



وزارة التربية والتعليم
Ministry of Education

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للفصل الأول الثانوي

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الأول: التبرير والبرهان

العبيكان
Obekon

Mc
Graw
Hill Education

يوزع مجاناً ولا يباع

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Geometry

الرياضيات - الصف الأول الثانوي
مصادر المعلم للأنشطة الصفية
أعدّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين
والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحتين لتدريبات إعادة التعليم و صفحة واحدة لكل من التدريبات الأخرى لكل درس من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس حسب مستوى كل منهم؛ سواء أكان ذلك داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له. وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على الأفكار الرئيسة في الدرس وتقدمها بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان أحياناً عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس؛ فتقدم تدريبات إضافية على مهارات الدرس وبعض المسائل التي تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط ودون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقاً من اهتمام هذه المناهج بحل المسألة، حيث تم تخصيصها؛ لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع أو تدعيم مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط وفوق المتوسط.

المقدمة 4

الدرس 1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين

6 تدريبات إعادة التعليم
8 تدريبات المهارات
9 تدريبات حل المسألة
10 التدريبات الإثرائية

الدرس 1-2 المنطق

11 تدريبات إعادة التعليم
13 تدريبات المهارات
14 تدريبات حل المسألة
15 التدريبات الإثرائية

الدرس 1-3 العبارات الشرطية

16 تدريبات إعادة التعليم
18 تدريبات المهارات
19 تدريبات حل المسألة
20 التدريبات الإثرائية

الدرس 1-4 التبرير الاستنتاجي

21 تدريبات إعادة التعليم
23 تدريبات المهارات
24 تدريبات حل المسألة
25 التدريبات الإثرائية

الدرس 1-5 المسلمات والبراهين الحرة

26 تدريبات إعادة التعليم
28 تدريبات المهارات
29 تدريبات حل المسألة
30 التدريبات الإثرائية

الدرس 1-6 البرهان الجبري

31 تدريبات إعادة التعليم
33 تدريبات المهارات
34 تدريبات حل المسألة
35 التدريبات الإثرائية

الدرس 1-7 إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

36 تدريبات إعادة التعليم
38 تدريبات المهارات
39 تدريبات حل المسألة
40 التدريبات الإثرائية

الدرس 1-8 إثبات علاقات بين الزوايا

41 تدريبات إعادة التعليم
43 تدريبات المهارات
44 تدريبات حل المسألة
45 التدريبات الإثرائية

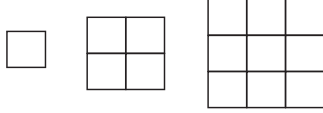
1-1 تدريبات إعادة التعليم

التبرير الاستقرائي والتخمين

التخمين:

التبرير الاستقرائي هو التبرير الذي يعتمد على معلومات نتجت عن أمثلة مختلفة تمثل نمطاً؛ للتوصل إلى نتيجة أو عبارة تُسمى تخميناً.

مثال 2 اكتب تخميناً يصف النمط في المتتابعة الآتية، ثم استعمله في إيجاد طول ضلع المربع في الشكل التالي:



الخطوة 1 : ابحث عن نمط:

أطوال أضلاع المربعات هي: 1, 2, 3 وحدات.

الخطوة 2 : ضع تخميناً:

سيكون طول ضلع المربع في الشكل التالي 4 وحدات، إذن سيكون في الشكل التالي 16 مربعاً صغيراً.

مثال 1 اكتب تخميناً يصف النمط في المتتابعة الآتية، ثم استعمله في إيجاد الحد التالي للمتتابعة: 1, 3, 9, 27, 81, ...

الخطوة 1 : ابحث عن نمط:

1 3 9 27 81

3^0 3^1 3^2 3^3 3^4

الخطوة 2 : ضع تخميناً:

كل واحد من هذه الأعداد هو قوة للعدد 3.

إذن سيكون العدد التالي 3^5 ؛ أي 243

تمارين

اكتب تخميناً يصف النمط في كلٍّ من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها:

(1) $-5, 10, -20, 40, \dots$

(2) $1, 10, 100, 1000, \dots$

(3) $1, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \dots$

اكتب تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي، ثم أعط أمثلة عددية، أو ارسم أشكالاً تؤيد هذا التخمين.

(5) الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ تكونان زاوية قائمة.

(4) $A(-1, -1), B(2, 2), C(4, 4)$

(7) الفرق بين عددين فرديين.

(6) $\angle ABC$ و $\angle DBE$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

1-1

تدريبات إعادة التعليم

التبرير الاستقرائي والتخمين

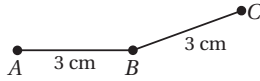
(تتمة)

إيجاد أمثلة مضادة:

يكون التخمين خطأ، إذا وُجد مثال واحد يثبت أن التخمين فيه غير صحيح، وهذا المثال يُسمى مثالاً مضاداً.

مثال

أعطِ مثالاً مضاداً يبين عدم صحة التخمين الآتي.



إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، فإن B نقطة منتصف \overline{AC} .
هل يمكنك أن ترسم شكلاً تكون فيه $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، على ألا تكون B نقطة منتصف \overline{AC} ؟
يُعدّ الشكل المجاور مثالاً مضاداً؛ لأن B ليست واقعة على \overline{AC} ؛ إذن التخمين خاطئ.

تمارين

حدّد ما إذا كان كل تخمين ممّا يأتي صحيحاً أم خاطئاً، وإذا كان خاطئاً، فأعطِ مثالاً مضاداً:

- (1) إذا وقعت النقاط A, B, C على استقامة واحدة، فإن $\overline{AC} = \overline{BC} + \overline{AB}$.
(2) إذا كانت $\angle R$ و $\angle S$ متكاملتين، و $\angle T$ و $\angle R$ متكاملتين أيضاً، فإن $\angle T \cong \angle S$.

- (4) إذا كانت $\overline{DE} \perp \overline{EF}$ ، فإن $\angle DEF$ قائمة.

- (3) إذا كانت $\angle ABC$ و $\angle DEF$ متكاملتين، فإنهما متجاورتان على خطٍّ مستقيم.

1-1

تدريبات المهارات

التبرير الاستقرائي والتخمين

اكتب تخميناً يصف النمط في كلٍّ من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في المتتابعة:

(1)



(4) $-2, 4, -8, 16, -32$

(3) $6, \frac{11}{2}, 5, \frac{9}{2}, 4$

(2) $-4, -1, 2, 5, 8$

اكتب تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي، ثم أعط أمثلة عددية، أو ارسم أشكالاً تؤيد هذا التخمين:

(5) تقع النقاط A, B, C على استقامة واحدة، وتقع النقطة D بين B, C . (6) النقطة P هي نقطة منتصف \overline{NQ} .

(7) $\angle 1, \angle 2$ متكاملتان و $\angle 1, \angle 3$ متكاملتان. (8) ناتج ضرب عددين فرديين

حدّد ما إذا كانت التخمينات الآتية صحيحة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة فأعط مثلاً مضاداً:

(9) إذا كانت $\angle ABC$ و $\angle CBD$ متجاورتين على خطٍّ مستقيم، فإن $\angle ABC \cong \angle CBD$.

(10) إذا كانت $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ متطابقة، فإن النقاط A, B, C تقع على خطٍّ مستقيم.

(11) إذا كان $AB + BC = AC$ ، فإن $AB = BC$.

(12) إذا كانت $\angle 1$ متممة لـ $\angle 2$ ، وكانت $\angle 1$ متممة لـ $\angle 3$ أيضاً، فإن $\angle 2 \cong \angle 3$.

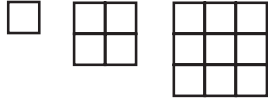
1-1

تدريبات حل المسألة

التبرير الاستقرائي والتخمين

(4) ميداليات: تم تكليف صالح بتوزيع 31 ميدالية على أعضاء 6 فرق رياضية متنافسة، فاستنتج صالح أن فريقاً واحداً على الأقل سيحرز أكثر من 5 ميداليات، فهل استنتاجه صحيح؟ برّر إجابتك.

(5) أنماط: يوضح الشكل الآتي متتابة مربعات، كلٌّ منها يتكون من بلاطات متطابقة مربعة الشكل.



(a) ما الشكل الرابع من متتابة المربعات؟

(b) عبّر عن متتابة المربعات، بمتتابة أعداد؟

(c) إذا استمر النمط بنفس الطريقة، فكم مربعاً صغيراً سيكون في الشكل رقم 10؟

(1) السطح المائل: دحرج عليّ كرة زجاجية على سطح مائل، وكان يقيس المسافة التي تقطعها الكرة كل ثانية، وسجّل البيانات في الجدول الآتي:

الزمن (بالثواني)	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة
المسافة (بالمستقيمات)	20	60	100	140

ما المسافة التي يمكن أن تقطعها الكرة في الثانية الخامسة.

(2) الأعداد الأولية: العدد الأولي هو عدد أكبر من 1، ويقبل القسمة على نفسه وعلى 1 فقط، حاول سعد أن يجد طريقة منهجية لتحديد الأعداد الأولية، وبعد عدة محاولات توصل إلى أن $2^n - 1$ يكون عدداً أولياً لأي عدد طبيعي n ، فهل استنتاجه صحيح؟

(3) أنساب: وضعت فاطمة مخططاً لنسبها، ممثلاً بثلاثة رسوم كما هو موضح أدناه، حيث تمثل النقطة الأولى فاطمة، ويمثل الرسم الثاني فاطمة ووالديها، ويمثل الرسم الثالث فاطمة ووالديها وجدتيها.

ما الشكل الرابع الذي سترسمه فاطمة؟ وماذا يمثل؟



1-1 التدرّيات الإثرائية

الأمثلة المضادة

عندما تتوصل إلى استنتاج بعد اختبارك لعدة حالات معيّنة، فإنك تستعمل التبرير الاستقرائي. ومع ذلك كن حذرًا أثناء استعمالك هذا النوع من التبرير؛ لأنه في حالة وجود مثال مضاد واحد، سيكون كافيًا لإثبات عدم صحة هذا الاستنتاج.

مثال

هل العبارة $\frac{1}{x} \leq 1$ صحيحة عند التعويض عن x بالأعداد 1, 2, 3؟ وهل هذه العبارة صحيحة أيضًا لكل الأعداد الحقيقية؟ أوجد مثالًا مضادًا إذا كان ذلك ممكنًا.

$\frac{1}{3} < 1$, $\frac{1}{2} < 1$, $\frac{1}{1} = 1$ ، لكن عندما $x = \frac{1}{2}$ ، فإن $\frac{1}{x} = 2$ ، وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة ليست صحيحة دائمًا.

تمارين

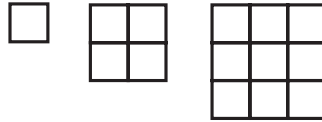
(1) هل المعادلة: $\sqrt{k^2} = k$ صحيحة في حالة التعويض عن k بالأعداد 1, 2, 3؟ وهل هذه المعادلة صحيحة لكل الأعداد الصحيحة أيضًا؟ هات مثالًا مضادًا إن أمكن.

(2) هل العبارة: $2x = x + x$ صحيحة عند التعويض عن x بالأعداد: $\frac{1}{2}$, 4, 0.7؟ وهل هذه العبارة صحيحة لكل الأعداد الحقيقية أيضًا؟ هات مثالًا مضادًا إن أمكن.

(3) افترض أنك عيّنت أربع نقاط: A, B, C, D ، ثم رسمت القطع المستقيمة: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ ، فهل تُعطي هذه الطريقة شكلًا رباعيًّا دائمًا أم أحيانًا؟ وضح إجابتك بالرسم.

(4) افترض أنك رسمت دائرة، ووضعت عليها ثلاث نقاط، ثم وصلت بينها، فهل تكون زوايا المثلث الناتج حادة دائمًا أم أحيانًا؟ وضح إجابتك بالرسم.

(5) أنماط: يوضح الشكل المجاور متتابعة مربعات، كلٌّ منها يتكون من بلاطات متطابقة مربعة الشكل.



(a) إذا لم يكن لديك أي بلاطة، فكم بلاطة ستحتاج لتكوين أول مربع؟ وكم بلاطة تضيف إلى المربع الأول لتكوين المربع الثاني؟ وكم بلاطة تضيف إلى المربع الثاني لتكوين المربع الثالث؟

(b) كوّن تخمينًا حول مجموعة الأعداد التي تحصل عليها من إجابتك للفرع a.

(c) كوّن تخمينًا حول مجموع أول n من الأعداد الفردية.

1-2 تدريبات إعادة التعليم المنطق

تحديد قيم الصواب:

العبارة هي جملة خبرية تحتمل الصواب أو الخطأ ولا تحتمل غيرهما. ويرمز إلى قيمة الصواب بـ (T) إذا كانت العبارة صحيحة، وبالرمز (F) إذا كانت خاطئة، ويمكن أن نرمز إلى أي عبارة بأحد الحروف وليكن p . فمثلاً يمكن أن نرمز إلى العبارة "الرياض مدينة سعودية" بالرمز p ، وتكون هذه العبارة صائبة T . ويمكننا ربط عبارات عدة بعضها ببعض لتكوين عبارة مركبة.

العبارة	النفى	الوصل	الفصل
معناها	نفى العبارة p هو ليس p .	هي الربط بين العبارة p والعبارة q بأداة الربط "و".	هي الربط بين العبارة p والعبارة q بأداة الربط "أو".
رمزها	\sim	\wedge	\vee
قيم صوابها	قيم الصواب للعبارتين p و $\sim p$ متعاكسة.	تكون عبارة الوصل $p \wedge q$ صائبة فقط عندما تكون كل من p و q صائبة.	تكون عبارة الفصل $p \vee q$ صائبة، إذا كانت إحدى العبارتين صائبة.

مثال 1

استعمل العبارتين الآتيتين لكتابة

عبارتي الوصل الآتيتين، ثم أوجد قيمة صوابها مبرراً إجابتك:

p : الفيل من الثدييات.

q : للمربع أربع زوايا قوائم.

(a) $p \wedge q$

اربط العبارتين بأداة الربط "و":

الفيل من الثدييات، وللمربع أربع زوايا قوائم.

لما كانت العبارتان p , q صائبتين، فإن هذه العبارة المركبة صائبة.

(b) $\sim p \wedge q$

$\sim p$ هي العبارة "الفيل ليس من الثدييات". اربط العبارتين

$\sim p$ و q بالأداة "و".

الفيل ليس من الثدييات وللمربع أربع زوايا قوائم.

الجزء الأول من العبارة المركبة $\sim p$ خطأ، إذن العبارة المركبة خاطئة.

مثال 2

استعمل العبارتين الآتيتين لكتابة

الفصل الآتيتين، ثم أوجد قيمة صوابها مبرراً إجابتك:

p : قطر الدائرة يساوي مثلي نصف قطرها.

q : للمستطيل أربعة أضلاع متساوية الطول.

(a) $p \vee q$

اربط العبارتين بأداة الربط "أو".

قطر الدائرة يساوي مثلي نصف قطرها، أو للمستطيل أربعة أضلاع متساوية الطول. بما أن العبارة الأولى صائبة، إذن العبارة المركبة صائبة.

(b) $\sim p \vee q$

اربط العبارتين بأداة الربط "أو".

قطر الدائرة لا يساوي مثلي نصف قطرها، أو للمستطيل أربعة أضلاع متساوية الطول. بما أن العبارتين خاطئتان، إذن العبارة المركبة خاطئة.

تمارين

استعمل العبارات الآتية لكتابة كل "عبارة وصل" أو "عبارة فصل" ممّا يأتي، ثم أوجد قيمة الصواب لها مبرراً إجابتك:

$p: 10 + 8 = 18$

q : عدد أيام شهر سبتمبر 30 يوماً.

r : للمستطيل أربعة أضلاع.

(1) $p \wedge q$

(2) $p \vee r$

(3) $q \vee r$

(4) $q \wedge \sim r$

1-2

تدريبات إعادة التعليم

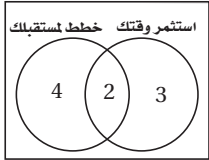
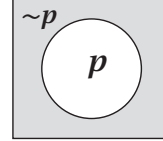
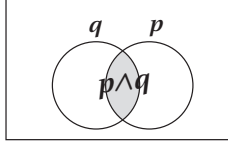
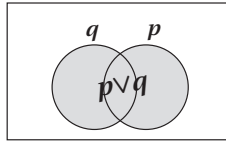
المنطق

(تتمة)

عبارة الوصل			عبارة الفصل			نفي العبارة	
p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	$\sim p$
T	T	T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	F	T	F	T
F	T	F	F	T	T		
F	F	F	F	F	F		

جداول الصواب: إحدى طرق تنظيم قيم الصواب للعبارات هي إنشاء جدول الصواب. يظهر جهة اليسار جداول الصواب لكل من عبارات النفي والوصل والفصل.

التمثيل بأشكال فن: يمكن تمثيل عبارات النفي والفصل والوصل بأشكال فن، كما هو مبين في الأشكال أدناه.



مثال 2 **توعية: شكل فن**
المجاور يبين عدد الطلاب الذين نفذوا التدريبين «استثمر وقتك» و«خطط لمستقبلك» لزملائهم.

(a) ما عدد الطلاب الذين شاركوا في التدريب على «استثمر وقتك» ولم يشاركوا في البرنامج التدريبي «خطط لمستقبلك»؟

(b) ما عدد الطلاب الذين شاركوا في التدريبين معاً؟

مثال 1 أنشئ جدول الصواب للعبارة المركبة $r \vee q$

استعمل جدول صواب عبارة الفصل.

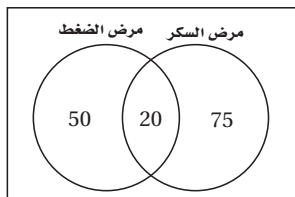
q	r	$r \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

تمارين

أنشئ جدول صواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

$$\sim(p \wedge \sim r) \quad (2)$$

$$q \wedge \sim r \quad (1)$$



(3) الشكل المجاور يبين عدد الأشخاص الذين حضروا الندوتين التوعويتين «مرض السكر» و«مرض الضغط».

