عن a, b, c

$$= \frac{-(-60) \pm \sqrt{(-60)^2 - 4(16)(56)}}{2(16)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{60 \pm 4}{32}$$

$$2, \frac{7}{4} \text{ s الحلان هما}$$

العمليات على كثيرات الحدود

بسط كلا مما يأتي مفترضا أن أيا من المتغيرات لا يساوي صفرا:

$$n^7 = n^{5+2} = n^5 \cdot n^2 \quad (١)$$

$$y^{12} = y^{7+3+2} = y^7 \cdot y^3 \cdot y^2 \quad (٢)$$

$$t = t^1 = t^{9-8} = t^9 \cdot t^{-8} \quad (٣)$$

$$\frac{1}{x^4} = x^{-4} = x^{-4-4+4} = x^{-4} \cdot x^{-4} \cdot x^4 \quad (٤)$$

$$64f^{24} = 2^6 \cdot f^{4 \cdot 6} = (2f^4)^6 \quad (٥)$$

$$\begin{aligned} -8(b^{-2 \cdot 3})(c^{3 \cdot 3}) &= (-2)^3(b^{-2})^3(c^3)^3 = (-2b^{-2}c^3)^3 \\ \frac{-8(c^9)}{b^6} &= -8(b^{-6})(c^9) = \end{aligned} \quad (٦)$$

$$\begin{aligned} (4(-5))(d^{2+1})(t^{5-3})(v^{-4-1}) &= (4d^2t^5v^{-4})(-5dt^{-3}v^{-1}) \\ \frac{-20d^3t^2}{v^5} &= -20d^3t^2v^{-5} = \end{aligned} \quad (٧)$$

$$64uz^3 = 8u(8)(z^3) = 8u(2)^3(z^3) = 8u(2z)^3 \quad (٨)$$

$$\frac{-4}{3}m^7y^2 = \frac{12}{-9}(m^{8-1})(y^{6-4}) = \frac{12m^8y^6}{-9my^4} \quad (9)$$

$$\frac{-n^4}{3x^4} = \frac{-1}{3}n^4x^{-4} = \frac{-6}{18}(n^{5-1})(x^{3-7}) = \frac{-6n^5x^3}{18nx^7} \quad (10)$$

$$\frac{27}{16}x^6 = \frac{-27(-1)}{16}(x^{3+7-4}) = \frac{-27x^3(-x^7)}{16x^4} \quad (11)$$

$$\frac{4}{9r^4t^6z^{12}} = \frac{2^2}{(3^2)(r^{2 \cdot 2})(t^{3 \cdot 2})(z^{6 \cdot 2})} = \left(\frac{2}{3r^2t^3z^6}\right)^2 \quad (12)$$

$$(-4 \cdot 64)w^{-3+2}z^{-5} = -4w^{-3}z^{-5}(8^2)(w^2) = -(4w^{-3}z^{-5})(8w)^2$$

$$\frac{-256}{wz^5} = -256w^{-1}z^{-5} = \quad (13)$$

$$(m^{4 \cdot 4})(n^{6 \cdot 4})(m^{3 \cdot 6})(n^{2 \cdot 6})(p^{5 \cdot 6}) = (m^4n^6)^4(m^3n^2p^5)^6$$

$$m^{34}n^{36}p^{30} = m^{16+18}n^{24+12}p^{30} = m^{16}n^{24}m^{18}n^{12}p^{30} = \quad (14)$$

$$\frac{(1)(x^4)(y^{10})}{(4)(x^6)(y^4)} = \frac{(-1)^2(x^{2 \cdot 2})(y^{5 \cdot 2})}{(2^2)(x^{3 \cdot 2})(y^{2 \cdot 2})} = \left(\frac{-x^2y^5}{2x^3y^2}\right)^2 = \left(\frac{2x^3y^2}{-x^2y^5}\right)^{-2} \quad (15)$$

$$\frac{y^6}{4x^2} = \frac{1}{4}(x^{-2})(y^6) = \frac{1}{4}(x^{4-6})(y^{10-4}) =$$

$$\frac{15x^{-1}y^{-5}}{x^{-12} \cdot y^{-2}} = \frac{(3 \cdot 5)(x^{-2+1})(y^{3-8})}{(x^{-3 \cdot 4})(y^{-2})} = \frac{(3x^{-2}y^3)(5xy^{-8})}{(x^{-3})^4 y^{-2}} \quad (١٦)$$

$$\frac{15x^{11}}{y^3} = 15(x^{11})(y^{-3}) = 15(x^{-1-(-12)})(y^{-5-(-2)}) =$$

$$\frac{(-20)(-1)}{(5)(1)(-1)}(m^{2-4})(v^{1+3-2}) = \frac{-20(m^2v)(-1)^3(v^3)}{5(-1)^2(v^2)(-1)(m^4)} = \frac{-20(m^2v)(-v)^3}{5(-v)^2(-m^4)} \quad (١٧)$$

$$\frac{-4v^2}{m^2} = -4(m^{-2})(v^2) =$$

$$(3n^2 + 1) + (8n^2 - 8) \quad (١٨)$$

$$3n^2 + 1$$

$$+ \frac{8n^2 - 8}{11n^2 - 7}$$

$$11n^2 - 7$$

$$(6w - 11w^2) - (4 + 7w^2) \quad (١٩)$$

$$= 6w - 11w^2 - 4 - 7w^2$$

$$= (-11w^2 - 7w^2) + 6w - 4$$

$$= -18w^2 + 6w - 4$$

بتوزيع العدد -1

بتجميع الحدود المتشابهة

بجمع الحدود المتشابهة

$$(w + 2t)(w^2 - 2wt + 4t^2) \quad (٢٠)$$

$$= w(w^2) + w(-2wt) + w(4t^2) + 2t(w^2) + 2t(-2wt) + 2t(4t^2)$$

خاصية التوزيع

اضرب

اجمع الحدود المتشابهة

$$= w^3 - 2w^2t + 4wt^2 + 2tw^2 - 4wt^2 + 8t^3$$

$$= w^3 + 8t^3$$

$$\text{استثمار:} \quad (٢١)$$

$$\begin{aligned}
 &15000 + 0.038x + 0.06(15000 - x) \\
 &= 15000 + 0.038x + 900 - 0.06x \\
 &= 15900 - 0.022x
 \end{aligned}$$

(٢٢) هندسة:

حجم الصندوق = مساحة قاعدة الصندوق × ارتفاعه

خاصية التوزيع

$$x(2x^2 + 4x - 3) =$$

$$(2x^3 + 4x^2 - 3x) =$$

فصله كثيرات الحدود

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$\begin{aligned} & \frac{15r^{10} - 5r^8 + 40r^2}{5r^4} \quad (١) \\ &= \frac{15r^{10}}{5r^4} - \frac{5r^8}{5r^4} + \frac{40r^2}{5r^4} \\ &= \frac{15}{5}r^{10-4} - \frac{5}{5}r^{8-4} + \frac{40}{5}r^{2-4} \\ &= 3r^6 - r^4 + 8r^{-2} \\ &= 3r^6 - r^4 + \frac{8}{r^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{6k^2m - 12k^3m^2 + 9m^3}{2km^2} \quad (٢) \\ &= \frac{6k^2m}{2km^2} - \frac{12k^3m^2}{2km^2} + \frac{9m^3}{2km^2} \\ &= \frac{6}{2}k^{2-1}m^{1-2} - \frac{12}{2}k^{3-1}m^{2-2} + \frac{9}{2}k^{-1}m^{3-2} \\ &= 3km^{-1} - 6k^2 + \frac{9}{2}k^{-1}m \\ &= \frac{3k}{m} - 6k^2 + \frac{9m}{2k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (-30x^3y + 12x^2y^2 - 18x^2y) \div (-6x^2y) \quad (3) \\
 &= \frac{-30x^3y}{-6x^2y} + \frac{12x^2y^2}{-6x^2y} - \frac{18x^2y}{-6x^2y} \\
 &= \frac{-30}{-6} x^{3-2} y^{1-1} + \frac{12}{-6} x^{2-2} y^{2-1} - \frac{18}{-6} x^{2-2} y^{1-1} \\
 &= 5x - 2y + 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (-6w^3z^4 - 3w^2z^5 + 4w + 5z) \div (2w^2z) \quad (4) \\
 &= \frac{-6w^3z^4}{2w^2z} - \frac{3w^2z^5}{2w^2z} + \frac{4w}{2w^2z} + \frac{5z}{2w^2z} \\
 &= \frac{-6}{2} w^{3-2} z^{4-1} - \frac{3}{2} w^{2-2} z^{5-1} + \frac{4}{2} w^{1-2} z^{-1} + \frac{5}{2} w^{-2} z^{1-1} \\
 &= -3wz^3 - \frac{3}{2} z^4 + 2w^{-1} z^{-1} + \frac{5}{2} w^{-2} \\
 &= -3wz^3 - \frac{3}{2} z^4 + \frac{2}{wz} + \frac{5}{2w^2}
 \end{aligned}$$

$$(4a^3y - 8a^2 + a^2)(4a)^{-1} \quad (5)$$

$$\begin{array}{r}
 \overline{a^2 - 2a} \\
 4a \overline{) 4a^3 - 8a^2 + a^2} \\
 \underline{(-) 4a^3} \\
 - 8a^2 + a^2 \\
 \underline{(-) - 8a^2} \\
 a^2
 \end{array}$$

$$a^2 - 2a + \frac{a}{4} = a^2 - 2a + \frac{a^2}{4a} = \frac{4a^3 - 8a^2 + a^2}{4a} \quad \text{لذا فإن}$$

$$\begin{aligned}
 & (28d^3k^2 + d^2k^2 - 4dk^2)(4dk^2)^{-1} \quad (✓) \\
 &= \frac{28d^3k^2 + d^2k^2 - 4dk^2}{4dk^2} \\
 &= \frac{28d^3k^2}{4dk^2} + \frac{d^2k^2}{4dk^2} - \frac{4dk^2}{4dk^2} \\
 &= \frac{28}{4}d^{3-1}k^{2-2} + \frac{1}{4}d^{2-1}k^{2-2} - \frac{4}{4}d^{1-1}k^{2-2} \\
 &= 7d^2 + \frac{1}{4}d - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{f^2 + 7f + 10}{f + 2} \quad (✓) \\
 & \quad \quad \quad \underline{f + 5} \\
 & f + 2 \overline{) f^2 + 7f + 10} \\
 & \quad \quad \quad \underline{(-) f^2 + 2f} \\
 & \quad \quad \quad \quad 5f + 10 \\
 & \quad \quad \quad \quad \underline{(-) 5f + 10} \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad 0 \\
 & f + 5 = \frac{f^2 + 7f + 10}{f + 2} \quad \text{لذا فإن}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{2x^2 + 3x - 14}{x - 2} \quad (8) \\
 \underline{2x + 7} \\
 x - 2 \overline{) 2x^2 + 3x - 14} \\
 \underline{(-) 2x^2 - 4x} \\
 7x - 14 \\
 \underline{(-) 7x - 14} \\
 0
 \end{array}$$

$$2x + 7 = \frac{2x^2 + 3x - 14}{x - 2} \quad \text{لذا فإن}$$

$$\begin{array}{r}
 (a^3 - 64) \div (a - 4) \quad (9) \\
 \underline{a^2 + 4a + 16} \\
 a - 4 \overline{) a^3} \quad - 64 \\
 \underline{(-) a^3 - 4a^2} \\
 4a^2 \quad - 64 \\
 \underline{(-) 4a^2 - 16a} \\
 16a - 64 \\
 \underline{(-) 16a - 64} \\
 0
 \end{array}$$

$$a^2 + 4a + 16 = \frac{a^3 - 64}{a - 4} \quad \text{لذا فإن}$$

$$(b^3 + 27) \div (b + 3) \quad (١٠)$$

$$\begin{array}{r}
 \overline{b^2-3b+9} \\
 b+3 \overline{)b^3} \\
 \underline{(-)b^3+3b^2} \\
 -3b^2 \\
 \underline{(-)-3b^2-9b} \\
 9b+27 \\
 \underline{(-)9b+27} \\
 0
 \end{array}$$

$$b^2 - 3b + 9 = \frac{b^3 + 27}{b + 3} \text{ لذا فإن}$$

$$\frac{2x^3 + 6x + 152}{x + 4} \quad (١١)$$

$$\begin{array}{r}
 \overline{2x^2-8x+38} \\
 x+4 \overline{)2x^3} \\
 \underline{(-)2x^3+8x^2} \\
 -8x^2+6x+152 \\
 \underline{(-)-8x^2-32x} \\
 38x+152 \\
 \underline{(-)38x+152} \\
 0
 \end{array}$$

$$2x^2 - 8x + 38 = \frac{2x^3 + 6x + 152}{x + 4} \text{ لذا فإن}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{2x^3 + 4x - 6}{x + 3} \quad (١٢) \\
 \underline{2x^2 - 6x + 22} \\
 x + 3 \overline{) 2x^3 + 4x - 6} \\
 \underline{(-) 2x^3 + 6x^2} \\
 - 6x^2 + 4x - 6 \\
 \underline{(-) - 6x^2 - 18x} \\
 22x - 6 \\
 \underline{(-) 22x + 66} \\
 - 72
 \end{array}$$

$$2x^2 - 6x + 22 - \frac{72}{x + 3} = \frac{2x^3 + 4x - 6}{x + 3} \quad \text{لذا فإن}$$

$$(3w^3 + 7w^2 - 4w + 3) \div (w + 3) \quad (١٣)$$

$$\begin{array}{r}
 \underline{3w^2 - 2w + 2} \\
 w + 3 \overline{) 3w^3 + 7w^2 - 4w + 3} \\
 \underline{(-) 3w^3 + 9w^2} \\
 - 2w^2 - 4w + 3 \\
 \underline{(-) - 2w^2 - 6w} \\
 2w + 3 \\
 \underline{(-) 2w + 6} \\
 - 3
 \end{array}$$

$$3w^2 - 2w + 2 - \frac{3}{w + 3} = \frac{3w^3 + 7w^2 - 4w + 3}{w + 3} \quad \text{لذا فإن}$$

$$(6y^4 + 15y^3 - 28y - 6) \div (y + 2) \quad (١٤)$$

$$\begin{array}{r} 6y^3 + 3y^2 - 6y - 16 \\ y + 2 \overline{) 6y^4 + 15y^3 - 28y - 6} \end{array}$$

$$\underline{(-)6y^4 + 12y^3}$$

$$3y^3 - 28y - 6$$

$$\underline{(-)3y^3 + 6y^2}$$

$$-6y^2 - 28y - 6$$

$$\underline{(-)-6y^2 - 12y}$$

$$-16y - 6$$

$$\underline{(-)-16y - 32}$$

$$26$$

$$6y^3 + 3y^2 - 6y - 16 + \frac{26}{y + 2} = \frac{6y^4 + 15y^3 - 28y - 6}{y + 2} \quad \text{لذا فإن}$$

$$(x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 3x + 10) \div (x - 5) \quad (١٥)$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ x - 5 \overline{) x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 3x + 10} \end{array}$$

$$\underline{(-)x^4 - 5x^3}$$

$$2x^3 - 11x^2 + 3x + 10$$

$$\underline{(-)2x^3 - 10x^2}$$

$$-x^2 + 3x + 10$$

$$\underline{(-)-x^2 + 5x}$$

$$-2x + 10$$

$$\underline{(-)-2x + 10}$$

$$0$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = \frac{x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 3x + 10}{x - 5} \text{ لذا فإن}$$

$$\begin{array}{r}
 (3m^5 + m - 1) \div (m + 1) \quad (١٦) \\
 \underline{3m^4 - 3m^3 + 3m^2 - 3m + 4} \\
 m + 1 \overline{) 3m^5} \qquad \qquad \qquad + m - 1 \\
 \underline{(-) 3m^5 + 3m^4} \\
 - 3m^4 \qquad \qquad \qquad + m - 1 \\
 \underline{(-) - 3m^4 - 3m^3} \\
 3m^3 \qquad \qquad \qquad + m - 1 \\
 \underline{(-) 3m^3 + 3m^2} \\
 - 3m^2 + m - 1 \\
 \underline{(-) - 3m^2 - 3m} \\
 4m - 1 \\
 \underline{(-) 4m + 4} \\
 - 5
 \end{array}$$

$$3m^4 - 3m^3 + 3m^2 - 3m + 4 - \frac{5}{m + 1} = \frac{3m^5 + m - 1}{m + 1} \text{ لذا فإن}$$

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 5x - 6}{x + 2} = (x^4 - 3x^3 + 5x - 6)(x + 2)^{-1} \quad (١٧)$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 5x^2 + 10x - 15 \\ x + 2 \overline{) x^4 - 3x^3 - 6} \\ \underline{(-)x^4 + 2x^3} - 6 \\ -5x^3 - 6 \\ \underline{(-)-5x^3 - 10x^2} - 6 \\ 10x^2 + 5x - 6 \\ \underline{(-)10x^2 + 20x} - 15x - 6 \\ \underline{(-)-15x - 30} 24 \end{array}$$

$$x^3 - 5x^2 + 10x - 15 + \frac{24}{x + 2} = \frac{x^4 - 3x^3 + 5x - 6}{x + 2} \quad \text{لذا فإن}$$

$$\frac{6y^2 - 5y - 15}{2y + 3} = (6y^2 - 5y - 15)(2y + 3)^{-1} \quad (١٨)$$

$$\begin{array}{r} 3y - 7 \\ 2y + 3 \overline{) 6y^2 - 5y - 15} \\ \underline{(-)6y^2 + 9y} -14y - 15 \\ \underline{(-)-14y - 21} 6 \end{array}$$

$$3y - 7 + \frac{6}{2y + 3} = \frac{6y^2 - 5y - 15}{2y + 3} \quad \text{لذا فإن}$$

$$\frac{4x^2 - 2x + 6}{2x - 3} \quad (١٩)$$

$$2x - 3 \overline{) 4x^2 - 2x + 6} \quad \begin{array}{r} 2x + 2 \end{array}$$

$$\underline{(-)4x^2 - 6x}$$

$$4x + 6$$

$$\underline{(-)4x - 6}$$

$$12$$

$$2x + 2 + \frac{12}{2x - 3} = \frac{4x^2 - 2x + 6}{2x - 3} \quad \text{لذا فإن}$$

$$\frac{6x^2 - x - 7}{3x + 1} \quad (٢٠)$$

$$3x + 1 \overline{) 6x^2 - x - 7} \quad \begin{array}{r} 2x - 1 \end{array}$$

$$\underline{(-)6x^2 + 2x}$$

$$-3x - 7$$

$$\underline{(-)-3x - 1}$$

$$-6$$

$$2x - 1 - \frac{6}{3x + 1} = \frac{6x^2 - x - 7}{3x + 1} \quad \text{لذا فإن}$$

$$(2r^3 + 5r^2 - 2r - 15) \div (2r - 3) \quad (٢١)$$

$$\begin{array}{r} r^2 + 4r + 5 \\ 2r - 3 \overline{) 2r^3 + 5r^2 - 2r - 15} \\ \underline{(-) 2r^3 - 3r^2} \\ 8r^2 - 2r - 15 \\ \underline{(-) 8r^2 - 12r} \\ 10r - 15 \\ \underline{(-) 10r - 15} \\ 0 \end{array}$$

$$r^2 + 4r + 5 = \frac{2r^3 + 5r^2 - 2r - 15}{2r - 3} \text{ لذا فإن}$$

$$(6t^3 + 5t^2 - 2t + 1) \div (3t + 1) \quad (٢٢)$$

$$\begin{array}{r} 2t^2 + t - 1 \\ 3t + 1 \overline{) 6t^3 + 5t^2 - 2t + 1} \\ \underline{(-) 6t^3 + 2t^2} \\ 3t^2 - 2t + 1 \\ \underline{(-) 3t^2 + t} \\ -3t + 1 \\ \underline{(-) -3t - 1} \\ 2 \end{array}$$

$$2t^2 + t - 1 + \frac{2}{3t + 1} = \frac{6t^3 + 5t^2 - 2t + 1}{3t + 1} \text{ لذا فإن}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{4p^4 - 17p^2 + 14p - 3}{2p - 3} \quad (٢٣) \\
 \underline{2p^3 + 3p^2 - 4p + 1} \\
 2p - 3 \overline{) 4p^4 + 14p - 3} \\
 \underline{(-) 4p^4 - 6p^3} \\
 6p^3 - 17p^2 + 14p - 3 \\
 \underline{(-) 6p^3 - 9p^2} \\
 -8p^2 + 14p - 3 \\
 \underline{(-) -8p^2 + 12p} \\
 2p - 3 \\
 \underline{(-) 2p - 3} \\
 0
 \end{array}$$

$$2p^3 + 3p^2 - 4p + 1 = \frac{4p^4 - 17p^2 + 14p - 3}{2p - 3} \text{ لذا فإن}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{2h^4 - h^3 + h^2 + h - 3}{h^2 - 1} \quad (٢٤) \\
 \underline{2h^2 - h + 3} \\
 h^2 - 1 \overline{) 2h^4 - h^3 + h^2 + h - 3} \\
 \underline{(-) 2h^4 - 2h^2} \\
 -h^3 + 3h^2 + h - 3 \\
 \underline{(-) -h^3 + h} \\
 3h^2 - 3 \\
 \underline{(-) 3h^2 - 3} \\
 0
 \end{array}$$

$$2h^2 - h + 3 = \frac{2h^4 - h^3 + h^2 + h - 3}{h^2 - 1} \text{ لذا فإن}$$

(٢٥) هندسة:

مساحة المستطيل = طوله × عرضه

طول المستطيل = مساحته ÷ عرضه

$$(2x^2 - 11x + 15) \div (2x - 5) =$$

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ 2x - 5 \overline{) 2x^2 - 11x + 15} \\ \underline{(-) 2x^2 - 5x} \\ - 6x + 15 \\ \underline{(-) - 6x + 15} \\ 0 \end{array}$$

لذا فإن طوله $(x - 3) \text{ ft}$

(٢٦) هندسة:

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$

$$(3x^2 - 1) = (6x^2 - 2) \times \frac{1}{2} = \text{طول القاعدة} \times \frac{1}{2}$$

$$(15x^4 + 3x^3 + 4x^2 - x - 3) \div (3x^2 - 1) = \text{الارتفاع}$$

$$\begin{array}{r}
 5x^2 + x + 3 \\
 3x^2 - 1 \overline{) 15x^4 + 3x^3 + 4x^2 - x - 3} \\
 \underline{(-)15x^4 \qquad - 5x^2} \\
 3x^3 + 9x^2 - x - 3 \\
 \underline{(-)3x^3 \qquad - x} \\
 9x^2 - 3 \\
 \underline{(-)9x^3 - 3} \\
 0
 \end{array}$$

لذا فإن ارتفاعه 0 m $(5x^2 + x + 3)$

حوال كثيرات الحدود

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

$$6x^4 - 25x^2 - 9 = 6x^4 - 27x^2 + 2x^2 - 9 = (3x^2 + 1)(2x^2 - 9) \quad (١)$$

الدرجة = 4 ، المعامل الرئيس = 6

$$\frac{1}{5}a^3 - \frac{3}{5}a^2 + \frac{4}{5}a \quad (٢)$$

الدرجة = 3 ، المعامل الرئيس = $\frac{1}{5}$

$$\frac{2}{m^2} + 3m - 12 \quad (٣)$$

ليست كثيرة حدود؛ لأن y عدد سالب

$$x^2 - x^3 \quad (٤)$$

الدرجة = 3 ، المعامل الرئيس = -1

أوجد $p(-2)$ و $p(3)$ لكل من الدالتين الآتيتين:

$$p(x) = x^3 - x^5 \quad (٥)$$
$$p(-2) = (-2)^3 - (-2)^5 = -8 + 32 = 24$$
$$p(3) = (3)^3 - (3)^5 = 27 - 243 = -216$$

$$p(x) = -7x^2 + 5x + 9 \quad (٦)$$
$$p(-2) = -7(-2)^2 + 5(-2) + 9 = -29$$
$$p(3) = -7(3)^2 + 5(3) + 9 = -39$$

$$p(x) = -x^5 + 4x^3 \quad (٧)$$

$$p(-2) = -(-2)^5 + 4(-2)^3 = 32 - 32 = 0$$

$$p(3) = -(3)^5 + 4(3)^3 = -243 + 108 = -135$$

$$p(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 5 \quad (٨)$$

$$p(-2) = 3(-2)^3 - (-2)^2 + 2(-2) - 5 = -37$$

$$p(3) = 3(3)^3 - (3)^2 + 2(3) - 5 = 73$$

$$p(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x \quad (٩)$$

$$p(-2) = (-2)^4 + \frac{1}{2}(-2)^3 - \frac{1}{2}(-2) = 13$$

$$p(3) = (3)^4 + \frac{1}{2}(3)^3 - \frac{1}{2}(3) = 93$$

$$p(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + 3x \quad (١٠)$$

$$p(-2) = \frac{1}{3}(-2)^3 + \frac{2}{3}(-2)^2 + 3(-2) = -6$$

$$p(3) = \frac{1}{3}(3)^3 + \frac{2}{3}(3)^2 + 3(3) = 24$$

إذا كان $p(x) = 3x^2 - 4$ و $r(x) = 2x^2 - 5x + 1$ ، فلوجد قيمة كل مما يأتي:

$$p(8a) \quad (١١)$$

$$p(x) = 3x^2 - 4$$

$$p(8a) = 3(8a)^2 - 4$$

$$= 3(64a^2) - 4$$

$$= 192a^2 - 4$$

المعادلة الأساسية

بتعويض $8a$ بدلا من x

اضرب

$$r(a^2) \quad (١٢)$$

المعادلة الأساسية
بتعويض a^2 بدلا من x
اضرب

$$\begin{aligned} r(x) &= 2x^2 - 5x + 1 \\ r(a^2) &= 2(a^2)^2 - 5(a^2) + 1 \\ &= 2a^4 - 5a^2 + 1 \end{aligned}$$

$$-5r(2a) \quad (١٣)$$

المعادلة الأساسية
بتعويض $2a$ بدلا من x
اضرب

$$\begin{aligned} r(x) &= 2x^2 - 5x + 1 \\ -5r(2a) &= -5(2(2a)^2 - 5(2a) + 1) \\ &= -5(8a^2 - 10a + 1) \\ &= -40a^2 + 50a - 5 \end{aligned}$$

$$r(x+2) \quad (١٤)$$

المعادلة الأساسية
بتعويض $x+2$ بدلا من x
اضرب

$$\begin{aligned} r(x) &= 2x^2 - 5x + 1 \\ r(x+2) &= 2(x+2)^2 - 5(x+2) + 1 \\ &= 2(x^2 + 4x + 4) - 5x - 10 + 1 \\ &= 2x^2 + 8x + 8 - 5x - 10 + 1 \\ &= 2x^2 + 3x - 1 \end{aligned}$$

$$p(x^2-1) \quad (١٥)$$

المعادلة الأساسية
بتعويض x^2-1 بدلا من x
اضرب

$$\begin{aligned} p(x) &= 3x^2 - 4 \\ p(x^2-1) &= 3(x^2-1) - 4 \\ &= 3x^2 - 3 - 4 \\ &= 3x^2 - 7 \end{aligned}$$

$$5p(x+2) \quad (١٦)$$

المعادلة الأساسية
بتعويض $x+2$ بدلا من x
اضرب

$$\begin{aligned} p(x) &= 3x^2 - 4 \\ 5p(x+2) &= 5(3(x+2)^2 - 4) \\ &= 5(3(x^2 + 4x + 4) - 4) \\ &= 5(3x^2 + 12x + 12 - 4) \end{aligned}$$

$$= 5(3x^2 + 12x + 8)$$

$$= 15x^2 + 60x + 40$$

أجب عن الأسئلة $a - c$ الفروع لكل تمثيل بياني مما يأتي:

(١٧)

$$x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow \infty$$

$$x \rightarrow \infty, f(x) \rightarrow \infty$$

زوجية الدرجة ولها صفران

(١٨)

$$x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow \infty$$

$$x \rightarrow \infty, f(x) \rightarrow \infty$$

زوجية الدرجة ولها صفر واحد

(١٩)

$$x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow \infty, f(x) \rightarrow \infty$$

فردية الدرجة ولها خمسة اصفار

(٢٠) برودة الريح:

$$C(w) = 0.013w^2 - w - 7$$

$$C(20) = 0.013(20)^2 - 20 - 7 \approx -22 \text{ F}$$

حل معادلات كثيرات الحدود

حل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلًا تامًا وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب كثيرة حدود أولية:

$$15a^2b - 10ab^2 \quad (١)$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

$$= 5ab(3a - 2b)$$

$$3st^2 - 9s^3t + 6s^2t^2 \quad (٢)$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

$$= 3st(t - 3s^2 + 2st)$$

$$3x^3y^2 - 2x^2y + 5xy \quad (٣)$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

$$= xy(3x^2y - 2x + 5)$$

$$2x^3y - x^2y + 5xy^2 + xy^3 \quad (٤)$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

$$= xy(2x^2 - x + 5y + y^2)$$

$$21 - 7t + 3r - rt \quad (٥)$$

بالتجميع لاجراج العامل المشترك الأكبر

$$= (21 - 7t) + (3r - rt)$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

$$= 7(3 - t) + r(3 - t)$$

خاصية التوزيع

$$= (7 + r)(3 - t)$$

$$x^2 - xy + 2x - 2y \quad (٦)$$

بالتجميع لاجراج العامل المشترك الأكبر

$$= (x^2 + 2x) + (-xy - 2y)$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

$$= x(x + 2) - y(x + 2)$$

خاصية التوزيع

$$= (x - y)(x + 2)$$

$$y^2 + 20y + 96 \quad (٧)$$

$$= (y + 8)(y + 12)$$

بالتجميع لاجراج العامل المشترك الأكبر
باجراج العامل المشترك الأكبر
خاصية التوزيع

$$4ab + 2a + 6b + 3 \quad (٨)$$

$$= (4ab + 2a) + (6b + 3)$$

$$= 2a(2b + 1) + 3(2b + 1)$$

$$= (2a + 3)(2b + 1)$$

$$6n^2 - 11n - 2 \quad (٩)$$

$$= (6n + 1)(n - 2)$$

$$6x^2 + 7x - 3 \quad (١٠)$$

$$= (3x - 1)(2x + 3)$$

$$4x^2 - 8x + 8 \quad (١١)$$

كثيرة حدود أولية

$$6p^2 - 17p - 45 \quad (١٢)$$

$$= (2p - 9)(3p + 5)$$

اكتب كلا من عبارة مما يأتي على الصورة التربيعية إذا كان ذلك ممكنا:

$$10b^4 + 3b^2 - 11 \quad (١٣)$$

$$= 10(b^2)^2 + 3(b^2) - 11$$

$$-5x^8 + x^2 + 6 \quad (١٤)$$

لا يمكن ذلك

$$28d^6 + 25d^3 \quad (١٥)$$

$$= 28(d^3)^2 + 25(d^3)$$

$$4s^8 + 4s^4 + 7 \quad (١٦)$$

$$= 4(s^4)^2 + 4(s^4) + 7$$

$$500x^4 - x^2 \quad (١٧)$$

$$= 500(x^2)^2 - (x^3)$$

$$8b^5 - 8b^3 - 1 \quad (١٨)$$

لا يمكن ذلك

حل كل معادلة مما يأتي:

$$y^4 - 7y^3 - 18y^2 = 0 \quad (١٩)$$

$$y^2(y^2 - 7y - 18) = 0$$

$$y^2(y - 9)(y + 2) = 0$$

$$y^2 = 0$$

$$y = 0$$

$$y - 9 = 0 \text{ أو } y = 9$$

$$y = 9$$

$$y + 2 = 0 \text{ أو } y = -2$$

$$y = -2$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

بالتحليل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

خاصية الضرب الصفري

خاصية الضرب الصفري

$$s^5 + 4s^4 - 32s^3 = 0 \quad (٢٠)$$

$$s^3(s^2 + 4s - 32) = 0$$

$$s^3(s - 4)(s + 8) = 0$$

$$s^3 = 0$$

$$s = 0$$

$$s - 4 = 0 \text{ أو } s = 4$$

$$s = 4$$

$$s + 8 = 0 \text{ أو } s = -8$$

$$s = -8$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

بالتحليل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

خاصية الضرب الصفري

خاصية الضرب الصفري

$$m^4 - 625 = 0 \quad (٢١)$$

$$(m^2 - 25)(m^2 + 25) = 0$$

$$m^2 - 25 = 0$$

$$m^2 = 25$$

$$m = \pm 5$$

$$m^2 + 25 = 0 \quad \text{أو}$$

$$m^2 = -25$$

$$m = \pm 5i$$

فرق بين مربعين

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي

$$n^4 - 49n^2 = 0 \quad (٢٢)$$

$$n^2(n^2 - 49) = 0$$

$$n^2(n - 7)(n + 7) = 0$$

$$n^2 = 0$$

$$n = 0$$

$$n - 7 = 0 \quad \text{أو}$$

$$n = 7$$

$$n + 7 = 0 \quad \text{أو}$$

$$n = -7$$

باخراج العامل المشترك الأكبر

فرق بين مربعين

خاصية الضرب الصفري

خاصية الضرب الصفري

خاصية الضرب الصفري

$$x^4 - 50x^2 + 49 = 0 \quad (٢٣)$$

$$(x^2 - 1)(x^2 - 49) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$x^2 - 49 = 0 \quad \text{أو}$$

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm 7$$

بالتحليل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي

$$t^4 - 21t^2 + 80 = 0 \quad (٢٤)$$

$$(t^2 - 16)(t^2 - 5) = 0$$

$$t^2 = 16$$

$$t = \pm 4$$

$$t^2 = 5 \quad \text{أو}$$

$$t = \pm \sqrt{5}$$

بالتحليل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي

(٢٥) فيزياء:

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 15$$

$$x^4 - 2x^2 - 15 = 0$$

$$(x^2 + 3)(x^2 - 5) = 0$$

$$x^2 = -3$$

ليس لها جزر حقيقي

$$x^2 = 5 \text{ أو}$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

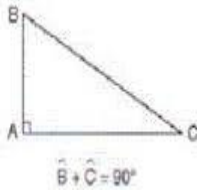
المعادلة الأساسية

بالتحليل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي



نظرية فيثاغورث

(٢٦) محميات:

$$(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$$

بفرض أن طول ضلعها الأصغر x

$$x^2 + (x^2 - 5)^2 = (2x^2 - 13)^2$$

$$x^2 + x^4 - 10x^2 + 25 = 4x^4 - 52x^2 + 169$$

$$3x^4 - 43x^2 + 144 = 0$$

$$(3x^2 - 16)(x^2 - 9) = 0$$

$$3x^2 = 16$$

$$x^2 = \frac{16}{3}$$

$$x^2 = 9 \text{ أو}$$

$$x = 3$$

$$x^2 - 5 = 9 - 5 = 4$$

$$2x^2 - 13 = 2 \times 9 - 13 = 5$$

بالتعويض

اضرب

بالتحليل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

ليس عدد صحيح

خاصية الضرب الصفري

بإيجاد الجذر التربيعي

3 mi , 4 mi , 5 mi

نظروا الباقي والعوامل

أوجد $f(-3)$ و $f(4)$ لكل من الدالتين الآتيتين مستعملًا التعويض التركيبي:

$$f(x) = x^2 + 2x + 3 \quad (١)$$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ x+3 \overline{) x^2 + 2x + 3} \\ \underline{(-)x^2 + 3x} \\ -x + 3 \\ \underline{(-)-x - 3} \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 6
إذن $f(-3) = 6$

$$\begin{array}{r} x+6 \\ x-4 \overline{) x^2 + 2x + 3} \\ \underline{(-)x^2 - 4x} \\ 6x + 3 \\ \underline{(-)6x - 24} \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 27
إذن $f(4) = 27$

$$f(x) = x^2 - 5x + 10 \quad (٢)$$

$$\begin{array}{r} x-8 \\ x+3 \overline{) x^2 - 5x + 10} \\ \underline{(-)x^2 + 3x} \\ -8x + 10 \\ \underline{(-)-8x - 24} \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 34
إذن $f(-3) = 34$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ x-4 \overline{) x^2 - 5x + 10} \\ \underline{(-)x^2 - 4x} \\ -x + 10 \\ \underline{(-)-x + 4} \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 6
إذن $f(4) = 6$

$$f(x) = x^2 - 5x - 4 \quad (3)$$

$$\begin{array}{r} x - 8 \\ x + 3 \overline{) x^2 - 5x - 4} \\ \underline{(-)x^2 + 3x} \\ -8x - 4 \\ \underline{(-)-8x - 24} \end{array}$$

20
بما أن باقي القسمة

$$f(-3) = 20 \text{ إذن}$$

$$\begin{array}{r} x - 1 \\ x - 4 \overline{) x^2 - 5x - 4} \\ \underline{(-)x^2 - 4x} \\ -x - 4 \\ \underline{(-)-x + 4} \end{array}$$

-8
بما أن باقي القسمة

$$f(4) = -8 \text{ إذن}$$

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 3 \quad (4)$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 10 \\ x + 3 \overline{) x^3 - x^2 - 2x + 3} \\ \underline{(-)x^3 + 3x^2} \\ -4x^2 - 2x + 3 \\ \underline{(-)-4x^2 - 12x} \\ 10x + 3 \\ \underline{(-)10x + 30} \\ -27 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -27
إذن $f(-3) = -27$

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 10 \\ x - 4 \overline{) x^3 - x^2 - 2x + 3} \\ \underline{(-)x^3 - 4x^2} \\ 3x^2 - 2x + 3 \\ \underline{(-)3x^2 - 12x} \\ 10x + 3 \\ \underline{(-)10x - 40} \\ 43 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 43
إذن $f(4) = 43$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 5 \quad (5)$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - x + 3 \\
 x + 3 \overline{) x^3 + 2x^2 + 5} \\
 \underline{(-)x^3 + 3x^2} \\
 -x^2 + 5 \\
 \underline{(-)-x^2 - 3x} \\
 3x + 5 \\
 \underline{(-)3x + 9} \\
 -4
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -4
إذن $f(-3) = -4$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 6x + 24 \\
 x - 4 \overline{) x^3 + 2x^2 + 5} \\
 \underline{(-)x^3 - 4x^2} \\
 6x^2 + 5 \\
 \underline{(-)6x^2 - 24x} \\
 24x + 5 \\
 \underline{(-)24x - 96} \\
 101
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 101
إذن $f(4) = 101$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x \quad (6)$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 9x + 29 \\
 x + 3 \overline{) x^3 - 6x^2 + 2x} \\
 \underline{(-)x^3 + 3x^2} \\
 -9x^2 + 2x \\
 \underline{(-)-9x^2 - 27x} \\
 29x \\
 \underline{(-)29x + 87} \\
 -87
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -87
إذن $f(-3) = -87$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 2x - 6 \\
 x - 4 \overline{) x^3 - 6x^2 + 2x} \\
 \underline{(-)x^3 - 4x^2} \\
 -2x^2 + 2x \\
 \underline{(-)-2x^2 + 8x} \\
 -6x \\
 \underline{(-)-6x + 24} \\
 -24
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -24
إذن $f(4) = -24$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8 \quad (\vee)$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 5x + 13 \\
 x + 3 \overline{) x^3 - 2x^2 - 2x + 8} \\
 \underline{(-)x^3 + 3x^2} \\
 -5x^2 - 2x + 8 \\
 \underline{(-)-5x^2 - 15x} \\
 13x + 8 \\
 \underline{(-)13x + 39} \\
 -31
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -31
إذن $f(-3) = -31$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x + 6 \\
 x - 4 \overline{) x^3 - 2x^2 - 2x + 8} \\
 \underline{(-)x^3 - 4x^2} \\
 2x^2 - 2x + 8 \\
 \underline{(-)2x^2 - 8x} \\
 6x + 8 \\
 \underline{(-)6x - 24} \\
 32
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 32
إذن $f(4) = 32$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 4 \quad (\wedge)$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 4x + 16 \\
 x + 3 \overline{) x^3 - x^2 + 4x - 4} \\
 \underline{(-)x^3 + 3x^2} \\
 -4x^2 + 4x - 4 \\
 \underline{(-)-4x^2 - 12x} \\
 16x - 4 \\
 \underline{(-)16x + 48} \\
 -52
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -52
إذن $f(-3) = -52$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 3x + 16 \\
 x - 4 \overline{) x^3 - x^2 + 4x - 4} \\
 \underline{(-)x^3 - 4x^2} \\
 3x^2 + 4x - 4 \\
 \underline{(-)3x^2 - 12x} \\
 16x - 4 \\
 \underline{(-)16x - 64} \\
 60
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 60
إذن $f(4) = 60$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 50 \quad (٩)$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2 \\ x + 3 \overline{) x^3 + 3x^2 + 2x - 50} \\ \underline{(-)x^3 + 3x^2} \\ 2x - 50 \\ \underline{(-)2x^2 + 6} \\ -56 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -56
إذن $f(-3) = -56$