(a) ما عدد الأشخاص الذين حضروا الندوتين؟

(b) ما عدد الأشخاص الذين حضروا ندوة «مرض الضغط»؟

(c) ما عدد الأشخاص الذين حضروا ندوة «مرض الضغط» ولم يحضروا ندوة «مرض السكر»؟

1-2 تدريبات المهارات المنطق

استعمل العبارات الآتية لكتابة كل عبارة وصل أو فصل ممّا يأتي، ثم أوجد قيمة الصواب لها، مبرِّراً إجابتك:

$$p: -3 - 2 = -5$$

q : الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.

$$r: 2 + 8 > 10$$

s : مجموع قياسَي الزاويتين المتتامتين يساوي 90° .

(1) p و q

(2) $p \wedge r$

(3) p أو s

(4) $r \vee s$

(5) $p \wedge \sim q$

(6) $q \vee \sim r$

أكمل كلاً من جدولَي الصواب الآتيين:

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

(8)

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim(\sim p \wedge q)$
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

(7)

أنشئ جدول صوابٍ لكلٍّ من العبارتين المركبتين الآتيتين:

(10) $\sim p \vee \sim r$

(9) $\sim q \wedge r$

1-2 تدريبات حل المسألة المنطق

(1 كرة قدم: سأل سامي صديقه يوسف إن كان فريق كرة القدم الذي يشارك فيه قد فاز في المباراة ليلة أمس، وهل سجّل هدفًا، فأجاب يوسف "نعم". ثم سأل سامي لاعبًا آخر في الفريق يُدعى سالمًا، هل سجل هو أو يوسف هدفًا في المباراة؟ فأجاب سالم بـ "نعم" أيضًا. ما الذي يمكنك استنتاجه حول ما إذا كان سالم قد سجّل هدفًا أم لا؟

(2 شوكولاتة: لدى سارة صندوق يحوي نوعين مختلفين من قطع الشوكولاتة الصغيرة هما الأبيض والأسود، وقد تناولت قطعة شوكولاتة من الصندوق، فهل العبارة $(q \sim p \wedge \sim q)$ صائبة بناءً على المعطيات أدناه:
 p : الشوكولاتة من النوع الأسود.
 q : الشوكولاتة من النوع الأبيض.

(3 ألعاب فيديو: يمكن أن يلعب عامر لعبة الفيديو إذا رتب غرفته أو نقل القمامة إلى الخارج، ولكن إذا لم يحل واجبه المنزلي فلن يُسمح له بممارسة ألعاب الفيديو مطلقًا. أكمل جدول الصواب أدناه مستعملًا العبارات الآتية:

p : رتب عامر غرفته.

q : نقل عامر القمامة إلى الخارج.

r : حلّ عامر واجبه المنزلي.

s : يمكن أن يمارس عامر ألعاب الفيديو.

p	q	r	$p \vee q$	s
T	T	T	T	
T	T	F	T	
T	F	T	T	
T	F	F	T	
F	T	T	T	
F	T	F	T	
F	F	T	F	
F	F	F	F	

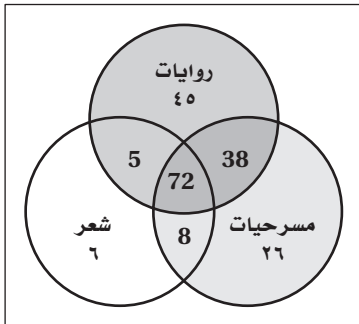
(4 استعمال الجدول في المسألة 3 للإجابة عن الأسئلة الآتية:

(a) إذا رتب عامر غرفته، ونقل القمامة، ولم يحل واجبه، فهل يمكنه ممارسة ألعاب الفيديو؟

(b) إذا لم يرتب عامر غرفته، ونقل القمامة، وحل واجبه، فهل يمكنه ممارسة ألعاب الفيديو؟

(c) إذا لم يرتب عامر غرفته، ولم ينقل القمامة، وحلّ واجبه، فهل يمكنه ممارسة ألعاب الفيديو؟

(5 مطالعة: سُئل 200 شخص عن نوع الكتب الأدبية التي يحبون قراءتها من بين الروايات والشعر والمسرحيات، فكانت النتيجة على الصورة التي يوضحها شكل فن الآتي.



(a) ما عدد الأشخاص الذين يحبون قراءة الأنواع الثلاثة من الأدب؟

(b) ما عدد الأشخاص الذين يحبون قراءة الشعر؟

(c) ما النسبة المئوية للأشخاص الذين يحبون قراءة الشعر والروايات معًا بالنسبة لأولئك الذين يحبون قراءة المسرحيات؟

1-2 التدريبات الإثرائية

السودوكو

5				1		2		
1	7		3		5	9		8
2		8	4	7	9		3	
9			1		6			7
	8	6	9		7	1		
		3					5	9
		2	7			3	1	
3	5				1			6
8			5		3	7		

السودوكو "تعني: الرقم الوحيد"، وهي أحجية، رياضية، يتطلب حلها استعمال المنطق. وتتألف عادةً من شبكة مربعة مكونة من 9 شبكات جزئية؛ قُسمت كل واحدة منها إلى تسعة مربعات صغيرة. تبدأ الأحجية بوضع بضعة أعداد، ويُطلب إلى اللاعب ملء المربعات المتبقية باستعمال القواعد الآتية:

القاعدة الأولى: يجب أن يحوي كل صف وكل عمود الأعداد من 1 إلى 9 من دون تكرار أيٍّ منها.

القاعدة الثانية: يجب أن تحوي كل شبكة جزئية الأعداد من 1 إلى 9، دون تكرار أيٍّ منها.

تمارين

(1) ما البداية الجيدة لحل الأحجية؟ ولماذا؟

(2) وضح كيف يمكنك استعمال القاعدة الثانية، من أجل استعمال الأعداد كلّها لحل الأحجية الكبيرة.

(3) أكمل هذه الأحجية.

1-3 تدريبات إعادة التعليم

العبارات الشرطية

عبارات إذا... فإن... :

عبارة (إذا... فإن...) هي عبارة مثل "إذا كنت تقرأ هذه الصفحة، فإنك تدرس رياضيات". والعبارة التي يمكن كتابتها على الصورة (إذا... فإن...) تُسمى عبارة شرطية، والجمله التي تلي كلمة "إذا" مباشرة تُسمى الفرض، والجمله التي تلي كلمة "فإن" مباشرة تُسمى النتيجة.

ويمكن تمثيل العبارة الشرطية بالرموز على النحو الآتي: $p \rightarrow q$ ، وتقرأ "p تؤدي إلى q"، أو "إذا كان p، فإن q".

مثال 1

حدّد الفرض والنتيجة، في العبارة الشرطية الآتية، واكتبها في صورة (إذا... فإن...)

ستحصل على فطيرة مجانية إذا اشتريت 3 فطائر.

الفرض: اشتريت 3 فطائر.

النتيجة: ستحصل على فطيرة مجانية.

العبارة: إذا اشتريت 3 فطائر، فإنك ستحصل على فطيرة مجانية.

مثال 2

حدّد الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية الآتية:

إذا كانت $\angle S \cong \angle R$ ، $\angle R \cong \angle X$ ، فإن $\angle S \cong \angle X$

الفرض: $\angle S \cong \angle R$ ، $\angle R \cong \angle X$

النتيجة: $\angle S \cong \angle X$.

تمارين

حدّد الفرض والنتيجة في كلّ من العبارات الشرطية الآتية:

(1) إذا كان اليوم هو الجمعة، فإنه لا يوجد دوام مدرسي.

(2) إذا كان $x - 8 = 32$ ، فإن $x = 40$.

(3) إذا كان لمضلع أربع زوايا قائمة، فإن المضلع مستطيل.

اكتب العبارات الآتية على صورة (إذا... فإن...):

(4) كل القردة تُحب الموز.

(5) مجموع قياسَي الزاويتين المتتامتين يساوي 90° .

(6) النقاط الواقعة على استقامة واحدة هي النقاط التي تقع على المستقيم نفسه.

حدّد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت صائبة، فوضّح تبريرك، وإن لم تكن كذلك، فأعطِ مثالاً مضاداً:

(7) إذا كان اليوم هو الأربعاء، فإن أمس كان الجمعة.

(8) إذا كان a عدداً موجباً، فإن $10a$ أكبر من a .

1-3

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

العبارات الشرطية

العبارات الشرطية المترابطة:

إذا غيّرت الفرض أو النتيجة في العبارة الشرطية، فإنك ستحصل على العبارات الشرطية المترابطة. ويبيّن الجدول أدناه ثلاثة أنواع من العبارات الشرطية المترابطة هي: العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي، وكيفية ارتباطها بالعبارة الشرطية.

العبارة	بالرموز	مكوّنة من	أمثلة
العبارة الشرطية	$p \rightarrow q$	فرض مُعطى ونتيجة	إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فإنهما متطابقتان.
العكس	$q \rightarrow p$	تبديل الفرض والنتيجة	إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإنهما متقابلتان بالرأس.
المعكوس	$\sim p \rightarrow \sim q$	نفي كلّ من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية.	إذا لم تكن الزاويتان متقابلتين بالرأس، فإنهما غير متطابقتين.
المعاكس الإيجابي	$\sim q \rightarrow \sim p$	نفي كلّ من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية، ومن ثم تبديل موقعيهما.	إذا لم تكن الزاويتان متطابقتين، فإنهما غير متقابلتين بالرأس.

ويمكن تحديد قيم صواب العبارات الشرطية المترابطة (T) أو (F):
العبارات المتكافئة منطقيًا: العبارات التي لها قيم الصواب نفسها، تُسمّى عبارات متكافئة منطقيًا.

أمثلة:

(1) العبارة الشرطية ومعاكسها الإيجابي متكافئتان منطقيًا.

(2) عكس العبارة الشرطية ومعكوسها متكافئتان منطقيًا.

(3) $\sim(p \wedge q)$ تكافئ منطقيًا $\sim p \vee \sim q$

(4) $\sim(p \vee q)$ تكافئ منطقيًا $\sim p \wedge \sim q$

تمارين

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكلّ من العبارات الشرطية الآتية، وحدّد ما إذا كانت العبارة الشرطية المرتبطة صائبة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالاً مضادًا.

(1) إذا كنت تقيم في الرياض، فإنك تقيم في المملكة العربية السعودية.

(2) إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90° .

(3) أوجد قيم الصواب للعبارتين $\sim p \vee q$ ، $\sim(p \wedge \sim q)$ ،

ثم قرّر هل هما متكافئتان منطقيًا أم لا؟

1-3 تدريبات المهارات

العبارات الشرطية

حدّد الفرض والنتيجة في كلّ من العبارات الشرطية الآتية:

(1) إذا اشتريت ثلاثة، فإنك ستحصل على خلاط كهربائي مجاني.

(2) إذا كان $x + 8 = 4$ ، فإن $x = -4$.

(3) إذا تفوّق أحمد في الدراسة، فإنه سيُكافأ برحلة سياحية إلى أبها.

اكتب العبارات الشرطية الآتية في صورة (إذا... فإن...):

(4) المضلع ذو الأضلاع الأربعة شكل رباعي.

(5) قياس الزاوية الحادة أقل من 90° .

حدّد قيمة الصواب لكلّ من العبارات الشرطية الآتية، فإذا كانت صحيحة فوضّح تبريرك. وإذا لم تكن كذلك فأعطِ مثالاً مضاداً.

(6) إذا كان لديك 5 ريالات، فإن لديك 5 أوراق نقدية من فئة الريال الواحد.

(7) إذا رُمي مكعبان عدديان، وكان مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين يساوي 11، فإن أحد هذين العددين يكون 5.

(8) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإن إحداهما تكون زاوية حادة.

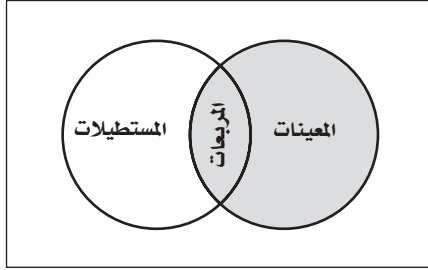
(9) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الآتية، وحدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فاكتب مثالاً مضاداً. "إذا كان 89 يقبل القسمة على 2، فإن 89 عدد زوجي".

1-3 تدريبات حل المسألة

العبارات الشرطية

(5) أشكال فن: رسم عاصم شكل فن؛ ليوضح العلاقة بين الأشكال الرباعية والمستطيلات والمربعات والمعينات. (إرشاد: المُعين شكل رباعي له أربعة أضلاع متطابقة).

الأشكال الرباعية



إذا كان Q يرمز إلى شكل رباعي، فحدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صائبة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فأعط مثلاً مضاداً.

(a) إذا كان Q مربعاً، فإن Q مستطيل.

(b) إذا لم يكن Q مستطيلاً، فإن Q ليس معيناً.

(c) إذا كان Q مستطيلاً ولكن ليس مربعاً، فإن Q ليس معيناً.

(d) إذا لم يكن Q معيناً، فإن Q ليس مربعاً.

(1) أبحاث طبية: قرأ عليّ في أحد الأبحاث أن الأشخاص الذين يتعرضون لأشعة الشمس فترات طويلة يكونون أكثر عرضة للإصابة بسرطان الجلد، فهل يمكن أن يستنتج عليّ من هذه المعلومة أنه سيقبل احتمال إصابته بسرطان الجلد، إذا امتنع عن التعرض لأشعة الشمس فترات طويلة؟

(2) ميراث: يقول زيد: إن نصيبي من ميراث أبي سيكون مثل نصيب أخي بحسب القواعد الشرعية، اكتب هذه العبارة في صورة (إذا... فإن...).

(3) الحجز الإلكتروني: يتضمن موقع إلكتروني لحجز تذاكر الطيران الخيار: "إذا كنت تريد تحديد مقعدك في الطائرة، فادفع رسوماً إضافية مقدارها 20 ريالاً". اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لهذه العبارة.

(4) دواء: كُتب على قارورة دواء العبارة الآتية "إذا كنت ستقود السيارة، فيجب ألا تتناول هذا الدواء"، اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لهذه العبارة.

1-3 التدريبات الإثرائية

إثبات التكافؤ المنطقي:

تكون العبارتان متكافئتين منطقيًا، إذا كان لهما قيم الصواب نفسها. هناك طريقة أخرى لإثبات التكافؤ المنطقي لبعض العبارات دون اللجوء لجداول الصواب، ولكن بالاعتماد على:

$$(1) \sim(p \wedge q) \text{ يكافئ منطقيًا } \sim p \vee \sim q$$

$$(2) \sim(p \vee q) \text{ يكافئ منطقيًا } \sim p \wedge \sim q$$

$$(3) p \text{ يكافئ منطقيًا } \sim(\sim p)$$

$$(4) \text{ خاصية التعدي للتكافؤ المنطقي.}$$

مثال

استعمل القواعد أعلاه لإثبات أن: $\sim(\sim p \wedge \sim q)$ تكافئ منطقيًا $p \vee q$

الحل:

$$\sim(\sim p \wedge \sim q) \text{ تكافئ منطقيًا } \sim(\sim p) \vee \sim(\sim q) \quad \text{بحسب القاعدة 1}$$

$$\sim(\sim p) \vee \sim(\sim q) \text{ تكافئ منطقيًا } p \vee q \quad \text{بحسب القاعدة 3}$$

إذن:

$$\sim(\sim p \wedge \sim q) \text{ تكافئ منطقيًا } p \vee q \quad \text{بحسب القاعدة 4}$$

تمارين

أثبت أن كلاً من العبارتين متكافئتان منطقيًا فيما يأتي:

$$(1) p \wedge q, \sim(\sim p \vee \sim q)$$

$$(2) \sim p \vee (\sim q \wedge r), \sim(p \wedge (q \vee \sim r))$$

1-4 تدريبات إعادة التعليم

التبرير الاستنتاجي

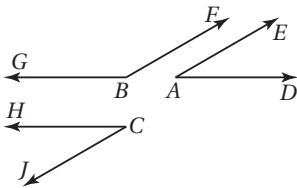
قانون الفصل المنطقي:

التبرير الاستنتاجي: هو عملية استعمال الحقائق أو القواعد أو التعريفات أو الخصائص، للوصول إلى نتائج منطقية من عبارة معطاة، وأحد أشكال التبرير الاستنتاجي الذي يُتوصل بواسطته إلى نتيجة من عبارة شرطية صائبة $p \rightarrow q$ ، وعبارة صائبة p ، يُدعى قانون الفصل المنطقي.

قانون الفصل المنطقي	إذا كانت $p \rightarrow q$ صائبة، وكانت p صائبة، فإن q تكون صائبة.
---------------------	--

مثال

حدّد ما إذا كان الاستنتاج في كلّ ممّا يأتي صحيحاً أم لا، اعتماداً على المعطيات، وبرّر إجابتك.



(a) **المعطيات:** الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها تكونان متطابقتين.

$\angle A$ و $\angle C$ مكملتان للزاوية $\angle B$.

• **الاستنتاج:** $\angle A$ و $\angle C$ متطابقتان.

العبارة $\angle C$ و $\angle A$ مكملتان للزاوية $\angle B$ ، هي الفرض في العبارة الشرطية، إذن النتيجة صحيحة بحسب قانون الفصل.

(b) **المعطيات:** إذا أراد أحمد أن يشترك في سباق الدراجات، فإنه يلبس خوذة على رأسه.

لبس أحمد خوذة على رأسه.

• **الاستنتاج:** يريد أحمد أن يشترك في سباق الدراجات.

العبارة المعطاة هي النتيجة في العبارة الشرطية الصائبة، ولكن معرفة صواب العبارة الشرطية وصواب نتيجتها لا تجعل الفرض صائباً. يُمكن أن يكون أحمد قد لبس الخوذة لسبب آخر غير الاشتراك في سباق الدراجات؛ لذا فالاستنتاج غير صحيح.

تمارين

حدّد ما إذا كان الاستنتاج في كلّ ممّا يأتي صحيحاً أم لا، اعتماداً على المعطيات، وبرّر إجابتك.

(1) • **المعطيات:** إذا كان العدد يقبل القسمة على 6، فإنه يقبل القسمة على 3.

العدد 18 يقبل القسمة على 6.

• **الاستنتاج:** العدد 18 يقبل القسمة على 3.

(2) • **المعطيات:** إذا كان الحيوان الأليف أرنّباً، فإنه يأكل الجزر.

اشترى هيثم حيواناً أليفاً يأكل الجزر.

• **الاستنتاج:** الحيوان الأليف الذي اشتراه هيثم هو الأرنّب.

(3) • **المعطيات:** إذا كانت الدجاجة حمراء اللون، فإنها تضع بيضاً بني اللون.

دجاجة أسماء حمراء اللون.

• **الاستنتاج:** تضع دجاجة أسماء بيضاً بني اللون.

(تتمة)

1-4 تدريبات إعادة التعليم

التبرير الاستنتاجي

قانون القياس المنطقي:

هناك طريقة أخرى لاستنباط النتائج، هي استعمال قانون القياس المنطقي، ويمكنك هذا القانون من الوصول إلى نتائج من عبارتين شرطيتين صائبتين، إذا كانت نتيجة إحداهما فرضاً للآخرى.

قانون القياس المنطقي	إذا كانت $p \rightarrow q$ صائبة، وكانت $q \rightarrow r$ صائبة، فإن $p \rightarrow r$ صائبة.
----------------------	---

مثال

كلتا العبارتين الشرطيتين أدناه صائبتان، استعمل قانون القياس المنطقي للتوصل إلى نتيجة صحيحة، واذكرها.

(1) إذا كان العدد طبيعياً، فإنه عدد صحيح.

(2) إذا كان العدد صحيحاً، فإنه عدد نسبي.

p : العدد طبيعي.

q : العدد صحيح.

r : العدد نسبي.

العبارتان الشرطيتان هما $p \rightarrow q$ و $q \rightarrow r$ ، بتطبيق قانون القياس المنطقي، نتوصل إلى نتيجة صحيحة هي $p \rightarrow r$ ، والعبرة التي تمثل $p \rightarrow r$ هي: "إذا كان العدد طبيعياً، فإنه عدد نسبي".

تمارين

استعمل قانون القياس المنطقي، للتوصل إلى نتيجة صحيحة من كل مجموعة من العبارات المعطاة إن أمكن ذلك، وإلا فاكتب "لا توجد نتيجة صحيحة"، وبرر ذلك.

(1) إذا اتبعت نظام حمية معين، فستفقد 5 كيلوجرامات من وزنك.

فقدت 5 كيلوجرامات من وزنك.

(2) إذا كانت الزاوية مكملّة لزاوية منفرجة، فإنها زاوية حادة.

إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها أقل من 90° .

(3) إذا كان قياس $\angle A$ أقل من 90° ، فإنها زاوية حادة.

إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة، فإن $\angle B \cong \angle A$.

(4) إذا كانت الزاوية قائمة، فإن قياسها يساوي 90° .

إذا تعامد مستقيمان، فإنهما يصنعان زاوية قائمة.

(5) إذا ذكرت استعداداً للاختبار، فإنك ستحصل على درجة مرتفعة.

درجتك في الاختبار مرتفعة.

1-4 تدريبات المهارات

التبرير الاستنتاجي

حدّد ما إذا كان الاستنتاج صحيحًا اعتمادًا على المعطيات، وبرّر إجابتك.

- (1) • المعطيات: إذا كان مجموع قياسيّ زاويتين يُساوي 180° ، فإن الزاويتين متكاملتان.
 $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$
 • الاستنتاج: $\angle A$ و $\angle B$ زاويتان متكاملتان.

- (2) • المعطيات: إذا كان مجموع قياسيّ زاويتين يساوي 90° ، فإن الزاويتين متتامتان.
 $m\angle ABC = 45^\circ$ و $m\angle DEF = 48^\circ$
 • الاستنتاج: $\angle ABC$ و $\angle DEF$ زاويتان متتامتان.

- (3) • المعطيات: إذا كان مجموع قياسيّ زاويتين يساوي 180° ، فإن الزاويتين متكاملتان.
 $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على خطٍّ مستقيم.
 • الاستنتاج: $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متكاملتان.

استعمل قانون القياس المنطقي؛ للحصول على نتيجةٍ صحيحةٍ من العبارات المعطاة إن أمكن ذلك. وإلاّ فاكتب "لا توجد نتيجة صحيحة". وبرّر إجابتك.

- (4) إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90° .
 إذا كان مجموع قياسيّ الزاويتين يساوي 90° ، فإن الزاويتين حادتان.

- (5) إذا استمرت موجة الحر، فسيزداد استعمال المكيفات،
 إذا زاد استعمال المكيفات، فستزداد تكلفة الطاقة.

- (6) إذا كان اليوم هو الثلاثاء، فسيأخذ عثمان حصّة كيمياء.
 إذا أخذ عثمان حصّة كيمياء، فإنه سيصل إلى البيت الساعة 2 مساءً.

- (7) إذا كان الحيوان البحري (نجم البحر)، فإنه يعيش في منطقة المدّ من المحيط.
 منطقة المدّ من المحيط هي المنطقة الأقل استقرارًا من بين مناطق المحيط.

1-4 تدريبات حل المسألة

التبرير الاستنتاجي

(1) ألعاب: وُضع هذان الإعلانان على مدخل مغارة الأشباح في مدينة الألعاب:

لا يُسمح بدخول
من هم دون
8 سنوات
إلا بصحبة
أحد الوالدين.

لا يُسمح بدخول
من هم دون
5
سنوات.

وفي داخل المغارة وُجد طفل مع أحد والديه، فإذا يمكن أن تستنتج حول عمر هذا الطفل، اعتمادًا على الإعلانين المعلقين على مدخل المغارة؟

(2) منطق: عندما ذهب والد محمد إلى عمله أعطى محمدًا بعض التعليمات. "إذا احتجت إلي...، يمكنك محادثتي على هاتفي المحمول...، وإذا لم أجبك فهذا يعني أنني في اجتماع لن يستمر أكثر من 30 دقيقة، وسأنتصل بك مرة أخرى عند انتهاء الاجتماع". اتصل محمد بوالده، ولكن والده لم يرد على مكالمته. فاستنتج محمد أن عليه الانتظار 30 دقيقة على الأكثر، قبل أن يحصل على مكالمته من والده. ما القانون المنطقي الذي استعمله محمد للوصول إلى هذه النتيجة؟

(3) حجج: إذا كان الحاج قادمًا من نجد إلى مكة، فإنه يُحرّم من قرن المنازل، اكتب نتيجةً صحيحةً للفرض الآتي: "إذا لم يُحرّم فايزٌ من قرن المنازل..."

(4) مقابلة: دخل سلمان عمارةً لمقابلة المدير المالي في الطابق الخامس عشر، فأشار عليه موظف الاستقبال باستعمال المصعد الأحمر، وفي أثناء بحثه عن المصعد الأحمر وجد أنه يقع بجانب خزنة تُعرض فيها عملات قديمة نادرة، فاستقل المصعد الأحمر، وعندما التقى المدير سأله: "هل أعجبتك العملات الموجودة في الخزنة؟"، كيف استنتج المدير أن سلمان رأى خزنة العملات؟

(5) أنظمة: ينص القانون على أنه لا يحق لمن يقلُّ عمره عن 21 عامًا أن يتقدم للانتخابات في المجلس البلدي، ومن يقل عمره عن 18 عامًا لا يحق له الحصول على رخصة قيادة، حدّد الأعمار الممكنة التي تصفها كل حالة فيما يأتي:

(a) لا يحق لـ "جابر" أن يتقدم لانتخابات المجلس البلدي، ولكن يحق له الحصول على رخصة قيادة.

(b) لا يحق لـ "خالد" الحصول على رخصة قيادة، ولكن يحق له أن يتقدم لانتخابات المجلس البلدي.

1-4 التدريبات الإثرائية

الاستنتاجات الصحيحة والاستنتاجات الخاطئة :

ماذا يمكنك أن تستنتج من العبارات الآتية؟

- (1) خالد طالب. (2) خالد متفوق. (3) الطالب يتفوق إذا ركز في دراسته.

من العبارتين (1) و (3) نستطيع أن نستنتج أن خالدًا سيتفوق إذا ركز في دراسته، لكنه من الخطأ أن نستنتج من العبارتين (2) و (3) أن خالدًا ركز في دراسته.

في مثل هذا الاستنتاج، نكون قد طبقنا منطقًا مغلوطًا مثل عبارة: "خالد ركز في دراسته"، وهو منطق مضلل لا يستند إلى المنطق الرياضي بدقة.

ويمكن كتابة العبارة (3) في صورة (إذا... فإن...) على النحو الآتي: (إذا ركز الطالب في دراسته فإنه سيتفوق). وعادةً يستعمل صانعو الإعلانات المنطق المغلوط بخفية، من أجل بيع سلعة معينة، ادرس الاستنتاجات الآتية لتحديد أيها صحيح وأيها خاطئ.

حدّد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية صحيحة أم خاطئة:

- (1) • إذا اشترت حقيبة من نوع "الجلدية المبطنّة"، فإنها تعمّر طويلاً.
- اشترى عمر حقيبة من نوع "الجلدية المبطنّة"، استنتاج: حقيبة عمر تعمّر طويلاً.
- (2) • إذا اشترت حقيبة من نوع "الجلدية المبطنّة"، فإنها تعمّر طويلاً.
- حقيبة عمر عمّرت طويلاً. استنتاج: حقيبة عمر من نوع "الجلدية المبطنّة".
- (3) • إذا استعملت معجون أسنان بالفلورايد، فإنك ستحظى بأسنان بيضاء جميلة.
- أسنان نواف بيضاء جميلة. استنتاج: استعمل نواف معجون أسنان بالفلورايد.
- (4) • إذا قرأت كتاب "المأكولات الشهية"، فستعدين طعاماً شهياً بسهولة.
- قرأت نعمة كتاب "المأكولات الشهية". استنتاج: تستطيع نعمة أن تعدّ طعاماً شهياً.
- (5) • إذا تدرّبت على استعمال برمجة معالجة النصوص، فستستطيع أن تكتب رسائل بسرعة أكبر.
- تدرّب أحمد على استعمال برمجة معالجة النصوص. استنتاج: يستطيع أحمد أن يكتب الرسائل بسرعة أكبر.
- (6) • الأطباء الجراحون يستعملون القفازات الطبية.
- استعمل قاسم قفازات طبية. استنتاج: قاسم طبيب جراح.

(7) اكتب مثلاً على استنتاج منطقيّ مغلوط شاهدته في بعض الإعلانات.

5-1

تدريبات إعادة التعليم
المسلّمات والبراهين الحرة

النقاط والمستقيمات والمستويات:

المسلّمة هي العبارة التي تُقبل على أنها صحيحة دون برهان، والمسلّمات تصف علاقاتٍ أساسيةً في الهندسة.

المسلّمة 1.1:	كل نقطتين يمر بهما مستقيم واحد.
المسلّمة 1.2:	كل ثلاث نقاط لا تقع على مستقيم واحد يمرُّ بها مستوى واحد.
المسلّمة 1.3:	كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.
المسلّمة 1.4:	كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.
المسلّمة 1.5:	إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن المستقيم الوحيد الذي يحوي هاتين النقطتين يقع كلياً في ذلك المستوى.
المسلّمة 1.6:	إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.
المسلّمة 1.7:	إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

مثال

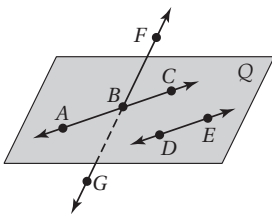
حدّد ما إذا كانت الجمل الآتية صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً، وبرّر إجابتك:

- (a) يوجد مستوى واحد فقط يحوي النقاط الثلاث A, B, C .
صحيحة أحياناً؛ بحسب المسلمة 1.2، إذا كانت النقاط A, B, C على استقامة واحدة، فإنه يوجد عدّة مستويات تحويها. أما إذا لم تكن هذه النقاط على استقامة واحدة، فإنه يوجد مستوى واحد فقط يحويها.
- (b) النقطتان E و F يمرّ بهما مستقيم واحد.
صحيحة دائماً؛ بحسب المسلمة 1.1 التي تنصّ على أنه يوجد مستقيم واحد فقط يمرّ بأي نقطتين.
- (c) يتقاطع مستقيمان في نقطتين مختلفتين M و N .
غير صحيحة أبداً؛ يتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة فقط، بحسب المسلمة 1.6.

تمارين

بيّن ما إذا كانت الجمل الآتية صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً، وبرّر إجابتك:

- (1) يمرّ المستقيم بنقطة واحدة فقط.
- (2) أيّ مستقيمين l و m يكونان متقاطعين.
- (3) إذا وقعت النقطتان G و H في المستوى M ، فإن \overline{GH} يكون عمودياً على المستوى M .
- (4) يتقاطع المستويان R و S في النقطة T .
- (5) إذا لم تكن النقاط A, B, C على استقامة واحدة، فإن القطع المستقيمة $\overline{CA}, \overline{BC}, \overline{AB}$ تقع في مستوى واحد فقط.



في الشكل المجاور، \overline{AC} و \overline{DE} واقعتان في المستوى Q ، اذكر المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات صحة كلّ من العبارتين الآتيتين:

(6) يوجد مستوى واحد فقط يحتوي على النقاط F, B, E .

(7) يقع \overleftrightarrow{BE} في المستوى Q .

1-5

تدريبات إعادة التعليم
المسلّمات والبراهين الحرة

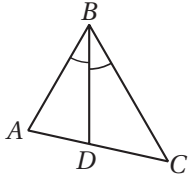
(تتمة)

البراهين الحرة:

الحجة المنطقية التي تستعمل التبرير الاستنتاجي للوصول إلى نتيجة صحيحة تُسمى برهاناً، وأحد أنواع البراهين، هو البرهان الحر الذي تُكتب فيه فقرة تفسر الأسباب التي تجعل العبارة صحيحة. العبارة التي يمكن إثبات صحتها تسمى نظرية. ويمكنك استعمال التعريفات والمسلّمات والنظريات المبرهنة في إثبات صحة عبارات أخرى.

مثال

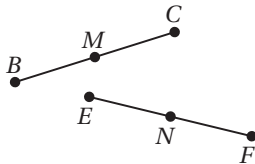
في $\triangle ABC$ ، \overline{BD} منصف الزاوية $\angle ABC$ ، اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن: $\angle CBD \cong \angle ABD$



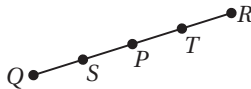
من تعريف منصف الزاوية، نعلم أنه يقسمها إلى زاويتين متطابقتين، ولما كانت \overline{BD} منصف زاوية، فإنها تقسم $\angle ABC$ إلى زاويتين متطابقتين؛ لذا فإن: $\angle CBD \cong \angle ABD$.

تمارين

1) إذا علمت أن $\angle A \cong \angle D$ ، وأن $\angle D \cong \angle E$ ، فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $\angle A \cong \angle E$.



2) إذا علمت أن $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، وأن M نقطة منتصف \overline{BC} ، وأن N نقطة منتصف \overline{EF} ، فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $BM = EN$.



3) إذا علمت أن S نقطة منتصف \overline{QP} ، وأن T نقطة منتصف \overline{PR} ، وأن P نقطة منتصف \overline{ST} ، فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $QS = TR$.

1-5

تدريبات المهارات

المسلّمات والبراهين الحرة

اذكر المسلمة التي تبرّر صحة كل عبارة ممّا يأتي:

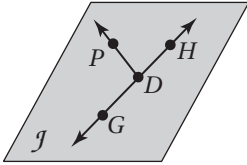
(1) المستويان O و M يتقاطعان في المستقيم r

(2) المستقيم p يقع في المستوى \mathcal{N} .

حدّد ما إذا كانت الجمل الآتية صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً، وبرّر إجابتك.
(3) النقاط الثلاث التي تقع على استقامة واحدة تحدّد مستوى واحداً.

(4) النقطتان A, B تحدّدان مستقيماً واحداً.

(5) يحتوي المستوى على ثلاثة مستقيمات على الأقل.



في الشكل المجاور، يقع كلٌّ من \overrightarrow{DG} و \overrightarrow{DP} في المستوى J ، وتقع H على \overleftrightarrow{DG} .

اذكر المسلمة التي تبرّر صحة كلّاً من العبارتين الآتيتين:

(6) G و P تقعان على الخط المستقيم نفسه.

(7) النقاط D, H, P تقع في المستوى نفسه.

(8) برهان: في الشكل المجاور، النقطة B نقطة منتصف \overline{AC} ،

والنقطة C نقطة منتصف \overline{BD} ، اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن:

$$AB = CD$$

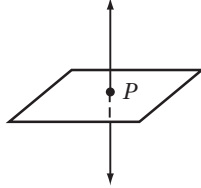


1-5

تدريبات حل المسألة

المسلمات والبراهين الحرة

(4) **نقاط:** يدّعي خالد أن المستقيم يقطع المستوى في نقطة واحدة فقط، ووضّح ادّعاءه هذا بالرسم الآتي:



ويعتقد عامر أنه يمكن أن يتقاطع المستقيم مع المستوى في أكثر من نقطة، فأيهما على صواب؟ فسّر إجابتك.

(5) ركل سعيد كرةً لأعلى في مسارٍ مستقيم.