$$\begin{array}{r} x^2 + 7x + 30 \\ x - 4 \overline{) x^3 + 3x^2 + 2x - 50} \\ \underline{(-)x^3 - 4x^2} \\ 7x^2 + 2x - 50 \\ \underline{(-)7x^2 - 28x} \\ 30x - 50 \\ \underline{(-)30x - 120} \\ 70 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 70
إذن $f(4) = 70$

$$f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 12 \quad (١٠)$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 5x^2 + 17x + 67 \\ x - 4 \overline{) x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 12} \\ \underline{(-)x^4 - 4x^3} \\ 5x^3 - 3x^2 - x + 12 \\ \underline{(-)5x^3 - 20x^2} \\ 17x^2 - x + 12 \\ \underline{(-)17x - 68x} \\ 67x + 12 \\ \underline{(-)67x - 268} \\ 280 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 280 ؛ إذن $f(4) = 280$

$$\begin{array}{r}
x^3 - 2x^2 + 3x - 10 \\
x + 3 \overline{) x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 12} \\
\underline{(-)x^4 + 3x^3} \\
-2x^3 - 3x^2 - x + 12 \\
\underline{(-)-2x^3 - 6x^2} \\
3x^2 - x + 12 \\
\underline{(-)3x^2 + 9x} \\
-10x + 12 \\
\underline{(-)-10x - 30} \\
42
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 42 ؛ إذن $f(-3) = 42$

$$\begin{array}{r}
f(x) = x^4 - 2x^2 - x + 7 \quad (11) \\
x - 4 \overline{) x^3 + 4x^2 + 14x + 55} \\
\underline{(-)x^4 - 4x^3} \\
4x^3 - 2x^2 - x + 7 \\
\underline{(-)4x^3 - 16x^2} \\
14x^2 - x + 7 \\
\underline{(-)14x^2 - 56x} \\
55x + 7 \\
\underline{(-)55x - 220} \\
227
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 227 ؛ إذن $f(4) = 227$

$$\begin{array}{r}
x^3 - 3x^2 + 7x - 22 \\
x + 3 \overline{) x^4 - 2x^2 - x + 7} \\
\underline{(-)x^4 + 3x^3} \\
- 3x^3 - 2x^2 - x + 7 \\
\underline{(-)-3x^3 - 9x^2} \\
7x^2 - x + 7 \\
\underline{(-)7x^2 + 21x} \\
- 22x + 7 \\
\underline{(-)-22x - 66} \\
73
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 73 ؛ إذن $f(-3) = 73$

$$\begin{array}{r}
2x^3 + 5x^2 + 24x + 94 \\
x - 4 \overline{) 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1} \\
\underline{(-)2x^4 - 8x^3} \\
5x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \\
\underline{(-)5x^3 - 20x^2} \\
24x^2 - 2x + 1 \\
\underline{(-)24x^2 - 96x} \\
94x + 1 \\
\underline{(-)94x - 376} \\
377
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 377 ؛ إذن $f(4) = 377$

$$\begin{array}{r}
2x^3 - 9x^2 + 31x - 95 \\
x + 3 \overline{) 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1} \\
\underline{(-)2x^4 + 6x^3} \\
-9x^3 + 4x^2 - 2x + 1 \\
\underline{(-)-9x^3 - 27x^2} \\
31x^2 - 2x + 1 \\
\underline{(-)31x^2 + 93x} \\
-95x + 1 \\
\underline{(-)-95x - 285} \\
286
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 286 ؛ إذن $f(-3) = 286$

$$f(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 26 \quad (١٣)$$

$$\begin{array}{r}
2x^3 + 7x^2 + 30x + 120 \\
x - 4 \overline{) 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 26} \\
\underline{(-)2x^4 - 8x^3} \\
7x^3 + 2x^2 - 26 \\
\underline{(-)7x^3 - 28x^2} \\
30x^2 - 26 \\
\underline{(-)30x^2 - 120x} \\
120x - 26 \\
\underline{(-)120x - 480} \\
454
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 454 ؛ إذن $f(4) = 454$

$$\begin{array}{r}
2x^3 - 7x^2 + 23x - 69 \\
x + 3 \overline{) 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 26} \\
\underline{(-)2x^4 + 6x^3} \\
-7x^3 + 2x^2 - 26 \\
\underline{(-)-7x^3 - 21x^2} \\
23x^2 - 26 \\
\underline{(-)23x^2 + 69x} \\
-69x - 26 \\
\underline{(-)-69x - 207} \\
181
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 181 ؛ إذن $f(-3) = 181$

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x - 3 \quad (١٤)$$

$$\begin{array}{r}
3x^3 + 8x^2 + 35x + 135 \\
x - 4 \overline{) 3x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x - 3} \\
\underline{(-)3x^4 - 12x^3} \\
8x^3 + 3x^2 - 5x - 3 \\
\underline{(-)8x^3 - 32x^2} \\
35x^2 - 5x - 3 \\
\underline{(-)35x^2 - 140x} \\
135x - 3 \\
\underline{(-)135x - 540} \\
537
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 537 ؛ إذن $f(4) = 537$

$$\begin{array}{r}
3x^3 - 13x^2 + 42x - 131 \\
x + 3 \overline{) 3x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x - 3} \\
\underline{(-)3x^4 + 9x^3} \\
-13x^3 + 3x^2 - 5x - 3 \\
\underline{(-)-13x^3 - 39x^2} \\
42x^2 - 5x - 3 \\
\underline{(-)42x^2 + 126x} \\
-131x - 3 \\
\underline{(-)-131x - 393} \\
390
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 390 ؛ إذن $f(-3) = 390$

$$\begin{array}{r}
f(x) = x^5 + 7x^3 - 4x - 10 \quad (١٥) \\
x - 4 \overline{) x^4 + 4x^3 + 23x^2 + 92x + 364} \\
\phantom{x - 4 \overline{) }} x^5 - 4x - 10 \\
\underline{(-)x^5 - 4x^4} \\
4x^4 + 7x^3 - 4x - 10 \\
\underline{(-)4x^4 - 16x^3} \\
23x^3 - 4x - 10 \\
\underline{(-)23x^3 - 92x^2} \\
92x^2 - 4x - 10 \\
\underline{(-)92x^2 - 368x} \\
364x - 10 \\
\underline{(-)364x - 1456} \\
1446
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 1446 ؛ إذن $f(4) = 1446$

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^3 + 16x^2 - 48x + 140 \\ x + 3 \overline{) x^5 + 7x^3 - 4x - 10} \\ \underline{(-)x^5 + 3x^4} \\ -3x^4 + 7x^3 - 4x - 10 \\ \underline{(-)-3x^4 - 9x^3} \\ 16x^3 - 4x - 10 \\ \underline{(-)16x^3 + 48x^2} \\ -48x^2 - 4x - 10 \\ \underline{(-)-48x^2 - 144x} \\ 140x - 10 \\ \underline{(-)140x + 420} \\ -430 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة -430 ؛ إذن $f(-3) = -430$

$$\begin{array}{r}
 f(x) = x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 9x^2 + 20 \quad (16) \\
 x-4 \overline{) \begin{array}{l} x^5 + 6x^4 + 23x^3 + 93x^2 + 363x + 1452 \\ x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 9x^2 \\ \hline (-)x^6 - 4x^5 \\ \hline 6x^5 - x^4 + x^3 - 9x^2 + 20 \\ (-)6x^5 - 24x^4 \\ \hline 23x^4 + x^3 - 9x^2 + 20 \\ (-)23x^4 - 92x^3 \\ \hline 93x^3 - 9x^2 + 20 \\ (-)93x^3 - 372x^2 \\ \hline 363x^2 + 20 \\ (-)363x^2 - 1452x \\ \hline 1452x + 20 \\ (-)1452x - 5808 \\ \hline 5828 \end{array} }
 \end{array}$$

بما أن باقي القسمة 5828 ؛ إذن $f(4) = 5828$

$$\begin{array}{r}
x^5 - x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 6x - 18 \\
x + 3 \overline{) x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 9x^2 + 20} \\
\underline{(-)x^6 + 3x^5} \\
- x^5 - x^4 + x^3 - 9x^2 + 20 \\
\underline{(-) - x^5 - 3x^4} \\
2x^4 + x^3 - 9x^2 + 20 \\
\underline{(-)2x^4 + 6x^3} \\
- 5x^3 - 9x^2 + 20 \\
\underline{(-) - 5x^3 - 15x^2} \\
6x^2 + 20 \\
\underline{(-)6x^2 + 18x} \\
- 18x + 20 \\
\underline{(-) - 18x - 54} \\
74
\end{array}$$

بما أن باقي القسمة 74 ؛ إذن $f(-3) = 74$

في كل مما يأتي كثيرة حدود وأحد عواملها أوجد عواملها الأخرى:

$$\begin{array}{r}
x^3 + 3x^2 - 6x - 8; x - 2 \quad (١٧) \\
\begin{array}{cccc|c}
1 & 3 & -6 & -8 & 2 \\
& 2 & 10 & 8 & \\
\hline
1 & 5 & 4 & 0 &
\end{array} \\
x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = (x^2 + 5x + 4)(x - 2) \\
x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4) \\
x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = (x + 1)(x + 4)(x - 2) \\
\text{إذن العوامل أخرى ؛ } (x + 1), (x + 4)
\end{array}$$

$$x^3 - x; x \quad (١٨)$$

$$\begin{aligned} x^3 - x &= x(x^2 - 1) \\ &= x(x - 1)(x + 1) \end{aligned}$$

إذن العوامل الأخرى؛ $(x - 1), (x + 1)$

$$x^3 - 9x^2 + 27x - 27; x - 3 \quad (١٩)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -9 & 27 & -27 & \\ & 3 & -18 & 27 & \\ \hline 1 & -6 & 9 & 0 & \end{array} \quad \boxed{3}$$

$$x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x^2 - 6x + 9)(x - 3)$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3)$$

$$x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x - 3)(x - 3)(x - 3)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(x - 3), (x - 3)$

$$x^3 - x^2 - 8x + 12; x + 3 \quad (٢٠)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -1 & -8 & -12 & \\ & -3 & 12 & -12 & \\ \hline 1 & -4 & 4 & 0 & \end{array} \quad \boxed{-3}$$

$$x^3 - x^2 - 8x + 12 = (x^2 - 4x + 4)(x + 3)$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2)$$

$$x^3 - x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 2)(x + 3)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(x - 2), (x - 2)$

$$x^3 + x^2 - 2x; x - 1 \quad (٢١)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & 0 & \\ & 1 & 2 & 0 & \\ \hline 1 & 2 & 0 & 0 & \end{array} \quad \boxed{1}$$

$$x^3 + x^2 - 2x = (x^2 + 2x)(x - 1)$$

$$x^2 + 2x = x(x + 2)$$

$$x^3 + x^2 - 2x = x(x + 2)(x - 1)$$

إذن العوامل أخرى؛ $x, (x + 2)$

$$x^3 - x^2 - 14x + 24; x + 4 \quad (٢٢)$$

$$\begin{array}{rrrr} 1 & -1 & -14 & 24 \\ & -4 & 20 & -24 \\ \hline 1 & -5 & 6 & 0 \end{array} \quad \boxed{-4}$$

$$x^3 - x^2 - 14x + 24 = (x^2 - 5x + 6)(x + 4)$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$$x^3 - x^2 - 14x + 24 = (x - 2)(x - 3)(x + 4)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(x - 2), (x - 3)$

$$3x^3 - 4x^2 - 17x + 6; x + 2 \quad (٢٣)$$

$$\begin{array}{rrrr} 3 & -4 & -17 & 6 \\ & -6 & 20 & -6 \\ \hline 3 & -10 & 3 & 0 \end{array} \quad \boxed{-2}$$

$$3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = (3x^2 - 10x + 3)(x + 2)$$

$$3x^2 - 10x + 3 = (3x - 1)(x - 3)$$

$$3x^3 - 4x^2 - 17x + 6 = (3x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(3x - 1), (x - 3)$

$$4x^3 - 12x^2 - x + 3; x - 3 \quad (٢٤)$$

$$\begin{array}{rrrr} 4 & -12 & -1 & 3 \\ & 12 & 0 & -3 \\ \hline 4 & 0 & -1 & 0 \end{array} \quad \boxed{3}$$

$$4x^3 - 12x^2 - x + 3 = (4x^2 - 1)(x - 3)$$

$$4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$$

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = (2x - 1)(2x + 1)(x - 3)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(2x - 1), (2x + 1)$

$$18x^3 + 9x^2 - 2x - 1; 2x + 1 \quad (٢٥)$$

$$\frac{(18x^3 + 9x^2 - 2x - 1) \div 2}{(2x + 1) \div 2} = \frac{9x^3 + 4.5x^2 - x - 0.5}{x + 0.5}$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 4.5 \quad -1 \quad -0.5 \\ -4.5 \quad 0 \quad -0.5 \\ \hline 9 \quad 0 \quad -1 \quad | 0 \end{array} \quad \boxed{-0.5}$$

$$18x^3 + 9x^2 - 2x - 1 = (9x^2 - 1)(2x + 1)$$

$$9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1)$$

$$18x^3 + 9x^2 - 2x - 1 = (3x + 1)(3x - 1)(2x + 1)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(3x + 1), (3x - 1)$

$$x^4 - 16; x - 2 \quad (٢٦)$$

$$x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$x^4 - 16 = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(x + 2), (x^2 + 4)$

$$x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4; x + 1 \quad (٢٧)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad -5 \quad -5 \quad 4 \quad 4 \\ -1 \quad 0 \quad 5 \quad 0 \quad -4 \\ \hline 1 \quad 0 \quad -5 \quad 0 \quad 4 \quad | 0 \end{array} \quad \boxed{-1}$$

$$x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4 = (x^4 - 5x^2 + 4)(x + 1)$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4 = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)(x + 1)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(x - 1), (x + 1), (x - 2), (x + 2)$

$$x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 5x + 10; x - 2 \quad (٢٨)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & -2 & 4 & -8 & -5 & 10 & 2 \\ & 2 & 0 & 8 & 0 & -10 & \\ \hline 1 & 0 & 4 & 0 & -5 & 0 & \end{array}$$

$$x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 5x + 10 = (x^4 + 4x^2 - 5)(x - 2)$$

$$x^4 + 4x^2 - 5 = (x^2 - 1)(x^2 + 5)$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 5x + 10 = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 5)(x - 2)$$

إذن العوامل أخرى؛ $(x - 1), (x + 1), (x^2 + 5)$

(٢٩) سكان:

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 520$$

عدد السنوات = 10 سنوات

$$\begin{aligned} p(10) &= ((10)^3 + 2(10)^2 - 8(10) + 520) \times 1000 \\ &= (1000 + 200 - 80 + 520) \times 1000 \\ &= 1640 \times 1000 = 1640000 \end{aligned}$$

(٣٠) حجم:

$$2x^3 - 9x^2 + 7x + 6; 2x + 1$$

$$\frac{(2x^3 - 9x^2 + 7x + 6) \div 2}{(2x + 1) \div 2} = \frac{x^3 - 4.5x^2 + 3.5x + 3}{x + 0.5}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -4.5 & 3.5 & 3 & -0.5 \\ & -0.5 & 2.5 & -3 & \\ \hline 1 & -5 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 4.5x^2 + 3.5x + 3 = (x^2 - 5x + 6)(2x + 1)$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$$x^3 - 4.5x^2 + 3.5x + 3 = (x - 2)(x - 3)(2x + 1)$$

إذن طول البركة وعرضها؛ $(x - 2), (x - 3)$

الجذور والأصفار

حل كل معادلة مما يأتي واذكر عدد جذورها وأنواعها:

$$-9x - 15 = 0 \quad (١)$$

$$x = \frac{15}{-9} = \frac{-5}{3}$$

جذر واحد حقيقي

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \quad (٢)$$

$$(x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1,$$

$$(x^2 - 4) = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

٤ جذور حقيقية

$$x^5 - 81x = 0 \quad (٣)$$

$$x(x^4 - 81) = 0$$

$$x(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$$

$$x = 0$$

$$(x^2 - 9) = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$(x^2 + 9) = 0$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm 3i$$

٣ جذور حقيقية وجذران تخيليان

(٦) $p(x) = 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 1$
يوجد 4 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الرابعة.

يوجد 3 تغيرات في الإشارة $p(x) = \begin{array}{ccccccc} 2x^4 & - & 2x^3 & + & 2x^2 & - & x & - & 1 \\ \hline & + & - & + & - & - & & & \end{array}$

يوجد تغير واحد في الإشارة $p(-x) = \begin{array}{ccccccc} 2x^4 & + & 2x^3 & + & 2x^2 & + & x & - & 1 \\ \hline & + & + & + & + & - & & & \end{array}$

المجموع	التخيلية	الحقيقية الموجبة	الحقيقة السالبة
4	0	3	1
4	2	1	1

يوجد 3 أو 1 أصفار موجبة، 1 صفر سالب، 0 أو 2 أصفار تخيلية.

(٧) $q(x) = 3x^4 + x^3 - 3x^2 + 7x + 5$
يوجد 4 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الرابعة.

يوجد تغيرين في الإشارة $q(x) = \begin{array}{ccccccc} 3x^4 & + & x^3 & - & 3x^2 & + & 7x & + & 5 \\ \hline & + & + & - & - & + & + & & \end{array}$

يوجد تغيرين في الإشارة $q(-x) = \begin{array}{ccccccc} 3x^4 & - & x^3 & - & 3x^2 & - & 7x & + & 5 \\ \hline & + & - & - & - & - & + & & \end{array}$

المجموع	التخيلية	الحقيقية الموجبة	الحقيقة السالبة
4	0	2	2
4	4	0	0
4	2	0	2
4	2	2	0

يوجد 2 أو 0 أصفار موجبة، 2 أو 0 أصفار سالبة، 0 أو 2 أو 4 أصفار تخيلية.

$h(x) = 7x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x + 1$ (٨)
يوجد 4 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الرابعة.

يوجد تغيرين في الإشارة $h(x) = \underset{++}{7x^4} + \underset{+-}{3x^3} - \underset{--}{2x^2} - \underset{-+}{x} + 1$

يوجد تغيرين في الإشارة $h(-x) = \underset{+-}{7x^4} - \underset{--}{3x^3} - \underset{-+}{2x^2} + \underset{++}{x} + 1$

المجموع	التخيلية	الحقيقية الموجبة	الحقيقة السالبة
4	0	2	2
4	4	0	0
4	2	2	0
4	2	0	2

يوجد 2 أو 0 أصفار موجبة، 2 أو 0 أصفار سالبة، 0 أو 2 أو 4 أصفار تخيلية.

أوجد جميع أصفار كل دالة مما يأتي:

$h(x) = 2x^3 + 2x^2 - 65x + 84$ (٩)
يوجد 3 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الثالثة.