(a) إذا أراد زياد أن يرسم المسار، فهل يوجد مستوى محدّد ووحيد للرسم، أم أكثر؟

(b) إذا لم تكن حركة الكرة على مستقيم، فهل يستطيع زياد تحديد المستوى الذي يحوي مسار الكرة؟

(1) **بناء:** يقوم أحمد وأسعدُ ببناء سطح لمنزلهما، ويريدان أن يتكوّن السطح من مستويين مائلين يلتقيان عند قنطرة منحنية، فهل ذلك ممكن؟

(2) **خطوط جوية:** تريد شركة طيران أن توفر رحلاتٍ جويةً إلى المدن الآتية: حائل، المدينة المنورة، الرياض، جدة، الدمام، جازان. فرسمت الشركة مستقيماً يصل الواحد منهما بين اثنتين من هذه المدن على الخريطة، إذا لم تكن أيُّ ثلاثٍ من هذه المدن على المستقيم نفسه، فكم مستقيماً رسمت الشركة؟

(3) **رصد:** حاول بحّار رصد حوتٍ بواسطة منظاره، ولكن الحوت كان بعيداً جداً، ولم يظهر على شاشة الرادار، لكنّ البحّار رأى قارباً بعيداً فاتصل به من أجل تحديد اتجاه الحوت. فسّر كيف يمكن أن تساعد هذه المعلومة البحّار على تحديد موقع الحوت، ومتى تكون هذه المعلومة غير مُفيدة؟

1-5 التدريبات الإثرائية

زوجي وفردّي

لتحديد ما إذا كان العدد زوجياً، ننظر إذا كان رقم أحاده يقبل القسمة على 2 أم لا. ولكن هناك تعريفاً رياضياً آخر للعدد الزوجي، ينصّ على أن العدد يكون زوجياً إذا استطعنا كتابته في صورة $2k$ لعدد صحيح k .

يوظف البرهان الآتي هذا التعريف؛ لإثبات أن مجموع عددين زوجيين يكون عدداً زوجياً أيضاً.

• **المعطيات:** m, n عددان زوجيان.

• **المطلوب:** $m+n$ عدد زوجي.

• **البرهان:** بما أن m و n عددان زوجيان، فبحسب تعريف العدد الزوجي، يمكن كتابتهما في صورة $m = 2\ell$ و $n = 2j$ ، حيث ℓ, j عددان صحيحان. نريد أن نبيّن أنه يمكن كتابة $m + n$ في صورة $2k$ ، لعدد صحيح k ؛ لإثبات أن $m + n$ عدد زوجي. يمكن كتابة $m + n$ في الصورة $2\ell + 2j$ أو $2(\ell + j)$ باستعمال خاصية التوزيع. ولما كان ℓ و j عددين صحيحين، فإن $\ell + j$ يساوي عدداً صحيحاً وليكن k ؛ أي أن $m + n$ يساوي $2k$ حيث k ، عدد صحيح، وعليه فإن $m + n$ عدد زوجي.

وتعريف العدد الفردي ينصّ على أن العدد يكون فردياً، إذا أمكن أن نكتبه في صورة $2k + 1$ لعدد صحيح k .

استعمل تعريف العدد الزوجي والعدد الفردي؛ لكتابة برهانٍ حرّ لكلٍّ من العبارات الآتية:

(1) مجموع عددين فرديين يكون عدداً زوجياً.

(2) ناتج ضرب عددين فرديين يكون عدداً فردياً.

(3) ناتج ضرب عددين زوجيين يكون عدداً زوجياً.

1-6 تدريبات إعادة التعليم

البرهان الجبري

البرهان الجبري:

سلسلة الخطوات الجبرية المرتبة لحل مسألة مع تبرير كل خطوة يطلق عليها البرهان الجبري. والجدول الآتي يبين خصائص صحيحة لأي أعداد حقيقية مثل: a, b, c .

خاصية الجمع والطرح للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a + c = b + c$ و $a - c = b - c$.
خاصية الضرب والقسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ فإن $a \cdot c = b \cdot c$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$.
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكن استبدال a بالعدد b في أي معادلة أو عبارة.
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$.

ويمكن كتابة البرهان بحيث يكون ترتيب العبارات في عمود، والتبريرات في عمود مواز له. ويسمى عندها البرهان ذا العمودين.

مثال

أثبت أنه إذا كان: $6x + 2(x - 1) = 30$ ، فإن $x = 4$ ، ثم اكتب تبريراً لكل خطوة.

الخطوات الجبرية	الخصائص
$6x + 2(x - 1) = 30$	المعطيات
$6x + 2x - 2 = 30$	خاصية التوزيع
$8x - 2 = 30$	بسّط
$8x - 2 + 2 = 30 + 2$	خاصية الجمع للمساواة
$8x = 32$	بسّط
$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$	خاصية القسمة للمساواة
$x = 4$	بسّط

تمارين

أكمل البرهانين الآتيين:

(2) المعطيات: $4x + 8 = x + 2$

المطلوب: إثبات أن $x = -2$

البرهان:

المبررات	العبارات
(a) ؟	$4x + 8 = x + 2$ (a)
(b) ؟	$4x + 8 - x = x + 2 - x$ (b)
(c) بالتبسيط	$3x + 8 = 2$ (c)
(d) خاصية الطرح للمساواة	(d) ؟
(e) بالتبسيط	(e) ؟
(f) ؟	$\frac{3x}{3} = -\frac{6}{3}$ (f)
(g) بالتبسيط	(g) ؟

(1) المعطيات: $\frac{4x+6}{2} = 9$

المطلوب: إثبات أن $x = 3$

البرهان:

المبررات	العبارات
(a) ؟	$\frac{4x+6}{2} = 9$ (a)
(b) خاصية الضرب للمساواة	$2(\frac{4x+6}{2}) = 2(9)$ (b)
(c) ؟	$4x + 6 = 18$ (c)
(d) ؟	$4x + 6 - 6 = 18 - 6$ (d)
(e) بالتبسيط	$4x = \text{؟}$ (e)
(f) خاصية القسمة للمساواة	$\frac{4x}{4} = \text{؟}$ (f)
(g) بالتبسيط	(g) ؟

(تتمة)

1-6 تدريبات إعادة التعليم

البرهان الجبري

البرهان الهندسي:

تُعبّر الأعداد في الهندسة عن قياسات، ولذلك يمكن استعمال خصائص الأعداد الحقيقية في البرهان الهندسي، والجدول الآتي يوضح بعض الخصائص الجبرية التي تُستعمل في البراهين.

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$ ، فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كان $AB = CD$ و $CD = EF$ ، فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

مثال

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان: $m\angle 1 = m\angle 2$ ، $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$

المعطيات: $m\angle 1 = m\angle 2$ ، $m\angle 2 = m\angle 3$ المطلوب: إثبات أن: $m\angle 1 = m\angle 3$ **البرهان:**

المبررات	العبارات
(1) معطيات	$m\angle 1 = m\angle 2$ (1)
(2) معطيات	$m\angle 2 = m\angle 3$ (2)
(4) خاصية التعدي للمساواة	$m\angle 1 = m\angle 3$ (3)

تمارين

اذكر الخاصية التي تبرّر كل عبارة مما يأتي:

(1) إذا كان: $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن: $m\angle 2 = m\angle 1$.(2) إذا كان: $m\angle 1 = 90^\circ$ ، و $m\angle 2 = m\angle 1$ ، فإن: $m\angle 2 = 90^\circ$.(3) إذا كان: $AB = RS$ و $RS = WY$ ، فإن: $AB = WY$.(4) إذا كان: $AB = CD$ ، فإن: $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$.(5) إذا كان: $m\angle 1 + m\angle 2 = 110^\circ$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن: $m\angle 1 + m\angle 3 = 110^\circ$.(6) $RS = RS$ (7) إذا كان: $AB = RS$ و $TU = WY$ ، فإن: $AB + TU = RS + WY$.(8) إذا كان: $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن: $m\angle 1 = m\angle 3$.(9) إذا كان قانون مساحة المثلث $A = \frac{1}{2}bh$ ، فإن bh تساوي مثلي مساحة المثلث.

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة هذا التخمين.

1-6 تدريبات المهارات

البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرّر كل عبارة ممّا يأتي:

(1) إذا كان: $m\angle A = 80^\circ$ ، فإن: $m\angle A = 80^\circ$.

(2) إذا كان: $RS = TU$ و $RS = YP$ ، فإن: $RS = YP$.

(3) إذا كان: $7x = 28$ ، فإن: $x = 4$.

(4) إذا كان: $VR + TY = EN + TY$ ، فإن: $VR = EN$.

(5) إذا كان: $m\angle 1 = 30^\circ$ و $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن: $m\angle 2 = 30^\circ$.

أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $8x - 5 = 2x + 1$

المطلوب: إثبات أن $x = 1$

البرهان:

المبررات	العبارات
(a) ؟	(a) $8x - 5 = 2x + 1$
(b) ؟	(b) $8x - 5 - 2x = 2x + 1 - 2x$
(c) بالتبسيط	(c) ؟
(d) خاصية الجمع للمساواة	(d) ؟
(e) ؟	(e) $6x = 6$
(f) ؟	(f) $\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$
(g) ؟	(g) ؟

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة التخمين الآتي:



(6) إذا كان: $\overline{PQ} \cong \overline{QS}$ و $\overline{QS} \cong \overline{ST}$ ، فإن: $PQ = ST$.

1-6 تدريبات حل المسألة

البرهان الجبري

(4) **آنية فخارية**: تقوم كل من آمنة وفاطمة بطلاء آنية فخارية. وبإمكان كل منهما طلاء 8 آنية كل ساعة. وفي أحد الأيام عملت فاطمة 6 ساعات، في حين عملت آمنة 9 ساعات. فما عدد الآنية التي قامتا بطلائها في ذلك اليوم؟

(5) **أعمار**: يزيد عمر والد حسن ثماني سنوات على 4 أمثال عمر حسن، وعمر والد حسن يساوي 36 سنة.

(a) عبّر عن هذه المعطيات بمعادلة جبرية بالمتغير x مفترضاً أن عمر حسن يساوي x .

(b) املاء الفراغات في الجدول أدناه، والذي يبيّن الخطوات المستعملة لمعرفة عمر حسن مع الخاصية التي تبرّر كل خطوة.

الخطوات الجبرية	الخصائص
(1) _____ ؟	(1) المعادلة الأصلية
(2) _____ ؟	(2) خاصية الطرح للمساواة
(3) $4x = 28$	(3) _____ ؟
(4) $\frac{4x}{4} = \frac{28}{4}$	(4) _____ ؟
(5) _____ ؟	(5) بالتبسيط

(1) **ماعز**: لدى كل من قاسم وفواز العدد نفسه من الماعز، وكذلك لدى كل من فواز وفهد العدد نفسه من الماعز. فهل لدى كل من قاسم وفهد العدد نفسه من الماعز؟ برّر إجابتك.

(2) **نقود**: لدى كل من عثمان وسلمان المبلغ نفسه من النقود. ويريدان أن يتشاركا في شراء حلوى، بحيث يقتسمان ثمنها بالتساوي، فهل يبقى مع كل منهما المبلغ نفسه بعد شراء الحلوى؟ برّر إجابتك.

(3) **تصنيع**: تنتج شركة قطعاً إلكترونية صغيرة، قيمة كل قطعة 6.50 ريالاً، ويُنْتِج خط الإنتاج الأول 4443 قطعة، وينتج خط الإنتاج الثاني 5557 قطعة، ولَمَّا سُئِلَ المُشْرِفُ على الإنتاج عن القيمة الكلية للقطع، أجاب على الفور أنها "65000 ريال". فسّر كيف استطاع المشرف إعطاء النتيجة بهذه السرعة دون إجراء العمليات الحسابية.

1-6 التدريبات الإثرائية

خصائص التماثل والانعكاس والتعدي:

تحقق علاقة المساواة ثلاث خصائص مهمة هي:

الانعكاس $a = a$

التماثل إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.

التعدي إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$.

وهناك علاقات أخرى تحقق بعض هذه الخصائص أو كلها، خذ العلاقة الآتية "بجانب" لثلاثة طلاب (صالح، سعد، حمد)، أي الخصائص أعلاه تكون صحيحة لهذه العلاقة؟

صالح بجانب صالح . خاطئة

إذا كان صالح بجانب سعد، فإن سعدًا بجانب صالح . صحيحة

إذا كان صالح بجانب سعد وسعد بجانب حمد؛ فإن صالحًا بجانب حمد؛ خاطئة

أي أن خاصية التماثل وحدها صحيحة للعلاقة "بجانب".

اذكر أي الخصائص (التماثل، الانعكاس، التعدي) تكون صحيحة لكل من العلاقات الآتية:

(1) أطول من (2) من ذرية

(3) عمودي على (4) لا يساوي

(5) أشد دفئًا من (6) أقل من أو يساوي

(7) شقيقة لـ (8) صديق لـ

(9) اكتب مثالين لعلاقيتين، واذكر أي الخصائص الثلاث تحققها هاتان العلاقتان.

1-7

تدريبات إعادة التعليم

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

جمع أطوال القطع المستقيمة:

هناك مسلمتان أساسيتان في التعامل مع القطع المستقيمة وأطوالها هما: مسلمة أطوال القطع المستقيمة التي يقوم عليها خط الأعداد، ومسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة، التي توضح معنى أن تقع نقطة بين نقطتين آخرين.

مسلمة أطوال القطع المستقيمة	النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة، يمكن ربطها بأعداد حقيقية. وكل عدد حقيقي يقابل نقطة واحدة على المستقيم أو القطعة المستقيمة.
مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	إذا كانت A, B, C ، ثلاث نقاط على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C ، إذا وفقط إذا كان: $AB + BC = AC$.

مثال

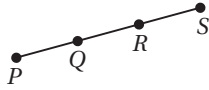
اكتب برهاناً ذا عمودين

أثبت أنه إذا كانت Q نقطة منتصف \overline{PR} و R نقطة منتصف \overline{QS} ، فإن $QS = PR$

المعطيات: Q نقطة منتصف \overline{PR} و R نقطة منتصف \overline{QS}

المطلوب: إثبات أن $QS = PR$

البرهان:



المبررات	العبارات
(1) معطيات	Q نقطة منتصف \overline{PR} و R نقطة منتصف \overline{QS}
(2) تعريف نقطة المنتصف	$PQ = QR, QR = RS$
(3) خاصية التعدي للمساواة	$PQ = RS$
(4) خاصية الجمع للمساواة	$PQ + QR = QR + RS$
(5) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$PQ + QR = PR, QR + RS = QS$
(6) خاصية التعويض للمساواة	$PR = QS$

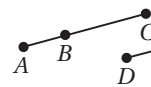
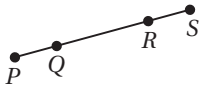
تمارين

أكمل كلا من البرهانين الآتيين:

(2) المعطيات: Q تقع بين P و R ، R تقع بين Q و S ، $PR = QS$

المطلوب: إثبات أن $PQ = RS$

البرهان:



(1) المعطيات: $BC = DE$

المطلوب: إثبات أن: $AB + DE = AC$

البرهان:

المبررات	العبارات	المبررات	العبارات
(1) معطيات	Q تقع بين P و R	(1) ؟	$BC = DE$ (1)
(2) ؟	$PQ + QR = PR$ (2)	(2) ؟	مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة
(3) ؟	R تقع بين Q و S	(3) ؟	$AB + DE = AC$ (3)
(4) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	؟ (4)		
(5) ؟	$PR = QS$ (5)		
(6) ؟	$PQ + QR = QR + RS$ (6)		
(7) ؟	$PQ + QR - QR = QR + RS - QR$ (7)		
(8) بالتبسيط	؟ (8)		

1-7

تدريبات إعادة التعليم

(تمة)

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

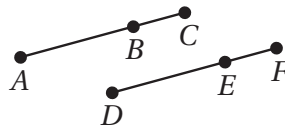
تطابق القطع المستقيمة :

تذكر أن أطوال القطع المستقيمة أعداد تحقق خصائص الانعكاس والتمائل والتعدي للمساواة. ولما كانت القطع المستقيمة التي لها الطول نفسه متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة يحقق خصائص الانعكاس والتمائل والتعدي أيضًا.

خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$.

مثال

اكتب برهانًا ذا عمودين



أثبت أنه إذا كانت: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ و $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، فإن: $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، و $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

المطلوب: إثبات أن $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ (1)
(2) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$AB = DE$ ، $BC = EF$ (2)
(3) خاصية الجمع للمساواة	$AB + BC = DE + EF$ (3)
(4) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$AB + BC = AC$ ، $DE + EF = DF$ (4)
(5) خاصية التعويض للمساواة	$AC = DF$ (5)
(6) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{AC} \cong \overline{DF}$ (6)

تمارين

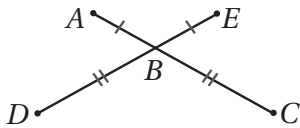
برر كلاً من العبارات الآتية بإحدى خصائص التطابق:

(1) إذا كان: $\overline{DE} \cong \overline{GH}$ ، فإن: $\overline{GH} \cong \overline{DE}$.

(2) إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$ و $\overline{RS} \cong \overline{WY}$ ، فإن: $\overline{AB} \cong \overline{WY}$.

(3) $\overline{RS} \cong \overline{RS}$

(4) في الشكل المقابل، إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{BE}$ ، $\overline{AC} \cong \overline{ED}$ ، أثبت أن $\overline{DB} \cong \overline{BC}$



المبررات	العبارات
(6) ؟	$DE = DB + BE$ (6)
(7) ؟	خاصية الطرح للمساواة (7)
(8) ؟	$DB = BC$ (8)
(9) ؟	تعريف تطابق القطع المستقيمة (9)

المبررات	العبارات
(1) ؟	$\overline{AC} \cong \overline{ED}$ ، $\overline{AB} \cong \overline{BE}$ (1)
(2) ؟	تعريف تطابق القطع المستقيمة (2)
(3) ؟	$AC = AB + BC$ (3)
(4) ؟	خاصية الطرح للمساواة (4)
(5) ؟	$DE - BE = BC$ (5)

7-1 تدريبات المهارات

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

برر كل عبارة مما يأتي مستعملًا إحدى خصائص المساواة أو التطابق أو إحدى المسلّمات:

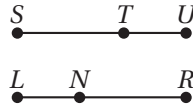
(1) $QA = QA$

(2) إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{CE}$ ، فإن: $\overline{AB} \cong \overline{CE}$.

(3) إذا كانت: Q بين P و R ، فإن: $PR = PQ + QR$.

(4) إذا كان: $AB + BC = AC$ و $AB + BC = EF + FG$ ، فإن: $EF + FG = AC$.

برهان: أكمل كلاً من البرهانين الآتيين:



(5) المعطيات: $\overline{SU} \cong \overline{LR}$

$\overline{TU} \cong \overline{LN}$

المطلوب: إثبات أن $\overline{ST} \cong \overline{NR}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(a) ؟	$\overline{SU} \cong \overline{LR}, \overline{TU} \cong \overline{LN}$ (a)
(b) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	(b) ؟
(c) ؟	$SU = ST + TU$ (c) $LR = LN + NR$
(d) ؟	$ST + TU = LN + NR$ (d)
(e) ؟	$ST + LN = LN + NR$ (e)
(f) ؟	$ST + LN - LN = LN + NR - LN$ (f)
(g) خاصية التعويض للمساواة	(g) ؟
(h) ؟	$\overline{ST} \cong \overline{NR}$ (h)

(6) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: إثبات أن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) ؟
(b) ؟	$AB = CD$ (b)
(c) ؟	$CD = AB$ (c)
(d) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	(d) ؟

1-7

تدريبات حل المسألة

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

(4) **بيوت:** يقيم زيد وجعفر ومحمد في ثلاثة بيوت تقع كلها على المستقيم نفسه، في حين يقع بيت جعفر بين بيتي زيد ومحمد، والمسافة بين بيت زيد وبيت محمد ميل واحد، فهل يمكن أن يبعد بيت جعفر ميلاً واحداً عن كل من بيت زيد وبيت محمد؟

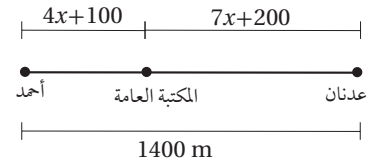
(5) **إضاءة:** وضعت المصابيح A, B, C, D, E في صف واحد. وكان المصباح الأوسط: هو نقطة منتصف المسافة بين المصباحين الثاني والرابع، وهو أيضاً نقطة منتصف المسافة بين المصباحين الأول والأخير. (a) ارسم شكلاً يوضح هذا الوضع.

(b) أكمل البرهان الآتي:
المعطيات: C نقطة منتصف كل من \overline{AE} و \overline{BD} .
المطلوب: إثبات أن $AB = DE$.

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) C نقطة منتصف \overline{AE} و \overline{BD}
(2) ؟	(2) $BC = CD$ و ؟
(3) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	(3) $AC = AB + BC$ $CE = CD + DE$
(4) ؟	(4) $AB = AC - BC$
(5) خاصية التعويض للمساواة	(5) ؟
(6) خاصية الطرح للمساواة	(6) $DE = CE - CD$
(7) ؟	(7) ؟

(1) **أطوال:** خالد أقصر من أخيه سالم ب 11cm ، وبندر أقصر من أخيه سلطان ب 11cm ، إذا كان خالد أقصر من بندر، فقارن بين طولي سالم و سلطان، وقارن بين طوليها إذا كان طول خالد يساوي طول بندر.

(2) **مسافة:** يسكن أحمد على بُعد 1400 m من بيت عدنان، وتقع مكتبة عامة بين بيتيهما، وهي على بُعد $4x + 100$ من بيت أحمد، و $7x + 200$ من بيت عدنان.



ما المسافة بين المكتبة العامة وبين بيت عدنان؟

(3) **أخشاب:** يعمل سعيد في ورشة خشب، فطلب صاحب الورشة من سعيد أن يتحقق مما إذا كان لمجموعة من قطع الخشب الطول نفسه أم لا، وقد كانت القطع مرقمة من 1 إلى 12، فاختر سعيد قطعة الخشب رقم 1، وقارنها ببقية القطع فوجدها جميعاً تساويها في الطول، فسّر كيف عرف سعيد أن القطعتين 7، 10 لهما الطول نفسه، على الرغم من أنه لم يقارن بين طوليها مباشرة؟

7-1 التدريبات الإثرائية

نقطة المنتصف:

سبق لك أن درست صيغة منتصف \overline{AB} :

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right), \text{ حيث إحداثيات } A \text{ هما } (x_1, y_1) \text{ وإحداثيات } B \text{ هما } (x_2, y_2)$$

افترض أن النقطة P تقع على \overline{AB} ، وبُعدها عن A يساوي $\frac{1}{4}$ المسافة من A إلى B .

يقول صالح: إنه يمكن إيجاد إحداثيات P باستعمال الصيغة التالية:

$$P = \left(\frac{x_1 + x_2}{4}, \frac{y_1 + y_2}{4} \right)$$

(1) هل صيغة صالح لإيجاد P صحيحة أم لا؟ فسر إجابتك.

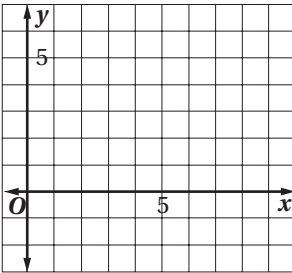
(2) اقترح طريقة لإيجاد إحداثيات النقطة P

استعمل المستوى الإحداثي المجاور للإجابة عن الأسئلة 3-5.

(3) عيّن النقطتين $A(1, -2)$ و $B(7, 4)$.

(4) عيّن النقطة P بين A و B ، على أن يكون $AP = \frac{1}{4}(AB)$ ، وأوجد إحداثيات P .

(5) عيّن النقطة C بين A و B ، على أن يكون $CB = \frac{1}{4}(AB)$. وأوجد إحداثيات C .

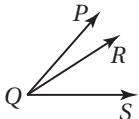


1-8 تدريبات إعادة التعليم

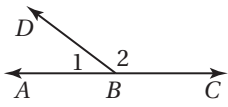
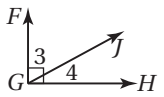
إثبات علاقات بين الزوايا

الزوايا المتتامة والمتكاملة :

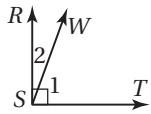
هناك مسلمات أساسيتان للتعامل مع الزوايا هما: مسلمة المنقلة والتي تربط قياسات الزوايا بالأعداد. ومسلمة جمع الزوايا، والتي تبين العلاقة بين أجزاء الزاوية مع الزاوية نفسها.

	يرتبط قياس أي زاوية بعدد حقيقي واحد يقع بين 0° و 180° تقع النقطة R داخل $\angle PQS$ ، إذا وفقط إذا كان: $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$	مسلمة المنقلة مسلمة جمع قياسات الزوايا
---	--	---

يمكن استعمال هاتين المسمتين لإثبات النظريتين الآتيتين:

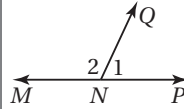
	إذا كانت زاويتان متجاورتين على مستقيم، فإنهما متكاملتان. مثال: $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم؛ لذا فإن: $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتكاملتين
	إذا كَوّن الضلعان غير المشتركين في زاويتين متجاورتين زاوية قائمة، فإن الزاويتين تكونان متتامتين. مثال: في الشكل المجاور $GF \perp GH$ ، لذا فإن: $m\angle 3 + m\angle 4 = 90^\circ$	نظرية الزاويتين المتتامتين

مثال 2 إذا كَوّن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاوية قائمة، وكان $m\angle 2 = 20^\circ$ ، فأوجد $m\angle 1$.



$$\begin{aligned}
 m\angle 2 + m\angle 1 &= 90^\circ && \text{نظرية الزاويتين المتتامتين} \\
 m\angle 1 + 20^\circ &= 90^\circ && \text{بالتعويض} \\
 m\angle 1 &= 70^\circ && \text{خاصية الطرح للمساواة}
 \end{aligned}$$

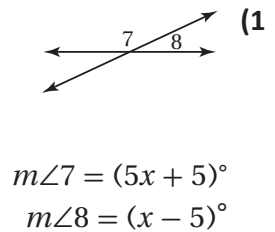
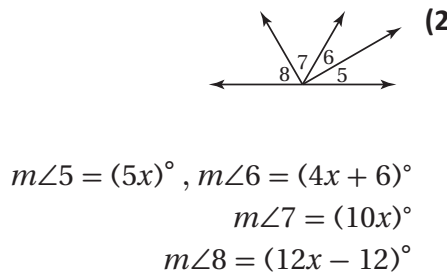
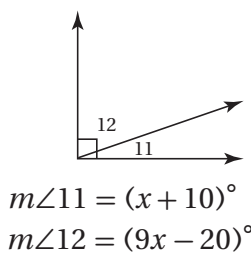
مثال 1 إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتين متجاورتين على مستقيم، وكان $m\angle 2 = 115^\circ$ ، فأوجد $m\angle 1$.



$$\begin{aligned}
 m\angle 1 + m\angle 2 &= 180^\circ && \text{نظرية الزاويتين المتكاملتين} \\
 m\angle 1 + 115^\circ &= 180^\circ && \text{بالتعويض} \\
 m\angle 1 &= 65^\circ && \text{خاصية الطرح للمساواة}
 \end{aligned}$$

تمارين

أوجد قياس كل من الزوايا المُرَقَّمة، ثم اذكر النظرية التي تبرّر إجابتك:



(تمة)

1-8 تدريبات إعادة التعليم

إثبات علاقات بين الزوايا

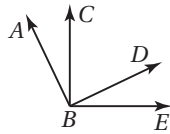
تطابق الزوايا:

تتحقق خصائص الانعكاس والتمائل والتعدي جميعها في علاقة تطابق الزوايا. كما تنطبق النظريات الآتية على الزوايا أيضًا.

نظرية تطابق المكملات 1.6	الزوايا المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.
نظرية تطابق المتممات 1.7	الزوايا المتممات للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.
نظرية الزوايتين المتقابلتين بالرأس 1.8	الزوايا المتقابلتان بالرأس متطابقتان.
النظرية 1.9	يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة.
النظرية 1.10	جميع الزوايا القائمة متطابقة.
النظرية 1.11	المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة.
النظرية 1.12	إذا كانت الزوايا متطابقتين ومتكاملتين، فإنهما قائمتان.
النظرية 1.13	إذا كانت الزوايا المتطابقتان متجاورتين على مستقيم، فإنهما قائمتان.

مثال

أثبت أنه إذا كانت $\angle ABC$ و $\angle CBD$ زاويتان متتامتان، $\angle DBE$ و $\angle CBD$ تكونان زاوية قائمة، فإن $\angle DBE \cong \angle ABC$



المعطيات: $\angle ABC$ و $\angle CBD$ زاويتان متتامتان، $\angle DBE$ و $\angle CBD$ تكونان زاوية قائمة.
المطلوب: إثبات أن $\angle DBE \cong \angle ABC$
البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\angle ABC$ و $\angle CBD$ متتامتان. $\angle CBD$ و $\angle DBE$ تكونان زاوية قائمة.
(2) نظرية الزاويتين المتتامتين.	(2) $\angle CBD$ و $\angle DBE$ متتامتان.
(3) نظرية تطابق المتممات.	(3) $\angle ABC \cong \angle DBE$

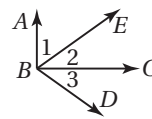
تمارين

أكمل البرهانين الآتيين:

(2) المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم.

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$$

المطلوب: إثبات أن $\angle 1 \cong \angle 2$
البرهان:



(1) المعطيات: $\overline{AB} \perp \overline{BC}$

$\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان

المطلوب: إثبات أن $\angle 2 \cong \angle 3$
البرهان:

المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) $\angle 1$, $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم. $m\angle 1 + m\angle 3 = 180^\circ$
(b) نظرية الزاويتين المتكاملتين.	(b) ؟
(c) ؟	(c) $\angle 1$ مكمل لـ $\angle 3$
(d) نظرية تطابق المكملات.	(d) ؟

المبررات	العبارات
(a) ؟	(a) $\overline{AB} \perp \overline{BC}$
(b) تعريف التعامد	(b) ؟
(c) تعريف الزاوية القائمة.	(c) $m\angle ABC = 90^\circ$
(d) ؟	(d) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$
(e) بالتعويض	(e) $90^\circ = m\angle 1 + m\angle 2$
(f) $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان	(f) ؟
(g) معطيات	(g) ؟
(h) ؟	(h) $\angle 3 \cong \angle 2$

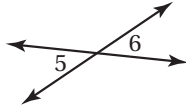
تدريبات المهارات

1-8

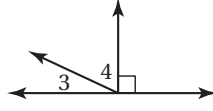
إثبات علاقات بين الزوايا

أوجد قياس كلٍّ من الزوايا المرقّمة مع ذكر النظرية التي تبرّر حلّك:

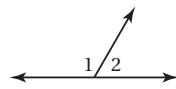
$m\angle 5 = 38^\circ$ (3)



$m\angle 3 = 22^\circ$ (2)

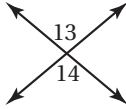


$m\angle 2 = 57^\circ$ (1)

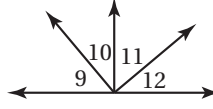


$$m\angle 13 = (4x - 26)^\circ$$

$$m\angle 14 = (3x + 4)^\circ$$

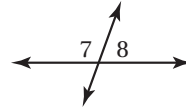


(5) $\angle 11$ و $\angle 12$ متتامتان،
 $\angle 11 \cong \angle 9$, $m\angle 10 = 41^\circ$

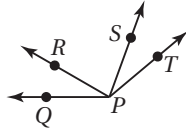


$$m\angle 7 = (4x + 11)^\circ$$

$$m\angle 8 = (3x + 1)^\circ$$



(7) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\angle QPS \cong \angle TPR$ المطلوب: إثبات أن: $\angle QPR \cong \angle TPS$

البرهان:

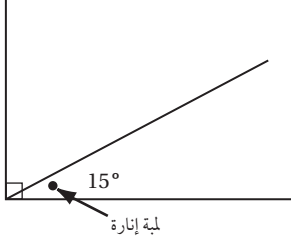
المبررات	العبارات
(a) _____ ؟	(a) _____ ؟
(b) _____ ؟	(b) $m\angle QPS = m\angle TPR$
(c) _____ ؟	(c) $m\angle QPS = m\angle QPR + m\angle RPS$ $m\angle TPR = m\angle TPS + m\angle RPS$
(d) خاصية التعويض	(d) _____ ؟
(e) _____ ؟	(e) _____ ؟
(f) _____ ؟	(f) _____ ؟

1-8

تدريبات حل المسألة

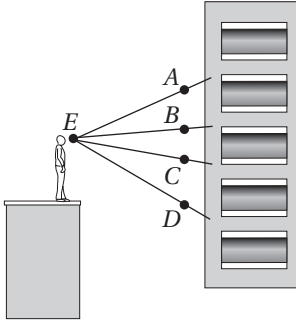
إثبات علاقات بين الزوايا

(4) طلاء: يقوم دهان بطلاء سقف غرفة، وأراد أن يرسم مستقيماً في السقف، بحيث يتقاطع مع أحد الأركان كما في الشكل أدناه، ويصنع زاوية قياسها 15° مع إحدى حواف السقف.



إلا أنه لم يتمكن من قياس تلك الزاوية لوجود لمبة إنارة بين المستقيم وحافة السقف؛ فهل قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم مع الحافة الأخرى للسقف يفيد الدهان في إيجاد القياس المطلوب؟ ولماذا؟ إذا علمت أن الزاوية بين حافتي السقف قائمة.

(5) بنايات: ينظر عبد الله إلى بناية من النقطة E . وكان قياس $\angle AEC$ مساوياً لقياس $\angle BED$.



(a) ما الزاوية التي يُضاف قياسها إلى قياس $\angle AEB$ ؛ لتكون النتيجة قياس $\angle AEC$ ؟

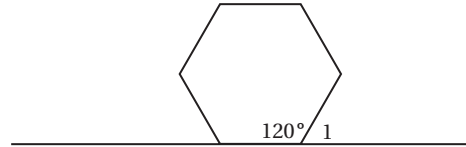
(b) ما الزاوية التي يُضاف قياسها إلى قياس $\angle CED$ ؛ لتكون النتيجة قياس $\angle BED$ ؟

(c) قارن بين $m\angle CED$ و $m\angle AEB$ ، وبرّر إجابتك

(1) مجسمات: أرادت مجموعة من الطلاب تصميم مجسم كبير، له عشرون وجهاً كلّها عبارة عن مثلثات متطابقة. وعُهد إلى الطالب جابر مسؤولية ضبط جودة عمل الطلاب، ويتعين عليه أن يتأكد من أنه لجميع المثلثات قياسات الزوايا نفسها. فقام جابر بقصّ نموذج مثلث، وقارن زواياه بزوايا كلّ مثلث من المثلثات التي يصممها الطلاب، فكيف تضمن الطريقة التي استعملها أن جميع المثلثات لها قياسات الزوايا نفسها؟

(2) استعراض رياضي: في تصميم لاستعراض رياضي تصطف ثلاث فرق على 3 قطع مستقيمة جميعها لها نفس البداية، فإذا كان قياس الزاوية التي تصنعها الفرقة الأولى مع الثالثة 60° ، والزاوية التي تصنعها الفرقة الثانية مع الثالثة 35° . فما قياس الزاوية التي تصنعها الفرقة الأولى مع الثانية؟

(3) قطع ألعاب: وضع خالد قطعة الألعاب السداسية الشكل، كما هو موضح أدناه.