$h(-x) = \underset{-+}{2x^3} + \underset{++}{3x^2} + \underset{++}{65x} + 84$ ، $h(x) = \underset{++}{2x^3} + \underset{+-}{3x^2} - \underset{-+}{65x} + 84$

يوجد 3 أصفار حقيقية أو 1 صفر حقيقي وصفرين تخيليين

x	2	3	-65	84
1	2	5	-60	24
2	2	7	-51	-16
$\frac{3}{2}$	2	6	-56	0

لإيجاد بقية أصفار الدالة $h(x) = 2x^2 + 6x - 56$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 2, b = 6, c = -56$$

بالتبسيط

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(2)(-56)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-6 \pm 22}{4}$$

$$\frac{-6 - 22}{4} = -7 \text{ أو } \frac{-6 + 22}{4} = 4$$

أصفار الدالة: $\frac{3}{2}, 4, -7$

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 9x - 7 \quad (١٠)$$

يوجد 3 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الثالثة.

$$p(-x) = \boxed{-}^3 \boxed{-}^3 \boxed{-}^9 \boxed{-}^7, \quad p(x) = \boxed{+}^3 \boxed{-}^3 \boxed{+}^9 \boxed{-}^7$$

يوجد 3 أصفار حقيقية أو 1 صفر حقيقي وصفرين تخيليين

x	1	-3	9	-7
1	1	-2	7	0
2	1	-1	7	7

لإيجاد بقية أصفار الدالة $p(x) = x^2 - 2x + 7$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 1, b = -2, c = 7$$

بالتبسيط

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(7)}}{2(1)} \\ &= \frac{2 \pm 2i\sqrt{6}}{2} \\ &= 1 \pm i\sqrt{6} \end{aligned}$$

أصفار الدالة: $1, 1+i\sqrt{6}, 1-i\sqrt{6}$

$$h(x) = x^3 - 7x^2 + 17x - 15 \quad (11)$$

يوجد 3 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الثالثة.

$$h(-x) = \boxed{-}x^{\boxed{3}} \boxed{-}7x^{\boxed{2}} \boxed{+}17x \boxed{-}15, \quad h(x) = \boxed{+}x^{\boxed{3}} \boxed{-}7x^{\boxed{2}} \boxed{+}17x \boxed{-}15$$

يوجد 3 أصفار حقيقية أو 1 صفر حقيقي وصفرين تخيليين

x	1	-7	17	-15
1	1	-6	11	-4
2	1	-5	7	-1
3	1	-4	5	0

لإيجاد بقية أصفار الدالة $h(x) = x^2 - 4x + 5$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 1, b = -4, c = 5$$

بالتبسيط

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} \\ &= \frac{4 \pm 2i}{2} \\ &= 2 \pm i \end{aligned}$$

أصفار الدالة: $3, 2+i, 2-i$

$$q(x) = x^4 + 50x^2 + 49 \quad (١٢)$$

يوجد 4 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الرابعة.

$$q(-x) = \overset{++}{\boxed{x}}^4 \overset{++}{\boxed{+}} \overset{++}{\boxed{50}} \overset{++}{\boxed{x}}^2 \overset{++}{\boxed{+}} \overset{++}{\boxed{49}} \quad , \quad q(x) = \overset{++}{\boxed{x}}^4 \overset{++}{\boxed{+}} \overset{++}{\boxed{50}} \overset{++}{\boxed{x}}^2 \overset{++}{\boxed{+}} \overset{++}{\boxed{49}}$$

يوجد 4 أصفار تخيلية

$$x^4 + 50x^2 + 49 = (x^2 + 49)(x^2 + 1)$$

$$x^2 + 49 = 0$$

$$x^2 = -49$$

$$x = \pm 7i$$

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm i$$

أصفار الدالة: $i, -i, 7i, -7i$

اطرح 49 من الطرفين
إيجاد الجذر التربيعي للطرفين

اطرح 1 من الطرفين
إيجاد الجذر التربيعي للطرفين

$$g(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 14x - 8 \quad (١٣)$$

يوجد 4 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الرابعة.

$$g(-x) = \overset{+-}{\boxed{x}}^4 \overset{--}{\boxed{+}} \overset{--}{\boxed{4}} \overset{-+}{\boxed{x}}^3 \overset{-+}{\boxed{-}} \overset{-+}{\boxed{3}} \overset{+-}{\boxed{x}}^2 \overset{+-}{\boxed{+}} \overset{+-}{\boxed{14}} \overset{+-}{\boxed{x}} \overset{+-}{\boxed{-}} \overset{+-}{\boxed{8}} \quad , \quad g(x) = \overset{++}{\boxed{x}}^4 \overset{++}{\boxed{+}} \overset{++}{\boxed{4}} \overset{++}{\boxed{x}}^3 \overset{++}{\boxed{+}} \overset{++}{\boxed{3}} \overset{++}{\boxed{x}}^2 \overset{++}{\boxed{+}} \overset{++}{\boxed{14}} \overset{++}{\boxed{x}} \overset{++}{\boxed{-}} \overset{++}{\boxed{8}}$$

يوجد 4 أصفار حقيقية أو صفرين حقيقيين وصفرين تخيليين

x	1	4	-3	-14	-8
-2	1	2	-7	0	-8
-1	1	3	-6	-8	0
1	1	5	2	-12	-20

لإيجاد بقية أصفار الدالة $g(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8$

x	1	3	-6	-8
1	1	4	-2	-10
2	1	5	4	0
3	1	6	12	28

لإيجاد بقية أصفار الدالة $g(x) = x^2 + 5x + 4$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, b = 5, c = 4$$

$$= \frac{-(5) \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$\frac{-5-3}{2} = -4 \quad \text{أو} \quad \frac{-5+3}{2} = -1$$

أصفار الدالة: $-4, -1, 2$

$f(x) = x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 24x - 40$ (٤)
يوجد 4 أصفار للدالة؛ لأنها من الدرجة الرابعة.

$$f(x) = x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 24x - 40$$

$$f(-x) = x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 24x - 40$$

يوجد 4 أصفار حقيقية أو صفرين حقيقيين وصفرين تخيليين

x	1	-6	6	24	-40
1	1	-5	1	25	-15
2	1	-4	-2	20	0

3	1	-3	-3	15	5
---	---	----	----	----	---

لإيجاد بقية أصفار الدالة $f(x) = x^3 - 4x^2 - 2x + 20$

x	1	-4	-2	20
-3	1	-7	19	-37
-2	1	-6	10	0
-1	1	-5	3	17

لإيجاد بقية أصفار الدالة $f(x) = x^2 - 6x + 10$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 1, b = -6, c = 10$$

بالتبسيط

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$= \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$= 3 \pm i$$

أصفار الدالة: $2, -2, 3+i, 3-i$

اكتب كل دالة كثيرة حدود درجتها اقل ما يمكن ومعاملات حدودها أعداد صحيحة إذا كانت الأعداد المعطاة في كل مما يأتي أصفارها:

$$-5, 3i \quad (١٥)$$

بما أن $3i$ إذن $-3i$ أيضاً صفراً من أصفار الدالة
لذا فإن $x + 5, x - 3i, x + 3i$ عوامل لكثيرة الحدود

اضرب عواملها

الفرق بين مربعين

$$i^2 = -1$$

اضرب

$$f(x) = (x + 5)(x - 3i)(x + 3i)$$

$$= (x + 5)(x^2 - 9i^2)$$

$$= (x + 5)(x^2 + 9)$$

$$= x^3 + 5x^2 + 9x + 45$$

$$-2, 3+i \quad (١٦)$$

بما أن $3+i$ إذن $3-i$ أيضاً صفراً من أصفار الدالة

لذا فإن $x + 2, x - (3 + i), x - (3 - i)$ عوامل لكثيرة الحدود

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x + 2)[x - (3 + i)][x - (3 - i)] \\
 &= (x + 2)[(x - 3) + i][(x - 3) - i] \\
 &= (x + 2)[(x - 3)^2 - i^2] \\
 &= (x + 2)[x^2 - 6x + 9 - (-1)] \\
 &= (x + 2)(x^2 - 6x + 10) \\
 &= x^3 - 6x^2 + 10x + 2x^2 - 12x + 20 \\
 &= x^3 - 4x^2 - 2x + 20
 \end{aligned}$$

اضرب عواملها
إعادة تجميع الحدود
الفرق بين مربعين
بإيجاد مربع الحدود
بالتبسيط
اضرب
بجمع الحدود المتشابهة

(١٧) $-1, 4, 3i$

بما أن $3i$ إذن $-3i$ أيضاً صفراً من أصفار الدالة

لذا فإن $x + 1, x - 4, x - 3i, x + 3i$ عوامل لكثيرة الحدود

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x + 1)(x - 4)(x - 3i)(x + 3i) \\
 &= (x + 1)(x - 4)(x^2 - 9i^2) \\
 &= (x + 1)(x - 4)(x^2 + 9) \\
 &= (x^2 - 4x + x - 4)(x^2 + 9) \\
 &= (x^2 - 3x - 4)(x^2 + 9) \\
 &= x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 9x^2 - 27x - 36 \\
 &= x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 27x - 36
 \end{aligned}$$

اضرب عواملها
الفرق بين مربعين
 $i^2 = -1$
اضرب
تجميع الحدود المتشابهة
اضرب
تجميع الحدود المتشابهة

(١٨) $2, 5, 1 + i$

بما أن $1 + i$ إذن $1 - i$ أيضاً صفراً من أصفار الدالة

لذا فإن $x - 2, x - 5, x - (1 - i), x - (1 + i)$ عوامل لكثيرة الحدود

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x - 2)(x - 5)[x - (1 - i)][x - (1 + i)] \\
 &= (x - 2)(x - 5)[(x - 1) - i][(x - 1) + i] \\
 &= (x - 2)(x - 5)[(x - 1)^2 - i^2] \\
 &= (x - 2)(x - 5)[x^2 - 2x + 1 - (-1)] \\
 &= (x - 2)(x - 5)(x^2 - 2x + 2) \\
 &= (x^2 - 5x - 2x + 10)(x^2 - 2x + 2) \\
 &= (x^2 - 7x + 10)(x^2 - 2x + 2) \\
 &= x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 7x^3 + 14x^2 - 14x + 10x^2 - 20x + 20
 \end{aligned}$$

اضرب عواملها
إعادة التجميع
الفرق بين مربعين
بإيجاد مربع الحدود
تجميع الحدود المتشابهة
اضرب
تجميع الحدود المتشابهة
اضرب

تجميع الحدود المتشابهة

$$= x^4 - 9x^3 + 26x^2 - 34x + 20$$

(١٩) تصميم:

$$f(x) = 10x^3 - 8x^2 - 6x - 105$$

$$(10 - x)(8 - x)(6 - x) = 105$$

$$(80 + x^2 - 18x)(6 - x) - 105 = 0$$
$$-x^3 + 24x^2 - 188x + 480 - 105 = 0$$

$$-x^3 + 24x^2 - 188x + 375 = 0$$

$$-\left((x - 3)(x^2 - 21x + 125)\right) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad or \quad x^2 - 21x + 125 = 0$$

$$x = 3 \quad or \quad x^2 - 21x + 125 = 0$$

$$x^2 - 21x = -125$$

بإضافة $\frac{441}{4}$ الى الطرفين

$$x^2 - 21x + \frac{441}{4} = -\frac{59}{4}$$

$$\left(x - \frac{21}{2}\right)^2 = -\frac{59}{4}$$

$$x - \frac{21}{2} = \frac{i\sqrt{59}}{2} \quad or \quad x - \frac{21}{2} = \frac{-i\sqrt{59}}{2}$$

بإضافة $\frac{21}{2}$ الى الطرفين

$$x = \frac{21}{2} + \frac{i\sqrt{59}}{2} \quad or \quad x = \frac{21}{2} - \frac{i\sqrt{59}}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}(21 - i\sqrt{59}) \approx 10.5000 - 3.8406i$$

$$x = \frac{1}{2}(21 + i\sqrt{59}) \approx 10.5000 + 3.8406i$$

∴ مقدار ما يجب عليه أن ينقص من كل بعد = 3 in

نظرية الصفر النسبي

نظرية الصفر النسبي

اكتب جميع الأعداد النسبية التي تحددها نظرية الصفر النسبي لكل من الدالتين الآتيتين:

$$h(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 12 \quad (١)$$
$$q : \pm 1 \quad p : \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$$
$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$$

$$s(x) = x^4 - 8x^3 + 7x - 14 \quad (٢)$$
$$q : \pm 1 \quad p : \pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14$$
$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14$$

$$f(x) = 3x^5 - 5x^2 + x + 6 \quad (٣)$$
$$q : \pm 1, \pm 3 \quad p : \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$
$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}$$

$$p(x) = 3x^2 + x + 7 \quad (٤)$$
$$q : \pm 1, \pm 3 \quad p : \pm 1, \pm 7$$
$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 7, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{7}{3}$$

$$g(x) = 5x^3 + x^2 - x + 8 \quad (٥)$$
$$q : \pm 1, \pm 5 \quad p : \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$$
$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm \frac{1}{5}, \pm \frac{2}{5}, \pm \frac{4}{5}, \pm \frac{8}{5}$$

$$g(x) = 6x^5 + x^3 - 3 \quad (٦)$$

$$q : \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6 \quad p : \pm 1, \pm 3$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 3, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}$$

أوجد جميع الأصفار النسبية لكل دالة فيما يأتي:

$$q(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \quad (٧)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$$

$\frac{p}{q}$	1	3	-6	-8
1	1	4	-2	-10
2	1	5	4	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 2$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$(x + 4)(x + 1) = 0$$

خاصية الضرب الصفري

$$x + 1 = 0 \quad \text{أو} \quad x + 4 = 0$$

$$x = -1 \quad x = -4$$

الأصفار النسبية: $2, -4, -1$

$$v(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27 \quad (٨)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 3, \pm 9, \pm 27$$

$\frac{p}{q}$	1	-9	27	-27
1	1	-8	19	-8
3	1	-6	9	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 3$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 1, b = -6, c = 9$$

بالتبسيط

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)} \\&= \frac{6}{2} \\&= 3\end{aligned}$$

الأصفار النسبية: 3

$$c(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12 \quad (9)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$$

$\frac{p}{q}$	1	-1	-8	12
1	1	0	-8	4
2	1	1	-6	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 2$

خاصية الضرب الصفري

$$\begin{aligned}x^2 + x - 6 &= 0 \\(x - 2)(x + 3) &= 0 \\x + 3 &= 0 \quad \text{أو} \quad x - 2 = 0 \\x &= -3 \quad \quad \quad x = 2\end{aligned}$$

الأصفار النسبية: 2, -3

$$c(x) = x^4 - 49x^2 \quad (11)$$

$$\frac{p}{q} = 0$$

$\frac{p}{q}$	1	0	-49	0	0
0	1	0	-49	0	0

$$x^4 - 49x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 - 49) = 0$$

$$x^2(x - 7)(x + 7) = 0$$

خاصية الضرب الصفري $x^2 = 0$ أو $x - 7 = 0$ أو $x + 7 = 0$
 $x = 0$ $x = 7$ $x = -7$

الأصفار النسبية: $0, 7, -7$

$$h(x) = x^3 - 7x^2 + 17x - 15 \quad (11)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15$$

$\frac{p}{q}$	1	-7	17	-15
1	1	-6	11	-4
3	1	-4	5	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 3$ $x^2 - 4x + 5 = 0$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm 2i}{2}$$

بالتبسيط

$$a = 1, b = -4, c = 5$$

$$= 2 \pm i$$

الأصفار النسبية: 3

$$h(x) = x^3 + 6x + 20 \quad (١٢)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10, \pm 20$$

$\frac{p}{q}$	1	0	6	20
1	1	1	7	27
2	1	2	10	40
-2	1	-2	10	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x + 2$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 1, b = -2, c = 10$$

بالتبسيط

$$\begin{aligned}
 x^2 - 2x + 10 &= 0 \\
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)} \\
 &= \frac{2 \pm 6i}{2} \\
 &= 1 \pm 3i
 \end{aligned}$$

الأصفار النسبية: -2

$$h(x) = x^3 - 6x^2 + 4x - 24 \quad (١٣)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12, \pm 24$$

$\frac{p}{q}$	1	-6	4	-24
3	1	-3	-5	-39
4	1	-2	-4	3
6	1	0	4	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 6$
ب طرح 4 من الطرفين

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = -4$$

$$x = \pm 2i$$

الأصفار النسبية: 6

$$g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x - 4 \quad (١٤)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm \frac{1}{2}$$

$\frac{p}{q}$	2	3	-4	-4
1	2	5	1	-3
2	2	7	10	16
-2	2	-1	-2	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x + 2$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 2, b = -1, c = -2$$

$$2x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

الأصفار النسبية: -2

$$h(x) = 2x^3 - 7x^2 - 21x + 54 \quad (١٥)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18, \pm 27, \pm 54, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{9}{2}, \pm \frac{27}{2}$$

$\frac{p}{q}$	2	-7	-21	54
1	2	-5	-26	28
2	2	-3	-27	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 2$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 2, b = -3, c = -27$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x - 27 &= 0 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-27)}}{2(2)} \end{aligned}$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = \frac{3 \pm 15}{4}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3-15}{4} \quad \text{أو} \quad = \frac{3+15}{4} \\ &= -3 \quad \quad \quad = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

الأصفار النسبية: $2, \frac{9}{2}, -3$

$$z(x) = x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 27x - 36 \quad (١٦)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 9, \pm 12, \pm 18, \pm 36$$

$\frac{p}{q}$	1	-3	5	-27	-36
1	1	-2	3	-24	-60
-1	1	-4	9	-36	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x + 1$ $x^3 - 4x^2 + 9x - 36 = 0$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 9, \pm 12, \pm 18, \pm 36$$

$\frac{p}{q}$	1	-4	9	-36
2	1	-2	5	-26
3	1	-1	6	-18
4	1	0	9	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 4$ $x^2 + 9 = 0$

$$x^2 = -9$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $x = 3i$

الأصفار النسبية: -1, 4

$$d(x) = x^4 + x^3 + 16 \quad (١٧)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16$$

بالتعويض في الدالة بالقيم $\frac{p}{q}$ ؛ لا يوجد أصفار

$$n(x) = x^4 - 2x^3 - 3 \quad (18)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 3$$

$\frac{p}{q}$	1	-2	0	0	-3
1	1	-1	-1	-1	-4
-1	1	-3	3	-3	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x + 1$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 3$$

$\frac{p}{q}$	1	-3	3	-3
1	1	-2	1	-2
3	1	0	3	6
-1	1	-4	7	-10
-3	1	-6	21	-66

الأصفار النسبية: -1

$$p(x) = 2x^4 - 7x^3 + 4x^2 + 7x - 6 \quad (19)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$$

$\frac{p}{q}$	2	-7	4	7	-6
1	2	-5	-1	6	0
2	2	-3	-2	3	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 1$

$$2x^3 - 5x^2 - x + 6 = 0$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$$

$\frac{p}{q}$	2	-5	-1	6
1	2	-3	-4	2
2	2	-1	-3	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 2$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(2x - 3)(x + 1) = 0$$

$$2x - 3 = 0$$

أو

$$x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = -1$$

الأصفار النسبية: $1, 2, -1, \frac{3}{2}$

أوجد جميع أصفار كل دالة مما يأتي:

$$f(x) = 2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 19x - 12 \quad (٢٠)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$$

$\frac{p}{q}$	2	7	-2	-19	-12
1	2	9	7	-11	-23
-1	2	5	-7	-12	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x + 1$

$$2x^3 + 5x^2 - 7x - 12 = 0$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$$

$\frac{p}{q}$	2	5	-7	-12
-1	2	3	-10	-2
-2	2	1	-9	6
-3	2	-1	-4	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x + 3$

$$2x^2 - x - 4 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 2, b = -1, c = -4$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-4)}}{2(2)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$\text{الأصفار: } -1, -3, \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$z(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 16x - 20 \quad (٢١)$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10, \pm 20$$

$\frac{p}{q}$	1	-4	1	16	-20
1	1	-3	-2	14	-6
2	1	-2	-3	10	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 2$

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$$

$\frac{p}{q}$	1	-2	-3	10
1	1	-1	-4	6
2	1	0	-3	4
-2	1	-4	5	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x + 2$

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 1, b = -4, c = 5$$

بالتبسيط

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} \\ &= \frac{4 \pm 2i}{2} \\ &= 2 \pm i \end{aligned}$$

الأصفار: $\pm 2, 2 \pm i$

$$h(x) = x^6 - 8x^3 \quad (٢٢)$$

$$x^6 - 8x^3 = 0$$

$$x^3(x^3 - 8) = 0$$

$$x^3(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 2$$

$$x^3 = 0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$a = 1, b = 2, c = 4$$

بالتبسيط

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)} \\ &= \frac{-2 \pm 2i\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$= -1 \pm i\sqrt{3}$$

الأصفار: $0, 2, -1 \pm i\sqrt{3}$

$$g(x) = x^6 - 1 \quad (٢٣)$$

$$x^6 - 1 = 0$$

$$(x^3 + 1)(x^3 - 1) = 0$$

$$(x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = -1$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$x - 1 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$a = 1, b = -1, c = 1$$

بالتبسيط

$$= \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$a = 1, b = 1, c = 1$$

بالتبسيط

$$= \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$\pm 1, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \text{ : الأصفار}$$

(٢٤) هندسة:

نفرض أن عرض الصندوق x

الارتفاع $x - 3$

الطول $2x + 2$

حجم المتوازي = الطول × العرض × الارتفاع

$$x(x-3)(2x+2) = 1540$$

بالضرب

$$(x^2 - 3x)(2x + 2) = 1540$$

بالضرب

$$2x^3 + 2x^2 - 6x^2 - 6x = 1540$$

بتجميع الحدود المتشابهة

$$2x^3 - 4x^2 - 6x = 1540$$

ب طرح 1540 من

$$2x^3 - 4x^2 - 6x - 1540 = 0$$

الطرفين

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 7, \pm 10, \pm 11, \pm 14, \dots$$

$\frac{p}{q}$	2	-4	-6	-1540
5	2	6	24	-1420
10	2	16	154	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 10$

$$2x^2 + 16x + 154 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 2, b = 16, c = 154$$

$$= \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4(2)(154)}}{2(2)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-16 \pm 4i\sqrt{61}}{4}$$

$$= -4 \pm i\sqrt{61}$$

$$x = 10$$

$$10 \text{ in} = \text{العرض}$$

$$7 \text{ in} = 3 - 10 = \text{الارتفاع}$$

$$22 \text{ in} = 2 + 10 \times 2 = \text{الطول}$$

(٢٥) هندسة:

نفرض أن ارتفاعه x

الطول $x + 3$

مساحة القاعدة المربعة

$$B = (x + 3)^2$$

$$v = \frac{1}{3}Bh$$

$$432 = \frac{1}{3}x(x + 3)^2$$

بالضرب

$$432 = \frac{1}{3}x(x^2 + 6x + 9)$$

بالضرب

$$432 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$$

ب طرح 432 من الطرفين

$$\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 432 = 0$$

بضرب المعادلة في 3

$$x^3 + 6x^2 + 9x - 1296 = 0$$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 9, \dots$$

$\frac{p}{q}$	1	6	9	-1296
8	1	14	121	-328
9	1	15	144	0

كثيرة الحدود الناتجة عن القسمة على $x - 9$

$$x^2 + 15x + 114 = 0$$

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, b = 15, c = 144$$

$$= \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4(1)(144)}}{2(1)}$$

بالتبسيط

$$= \frac{-15 \pm 3i\sqrt{39}}{2}$$

$$x = 9$$

الارتفاع = 9 m

الفصل الرابع

العلاقات والدور

العكسية والجزئية

1 - 4 العمليات على الدوال

أوجد $(f + g)(x), (f - g)(x), (f \cdot g)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل دالتين $f(x), g(x)$ في كل مما يأتي:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 1 \\ g(x) &= x - 3 \end{aligned} \quad (١)$$

$$\begin{aligned} (f + g)(x) &= (2x + 1) + (x - 3) \\ &= 3x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f - g)(x) &= (2x + 1) - (x - 3) \\ &= x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \cdot g)(x) &= (2x + 1)(x - 3) \\ &= 2x^2 - 5x - 3 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2x + 1}{x - 3}, \quad x \neq 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 8x^2 \\ g(x) &= \frac{1}{x^2} \end{aligned} \quad (٢)$$

$$(f + g)(x) = 8x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$(f - g)(x) = 8x^2 - \frac{1}{x^2}$$

$$\begin{aligned} (f \cdot g)(x) &= (8x^2) \left(\frac{1}{x^2}\right) \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= 8x^2 \div \frac{1}{x^2} \\ &= 8x^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 7x + 12 \\ g(x) &= x^2 - 9 \end{aligned} \quad (٣)$$

$$\begin{aligned} (f + g)(x) &= (x^2 + 7x + 12) + (x^2 - 9) \\ &= 2x^2 + 7x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f - g)(x) &= (x^2 + 7x + 12) - (x^2 - 9) \\ &= 7x + 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \cdot g)(x) &= (x^2 + 7x + 12)(x^2 - 9) \\ &= x^4 + 7x^3 + 12x^2 - 9x^2 - 63x - 108 \\ &= x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 63x - 108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9} = \frac{(x + 3)(x + 4)}{(x + 3)(x - 3)} \\ &= \frac{x + 4}{x - 3}, x \neq 3 \end{aligned}$$

أوجد $f \circ g, g \circ f$ لكل زوج من الدوال الآتية إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{aligned} f &= \{(-9, -1), (-1, 0), (3, 4)\} \\ g &= \{(0, -9), (-1, 3), (4, -1)\} \end{aligned} \quad (٤)$$

$$f[g(0)] = f(-9) = -1$$

$$f[g(-1)] = f(3) = 4$$

$$f[g(4)] = f(-1) = 0$$

$$f \circ g = \{(0, -1), (-1, 4), (4, 0)\}$$

$$g[f(-9)] = g(-1) = 3$$

$$g[f(-1)] = g(0) = -9$$

$$g[f(3)] = g(4) = -1$$

$$g \circ f = \{(-9, 3), (-1, -9), (3, -1)\}$$

$$\begin{aligned} f &= \{(-4, 3), (0, -2), (1, -2)\} \\ g &= \{(-2, 0), (3, 1)\} \end{aligned} \quad (٥)$$

$$\begin{aligned}
 f[g(-2)] &= f(0) = -2 \\
 f[g(3)] &= f(1) = -2 \\
 f \circ g &= \{(-2, -2), (3, -2)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g[f(-4)] &= f(3) = 1 \\
 g[f(0)] &= f(-2) = 0 \\
 g[f(1)] &= f(-2) = 0 \\
 g \circ f &= \{(-4, 1), (0, 0), (1, 0)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f &= \{(-4, -5), (0, 3), (1, 6)\} \\
 g &= \{(6, 1), (-5, 0), (3, -4)\} \quad (٦) \\
 f[g(6)] &= f(1) = 6 \\
 f[g(-5)] &= f(0) = 3 \\
 f[g(3)] &= f(-4) = -5 \\
 f \circ g &= \{(6, 6), (-5, 3), (3, -5)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g[f(-4)] &= f(-5) = 0 \\
 g[f(0)] &= f(3) = -4 \\
 g[f(1)] &= f(6) = 1 \\
 f \circ g &= \{(-4, 0), (0, -4), (1, 1)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f &= \{(0, -3), (1, -3), (6, 8)\} \\
 g &= \{(8, 2), (-3, 0)\} \quad (٧) \\
 f[g(8)] &= f(2) = \text{غير معرف} \\
 f[g(-3)] &= f(0) = -3 \\
 f \circ g &= \{(-3, -3)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g[f(0)] &= f(-3) = 0 \\
 g[f(1)] &= f(-3) = 0 \\
 g[f(6)] &= f(8) = 2 \\
 f \circ g &= \{(0, 0), (1, 0), (6, 2)\}
 \end{aligned}$$

أوجد $[g \circ h](x), [h \circ g](x)$ إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{aligned} g(x) &= 3x \\ h(x) &= x - 4 \end{aligned} \quad (٨)$$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(x - 4) \\ &= 3(x - 4) \\ &= 3x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= h(3x) \\ &= 3x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= -8x \\ h(x) &= 2x + 3 \end{aligned} \quad (٩)$$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(2x + 3) \\ &= -8(2x + 3) \\ &= -16x - 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= h(-8x) \\ &= 2(-8x) + 3 \\ &= -16x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= x + 6 \\ h(x) &= 3x^2 \end{aligned} \quad (١٠)$$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(3x^2) \\ &= 3x^2 + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= h(x + 6) \\ &= 3(x + 6)^2 \\ &= 3(x^2 + 12x + 36) \\ &= 3x^2 + 36x + 108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= x + 3 \\ h(x) &= 2x^2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(2x^2) \\ &= 2x^2 + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= h(x + 3) \\ &= 2(x + 3)^2 \\ &= 2(x^2 + 6x + 9) \\ &= 2x^2 + 12x + 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= -2x \\ h(x) &= x^2 + 3x + 2 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(x^2 + 3x + 2) \\ &= -2(x^2 + 3x + 2) \\ &= -2x^2 - 6x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= h(-2x) \\ &= (-2x)^2 + 3(-2x) + 2 \\ &= 4x^2 - 6x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= x - 2 \\ h(x) &= 3x^2 + 1 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(3x^2 + 1) \\ &= (3x^2 + 1) - 2 \\ &= 3x^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= h(x - 2) \\ &= 3(x - 2)^2 + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4) + 1 \\ &= 3x^2 - 12x + 12 + 1 \\ &= 3x^2 - 12x + 13 \end{aligned}$$

إذا كان $f(x) = x^2, g(x) = 5x, h(x) = x + 4$ ، فلوجد قيمة كلا مما يأتي:

$$f[g(1)] \quad (١٤)$$

$$\begin{aligned} f[g(1)] &= f[5(1)] \\ &= f(5) = (5)^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$g[h(-2)] \quad (١٥)$$

$$\begin{aligned} g[h(-2)] &= g[-2 + 4] \\ &= g(2) = (5(2)) \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$h[f(4)] \quad (١٦)$$

$$\begin{aligned} h[f(4)] &= h[(4)^2] \\ &= h(16) = (16 + 4) \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$f[h(-9)] \quad (١٧)$$

$$\begin{aligned} f[h(-9)] &= f[-9 + 4] \\ &= f(-5) = (-5)^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$h[g(-3)] \quad (١٨)$$

$$\begin{aligned} h[g(-3)] &= h[5(-3)] \\ &= h(-15) = (-15 + 4) \\ &= -11 \end{aligned}$$

$$g[f(8)] \quad (١٩)$$

$$\begin{aligned} g[f(8)] &= g[(8)^2] \\ &= g(64) = (5(64)) \\ &= 320 \end{aligned}$$

٢٠) قياس:

$$m = \frac{f}{5280}$$

$$m = \frac{\frac{n}{12}}{5280}$$

بالتعويض عن $m = \frac{f}{5280}$

$$m = \frac{n}{63360}$$

2 - 4 العلاقات والدوال العكسية

أوجد العلاقة العكسية لكل من العلاقتين الآتيتين:

$$(١) \quad \{(0, 3), (4, 2), (5, -6)\}$$

$$\{(3, 0), (2, 4), (-6, 5)\}$$

$$(٢) \quad \{(-5, 1), (-5, -1), (-5, 8)\}$$

$$\{(1, -5), (-1, -5), (8, -5)\}$$

$$(٣) \quad \{(-3, -7), (0, -1), (5, 9), (7, 13)\}$$

$$\{(-7, -3), (-1, 0), (9, 5), (13, 7)\}$$

$$(٤) \quad \{(8, -2), (10, 5), (12, 6), (14, 7)\}$$

$$\{(-2, 8), (5, 10), (6, 12), (7, 14)\}$$

$$(٥) \quad \{(-5, -4), (1, 2), (3, 4), (7, 8)\}$$

$$\{(-4, -5), (2, 1), (4, 3), (8, 7)\}$$

$$(٦) \quad \{(-3, 9), (-2, 4), (0, 0), (1, 1)\}$$

$$\{(9, -3), (4, -2), (0, 0), (1, 1)\}$$

أوجد معكوس كل من الدوال الآتية، ثم مثل الدالة و معكوسها بيانيا على
مستوي احداثي واحد:

$$(٧) \quad f(x) = \frac{3}{4}x$$

كتابة المعادلة بدلالة x, y

$$y = \frac{3}{4}x$$

بدل بين المتغيرين x, y

$$x = \frac{3}{4}y$$

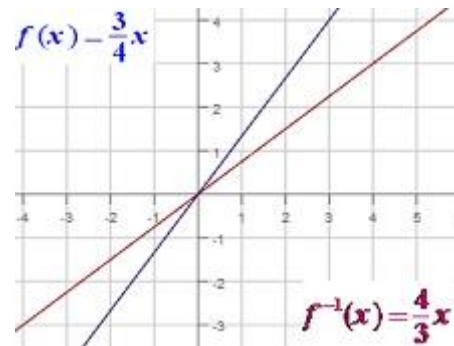
حل المعادلة بالنسبة للمتغير y

$$\frac{4}{3}x = y$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

ضع $f^{-1}(x)$ بدلا من y

$$f^{-1}(x) = \frac{4}{3}x$$



كتابة المعادلة بدلالة x, y

$$g(x) = 3 + x \quad (\wedge)$$

بدل بين المتغيرين x, y

$$y = 3 + x$$

حل المعادلة بالنسبة للمتغير y

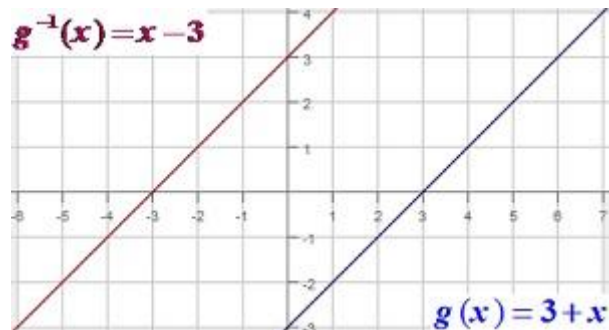
$$x = 3 + y$$

$$x - 3 = y$$

$$y = x - 3$$

ضع $g^{-1}(x)$ بدلا من y

$$g^{-1}(x) = x - 3$$



$$h(x) = x^2 - 1 \quad (٩)$$

كتابة المعادلة بدلالة x, y

$$y = x^2 - 1$$

بدل بين المتغيرين x, y

$$x = y^2 - 1$$

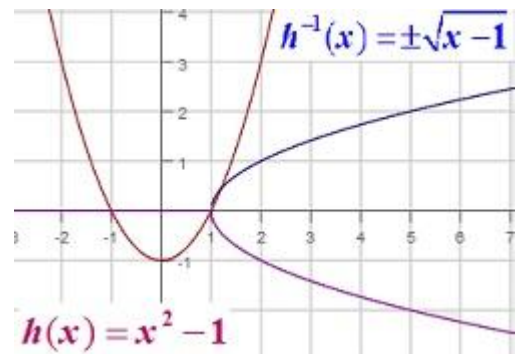
حل المعادلة بالنسبة للمتغير y

$$x - 1 = y^2$$

$$y = \pm\sqrt{x-1}$$

ضع $h^{-1}(x)$ بدلا من y

$$h^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-1}$$



حدد إذا كانت كل دالتين مما يأتي دالة عكسية للأخرى مجيبا بنعم أو لا:

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 6 \\ g(x) &= x - 6 \end{aligned} \quad (١٠)$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= f(x - 6) \\ &= x - 6 + 6 \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [g \circ f](x) &= g[f(x)] \\ &= g(x + 6) \\ &= x + 6 - 6 \\ &= x \end{aligned}$$

نعم؛ لأن $[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x$

$$f(x) = -4x + 1$$

$$g(x) = \frac{1}{4}(1-x) \quad (١١)$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= f\left(\frac{1}{4}(1-x)\right) \\ &= -4\left(\frac{1}{4}(1-x)\right) + 1 \\ &= -1 + x + 1 \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [g \circ f](x) &= g[f(x)] \\ &= g(-4x + 1) \\ &= \frac{1}{4}(1 - (-4x + 1)) \\ &= \frac{1}{4}(1 + 4x - 1) \\ &= x \end{aligned}$$

$$[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x \quad \text{نعم؛ لأن}$$

$$g(x) = 13x - 13$$

$$h(x) = \frac{1}{13}x - 1 \quad (١٢)$$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g\left(\frac{1}{13}x - 1\right) \\ &= 13\left(\frac{1}{13}x - 1\right) - 13 \\ &= x - 13 - 13 \\ &= x - 26 \end{aligned}$$

$$[g \circ h](x) \neq x \quad \text{لا؛ لأن}$$

$$f(x) = 2x \quad (١٣)$$

$$g(x) = -2x$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= f(-2x) \\ &= 2(-2x) \\ &= -4x \end{aligned}$$

لا؛ لأن $[f \circ g](x) \neq x$

$$f(x) = x^3 + 2 \quad (١٤)$$

$$g(x) = \sqrt[3]{x-2}$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= f\left(\sqrt[3]{x-2}\right) \\ &= \left(\sqrt[3]{x-2}\right)^3 + 2 \\ &= x - 2 + 2 \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [g \circ f](x) &= g[f(x)] \\ &= g(x^3 + 2) \\ &= \sqrt[3]{x^3 + 2 - 2} \\ &= \sqrt[3]{x^3} \\ &= x \end{aligned}$$

نعم؛ لأن $[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x$

$$g(x) = 2x^2 - 8$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4 \quad (١٥)$$

$$[g \circ h](x) = g[h(x)]$$

$$= g\left(\frac{1}{2}x^2 + 4\right)$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}x^2 + 4\right)^2 - 8$$

$$= 2\left(\frac{1}{4}x^4 + 4x + 16\right) - 8$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + 2x^2 + 8 - 8$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + 2x^2$$

لا؛ لأن $[g \circ h](x) \neq x$

(١٦) قياس:

(121, 63), (180, 71), (140, 67), (108, 65), (165, 72)

(١٧) تجديد البناء:

$$f(x) = 9x \quad (a)$$

$$y = 9x$$

$$x = 9y$$

$$\frac{1}{9}x = y$$

$$y = \frac{1}{9}x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{9}x$$

كتابة المعادلة بدلالة x, y

بدل بين المتغيرين x, y

حل المعادلة بالنسبة للمتغير y

ضع $f^{-1}(x)$ بدلا من y

يمكن ان يحول مساحة المطبخ من الأقدام المربعة إلى الياردات المربعة
لتسهيل الحساب عليه

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{9}(15 \cdot 18) = 30 \text{ ft}^2 \quad (b)$$

المعادلة تمثل المساحة بالقدم المربع

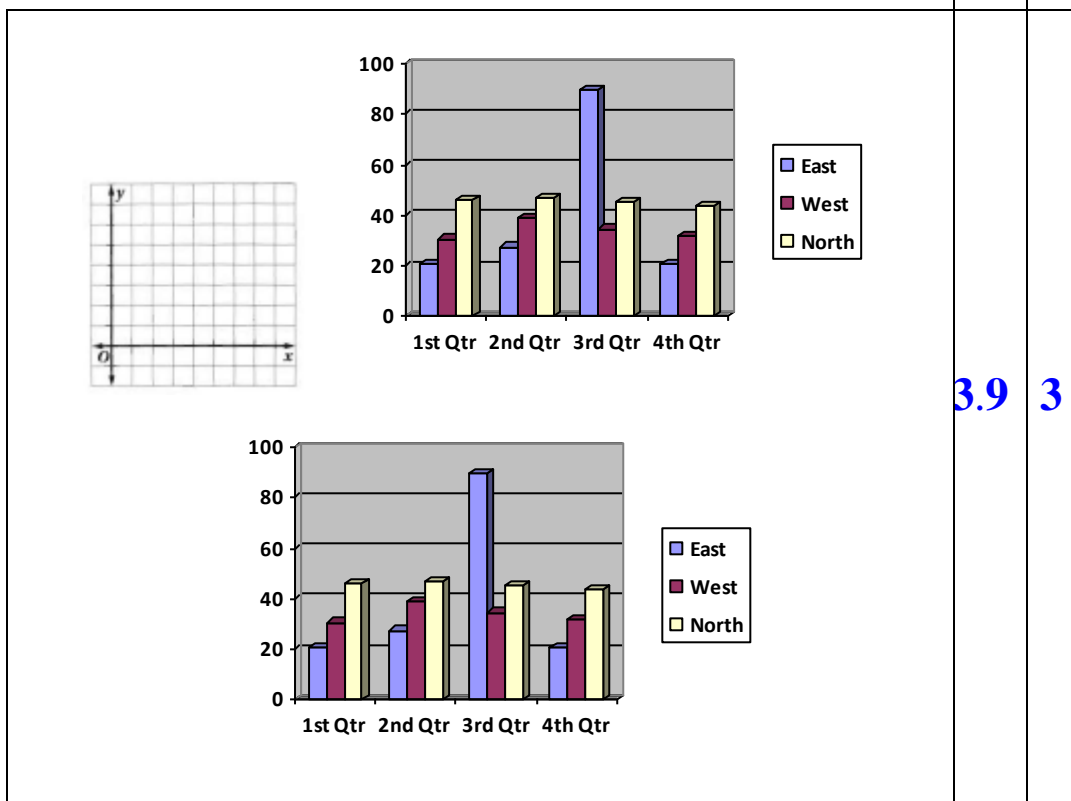
$$540 = 30(17.99) \quad \text{التكلفة} \quad \text{ريالا تقريبا}$$