ما قياس $\angle 1$ في الشكل المعطى، إذا علمت أن قياس كل واحدة من زوايا السداسي المنتظم يساوي 120° ؟

1-8 التدريبات الإثرائية

نجوم:

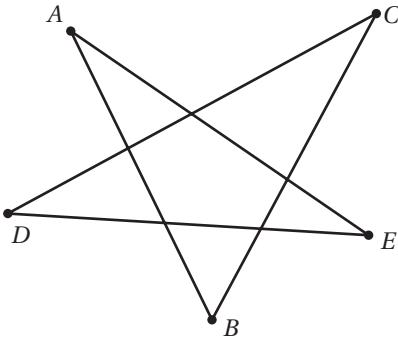
هناك أنواع عديدة من النجوم، بعضها له 5 رؤوس أو 6 رؤوس أو 7 رؤوس أو أكثر، ويعتمد مجموع قياسات زوايا النجوم على عدد رؤوسها.

ويمكن إيجاد مجموع قياسات زوايا النجوم بتطبيق:

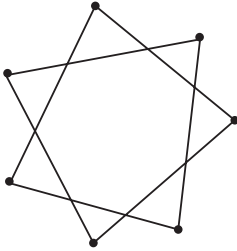
(A) قاعدة مجموع قياس الزوايا الخارجية للمضلع (المضلع داخل النجمة) يساوي 360° وتطبيقها مرتين.

(B) قاعدة مجموع زوايا المثلث 180°

(1) أوجد مجموع قياسات زوايا رؤوس النجمة الخماسية.



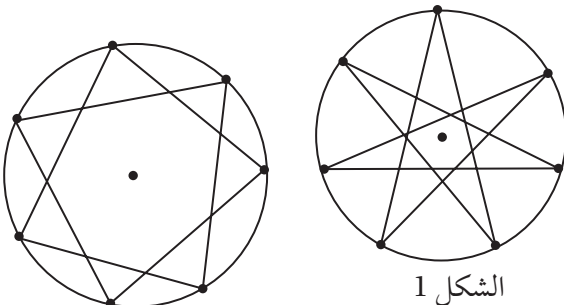
(2) أوجد مجموع قياسات زوايا رؤوس النجمة السباعية.



(3) أكمل الجدول الذي يُعطي مجموع قياسات زوايا رؤوس النجمة ذات العدد المُعطى من الرؤوس.

عدد الرؤوس	9	7	5
مجموع قياسات الزوايا			

(4) كَوّن تخميناً لصيغة حساب مجموع قياسات زوايا رؤوس النجمة ذات n من الرؤوس، وأوجد هذه الصيغة مستعملًا مجموع قياسات زوايا رؤوس نجمة ذات 12 رأسًا.



الشكل 1

الشكل 2

(5) استعمل الشكّلين المُجاورين والقياس؛

لتحديد ما إذا كان القانون صحيحًا دائمًا. برّر إجابتك.

ملحق الإجابات

التاريخ _____

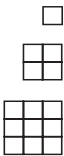
الاسم _____

1-1 تدريبات حل المسألة التبرير الاستقرائي والتجريب

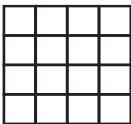
4) ميدانيات، تم تكليف صالح بتوزيع 31 ميدالية على أعضاء 6 فرق رياضية متنافسة، فاستخرج صالح أن فريقاً واحداً على الأقل سيحوز أكثر من 5 ميداليات، فهل استنتاجه صحيح؟ برّر إجابتك.

نعم؛ استنتاجه صحيح؛ لأنه إذا لم يحوز أي فريق أكثر من 5 ميدالية، فإن يكون عدد الميدانيات أكثر من 6×5 أي 30 ميدالية.

5) أنماط، أوضح الشكل الآتي متتابعة مربعات، كل منها يتكون من بلاطات متطابقة مربعة الشكل.



a) ما الشكل الرابع من متتابعة المربعات؟



b) غير عن متتابعة المربعات، بمتتابعة أعداد؟

$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$

c) إذا استمر النمط بنفس الطريقة، فكم مربعا صغيرا سيكون في الشكل رقم 10؟

10^2 أو 100

الفصل 1: التبرير والتبرهان

9

1) المسطح المائل، دحرج علي كرة زجاجية على سطح مائل، وكان يقسم المسافة التي تقطعها الكرة كل ثانية، وسجل البيانات في الجدول الآتي:

الزمن	الزمن	الزمن	الزمن
الزمن	الزمن	الزمن	الزمن
140	100	60	20

ما المسافة التي يمكن أن تقطعها الكرة في الثانية الخامسة.

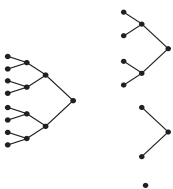
180 cm

2) الأعداد الأولية، العدد الأولي هو عدد أكبر من 1، ويقبل القسمة على نفسه وعلى 1 فقط، حاول سدد أن يجد طريقة منهجية لتحديد الأعداد الأولية وبعد عدة محاولات توصل إلى أن $2^n - 1$ يكون عدداً أولياً لأي عدد طبيعي n ، فهل استنتاجه صحيح؟

لا؛ إجابة ممكنة؛ إذا كان $n = 4$ ، فإن $2^4 - 1 = 15$ ليس عدداً أولياً؛ لأن $15 = 3 \times 5$

3) المساء، وضعت فاطمة مخططاً لتسبيلها، ممكناً بثلاثة رسوم كما هو موضح أدناه، حيث تمثل النقطة الأولى فاطمة، ويمثل الرسم الثاني فاطمة والدنيا، ويمثل الرسم الثالث فاطمة والدنيا وجديها وجديتها.

ما الشكل الرابع الذي سترسمه فاطمة؟ وماذا يمثل؟



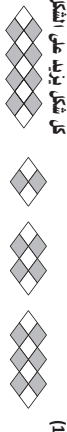
الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-1 تدريبات المهارات التبرير الاستقرائي والتجريب

اكتب تخميناً يصف النمط في كل من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في المتتابعة:



2) $4, -8, 16, -32, 64, -128, \dots$

يأتي كل حد من ضرب العدد السابق

بـ 2، أي $2 \times 64 = 128$

3) $4, \frac{5}{2}, 5, \frac{9}{2}, 6, \frac{11}{2}, \dots$

كل حد يقل بـ $\frac{1}{2}$ عن السابق

عن الحد السابق: $\frac{11}{2} - \frac{1}{2} = 5$

اكتب تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي، ثم أعط أمثلة عددية، أو أرس أمكلاً لتبريد هذا التخمين:

5) تقع النقاط A, B, C على استقامة واحدة، وتقع النقطة D بين B, C . النقطة P هي نقطة منتصف \overline{AD} .

$NP = PQ$



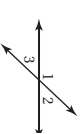
8) ناتج ضرب عددين فوجين

ناتج ضرب عددين فوجين هو عدد فوجي؛

$3 \times 5 = 15, 9 \times 7 = 63$

7) $\angle 1, \angle 2$ متكاملتان و $\angle 3$ متكاملتان.

$\angle 3 \cong \angle 2$



حدد ما إذا كانت الخصائص الآتية صحيحة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة فأعط مثالاً مضاداً:

9) إذا كانت $\angle ABC \cong \angle CBD$ ، متجاورتين على خط مستقيم، فإن $\angle CBD \cong \angle ABC$.

خاطئة؛ قد تكون إحدى الزاويتين حادة والأخرى منفرجة.

10) إذا كانت $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ متطابقة، فإن النقاط A, B, C تقع على خط مستقيم.

خاطئة؛ قد تشكل $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ مثلثاً.

11) إذا كان $AB + BC = AC$ ، فإن A, B, C على خط مستقيم؛ مثال مضاد؛



12) إذا كانت $\angle 1$ متممة لـ $\angle 2$ ، وكانت $\angle 1$ متممة لـ $\angle 3$ ، أيضاً، فإن $\angle 2 \cong \angle 3$. صحيحة.

الفصل 1: التبرير والتبرهان

8

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-2 تدريبات إعادة التعليم

المنطق

تحديد قيم الصواب :

المباراة هي جملة خبرية تحمل الصواب أو الخطأ ولا تحمل غيرهما. ونرمز إلى قيمة الصواب بـ (P) إذا كانت المباراة صحيحة، وبالمبر (F) إذا كانت خاطئة، ويمكن أن نمرز إلى أي عبارة بأحد الحروف وليكن P. فمثلاً يمكن أن نمرز إلى العبارة "الرياض مدينة سعودية" بالمبر P، ونكون هذه العبارة صائبة T.

ويمكننا ربط عبارات عدة بعضها ببعض لتكوين عبارة مركبة.

العبارة	اللفظي	الموصل	الافصل
معناها	نفي العبارة P، $\sim P$.	هي الربط بين العبارة P والعبارة Q	هي الربط بين العبارة P والعبارة Q
رمزها	\sim	بأداة الربط "و"	بأداة الربط "أو"
قيم صوابها	قيم الصواب للمبارتين P و $\sim P$ عندما تكون كل من P وQ صائبة. متعاكسة.	تكون عبارة الوصل $P \wedge Q$ صائبة فقط عندما تكون كل من P وQ صائبة.	تكون عبارة الفصل $P \vee Q$ صائبة، إذا كانت إحدى العبارتين صائبة.

مثال 2

استعمل العبارتين الآتيتين لكتابة عبارتي:

الفصل الآتيتين، ثم أوجد قيمة صوابها ثمراً إيجاباً:

P: قطر الدائرة يساوي منفي نصف قطرها.
Q: للمستطيل أربعة أضلاع متساوية الطول.

$$P \vee Q (a)$$

اربط العبارتين بأداة الربط "و".

قطر الدائرة يساوي منفي نصف قطرها، أو للمستطيل أربعة أضلاع متساوية الطول. بما أن العبارة الأولى صائبة، إذن العبارة المركبة صائبة.

$$\sim P \vee Q (b)$$

اربط العبارتين بأداة الربط "أو".

قطر الدائرة لا يساوي منفي نصف قطرها، أو للمستطيل أربعة أضلاع متساوية الطول. بما أن العبارتين خاطئتان، إذن العبارة المركبة خاطئة.

استعمل الجارئين الآتين لكتابة

عبارتي الوصل الآتين، ثم أوجد قيمة صوابها ثمراً إيجاباً:

P: القليل من الثديات.
Q: للمربع أربع زوايا قائمة.

$$P \wedge Q (a)$$

اربط العبارتين بأداة الربط "و".

القليل من الثديات، وللمربع أربع زوايا قائمة.

أما كانت العبارتان P، Q صائبتين، فإن هذه العبارة المركبة صائبة.

$$\sim P \wedge Q (b)$$

اربط العبارتين بأداة الربط "أو".

القليل ليس من الثديات، أو للأداة "و".

القليل ليس من الثديات وللمربع أربع زوايا قائمة. الجزء الأول من العبارة المركبة $\sim P$ خطأ، إذن العبارة المركبة خاطئة.

تعاريف

استعمل العبارات الآتية لكتابة كل "عبارة وصل" أو "عبارة فصل" ثم أوجد قيمة الصواب لها مركزاً إيجاباً:

1. $10 + 8 = 18$ P، $10 + 8 = 18$ Q، $10 + 8 = 18$ R، $10 + 8 = 18$ S، $10 + 8 = 18$ T، $10 + 8 = 18$ U، $10 + 8 = 18$ V، $10 + 8 = 18$ W، $10 + 8 = 18$ X، $10 + 8 = 18$ Y، $10 + 8 = 18$ Z، $10 + 8 = 18$ AA، $10 + 8 = 18$ AB، $10 + 8 = 18$ AC، $10 + 8 = 18$ AD، $10 + 8 = 18$ AE، $10 + 8 = 18$ AF، $10 + 8 = 18$ AG، $10 + 8 = 18$ AH، $10 + 8 = 18$ AI، $10 + 8 = 18$ AJ، $10 + 8 = 18$ AK، $10 + 8 = 18$ AL، $10 + 8 = 18$ AM، $10 + 8 = 18$ AN، $10 + 8 = 18$ AO، $10 + 8 = 18$ AP، $10 + 8 = 18$ AQ، $10 + 8 = 18$ AR، $10 + 8 = 18$ AS، $10 + 8 = 18$ AT، $10 + 8 = 18$ AU، $10 + 8 = 18$ AV، $10 + 8 = 18$ AW، $10 + 8 = 18$ AX، $10 + 8 = 18$ AY، $10 + 8 = 18$ AZ، $10 + 8 = 18$ BA، $10 + 8 = 18$ BB، $10 + 8 = 18$ BC، $10 + 8 = 18$ BD، $10 + 8 = 18$ BE، $10 + 8 = 18$ BF، $10 + 8 = 18$ BG، $10 + 8 = 18$ BH، $10 + 8 = 18$ BI، $10 + 8 = 18$ BJ، $10 + 8 = 18$ BK، $10 + 8 = 18$ BL، $10 + 8 = 18$ BM، $10 + 8 = 18$ BN، $10 + 8 = 18$ BO، $10 + 8 = 18$ BP، $10 + 8 = 18$ BQ، $10 + 8 = 18$ BR، $10 + 8 = 18$ BS، $10 + 8 = 18$ BT، $10 + 8 = 18$ BU، $10 + 8 = 18$ BV، $10 + 8 = 18$ BW، $10 + 8 = 18$ BX، $10 + 8 = 18$ BY، $10 + 8 = 18$ BZ، $10 + 8 = 18$ CA، $10 + 8 = 18$ CB، $10 + 8 = 18$ CC، $10 + 8 = 18$ CD، $10 + 8 = 18$ CE، $10 + 8 = 18$ CF، $10 + 8 = 18$ CG، $10 + 8 = 18$ CH، $10 + 8 = 18$ CI، $10 + 8 = 18$ CJ، $10 + 8 = 18$ CK، $10 + 8 = 18$ CL، $10 + 8 = 18$ CM، $10 + 8 = 18$ CN، $10 + 8 = 18$ CO، $10 + 8 = 18$ CP، $10 + 8 = 18$ CQ، $10 + 8 = 18$ CR، $10 + 8 = 18$ CS، $10 + 8 = 18$ CT، $10 + 8 = 18$ CU، $10 + 8 = 18$ CV، $10 + 8 = 18$ CW، $10 + 8 = 18$ CX، $10 + 8 = 18$ CY، $10 + 8 = 18$ CZ، $10 + 8 = 18$ DA، $10 + 8 = 18$ DB، $10 + 8 = 18$ DC، $10 + 8 = 18$ DD، $10 + 8 = 18$ DE، $10 + 8 = 18$ DF، $10 + 8 = 18$ DG، $10 + 8 = 18$ DH، $10 + 8 = 18$ DI، $10 + 8 = 18$ DJ، $10 + 8 = 18$ DK، $10 + 8 = 18$ DL، $10 + 8 = 18$ DM، $10 + 8 = 18$ DN، $10 + 8 = 18$ DO، $10 + 8 = 18$ DP، $10 + 8 = 18$ DQ، $10 + 8 = 18$ DR، $10 + 8 = 18$ DS، $10 + 8 = 18$ DT، $10 + 8 = 18$ DU، $10 + 8 = 18$ DV، $10 + 8 = 18$ DW، $10 + 8 = 18$ DX، $10 + 8 = 18$ DY، $10 + 8 = 18$ DZ، $10 + 8 = 18$ EA، $10 + 8 = 18$ EB، $10 + 8 = 18$ EC، $10 + 8 = 18$ ED، $10 + 8 = 18$ EE، $10 + 8 = 18$ EF، $10 + 8 = 18$ EG، $10 + 8 = 18$ EH، $10 + 8 = 18$ EI، $10 + 8 = 18$ EJ، $10 + 8 = 18$ EK، $10 + 8 = 18$ EL، $10 + 8 = 18$ EM، $10 + 8 = 18$ EN، $10 + 8 = 18$ EO، $10 + 8 = 18$ EP، $10 + 8 = 18$ EQ، $10 + 8 = 18$ ER، $10 + 8 = 18$ ES، $10 + 8 = 18$ ET، $10 + 8 = 18$ EU، $10 + 8 = 18$ EV، $10 + 8 = 18$ EW، $10 + 8 = 18$ EX، $10 + 8 = 18$ EY، $10 + 8 = 18$ EZ، $10 + 8 = 18$ FA، $10 + 8 = 18$ FB، $10 + 8 = 18$ FC، $10 + 8 = 18$ FD، $10 + 8 = 18$ FE، $10 + 8 = 18$ FF، $10 + 8 = 18$ FG، $10 + 8 = 18$ FH، $10 + 8 = 18$ FI، $10 + 8 = 18$ FJ، $10 + 8 = 18$ FK، $10 + 8 = 18$ FL، $10 + 8 = 18$ FM، $10 + 8 = 18$ FN، $10 + 8 = 18$ FO، $10 + 8 = 18$ FP، $10 + 8 = 18$ FQ، $10 + 8 = 18$ FR، $10 + 8 = 18$ FS، $10 + 8 = 18$ FT، $10 + 8 = 18$ FU، $10 + 8 = 18$ FV، $10 + 8 = 18$ FW، $10 + 8 = 18$ FX، $10 + 8 = 18$ FY، $10 + 8 = 18$ FZ، $10 + 8 = 18$ GA، $10 + 8 = 18$ GB، $10 + 8 = 18$ GC، $10 + 8 = 18$ GD، $10 + 8 = 18$ GE، $10 + 8 = 18$ GF، $10 + 8 = 18$ GH، $10 + 8 = 18$ GI، $10 + 8 = 18$ GJ، $10 + 8 = 18$ GK، $10 + 8 = 18$ GL، $10 + 8 = 18$ GM، $10 + 8 = 18$ GN، $10 + 8 = 18$ GO، $10 + 8 = 18$ GP، $10 + 8 = 18$ GQ، $10 + 8 = 18$ GR، $10 + 8 = 18$ GS، $10 + 8 = 18$ GT، $10 + 8 = 18$ GU، $10 + 8 = 18$ GV، $10 + 8 = 18$ GW، $10 + 8 = 18$ GX، $10 + 8 = 18$ GY، $10 + 8 = 18$ GZ، $10 + 8 = 18$ HA، $10 + 8 = 18$ HB، $10 + 8 = 18$ HC، $10 + 8 = 18$ HD، $10 + 8 = 18$ HE، $10 + 8 = 18$ HF، $10 + 8 = 18$ HG، $10 + 8 = 18$ HI، $10 + 8 = 18$ HJ، $10 + 8 = 18$ HK، $10 + 8 = 18$ HL، $10 + 8 = 18$ HM، $10 + 8 = 18$ HN، $10 + 8 = 18$ HO، $10 + 8 = 18$ HP، $10 + 8 = 18$ HQ، $10 + 8 = 18$ HR، $10 + 8 = 18$ HS، $10 + 8 = 18$ HT، $10 + 8 = 18$ HU، $10 + 8 = 18$ HV، $10 + 8 = 18$ HW، $10 + 8 = 18$ HX، $10 + 8 = 18$ HY، $10 + 8 = 18$ HZ، $10 + 8 = 18$ IA، $10 + 8 = 18$ IB، $10 + 8 = 18$ IC، $10 + 8 = 18$ ID، $10 + 8 = 18$ IE، $10 + 8 = 18$ IF، $10 + 8 = 18$ IG، $10 + 8 = 18$ IH، $10 + 8 = 18$ II، $10 + 8 = 18$ IJ، $10 + 8 = 18$ IK، $10 + 8 = 18$ IL، $10 + 8 = 18$ IM، $10 + 8 = 18$ IN، $10 + 8 = 18$ IO، $10 + 8 = 18$ IP، $10 + 8 = 18$ IQ، $10 + 8 = 18$ IR، $10 + 8 = 18$ IS، $10 + 8 = 18$ IT، $10 + 8 = 18$ IU، $10 + 8 = 18$ IV، $10 + 8 = 18$ IW، $10 + 8 = 18$ IX، $10 + 8 = 18$ IY، $10 + 8 = 18$ IZ، $10 + 8 = 18$ JA، $10 + 8 = 18$ JB، $10 + 8 = 18$ JC، $10 + 8 = 18$ JD، $10 + 8 = 18$ JE، $10 + 8 = 18$ JF، $10 + 8 = 18$ JG، $10 + 8 = 18$ JH، $10 + 8 = 18$ JI، $10 + 8 = 18$ JJ، $10 + 8 = 18$ JK، $10 + 8 = 18$ JL، $10 + 8 = 18$ JM، $10 + 8 = 18$ JN، $10 + 8 = 18$ JO، $10 + 8 = 18$ JP، $10 + 8 = 18$ JQ، $10 + 8 = 18$ JR، $10 + 8 = 18$ JS، $10 + 8 = 18$ JT، $10 + 8 = 18$ JU، $10 + 8 = 18$ JV، $10 + 8 = 18$ JW، $10 + 8 = 18$ JX، $10 + 8 = 18$ JY، $10 + 8 = 18$ JZ، $10 + 8 = 18$ KA، $10 + 8 = 18$ KB، $10 + 8 = 18$ KC، $10 + 8 = 18$ KD، $10 + 8 = 18$ KE، $10 + 8 = 18$ KF، $10 + 8 = 18$ KG، $10 + 8 = 18$ KH، $10 + 8 = 18$ KI، $10 + 8 = 18$ KJ، $10 + 8 = 18$ KL، $10 + 8 = 18$ KM، $10 + 8 = 18$ KN، $10 + 8 = 18$ KO، $10 + 8 = 18$ KP، $10 + 8 = 18$ KQ، $10 + 8 = 18$ KR، $10 + 8 = 18$ KS، $10 + 8 = 18$ KT، $10 + 8 = 18$ KU، $10 + 8 = 18$ KV، $10 + 8 = 18$ KW، $10 + 8 = 18$ KX، $10 + 8 = 18$ KY، $10 + 8 = 18$ KZ، $10 + 8 = 18$ LA، $10 + 8 = 18$ LB، $10 + 8 = 18$ LC، $10 + 8 = 18$ LD، $10 + 8 = 18$ LE، $10 + 8 = 18$ LF، $10 + 8 = 18$ LG، $10 + 8 = 18$ LH، $10 + 8 = 18$ LI، $10 + 8 = 18$ LJ، $10 + 8 = 18$ LK، $10 + 8 = 18$ LL، $10 + 8 = 18$ LM، $10 + 8 = 18$ LN، $10 + 8 = 18$ LO، $10 + 8 = 18$ LP، $10 + 8 = 18$ LQ، $10 + 8 = 18$ LR، $10 + 8 = 18$ LS، $10 + 8 = 18$ LT، $10 + 8 = 18$ LU، $10 + 8 = 18$ LV، $10 + 8 = 18$ LW، $10 + 8 = 18$ LX، $10 + 8 = 18$ LY، $10 + 8 = 18$ LZ، $10 + 8 = 18$ MA، $10 + 8 = 18$ MB، $10 + 8 = 18$ MC، $10 + 8 = 18$ MD، $10 + 8 = 18$ ME، $10 + 8 = 18$ MF، $10 + 8 = 18$ MG، $10 + 8 = 18$ MH، $10 + 8 = 18$ MI، $10 + 8 = 18$ MJ، $10 + 8 = 18$ MK، $10 + 8 = 18$ ML، $10 + 8 = 18$ MN، $10 + 8 = 18$ MO، $10 + 8 = 18$ MP، $10 + 8 = 18$ MQ، $10 + 8 = 18$ MR، $10 + 8 = 18$ MS، $10 + 8 = 18$ MT، $10 + 8 = 18$ MU، $10 + 8 = 18$ MV، $10 + 8 = 18$ MW، $10 + 8 = 18$ MX، $10 + 8 = 18$ MY، $10 + 8 = 18$ MZ، $10 + 8 = 18$ NA، $10 + 8 = 18$ NB، $10 + 8 = 18$ NC، $10 + 8 = 18$ ND، $10 + 8 = 18$ NE، $10 + 8 = 18$ NF، $10 + 8 = 18$ NG، $10 + 8 = 18$ NH، $10 + 8 = 18$ NI، $10 + 8 = 18$ NJ، $10 + 8 = 18$ NK، $10 + 8 = 18$ NL، $10 + 8 = 18$ NM، $10 + 8 = 18$ NO، $10 + 8 = 18$ NP، $10 + 8 = 18$ NQ، $10 + 8 = 18$ NR، $10 + 8 = 18$ NS، $10 + 8 = 18$ NT، $10 + 8 = 18$ NU، $10 + 8 = 18$ NV، $10 + 8 = 18$ NW، $10 + 8 = 18$ NX، $10 + 8 = 18$ NY، $10 + 8 = 18$ NZ، $10 + 8 = 18$ OA، $10 + 8 = 18$ OB، $10 + 8 = 18$ OC، $10 + 8 = 18$ OD، $10 + 8 = 18$ OE، $10 + 8 = 18$ OF، $10 + 8 = 18$ OG، $10 + 8 = 18$ OH، $10 + 8 = 18$ OI، $10 + 8 = 18$ OJ، $10 + 8 = 18$ OK، $10 + 8 = 18$ OL، $10 + 8 = 18$ OM، $10 + 8 = 18$ ON، $10 + 8 = 18$ OO، $10 + 8 = 18$ OP، $10 + 8 = 18$ OQ، $10 + 8 = 18$ OR، $10 + 8 = 18$ OS، $10 + 8 = 18$ OT، $10 + 8 = 18$ OU، $10 + 8 = 18$ OV، $10 + 8 = 18$ OW، $10 + 8 = 18$ OX، $10 + 8 = 18$ OY، $10 + 8 = 18$ OZ، $10 + 8 = 18$ PA، $10 + 8 = 18$ PB، $10 + 8 = 18$ PC، $10 + 8 = 18$ PD، $10 + 8 = 18$ PE، $10 + 8 = 18$ PF، $10 + 8 = 18$ PG، $10 + 8 = 18$ PH، $10 + 8 = 18$ PI، $10 + 8 = 18$ PJ، $10 + 8 = 18$ PK، $10 + 8 = 18$ PL، $10 + 8 = 18$ PM، $10 + 8 = 18$ PN، $10 + 8 = 18$ PO، $10 + 8 = 18$ PP، $10 + 8 = 18$ PQ، $10 + 8 = 18$ PR، $10 + 8 = 18$ PS، $10 + 8 = 18$ PT، $10 + 8 = 18$ PU، $10 + 8 = 18$ PV، $10 + 8 = 18$ PW، $10 + 8 = 18$ PX، $10 + 8 = 18$ PY، $10 + 8 = 18$ PZ، $10 + 8 = 18$ QA، $10 + 8 = 18$ QB، $10 + 8 = 18$ QC، $10 + 8 = 18$ QD، $10 + 8 = 18$ QE، $10 + 8 = 18$ QF، $10 + 8 = 18$ QG، $10 + 8 = 18$ QH، $10 + 8 = 18$ QI، $10 + 8 = 18$ QJ، $10 + 8 = 18$ QK، $10 + 8 = 18$ QL، $10 + 8 = 18$ QM، $10 + 8 = 18$ QN، $10 + 8 = 18$ QO، $10 + 8 = 18$ QP، $10 + 8 = 18$ QQ، $10 + 8 = 18$ QR، $10 + 8 = 18$ QS، $10 + 8 = 18$ QT، $10 + 8 = 18$ QU، $10 + 8 = 18$ QV، $10 + 8 = 18$ QW، $10 + 8 = 18$ QX، $10 + 8 = 18$ QY، $10 + 8 = 18$ QZ، $10 + 8 = 18$ RA، $10 + 8 = 18$ RB، $10 + 8 = 18$ RC، $10 + 8 = 18$ RD، $10 + 8 = 18$ RE، $10 + 8 = 18$ RF، $10 + 8 = 18$ RG، $10 + 8 = 18$ RH، $10 + 8 = 18$ RI، $10 + 8 = 18$ RJ، $10 + 8 = 18$ RK، $10 + 8 = 18$ RL، $10 + 8 = 18$ RM، $10 + 8 = 18$ RN، $10 + 8 = 18$ RO، $10 + 8 = 18$ RP، $10 + 8 = 18$ RQ، $10 + 8 = 18$ RR، $10 + 8 = 18$ RS، $10 + 8 = 18$ RT، $10 + 8 = 18$ RU، $10 + 8 = 18$ RV، $10 + 8 = 18$ RW، $10 + 8 = 18$ RX، $10 + 8 = 18$ RY، $10 + 8 = 18$ RZ، $10 + 8 = 18$ SA، $10 + 8 = 18$ SB، $10 + 8 = 18$ SC، $10 + 8 = 18$ SD، $10 + 8 = 18$ SE، $10 + 8 = 18$ SF، $10 + 8 = 18$ SG، $10 + 8 = 18$ SH، $10 + 8 = 18$ SI، $10 + 8 = 18$ SJ، $10 + 8 = 18$ SK، $10 + 8 = 18$ SL، $10 + 8 = 18$ SM، $10 + 8 = 18$ SN، $10 + 8 = 18$ SO، $10 + 8 = 18$ SP، $10 + 8 = 18$ SQ، $10 + 8 = 18$ SR، $10 + 8 = 18$ SS، $10 + 8 = 18$ ST، $10 + 8 = 18$ SU، $10 + 8 = 18$ SV، $10 + 8 = 18$ SW، $10 + 8 = 18$ SX، $10 + 8 = 18$ SY، $10 + 8 = 18$ SZ، $10 + 8 = 18$ TA، $10 + 8 = 18$ TB، $10 + 8 = 18$ TC، $10 + 8 = 18$ TD، $10 + 8 = 18$ TE، $10 + 8 = 18$ TF، $10 + 8 = 18$ TG، $10 + 8 = 18$ TH، $10 + 8 = 18$ TI، $10 + 8 = 18$ TJ، $10 + 8 = 18$ TK، $10 + 8 = 18$ TL، $10 + 8 = 18$ TM، $10 + 8 = 18$ TN، $10 + 8 = 18$ TO، $10 + 8 = 18$ TP، $10 + 8 = 18$ TQ، $10 + 8 = 18$ TR، $10 + 8 = 18$ TS، $10 + 8 = 18$ TU، $10 + 8 = 18$ TV، $10 + 8 = 18$ TW، $10 + 8 = 18$ TX، $10 + 8 = 18$ TY، $10 + 8 = 18$ TZ، $10 + 8 = 18$ UA، $10 + 8 = 18$ UB، $10 + 8 = 18$ UC، $10 + 8 = 18$ UD، $10 + 8 = 18$ UE، $10 + 8 = 18$ UF، $10 + 8 = 18$ UG، $10 + 8 = 18$ UH، $10 + 8 = 18$ UI، $10 + 8 = 18$ UJ، $10 + 8 = 18$ UK، $10 + 8 = 18$ UL، $10 + 8 = 18$ UM، $10 + 8 = 18$ UN، $10 + 8 = 18$ UO، $10 + 8 = 18$ UP، $10 + 8 = 18$ UQ، $10 + 8 = 18$ UR، $10 + 8 = 18$ US، $10 + 8 = 18$ UT، $10 + 8 = 18$ UU، $10 + 8 = 18$ UV، $10 + 8 = 18$ UW، $10 + 8 = 18$ UX، $10 + 8 = 18$ UY، $10 + 8 = 18$ UZ، $10 + 8 = 18$ VA، $10 + 8 = 18$ VB، $10 + 8 = 18$ VC، $10 + 8 = 18$ VD، $10 + 8 = 18$ VE، $10 + 8 = 18$ VF، $10 + 8 = 18$ VG، $10 + 8 = 18$ VH، $10 + 8 = 18$ VI، $10 + 8 = 18$ VJ، $10 + 8 = 18$ VK، $10 + 8 = 18$ VL، $10 + 8 = 18$ VM، $10 + 8 = 18$ VN، $10 + 8 = 18$ VO، $10 + 8 = 18$ VP، $10 + 8 = 18$ VQ، $10 + 8 = 18$ VR، $10 + 8 = 18$ VS، $10 + 8 = 18$ VT، $10 + 8 = 18$ VU، $10 + 8 = 18$ VV، $10 + 8 = 18$ VW، $10 + 8 = 18$ VX، $10 + 8 = 18$ VY، $10 + 8 = 18$ VZ، $10 + 8 = 18$ WA، $10 + 8 = 18$ WB، $10 + 8 = 18$ WC، $10 + 8 = 18$ WD، $10 + 8 = 18$ WE، $10 + 8 = 18$ WF، $10 + 8 = 18$ WG، $10 + 8 = 18$ WH، $10 + 8 = 18$ WI، $10 + 8 = 18$ WJ، $10 + 8 = 18$ WK، $10 + 8 = 18$ WL، $10 + 8 = 18$ WM، $10 + 8 = 18$ WN، $10 + 8 = 18$ WO، $10 + 8 = 18$ WP، $10 + 8 = 18$ WQ، $10 + 8 = 18$ WR، $10 + 8 = 18$ WS، $10 + 8 = 18$ WT، $10 + 8 = 18$ WU، $10 + 8 = 18$ WV، $10 + 8 = 18$ WW، $10 + 8 = 18$ WX، $10 + 8 = 18$ WY، $10 + 8 = 18$ WZ، $10 + 8 = 18$ XA، $10 + 8 = 18$ XB، $10 + 8 = 18$ XC، $10 + 8 = 18$ XD، $10 + 8 = 18$ XE، $10 + 8 = 18$ XF، $10 + 8 = 18$ XG، $10 + 8 = 18$ XH، $10 + 8 = 18$ XI، $10 + 8 = 18$ XJ، 1

التاريخ

الاسم

1-2 تدريبات المهارات المنطق

استعمل العبارات الآتية لكتابة كل عبارة وصل أو فصل مما يأتي، ثم أوجد قيمة الصواب لها، مبرزا إجاباتك:

$$-3 - 2 = -5, p$$

الروايا المغالطة بالرأس منطقية.

$$2 + 8 > 10 : r$$

s: مجموع قياسي الزاويتين المتساويتين يساوي 90°.

$$1) \text{ و } p, q \text{ و } -2 = -3 - 2 \text{ والروايا المتقابلة بالرأس منطقية. صائبة}$$

$$2) p \wedge r \text{ و } -2 = -3 - 2 \text{ و } 10 > 2 + 8 : \text{ خاطئة.}$$

$$3) p \text{ أو } s \text{ و } -2 = -3 - 2 \text{ أو مجموع قياسي الزاويتين المتساويتين يساوي } 90^\circ \text{ صائبة}$$

$$4) r \vee s \text{ و } 10 > 2 + 8 \text{ أو مجموع قياسي الزاويتين المتساويتين يساوي } 90^\circ \text{ صائبة.}$$

$$5) p \wedge \sim q \text{ و } -2 = -3 - 2 \text{ والروايا المتقابلة بالرأس ليست متطابقة: خاطئة.}$$

$$6) \sim r \vee q \text{ والروايا المتقابلة بالرأس منطقية أو } 10 \leq 2 + 8 \text{ صائبة}$$

أكمل كلاً من جدولَي الصواب الآتيين:

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
---	---	----------	-----------------

(8)

T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim(\sim p \wedge q)$
---	---	----------	-------------------	-------------------------

(7)

T	T	F	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

أنشئ جدول صواب لكل من العبارتين المرتبتين الآتيتين:

$$\sim p \vee \sim r \text{ (10)}$$

p	r	$\sim p$	$\sim r$	$\sim p \vee \sim r$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

$$\sim q \wedge r \text{ (9)}$$

q	r	$\sim q$	$\sim q \wedge r$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

الفصل 1: التبرير والبرهان

13

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

(تمة)

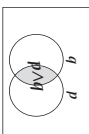
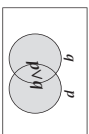
1-2 تدريبات إعادة التعليم المنطق

جدول الصواب: إحدى طرق تنظيم قيم الصواب للعبارات

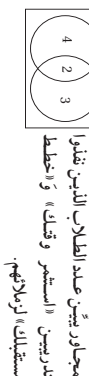
حي إنشاء جدول الصواب، يظهر جهة اليسار جدول الصواب لكل من عبارات النفي والوصل والتفصيل.