3 – 4 دوال ومتباينات الجذر التربيعي

مثل كل دالة مما يأتي بيانيا، وحدد مجالها ومداها:

$$y = \sqrt{5x} \quad (١)$$

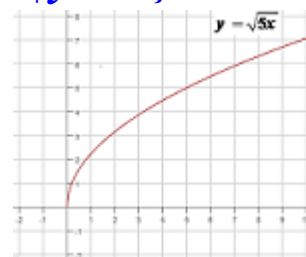
y	x
0	0
2.2	1
3.2	2



3.9 3

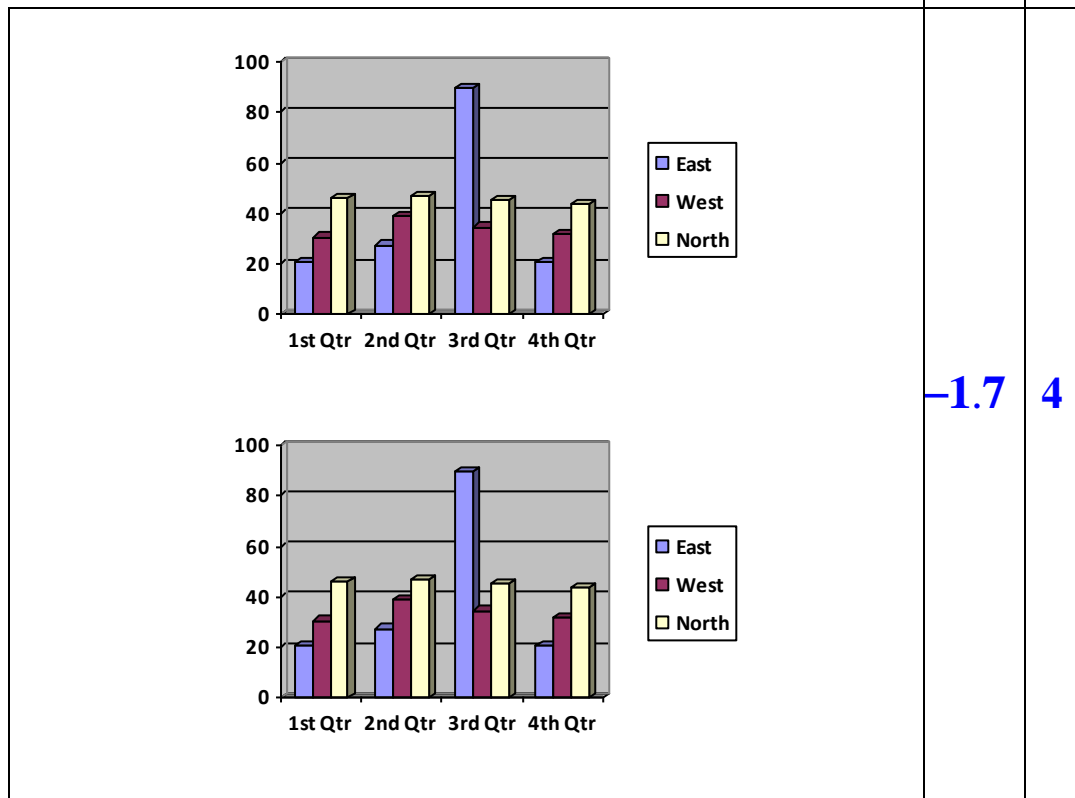
$$\{x \mid x \geq 0\} = \text{المجال}$$

$$\{y \mid y \geq 0\} = \text{المدى}$$



$$y = -\sqrt{x-1} \quad (٢)$$

y	x
0	1
-1	2
-1.4	3



-1.7 4

$\{x | x \geq 0\}$ = المجال

$\{y | y \geq 0\}$ = المدى (٣)

$\{x | x \geq 1\}$ = المجال

$\{y | y \leq 0\}$ = المدى

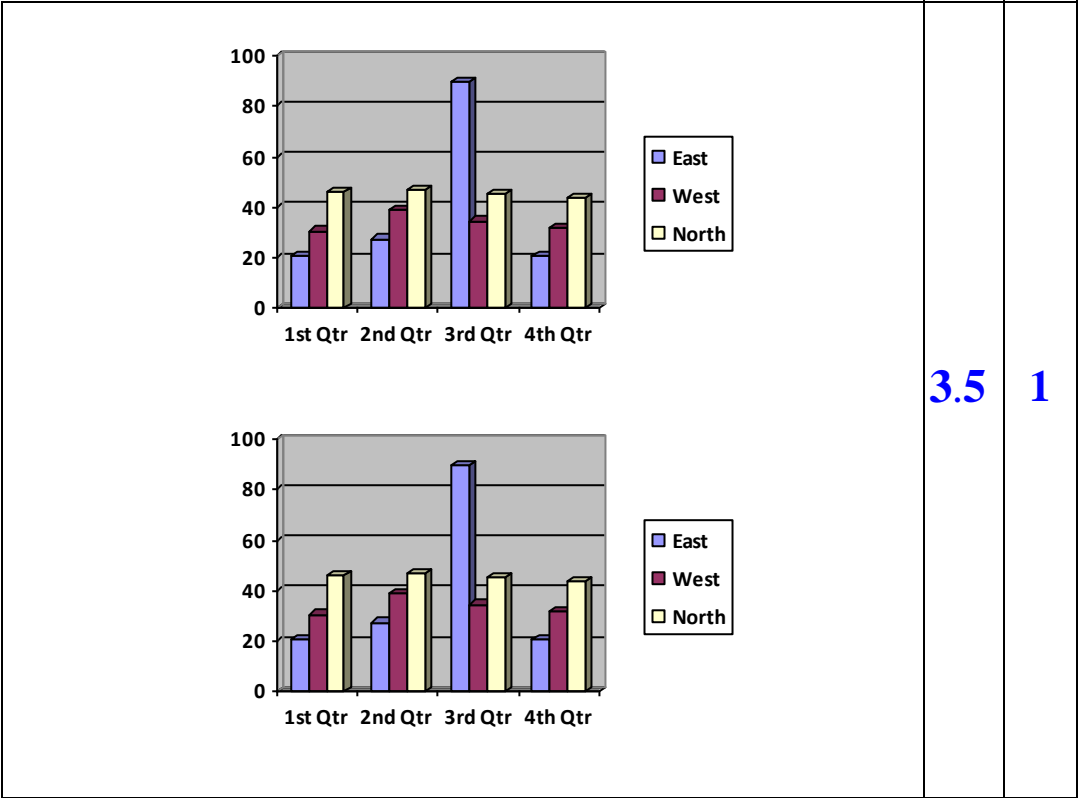
$\{x | x \geq 1\}$ = المجال

$\{y | y \leq 0\}$ = المدى



$$y = 2\sqrt{x+2} \quad (٣)$$

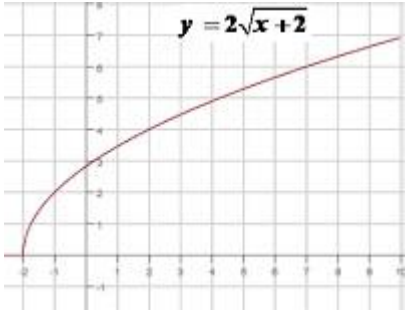
y	x
0	-2
2	-1
2.8	0



3.5 1

$$\{x \mid x \geq -2\} = \text{المجال}$$

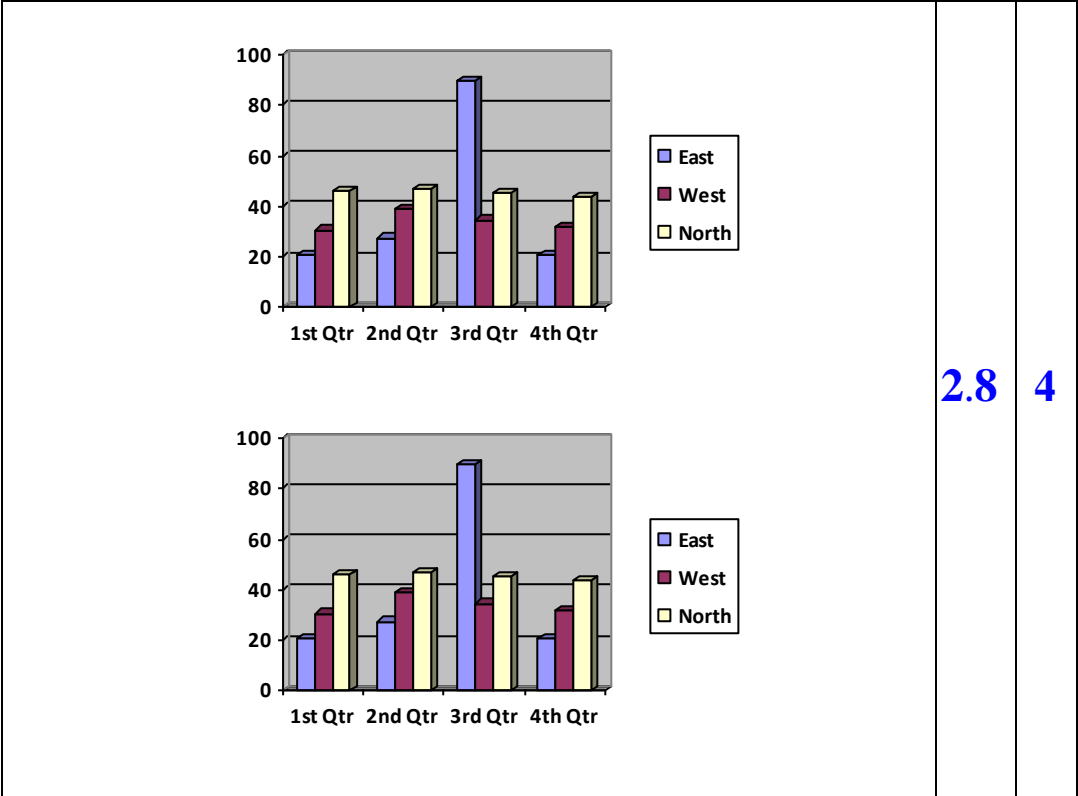
$$\{y \mid y \geq 0\} = \text{المدى}$$



$$y = \sqrt{3x-4} \quad (٤)$$

y	x
---	---

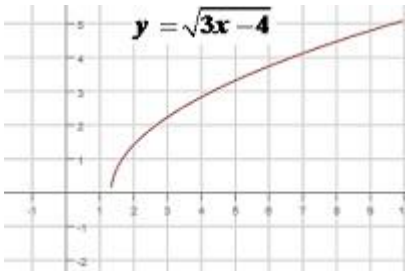
0	$\frac{4}{3}$
1.4	2
2.2	3



2.8 4

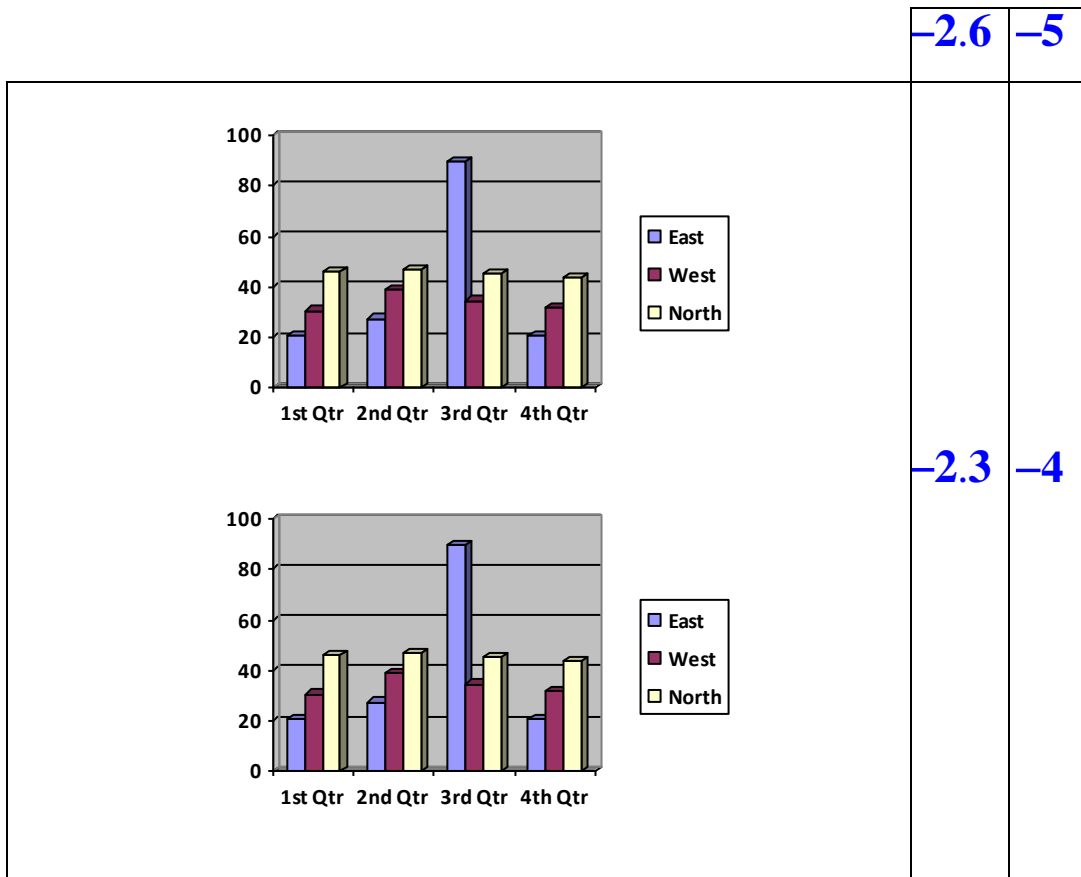
$\{x \mid x \geq \frac{4}{3}\}$ = المجال

$\{y \mid y \geq 0\}$ = المدى



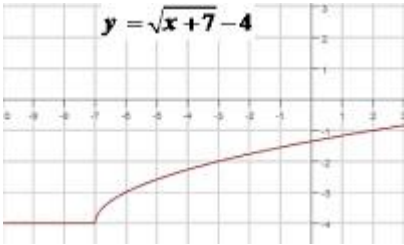
$y = \sqrt{x + 7} - 4$ (°

y	x
-4	-7
-3	-6



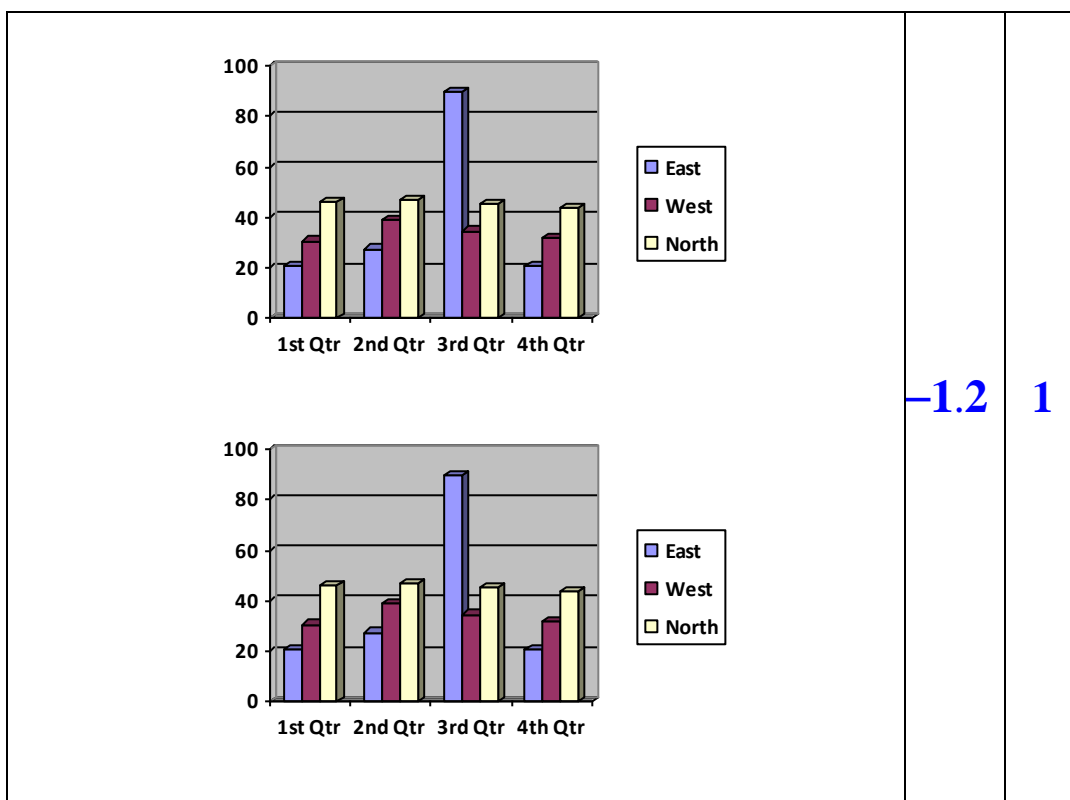
$\{x \mid x \geq -7\}$ = المجال

$\{y \mid y \geq -4\}$ = المدى



$y = 1 - \sqrt{2x + 3}$ (٦

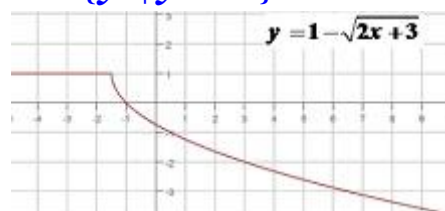
y	x
1	$\frac{-3}{2}$
0	-1
-0.7	0



-1.2 1

$$\{x \mid x \geq \frac{-3}{2}\} = \text{المجال}$$

$$\{y \mid y \leq 1\} = \text{المدى}$$

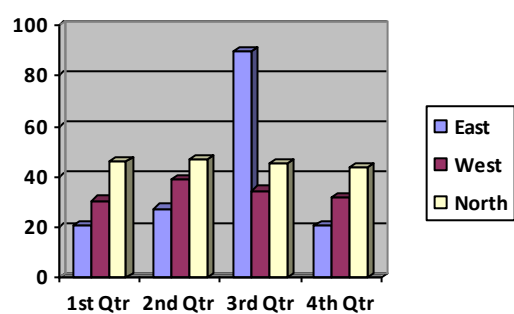
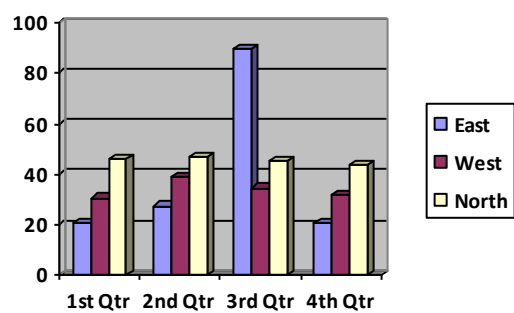


مثل كل متباينة مما يأتي بيانيا:

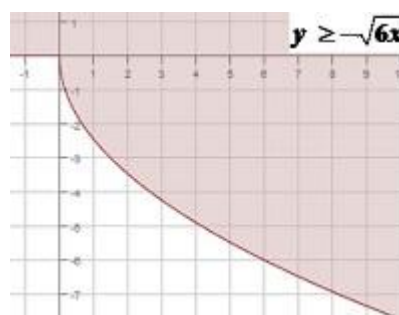
$$y \geq -\sqrt{6x} \quad (✓)$$

$$\{x \mid x \geq 0\} = \text{المجال} ; y = -\sqrt{6x}$$

y	x
0	0
-2.4	1
-3.5	2



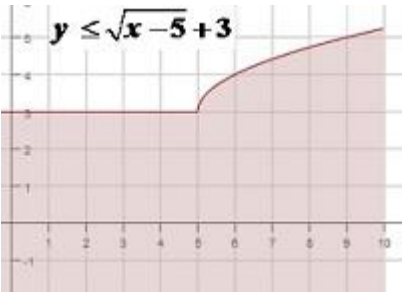
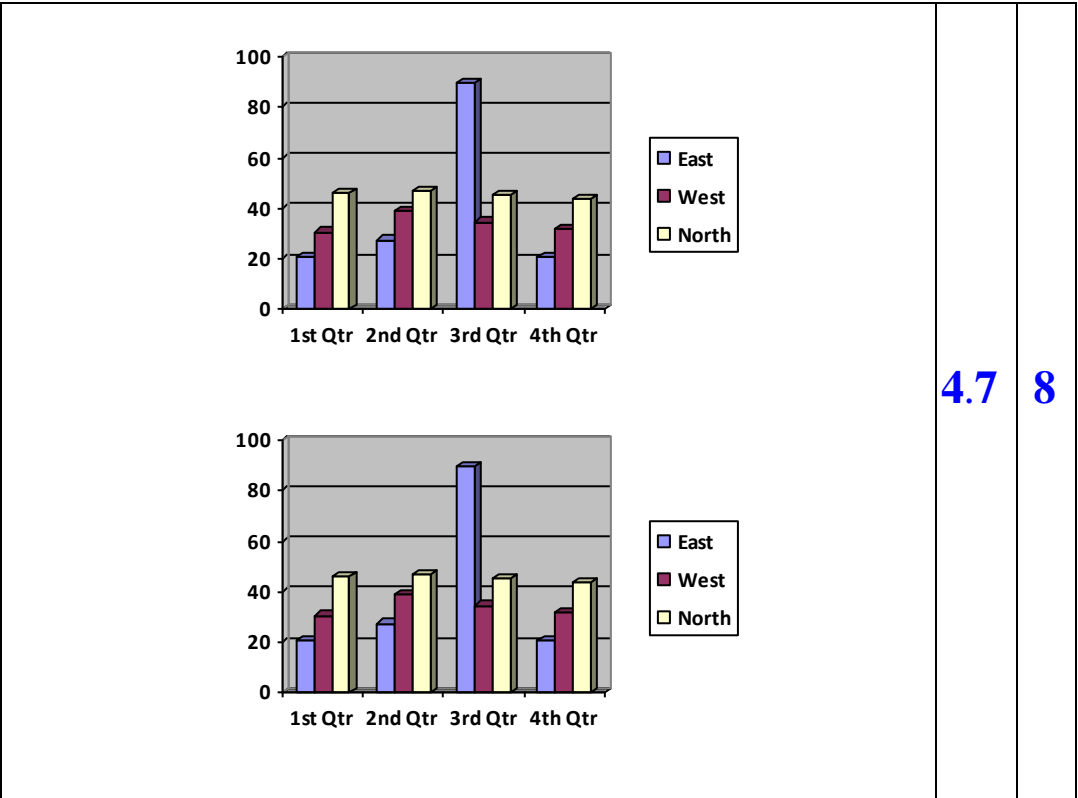
-4.2 3



$$y \leq \sqrt{x-5} + 3$$

$$\{x \mid x \geq 5\} = \text{المجال} ; y = \sqrt{x-5} + 3$$

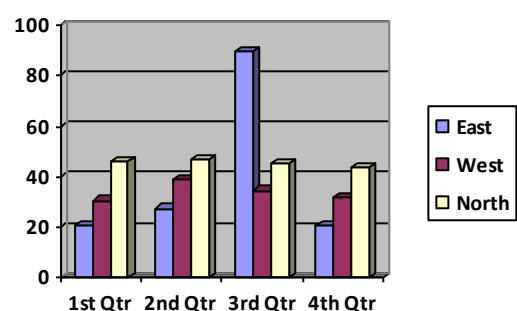
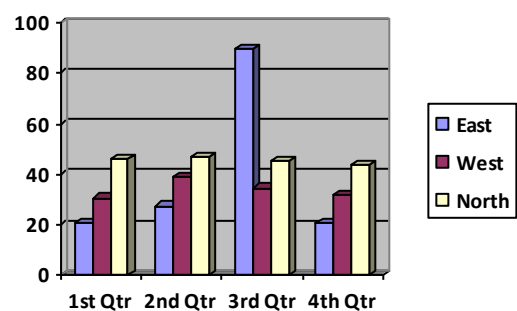
y	x
3	5
4	6
4.4	7



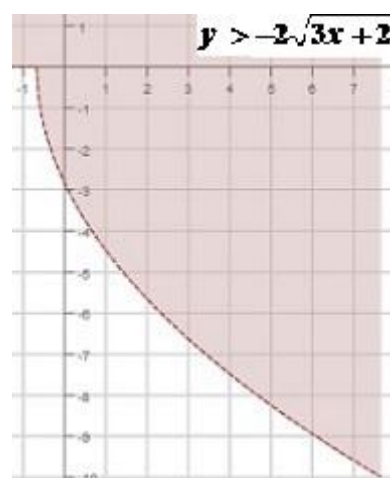
$$y > -2\sqrt{3x + 2} \text{ (9)}$$

$$\{x \mid x > \frac{-2}{3}\} = \text{المجال} ; y = -2\sqrt{3x + 2}$$

y	x
0	$\frac{-2}{3}$
-2.8	0
-4.4	1



-5.7 2



(١٠) ألعاب:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 64h}$$

$$70 = \sqrt{8^2 + 64h}$$

$$70 = \sqrt{64 + 64h}$$

$$4900 = 64 + 64h$$

$$3836 = 64h$$

بتربيع الطرفين
بطرح 64 من الطرفين

بقسمة الطرفين على 64

$$75.6 = h$$

$$h = 75.6\text{ft}$$

4 - 4 الجذر النوني

بسط كلا مما يأتي:

$$\begin{aligned} & \sqrt{0.81} \quad (١) \\ \sqrt{0.81} &= \sqrt{(0.9)^2} = 0.9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\sqrt{324} \quad (٢) \\ -\sqrt{324} &= -\sqrt{(18)^2} = -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\sqrt[4]{256} \quad (٣) \\ -\sqrt[4]{256} &= -\sqrt[4]{(4)^4} = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{64} \quad (٤) \\ \sqrt[6]{64} &= \sqrt[6]{(2)^6} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{-64} \quad (٥) \\ \sqrt[3]{-64} &= \sqrt[3]{(-4)^3} = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{0.512} \quad (٦) \\ \sqrt[3]{0.512} &= \sqrt[3]{(0.8)^3} = 0.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{-243} \quad (٧) \\ \sqrt[5]{-243} &= \sqrt[5]{(-3)^5} = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\sqrt[4]{1296} \quad (٨) \\ -\sqrt[4]{1296} &= -\sqrt[4]{(6)^4} = -6 \end{aligned}$$

$$\sqrt[5]{\frac{-1024}{243}} \quad (٩)$$

$$\sqrt[5]{\frac{-1024}{143}} = \sqrt[5]{\left(\frac{-4}{3}\right)^5} = \frac{-4}{3}$$

$$\sqrt[5]{243x^{10}} \quad (١٠)$$

$$\sqrt[5]{243x^{10}} = \sqrt[5]{(3x^2)^5} = 3x^2$$

$$\sqrt{(14a)^2} \quad (١١)$$

$$\sqrt{(14a)} = 14|a|$$

$$\sqrt{-(14a)^2} \quad (١٢)$$

ليس عدد حقيقي

$$\sqrt{49m^2t^8} \quad (١٣)$$

$$\sqrt{49m^2t^8} = \sqrt{(7mt^4)^2} = 7|m|t^4$$

$$\sqrt{\frac{16m^2}{25}} \quad (١٤)$$

$$\sqrt{\frac{16m^2}{25}} = \sqrt{\left(\frac{4m}{5}\right)^2} = \frac{4|m|}{5}$$

$$\sqrt[3]{-64r^6w^{15}} \quad (١٥)$$

$$\sqrt[3]{-64r^6w^{15}} = \sqrt[3]{(-4r^2w^5)^3} = -4r^2w^5$$

$$\sqrt{(2x)^8} \quad (١٦)$$

$$\sqrt{(2x)^8} = \sqrt{(2^4x^4)^2} = 16x^4$$

$$-\sqrt[4]{625s^8} \quad (17)$$

$$-\sqrt[4]{625s^8} = -\sqrt[4]{(5s^2)^4} = -5s^2$$

$$\sqrt[3]{216p^3q^9} \quad (18)$$

$$\sqrt[3]{216p^3q^9} = \sqrt[3]{(6pq^3)^3} = 6pq^3$$

$$\sqrt{676x^4y^6} \quad (19)$$

$$\sqrt{676x^4y^6} = \sqrt{(26x^2y^3)^2} = 26x^2|y^3|$$

$$\sqrt[3]{-27x^9y^{12}} \quad (20)$$

$$\sqrt[3]{-27x^9y^{12}} = \sqrt[3]{(-3x^3y^4)^3} = -3x^3y^4$$

$$-\sqrt{144m^8n^6} \quad (21)$$

$$-\sqrt{144m^8n^6} = -\sqrt{(12m^4n^2)^2} = -12m^4n^2$$

$$\sqrt[5]{-32x^5y^{10}} \quad (22)$$

$$\sqrt[5]{-32x^5y^{10}} = \sqrt[5]{(-2xy^2)^5} = -2xy^2$$

$$\sqrt[6]{(m+4)^6} \quad (23)$$

$$\sqrt[6]{(m+4)^6} = |m+4|$$

$$\sqrt[3]{(2x+1)^3} \quad (24)$$

$$\sqrt[3]{(2x+1)^3} = 2x+1$$

$$-\sqrt{49a^{10}b^{16}} \quad (25)$$

$$-\sqrt{49a^{10}b^{16}} = -\sqrt{(7a^5b^8)^2} = -7a^5b^8$$

$$\sqrt[4]{(x-5)^8} \quad (٢٦)$$

$$\sqrt[4]{(x-5)^8} = \sqrt[4]{((x-5)^2)^4} = (x-5)^2$$

$$\sqrt[3]{343d^6} \quad (٢٧)$$

$$\sqrt[3]{343d^6} = \sqrt[3]{(7d^2)^3} = 7d^2$$

$$\sqrt{x^2+10x+25} \quad (٢٨)$$

$$\sqrt{x^2+10x+25} = \sqrt{(x+5)^2} = |x+5|$$

استعمل الحاسبة لتقريب قيمة كل مما يأتي إلي اقرب ثلاث منازل عشرية:

$$\sqrt{7.8} \quad (٢٩)$$

$$\sqrt{7.8} = 2.793$$

$$-\sqrt{89} \quad (٣٠)$$

$$-\sqrt{89} = -9.434$$

$$\sqrt[3]{25} \quad (٣١)$$

$$\sqrt[3]{25} = 2.924$$

$$\sqrt[3]{-4} \quad (٣٢)$$

$$\sqrt[3]{-4} = -1.587$$

$$\sqrt[4]{1.1} \quad (٣٣)$$

$$\sqrt[4]{1.1} = 1.024$$

$$\sqrt[5]{-0.1} \quad (٣٤)$$

$$\sqrt[5]{-0.1} = -0.631$$

$$\sqrt[6]{5555} \quad (٣٥)$$

$$\sqrt[6]{5555} = 4.208$$

$$\sqrt[4]{(0.94)^2} \quad (٣٦)$$

$$\sqrt[4]{(0.94)^2} = \sqrt[4]{0.8836} = 0.970$$

$$(٣٧) \text{ حرارة إشعاعية:}$$

$$T_r = T_k \sqrt[4]{e}$$

$$= 30 \sqrt[4]{0.94} = 29.5^\circ\text{C}$$

$$(٣٨) \text{ قانون هيرو:}$$

$$s = \frac{15 + 17 + 20}{2} = \frac{52}{2} = 26\text{ft}$$

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \text{المساحة}$$

$$\sqrt{26(26-15)(26-17)(26-20)} =$$

$$124\text{ft}^2 = \sqrt{15444} = \sqrt{26(11)(9)(6)} =$$

5 - 4 العمليات على العبارات الجذرية

بسّط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \text{(١)} \quad \sqrt{540} \\ & \sqrt{540} = \sqrt{6^2 \cdot 15} \\ & = \sqrt{6^2} \cdot \sqrt{15} \\ & = 6\sqrt{15} \end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \text{(٢)} \quad \sqrt[3]{-432} \\ & \sqrt[3]{-432} = \sqrt[3]{(-6)^3 \cdot 2} \\ & = \sqrt[3]{(-6)^3} \cdot \sqrt[3]{2} \\ & = -6\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \text{(٣)} \quad \sqrt[3]{128} \\ & \sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{4^3 \cdot 2} \\ & = \sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{2} \\ & = 4\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \text{(٤)} \quad -\sqrt[4]{405} \\ & -\sqrt[4]{405} = -\sqrt[4]{3^4 \cdot 5} \\ & = -\sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{5} \\ & = -3\sqrt[4]{5} \end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \text{(٥)} \quad \sqrt[3]{-5000} \\ & \sqrt[3]{-5000} = \sqrt[3]{(-10)^3 \cdot 5} \\ & = \sqrt[3]{(-10)^3} \cdot \sqrt[3]{5} \\ & = -10\sqrt[3]{5} \end{aligned}$$

٦

$$\sqrt[5]{-1215}$$

حل ما يمكن تحليله

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{-1215} &= \sqrt[5]{(-3)^5 \cdot 5} \\ &= \sqrt[5]{(-3)^5} \cdot \sqrt[5]{5} \\ &= -3\sqrt[5]{5}\end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{125t^6w^2} &= \sqrt[3]{5^3 \cdot (t^2)^3 \cdot w^2} \\ &= \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{(t^2)^3} \cdot \sqrt[3]{w^2} \\ &= 5t^2\sqrt[3]{w^2}\end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{48v^8z^{13}} &= \sqrt[4]{2^4 \cdot 3 \cdot (v^2)^4 (z^3)^4 \cdot z} \\ &= \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{(v^2)^4} \cdot \sqrt[4]{(z^3)^4} \cdot \sqrt[4]{3z} \\ &= 2v^2z^3\sqrt[4]{3z}\end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{8g^3k^8} &= \sqrt[3]{2^3 g^3 (k^2)^3 \cdot k^2} \\ &= \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{g^3} \cdot \sqrt[3]{(k^2)^3} \cdot \sqrt[3]{k^2} \\ &= 2gk^2\sqrt[3]{k^2}\end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

$$\begin{aligned}\sqrt{45x^3y^8} &= \sqrt{3^2 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot x (y^4)^2} \\ &= \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{(y^4)^2} \cdot \sqrt{5x} \\ &= 3xy^4\sqrt{5x}\end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{11}{9}} \quad (١١)$$

خاصية قسمة الجذور

$$\sqrt{\frac{11}{9}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{9}}$$

حلل ما يمكن تحليله

$$= \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3^2}}$$

بالتبسيط

$$= \frac{\sqrt{11}}{3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{216}{24}} \quad (١٢)$$

خاصية قسمة الجذور

$$\sqrt[3]{\frac{216}{24}} = \frac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{24}}$$

حلل ما يمكن تحليله

$$= \frac{\sqrt[3]{6^3}}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3}}$$

خاصية ضرب الجذور

$$= \frac{\sqrt[3]{6^3}}{\sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3}}$$

بالتبسيط

$$= \frac{6}{2\sqrt[3]{3}}$$

إنطاق المقام

$$= \frac{6}{2\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}}$$

$$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2} = 3$$

$$= \frac{6\sqrt[3]{9}}{6} = \sqrt[3]{9}$$

خاصية قسمة الجذور

حل ما يمكن تحليله

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

إنطاق المقام

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{1}{128}c^4d^7} \quad (١٣) \\ & \sqrt{\frac{c^4d^7}{128}} = \frac{\sqrt{c^4d^7}}{\sqrt{128}} \\ & = \frac{\sqrt{(c^2)^2 \cdot (d^3)^2 \cdot d}}{\sqrt{8^2 \cdot 2}} \\ & = \frac{\sqrt{(c^2)^2} \cdot \sqrt{(d^3)^2} \cdot \sqrt{d}}{\sqrt{8^2} \cdot \sqrt{2}} \\ & = \frac{c^2d^3\sqrt{d}}{8\sqrt{2}} \\ & = \frac{c^2d^3\sqrt{d}}{8\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ & = \frac{c^2d^3\sqrt{2d}}{16} \end{aligned}$$

خاصية قسمة الجذور

حل ما يمكن تحليله

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{9a^5}{64b^4}} \quad (١٤) \\ & \sqrt{\frac{9a^5}{64b^4}} = \frac{\sqrt{9a^5}}{\sqrt{64b^4}} \\ & = \frac{\sqrt{3^2 \cdot (a^2)^2 \cdot a}}{\sqrt{8^2 \cdot (b^2)^2}} \\ & = \frac{\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{(a^2)^2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{8^2} \cdot \sqrt{(b^2)^2}} \\ & = \frac{3a^2\sqrt{a}}{8b^2} \end{aligned}$$

$$\sqrt[4]{\frac{8}{9a^3}} \quad (١٥)$$

خاصية قسمة الجذور

$$\sqrt[4]{\frac{8}{9a^3}} = \frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{9a^3}}$$

حلل ما يمكن تحليله

$$= \frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{3^2 \cdot a^3}}$$

خاصية ضرب الجذور

$$= \frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}}$$

إنطاق المقام

$$= \frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{a}}$$

$$\sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{3^2} = 3, \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a} = a$$

$$= \frac{\sqrt[4]{72a}}{3a}$$

$$(3\sqrt{15})(-4\sqrt{45}) \quad (١٦)$$

خاصية ضرب الجذور

$$(3\sqrt{15})(-4\sqrt{45}) = 3 \cdot -4 \sqrt{15 \cdot 45}$$

حلل ما يمكن تحليله

$$= -12\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 5}$$

بتجميع العوامل

$$= -12\sqrt{3^2 \cdot 5^2 \cdot 3}$$

خاصية ضرب الجذور

$$= -12\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3}$$

بالتبسيط

$$= -12 \cdot 3 \cdot 5 \sqrt{3}$$

بالضرب

$$= -180\sqrt{3}$$

$$(2\sqrt{24})(7\sqrt{18}) \quad (١٧)$$

خاصية ضرب الجذور

$$(2\sqrt{24})(7\sqrt{18}) = 2 \cdot 7 \sqrt{24 \cdot 18}$$

حلل ما يمكن تحليله

$$= 14\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2}$$

بتجميع العوامل

$$= 14\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 3}$$

خاصية ضرب الجذور

$$= 14\sqrt{(2^2)^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3}$$

بالتبسيط

$$= 14 \cdot 2^2 \cdot 3 \sqrt{3}$$

بالضرب

$$= 168\sqrt{3}$$

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط
 $(9-5)\sqrt{10} = 4\sqrt{10}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{810} + \sqrt{240} - \sqrt{250} \quad (١٨) \\ &= \sqrt{9^2 \cdot 10} + \sqrt{4^2 \cdot 15} - \sqrt{5^2 \cdot 10} \\ &= \sqrt{9^2} \cdot \sqrt{10} + \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{15} - \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{10} \\ &= 9\sqrt{10} + 4\sqrt{15} - 5\sqrt{10} \\ &= 4\sqrt{10} + 4\sqrt{15} \end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط
بالضرب
 $(12+8-15)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} & 6\sqrt{20} + 8\sqrt{5} - 5\sqrt{45} \quad (١٩) \\ &= 6\sqrt{2^2 \cdot 5} + 8\sqrt{5} - 5\sqrt{3^2 \cdot 5} \\ &= 6\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} + 8\sqrt{5} - 5\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} \\ &= 6 \cdot 2\sqrt{5} + 8\sqrt{5} - 5 \cdot 3\sqrt{5} \\ &= 12\sqrt{5} + 8\sqrt{5} - 15\sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

حل ما يمكن تحليله
خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط
بالضرب
 $(32-30)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} & 8\sqrt{48} - 6\sqrt{75} + 7\sqrt{80} \quad (٢٠) \\ &= 8\sqrt{4^2 \cdot 3} - 6\sqrt{5^2 \cdot 3} + 7\sqrt{4^2 \cdot 5} \\ &= 8\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3} - 6\sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} + 7\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{5} \\ &= 8 \cdot 4\sqrt{3} - 6 \cdot 5\sqrt{3} + 7 \cdot 4\sqrt{5} \\ &= 32\sqrt{3} - 30\sqrt{3} + 28\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{3} + 28\sqrt{5} \end{aligned}$$

خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط
بالضرب

$$\begin{aligned} & (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 \quad (٢١) \\ &= (3\sqrt{2})^2 + 2(3\sqrt{2})(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2 \\ &= 9\sqrt{2^2} + 12\sqrt{2 \cdot 3} + 4\sqrt{3^2} \\ &= 9 \cdot 2 + 12\sqrt{6} + 4 \cdot 3 \\ &= 18 + 12\sqrt{6} + 12 \\ &= 30 + 12\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (3 - \sqrt{7})^2 \quad (٢٢) \\
 & = (3)^2 - 2(3)(\sqrt{7}) + (\sqrt{7})^2 \\
 & = 9 - 6\sqrt{7} + 7 \\
 & = 16 - 6\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \quad (٢٣) \\
 & = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \\
 & = \sqrt{5^2} + \sqrt{5 \cdot 2} - \sqrt{6 \cdot 5} - \sqrt{6 \cdot 2} \\
 & = 5 + \sqrt{10} - \sqrt{30} - \sqrt{2^2 \cdot 3} \\
 & = 5 + \sqrt{10} - \sqrt{30} - 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط
بالتبسيط

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{2} + \sqrt{10})(\sqrt{2} - \sqrt{10}) \quad (٢٤) \\
 & = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} - \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} \\
 & = \sqrt{2^2} - \sqrt{10^2} \\
 & = 2 - 10 \\
 & = -8
 \end{aligned}$$

خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned}
 & (1 + \sqrt{6})(5 - \sqrt{7}) \quad (٢٥) \\
 & = 1 \cdot 5 - 1 \cdot \sqrt{7} + \sqrt{6} \cdot 5 - \sqrt{6} \cdot \sqrt{7} \\
 & = 5 - \sqrt{7} + 5\sqrt{6} - \sqrt{6 \cdot 7} \\
 & = 5 - \sqrt{7} + 5\sqrt{6} - \sqrt{42}
 \end{aligned}$$

خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{3} + 4\sqrt{7})^2 \quad (٢٦) \\
 & = (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})(4\sqrt{7}) + (4\sqrt{7})^2 \\
 & = \sqrt{3^2} + 8\sqrt{3 \cdot 7} + 16\sqrt{7^2} \\
 & = 3 + 8\sqrt{21} + 16 \cdot 7 \\
 & = 3 + 8\sqrt{21} + 112 \\
 & = 115 + 8\sqrt{21}
 \end{aligned}$$

خاصية ضرب الجذور
بالتبسيط
بالضرب

خاصية ضرب الجذور

بالتبسيط

بالتبسيط

بالتبسيط

$$\begin{aligned} & (\sqrt{108} - 6\sqrt{3})^2 \quad (٢٧) \\ &= (\sqrt{108})^2 - 2(\sqrt{108})(6\sqrt{3}) + (6\sqrt{3})^2 \\ &= \sqrt{108^2} - 12\sqrt{108 \cdot 3} + 36\sqrt{3^2} \\ &= 108 - 12\sqrt{3^3 \cdot 2^2 \cdot 3} + 36 \cdot 3 \\ &= 108 - 12\sqrt{3^4 \cdot 2^2} + 108 \\ &= 108 - 12 \cdot 9 \cdot 2 + 108 \\ &= 0 \end{aligned}$$

بالضرب في المرافق $\sqrt{5} + 2$

بالضرب

بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2} \quad (٢٨) \\ & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2} \cdot \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 4} \\ &= \frac{\sqrt{3 \cdot 5} + 2\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{15} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

بالضرب في المرافق $\sqrt{2} + 1$

بالضرب

بالتبسيط

$$\begin{aligned} & \frac{6}{\sqrt{2}-1} \quad (٢٩) \\ & \frac{6}{\sqrt{2}-1} = \frac{6}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \frac{6 \cdot \sqrt{2} + 6 \cdot 1}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{6\sqrt{2} + 6}{1} \\ &= 6\sqrt{2} + 6 \end{aligned}$$

$$\frac{5+\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \quad (٣٠)$$

بالضرب في المرافق $4 - \sqrt{3}$

بالضرب

بالتبسيط

$$\begin{aligned} \frac{5+\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} &= \frac{5+\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \cdot \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} \\ &= \frac{20-5\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3}{16-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{17-\sqrt{3}}{13} \end{aligned}$$

$$\frac{3+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \quad (٣١)$$

بالضرب في المرافق $2 + \sqrt{2}$

بالضرب

بالتبسيط

$$\begin{aligned} \frac{3+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} &= \frac{3+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \\ &= \frac{6+3\sqrt{2}+2\sqrt{2}+2}{4+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2} \\ &= \frac{8+5\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{3+\sqrt{6}}{5-\sqrt{24}} \quad (٣٢)$$

بالضرب في المرافق $5 + \sqrt{24}$

بالضرب

بالتبسيط

بالتبسيط

$$\begin{aligned} \frac{3+\sqrt{6}}{5-\sqrt{24}} &= \frac{3+\sqrt{6}}{5-\sqrt{24}} \cdot \frac{5+\sqrt{24}}{5+\sqrt{24}} \\ &= \frac{15+3\sqrt{24}+5\sqrt{6}+\sqrt{24} \cdot 6}{25+5\sqrt{24}-5\sqrt{24}-24} \\ &= \frac{15+3\sqrt{2^2 \cdot 6}+5\sqrt{6}+\sqrt{144}}{1} \\ &= 15+3 \cdot 2\sqrt{6}+5\sqrt{6}+12 \\ &= 27+11\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\frac{3+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} \quad (٣٣)$$

بالضرب في المرافق $2 + \sqrt{x}$

$$\frac{3+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} \cdot \frac{2+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$$

بالضرب

$$= \frac{6+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}+x}{4+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}-x}$$

بالتبسيط

$$= \frac{6+5\sqrt{x}+x}{4-x}$$

(٣٤) مكابج:

$$l = 85$$

$$s = 2\sqrt{5l}$$

$$= 2\sqrt{5 \cdot 85}$$

$$= 2\sqrt{5 \cdot 5 \cdot 17}$$

بالتبسيط

$$= 2 \cdot 5\sqrt{17}$$

$$= 10\sqrt{17}$$

$$= 41 \text{ ميل في الساعة}$$

(٣٥) نظرية فيثاغورس:

(طول الوتر)² = مجموع مربعي طول الضلعين الآخرين

$$\sqrt{(9x^2y)^2 + (6x^2y)^2} = \text{طول الوتر}$$

$$\sqrt{81(x^2)^2 y^2 + 36(x^2)^2 y^2} =$$

$$3x^2 |y| \sqrt{13} = \sqrt{117(x^2)^2 y^2} =$$

6 – 4 الأسس النسبية

اكتب العبارة الأسية على الصورة الجذرية والعبارة الجذرية على الصورة الأسية في كل مما يأتي:

$$5^{\frac{1}{3}} \quad (١)$$

$$5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

$$6^{\frac{2}{5}} \quad (٢)$$

$$6^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{6^2} = \sqrt[5]{36}$$

$$m^{\frac{4}{7}} \quad (٣)$$

$$m^{\frac{4}{7}} = \sqrt[7]{m^4}$$

$$(n^3)^{\frac{2}{5}} \quad (٤)$$

$$(n^3)^{\frac{2}{5}} = n^{\frac{6}{5}} = \sqrt[5]{n^6}$$

$$\sqrt{79} \quad (٥)$$

$$\sqrt{79} = 79^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[4]{153} \quad (٦)$$

$$\sqrt[4]{153} = 153^{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt[3]{27m^6n^4} \quad (٧)$$

$$\sqrt[3]{27m^6n^4} = (27m^6n^4)^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} (m^6)^{\frac{1}{3}} (n^4)^{\frac{1}{3}} = 3m^2n^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt[5]{2a^{10}b} \quad (٨)$$

$$\sqrt[5]{2a^{10}b} = (2a^{10}b)^{\frac{1}{5}} = a^2(2b)^{\frac{1}{5}}$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$81^{\frac{1}{4}} \quad (٩)$$

$$81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

$$1024^{\frac{1}{5}} \quad (١٠)$$

$$1024^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{4^5} = 4$$

$$8^{\frac{5}{3}} \quad (١١)$$

$$8^{\frac{5}{3}} = (2^3)^{\frac{5}{3}} = 2^{3 \cdot \frac{5}{3}} = 2^5 = 32$$

$$256^{\frac{3}{4}} \quad (١٢)$$

$$256^{\frac{3}{4}} = (4^4)^{\frac{3}{4}} = 4^{4 \cdot \frac{3}{4}} = 4^3 = 64$$

$$(-64)^{\frac{2}{3}} \quad (١٣)$$

$$(-64)^{\frac{2}{3}} = ((-4)^3)^{\frac{2}{3}} = (-4)^{3 \cdot \frac{2}{3}} = (-4)^2 = 16$$

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{4}{3}} \quad (١٤)$$

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{4}{3}} = 27^{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}}$$

$$= 27^{\frac{5}{3}} = (3^3)^{\frac{5}{3}}$$

$$= 3^{3 \cdot \frac{5}{3}} = 3^5$$

$$= 243$$

خاصية ضرب القوى

$$\left(\frac{125}{216}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (15)$$

$$\left(\frac{125}{216}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{(125)^{\frac{2}{3}}}{(216)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{(5^3)^{\frac{2}{3}}}{(6^3)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{5^{3 \cdot \frac{2}{3}}}{6^{3 \cdot \frac{2}{3}}} = \frac{5^2}{6^2}$$

$$= \frac{25}{36}$$

$$\frac{64^{\frac{2}{3}}}{343^{\frac{2}{3}}} \quad (16)$$

$$\frac{64^{\frac{2}{3}}}{343^{\frac{2}{3}}} = \frac{(4^3)^{\frac{2}{3}}}{(7^3)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{4^{3 \cdot \frac{2}{3}}}{7^{3 \cdot \frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{4^2}{7^2} = \frac{16}{49}$$

$$64^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{64^{\frac{1}{3}}}$$

$$\begin{aligned} & \left(25^{\frac{1}{2}}\right)\left(-64^{-\frac{1}{3}}\right) \quad (١٧) \\ & \left(25^{\frac{1}{2}}\right)\left(-64^{-\frac{1}{3}}\right) = -\frac{25^{\frac{1}{2}}}{64^{\frac{1}{3}}} \\ & = -\frac{\left(5^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(4^3\right)^{\frac{1}{3}}} \\ & = -\frac{5^{2 \cdot \frac{1}{2}}}{4^{3 \cdot \frac{1}{3}}} \\ & = -\frac{5}{4} \end{aligned}$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

خاصية ضرب القوى

$$\begin{aligned} & g^{\frac{4}{7}} \cdot g^{\frac{3}{7}} \quad (١٨) \\ & g^{\frac{4}{7}} \cdot g^{\frac{3}{7}} = g^{\frac{4+3}{7}} \\ & = g^{\frac{7}{7}} = g \end{aligned}$$

خاصية ضرب القوى

$$\begin{aligned} & s^{\frac{3}{4}} \cdot s^{\frac{13}{4}} \quad (١٩) \\ & s^{\frac{3}{4}} \cdot s^{\frac{13}{4}} = s^{\frac{3+13}{4}} \\ & = s^{\frac{16}{4}} = s^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(u^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{5}} \quad (٢٠) \\ & \left(u^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{4}{5}} = u^{\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 5}} \end{aligned}$$

$$=u^{\frac{4}{15}}$$

$$y^{\frac{-1}{2}} \quad (21)$$

$$y^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{y^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{2}{2}}} = \frac{y^{\frac{1}{2}}}{y}$$

$$b^{\frac{-3}{5}} \quad (22)$$

$$b^{\frac{-3}{5}} = \frac{1}{b^{\frac{3}{5}}} \cdot \frac{b^{\frac{2}{5}}}{b^{\frac{2}{5}}} = \frac{b^{\frac{2}{5}}}{b^{\frac{5}{5}}} = \frac{b^{\frac{2}{5}}}{b}$$

$$\frac{q^{\frac{3}{5}}}{q^{\frac{2}{5}}} \quad (23)$$

$$\frac{q^{\frac{3}{5}}}{q^{\frac{2}{5}}} = q^{\frac{3}{5} - \frac{2}{5}} = q^{\frac{1}{5}}$$

$$\sqrt[10]{8^5} \quad (24)$$

$$\sqrt[10]{8^5} = 8^{\frac{5}{10}} = (2^3)^{\frac{5}{10}} = 2^{\frac{15}{10}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt[4]{6} \cdot 3\sqrt[4]{6} \quad (25)$$

$$\sqrt[4]{6} \cdot 3\sqrt[4]{6} = 3\sqrt[4]{6 \cdot 6} = 3\sqrt[4]{6^2} = 3 \cdot 6^{\frac{2}{4}} = 3 \cdot 6^{\frac{1}{2}} = 3\sqrt{6}$$

$$\frac{a}{\sqrt{3b}} \quad (26)$$

$$\frac{a}{\sqrt{3b}} = \frac{a}{(3b)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{(3b)^{\frac{1}{2}}}{(3b)^{\frac{1}{2}}} = \frac{a(3b)^{\frac{1}{2}}}{(3b)^{\frac{2}{2}}} = \frac{a\sqrt{3b}}{3b}$$

٢٧) كهرباء:

$$I = \left(\frac{P}{R}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{500}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = (50)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{50} = 7.1 \text{ أمبير}$$

٢٨) صناعة:

$$\begin{aligned} C &= 88n^{\frac{1}{3}} + 330 \\ &= 88(150)^{\frac{1}{3}} + 330 \\ &= 88\sqrt[3]{150} + 330 \\ &= 798 \text{ ريالاً تقريباً} \end{aligned}$$

7 - 4 حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x} = 8 \quad (١)$$

بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$$(\sqrt{x})^2 = 8^2$$

$$x = 64$$

$$4 - \sqrt{x} = 3 \quad (٢)$$

ب طرح 4 من الطرفين

$$-\sqrt{x} = -1$$

$$\sqrt{x} = 1$$

بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$$(\sqrt{x})^2 = (1)^2$$

$$x = 1$$

$$\sqrt{2p} + 3 = 10 \quad (٣)$$

ب طرح 3 من الطرفين

$$\sqrt{2p} = 7$$

بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$$(\sqrt{2p})^2 = (7)^2$$

$$2p = 49$$

بقسمة الطرفين على 2

$$p = \frac{49}{2}$$

$$4\sqrt{3h} - 2 = 0 \quad (٤)$$

ب جمع 2 على الطرفين

$$4\sqrt{3h} = 2$$

بقسمة الطرفين على 4

$$\sqrt{3h} = \frac{2}{4}$$

$$\sqrt{3h} = \frac{1}{2}$$

بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$$(\sqrt{3h})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$3h = \frac{1}{4}$$

بقسمة الطرفين على 3

$$h = \frac{1}{12}$$

بطرح 6 من الطرفين

$$c^{\frac{1}{2}} + 6 = 9 \quad (٥)$$

$$c^{\frac{1}{2}} = 3$$

بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$$\left(c^{\frac{1}{2}}\right)^2 = (3)^2$$

$$c = 9$$

بطرح 18 من الطرفين

$$18 + 7h^{\frac{1}{2}} = 12 \quad (٦)$$

$$7h^{\frac{1}{2}} = -6$$

لا يوجد لها حل حقيقي

بتكعيب الطرفين للأس

$$\sqrt[3]{d+2} = 7 \quad (٧)$$

$$\left(\sqrt[3]{d+2}\right)^3 = (7)^3$$

$$d+2 = 343$$

$$d = 341$$

بطرح 2 من الطرفين

برفع الطرفين للأس 5

$$\sqrt[5]{w-7} = 1 \quad (٨)$$

$$\left(\sqrt[5]{w-7}\right)^5 = (1)^5$$

$$w-7 = 1$$

$$w = 8$$

بجمع 7 على الطرفين

بطرح 6 من الطرفين

$$6 + \sqrt[3]{q-4} = 9 \quad (٩)$$

$$\sqrt[3]{q-4} = 3$$

بتكعيب الطرفين

$$\left(\sqrt[3]{q-4}\right)^3 = (3)^3$$

$$q-4 = 27$$

$$q = 31$$

بجمع 4 على الطرفين

$$\sqrt[4]{y-9}+4=0 \quad (١٠)$$

ب طرح 4 من الطرفين

$$\sqrt[4]{y-9}=-4$$

لا يوجد لها حل حقيقي

$$\sqrt{2m-6}-16=0 \quad (١١)$$

ب جمع 16 على الطرفين

$$\sqrt{2m-6}=16$$

ب تربيع الطرفين

$$(\sqrt{2m-6})^2=(16)^2$$

$$2m-6=256$$

ب جمع 6 على الطرفين

$$2m=262$$

بقسمة الطرفين على 2

$$m=131$$

$$\sqrt[3]{4m+1}-2=2 \quad (١٢)$$

ب جمع 2 على الطرفين

$$\sqrt[3]{4m+1}=4$$

ب تكعيب الطرفين

$$(\sqrt[3]{4m+1})^3=(4)^3$$

$$4m+1=64$$

ب طرح 1 من الطرفين

$$4m=63$$

بقسمة الطرفين على 4

$$m=\frac{63}{4}$$

$$\sqrt{8n-5}-1=2 \quad (١٣)$$

ب جمع 1 على الطرفين

$$\sqrt{8n-5}=3$$

ب تربيع الطرفين

$$(\sqrt{8n-5})^2=(3)^2$$

$$8n-5=9$$

ب جمع 5 على الطرفين

$$8n=14$$

بقسمة الطرفين على 8

$$n=\frac{14}{8}=\frac{7}{4}$$

$$\sqrt{1-4t}-8=-6 \quad (١٤)$$

ب جمع 8 على الطرفين

$$\sqrt{1-4t}=2$$

بتربيع الطرفين

$$(\sqrt{1-4t})^2 = (2)^2$$

$$1-4t = 4$$

$$-4t = 3$$

$$t = \frac{-3}{4}$$

بطرح 1 من الطرفين

بقسمة الطرفين على -4

$$(3g + 1)^{\frac{1}{2}} - 6 = 4 \quad (١٥)$$

$$(3g + 1)^{\frac{1}{2}} = 10$$

$$\left((3g + 1)^{\frac{1}{2}} \right)^2 = (10)^2$$

$$3g + 1 = 100$$

$$3g = 99$$

$$g = 33$$

بجمع 6 على الطرفين

بتربيع الطرفين

بطرح 1 من الطرفين

بقسمة الطرفين على 3

$$(6u - 5)^{\frac{1}{3}} + 2 = -3 \quad (١٦)$$

$$(6u - 5)^{\frac{1}{3}} = -5$$

$$\left((6u - 5)^{\frac{1}{3}} \right)^3 = -(5)^3$$

$$6u - 5 = -125$$

$$6u = -120$$

$$u = -20$$

بطرح 2 من الطرفين

بتكعيب الطرفين

بجمع 5 على الطرفين

بقسمة الطرفين على 6

$$\sqrt{2d - 5} = \sqrt{d - 1} \quad (١٧)$$

$$(\sqrt{2d - 5})^2 = (\sqrt{d - 1})^2$$

$$2d - 5 = d - 1$$

$$d - 5 = -1$$

$$d = 4$$

بتربيع الطرفين

بجمع 5 على الطرفين

$$\sqrt{4r - 6} = \sqrt{r} \quad (١٨)$$

بتربيع الطرفين

$$(\sqrt{4r-6})^2 = (\sqrt{r})^2$$

$$4r - 6 = r$$

$$3r - 6 = 0$$

$$3r = 6$$

$$r = 2$$

بجمع 6 على الطرفين
بقسمة الطرفين على 3

$$\sqrt{6x-4} = \sqrt{2x+10} \quad (١٩)$$

$$(\sqrt{6x-4})^2 = (\sqrt{2x+10})^2$$

$$6x - 4 = 2x + 10$$

$$4x - 4 = 10$$

$$4x = 14$$

$$x = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

بتربيع الطرفين

بجمع 4 على الطرفين

بقسمة الطرفين على 4

$$\sqrt{2x+5} = \sqrt{2x+1} \quad (٢٠)$$

$$(\sqrt{2x+5})^2 = (\sqrt{2x+1})^2$$

$$2x + 5 = 2x + 1$$

لا يوجد لها حل حقيقي

بتربيع الطرفين

حل كل متباينة مما يأتي:

$$3\sqrt{a} \geq 12 \quad (٢١)$$

$$a \geq 0$$

$$3\sqrt{a} \geq 12$$

$$\sqrt{a} \geq 4$$

$$a \geq 16$$

$$a \geq 16$$

ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي صفر

المعادلة الأصلية

بقسمة الطرفين على 3

بتربيع الطرفين

$$\sqrt{x+5} + 4 \leq 13 \quad (٢٢)$$

$$x + 5 \geq 0$$

$$x \geq -5$$

$$\sqrt{x+5} + 4 \leq 13$$

$$\sqrt{x+5} \leq 9$$

$$x + 5 \leq 81$$

ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي صفر

ب طرح 5 من الطرفين

المعادلة الأصلية

ب طرح 4 من الطرفين

بتربيع الطرفين

ب طرح 5 من الطرفين

$$x \leq 76$$
$$-5 \leq x \leq 76$$

ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي صفر
بجمع 1 على الطرفين
المعادلة الأصلية
بتربيع الطرفين
بجمع 1 على الطرفين

$$\sqrt{x-1} < 2 \quad (٢٣)$$
$$x-1 \geq 0$$
$$x \geq 1$$
$$\sqrt{x-1} < 2$$
$$x-1 < 4$$
$$x < 5$$

$$1 \leq x < 5$$

ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي صفر
بقسمة الطرفين على 2
المعادلة الأصلية
ب طرح 8 من الطرفين

$$8 + \sqrt{2x} \leq 5 \quad (٢٤)$$
$$2x \geq 0$$
$$x \geq 0$$
$$8 + \sqrt{2x} \leq 5$$
$$\sqrt{2x} \leq -3$$

لا يوجد لها حل

(٢٥) إحصاء:

بتربيع الطرفين

$$\sigma = \sqrt{v}$$
$$15 = \sqrt{v}$$
$$225 = v$$
$$v = 225$$

(٢٦) جاذبية أرضية:

بضرب الطرفين في 4
بتربيع الطرفين
ب طرح 25 من الطرفين

$$t = \frac{1}{4} \sqrt{25-h}$$
$$1 = \frac{1}{4} \sqrt{25-h}$$
$$4 = \sqrt{25-h}$$
$$16 = 25-h$$
$$-9 = -h$$
$$h = 9\text{ft}$$