عبارة الوصل			عبارة الفصل		
p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T
F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F

التمثيل بأشكال في: يمكن تمثيل عبارات النفي والوصل وأشكال في: كما هو مبين في الأشكال أدناه.



مثال 2: توعية: شكل فن ستعرفه عند مقابلة



المجاور بين عدد الطلاب الذين تعلموا

التدريسين «المستمر وقتك» و«خطوط

للمستطيلات» لربطهم.

(a) ما عدد الطلاب الذين شاركوا في التدريب على «المستمر وقتك» ولم يشاركوا في البرنامج التدريبي «خطوط للمستطيلات»؟ 3

(b) ما عدد الطلاب الذين شاركوا في التدريب معاً؟ 2

أنشئ جدول الصواب للعبارة المركبة

$$r \vee q \text{ مثال 1}$$

استعمل جدول صواب عبارة الفصل.

q	r	$r \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

تعاريف

أنشئ جدول صواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

$$\sim(p \wedge \sim r) \text{ (2)}$$

$$q \wedge \sim r \text{ (1)}$$

p	r	$\sim r$	$p \wedge \sim r$	$\sim(p \wedge \sim r)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F

q	r	$\sim r$	$q \wedge \sim r$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

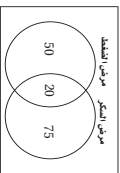
3) الشكل المجاور بين عدد الأشخاص الذين حضروا الندوة والذين حضروا الندوة والذين حضروا الندوة

«مرض السكر» و«مرض الضغط».

(a) ما عدد الأشخاص الذين حضروا الندوة؟ 20

(b) ما عدد الأشخاص الذين حضروا ندوة «مرض السكر» ولم يحضروا ندوة «مرض الضغط»؟ 50

(c) ما عدد الأشخاص الذين حضروا ندوة «مرض السكر» ولم يحضروا ندوة «مرض السكر»؟ 50



الفصل 1: التبرير والبرهان

12

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-2 التدريبات الإثرائية

السودوكو

السودوكو "لغتي": الرقم الوحيد"، وهي أحجية، رياضية، يتطلب حلها استعمال المنطق، وتلك عادةً من شبكة مربعة مكونة من 9 شبكات جزئية؛ تُسمت كل واحدة منها إلى تسعة مربعات صغيرة؛ تبدأ الأحجية بوضع بضعة أعداد، ويطلب إلى اللاعب ملء المربعات المتبقية باستعمال القواعد الآتية:

القاعدة الأولى: يجب أن يحتوي كل صف وكل عمود الأعداد من 1 إلى 9 من دون تكرار لأي منها.

القاعدة الثانية: يجب أن تحتوي كل شبكة جزئية الأعداد من 1 إلى 9، دون تكرار لأي منها.

تعاريف

1) ما البداية الجيدة لحل الأحجية؟ ولماذا؟

إجابة ممكنة: يمكن أن تقوم إحدى الاستراتيجيات على النظر إلى الصفوف، 3، 2، 1، أو 4، 5، 6، أو 7، 8، 9؛ لمعرفة ما إذا ظهر أحد الأعداد أكثر من مرة، ويجب أن يظهر هذا العدد في الصف المتبقي، وقد يكون له مكان منطقي واحد فقط.

2) رتب كيف يمكنك استعمال القاعدة الثانية، من أجل استعمال الأعداد كلها لحل الأحجية الكبيرة. إجابة ممكنة: يمكن أن تقوم إحدى الاستراتيجيات على النظر إلى الشبكة الصغيرة التي تحتوي أرقامًا أكثر، ومحاولة إدراج الأرقام التي لم تظهر في الشبكة الصغيرة، مراعين أن هذا الوقت لم يظهر في السطر أو العمود.

3) أكمل هذه الأحجية.

انظر إلى الإجابة في الجدول أعلاه.

الفصل 1: التبرير والتبرهان

15

الصفحة: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-2 تدريبات حل المسألة المنطق

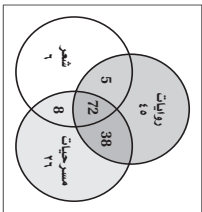
1) كرة قدم: سأل سامي صديقه يوسف إن كان فريق كرة القدم الذي يشارك فيه قد فاز في المباراة ليلة أمس، وهل سجل هدفًا، فأجاب يوسف "نعم". ثم سأل سامي لاعبًا آخر في الفريق يدعى سائلًا، هل سجل هو أو يوسف هدفًا في المباراة فأجاب سالم بـ "نعم" أيضًا، ما الذي يمكنك استنتاجه حول ما إذا كان سالم قد سجل هدفًا أم لا؟

لا شيء

2) شوكرولات: لدى سارة صندوق يحتوي نوعين مختلفين من قطع الشوكولاتة الصغيرة هما الأبيض والامرود، وقد تناولت قطعة شوكولاتة من الصندوق، فهل الجازة (4 ~ 8) صائبة بناءً على المعطيات أدناه:

3) ألعاب فيديو: يمكن أن يلعب عالم لعبة الفيديو إذا رتب غرفته أو نقل الأقمشة إلى الخارج؛ ولكن إذا لم يحل واجبه المتريالي فلن يُسمح له بملامسة ألعاب الفيديو مطلقًا. أكمل جدول الصواب أدناه مستعملًا العبارات الآتية:

لا



4) ما عدد الأشخاص الذين يجتبرون قراءة الروايات الثلاثة من الأدب؟ 72

5) ما عدد الأشخاص الذين يجتبرون قراءة الشعر؟ 91

6) ما النسبة المئوية للأشخاص الذين يجتبرون قراءة الشعر والروايات معًا بالنسبة لأولئك الذين يجتبرون قراءة المسرحيات؟ 50%

p	q	r	p ∨ q	s
T	T	T	T	T
T	T	F	T	F
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	T	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

14

الصفحة: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

(تتمة)

1-3 تدريبات إعادة التعليم

العبارات الشرطية

العبارات الشرطية المترابطة:

إذا تغيرت الفرض أو النتيجة في العبارة الشرطية، فإنك ستحصل على العبارات الشرطية المترابطة. ويتم الجدول أدناه ثلاثة أنواع من العبارات الشرطية المترابطة هي: العكس والمعكوس والتكافؤ. ربطاتها بالعبارة الشرطية.

العبارة	بالرموز	مكافئة من	أمثلة
العبارة الشرطية	$p \rightarrow q$	فرض مضمّن ونتيجة	إذا كانت الزاويتان متتامتين بالرأس، فإنهما متتامتان.
العكس	$q \rightarrow p$	تبديل الفرض والنتيجة	إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما متتامتان بالرأس.
المعكوس	$\sim p \rightarrow \sim q$	نفي كلٍّ من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية.	إذا لم تكن الزاويتان متتامتين، بالرأس، فإنهما غير متتامتين.
المعكوس الإيجابي	$p \rightarrow \sim q$	نفي كلٍّ من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية، ومن ثم تبديل موقفيهما.	إذا لم تكن الزاويتان متتامتين، فإنهما غير متتامتين بالرأس.

ويمكن تحديد قيم صواب العبارات الشرطية المترابطة (T) أو (F):

العبارات المتكافئة منطقياً: العبارات التي لها قيم الصواب نفسها تُسمّى عبارات متكافئة منطقياً.

أمثلة:

- العبارة الشرطية ومعاديلها الإيجابي متكافئتان منطقياً.
- عكس العبارة الشرطية ومعكوسها متكافئتان منطقياً.
- $(p \wedge q) \sim (\sim p \vee \sim q)$ كافي منطقياً $p \vee q$
- $(p \vee q) \sim (\sim p \wedge \sim q)$ كافي منطقياً $p \wedge q$

تمارين

اكتب العكس والمعكوس والعبارات الإيجابي لكلٍّ من العبارات الشرطية الآتية، وحدّدها إذا كانت العبارة الشرطية المترابطة صائبة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالاً مضاداً.

- إذا كنت تقيم في الرياض، فإنك تقيم في المملكة العربية السعودية.
- العكس: إذا كنت تقيم في السعودية، فإنك تقيم في الرياض. خاطئة؛ فقد تكون ضيفاً في الرياض.
- العكس: إذا لم تكن ضيفاً في الرياض، فإنك لا تقيم في السعودية. خاطئة؛ فقد تكون ضيفاً في البحرين في السعودية.
- العكس الإيجابي: إذا لم تكن ضيفاً في السعودية، فإنك لا تقيم في الرياض. صائبة.

2. إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90°.

العكس: إذا كان مجموع قياس زاويتين يساوي 90°، فإن الزاويتين متتامتان. صائبة.

المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما لا يساوي 90°. صائبة.

العكس الإيجابي: إذا لم يكن مجموع قياس زاويتين يساوي 90°، فإن الزاويتان غير متتامتين. صائبة.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$p \vee q$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T

الفصل 1: التبرير والتبرهان

17

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-3 تدريبات إعادة التعليم

العبارات الشرطية

عبارات إذا... فإن...:

عبارة (إذا... فإن...) هي عبارة مثل "إذا كنت تقرأ هذه الصفحة، فإنك تدرس رياضيات". والعبارة التي يمكن كتابتها على الصورة (إذا... فإن...) تُسمّى عبارة شرطية، والجملة التي تلي كلمة "إذا" مباشرة تُسمّى الفرض، والجملة التي تلي كلمة "فإن" مباشرة تُسمّى النتيجة.

ويمكن تمثيل العبارة الشرطية بالرموز على النحو الآتي: $p \rightarrow q$ ، ويقرأ "p تؤدي إلى q"، أو "إذا كان p، فإن q".

مثال 1

حدد الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية الآتية، واكتبها في صورة (إذا... فإن...).

ستحصل على فطيرة جانية إذا اشتريت 3 فطائر.

الفرض: اشترت 3 فطائر.

النتيجة: ستحصل على فطيرة جانية.

العبارة: إذا اشتريت 3 فطائر، فإنك ستحصل على فطيرة جانية.

مثال 2

حدد الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية الآتية:

إذا كانت $\angle X \cong \angle R$ ، $\angle S \cong \angle L$ ، فإن $\angle S \cong \angle X$

الفرض: $\angle X \cong \angle R$ ، $\angle S \cong \angle L$

النتيجة: $\angle S \cong \angle X$

تمارين

حدد الفرض والنتيجة في كلٍّ من العبارات الشرطية الآتية:

- إذا كان اليوم هو الجمعة، فإنه لا يوجد دوام مدرسي. الفرض: اليوم هو الجمعة؛ النتيجة: لا يوجد دوام مدرسي.
- إذا كان $x = 40$ ، $x - 8 = 32$ ، فإن $x = 40$. الفرض: $x - 8 = 32$ ؛ النتيجة: $x = 40$.
- إذا كان لمضلع أربع زوايا قائمة، فإن المضلع مستطيل. الفرض: ضلع أربع زوايا قائمة؛ النتيجة: الضلع مستطيل.
- اكتب العبارات الآتية على صورة (إذا... فإن...):
 - كل الزئردة تُحب الموز. إذا كان العيران قزواً، فإنه يحب الموز.

5. مجموع قياس الزاويتين المتتامتين يساوي 90°. إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90°.

6. النقاط الواقعة على استقامة واحدة، فإنها تقع على المستقيم نفسه.

إذا كانت النقاط على استقامة واحدة، فإنها تقع على المستقيم نفسه.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت صائبة، فوضّح تبريرك. وإن لم تكن كذلك، فأعطِ مثالاً مضاداً:

- إذا كان اليوم هو الأربعاء، فإن أسس كان الجمعة.
- خاطئة؛ عندما يكون الفرض صحيحاً، تكون النتيجة خاطئة، إذا كان اليوم هو الأربعاء فيوم أسس هو الثلاثاء. وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة خاطئة.
- إذا كان a عدداً موجباً، فإن $10a$ أكبر من a .
- صائبة؛ عندما يكون الفرض صحيحاً، تكون النتيجة صائبة أيضاً. فعندما يكون a موجباً، يكون $10a$ أكبر من a دائماً.

الصف: الأول الثانوي

16

الصف: الأول الثانوي

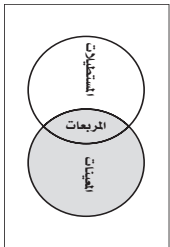
التاريخ

الاسم

1-3 تدريبات حل المسألة

العبارات الشرطية

5) اكتب هل، رسم عاصم شكل في، يوضح العلاقة بين الأشكال الرباعية والمستطيلات والمربعات والمثلّيات. (رسمًا: المثلّين شكل رباعي له أربعة أضلاع متطابقة).



إذا كان Q يمر إلى شكل رباعي، فحدد ما إذا كانت كل عبارة على أي صائبة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فاعط مثالًا مضادًا.

a) إذا كان Q مربعًا، فإن Q مستطيل. **صائبة**

b) إذا لم يكن Q مستطيلًا، فإن Q ليس مربعًا. **خاطئة**



c) إذا كان Q مستطيلًا ولكن ليس مربعًا، فإن Q ليس مربعًا. **صائبة**

صائبة

d) إذا لم يكن Q مربعًا، فإن Q ليس مربعًا. **خاطئة**

خاطئة

الفصل 1: التبرير والبرهان

19

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-3 تدريبات المهارات

العبارات الشرطية

حدّد الفرض والنتيجة في كلّ من العبارات الشرطية الآتية:

1) إذا اشترت لاجئة، فإنك ستحصل على خلاط كهربائي مجاني.

الفرض: اشترت لاجئة.

النتيجة: ستحصل على خلاط كهربائي مجاني.

2) إذا كان $4 = x + 8$ ، فإن $x = -4$.

الفرض: $4 = x + 8$ ؛ النتيجة: $x = -4$.

3) إذا تفوّق أحمد في الدراسة، فإنه سيكتفينا برحلة سياحية إلى ألبا.

الفرض: تفوّق أحمد في الدراسة؛ النتيجة: سيكتفينا برحلة سياحية إلى ألبا.

اكتب العبارات الشرطية الآتية في صورة (إذا... فإن...):

4) المصلح ذو الأصلاح الأربعة شكل رباعي. إذا كان للمصلح أربعة أضلاع، فإنه شكل رباعي.

5) قياس الزاوية الحادة أقل من 90° . إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها أقل من 90° .

حدّد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية، وإذا كانت صحيحة فوضّح تبريرك. وإذا لم يكن كذلك فاعط مثالًا مضادًا.

6) إذا كان لديك 5 ريال، فإن لديك 5 أوراق نقدية من فئة الريال الواحد.

خاطئة؛ قد يكون لديك ورقة واحدة من فئة خمسة ريالات، الفرض صحيح والنتيجة خاطئة. هذا المثال يفند بين أن العبارة الشرطية خاطئة.

7) إذا زُرّي مكان عددان، وكان مجموع العددين الظاهريين على الوجهين العددين يساوي 11، فإن أحد هذين العددين يكون 5.

صحيحة؛ عندما يكون الفرض صحيحًا تكون النتيجة صحيحة. فلا يمكن أن يكون المجموع 11، إلا إذا كان أحد العددين 6 والآخر 5، إذن العبارة الشرطية صحيحة.

8) إذا كانت الزوايا متكافئة، فإن أحدهما تكون زاوية حادة.

خاطئة؛ يمكن أن تكون الزوايا قائمتين. الفرض صحيح ولكن النتيجة خاطئة. هذا المثال يفند بين أن العبارة الشرطية غير صحيحة.

9) اكتب العكس والمعكوس الإيجابي للمعارة الشرطية الآتية، وحدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فكتب مثالًا مضادًا. "إذا كان 89 يقلل القسمة على 2، فإن 89 عدد زوجي".

العكس: إذا كان 89 عددًا زوجيًا، فإن 89 يقلل القسمة على 2؛ صحيحة.

المعكوس: إذا لم يقلل 89 القسمة على 2، فإن 89 ليس عددًا زوجيًا؛ صحيحة.

المعكوس الإيجابي: إذا لم يكن 89 عددًا زوجيًا، فإن 89 لا يقلل القسمة على 2؛ صحيحة.

الفصل 1: التبرير والبرهان

18

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-4 تدريبات المهارات

التبرير الاستنتاجي

حدّد ما إذا كان الاستنتاج صحيحاً اعتماداً على المقدمات، وبرز إجابتك.

(1) • المقدمات، إذا كان مجموع قياسي زاويتين يساوي 180° ، فإن الزاويتين متكاملتان.

$$m\angle A + m\angle B = 180^\circ$$

• الاستنتاج، $\angle A$ و $\angle B$ زاويتان متكاملتان.

صحيح؛ الفرض صحيح والاستنتاج صحيح.

(2) • المقدمات، إذا كان مجموع قياسي زاويتين يساوي 90° ، فإن الزاويتين متتامتان.

$$m\angle DEF = 48^\circ \text{ و } m\angle ABC = 45^\circ$$

• الاستنتاج، $\angle ABC$ و $\angle DEF$ زاويتان متتامتان.

الفرض غير صحيح؛ لذا، لا نقدر أن كان الاستنتاج صحيحاً أم لا.

(3) • المقدمات، إذا كان مجموع قياسي زاويتين يساوي 180° ، فإن الزاويتين متكاملتان.

$$\angle 1 \text{ و } \angle 2 \text{ زاويتان متجاورتان على خط مستقيم.}$$

• الاستنتاج، $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متكاملتان.

إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتين على خط مستقيم، فإن مجموع قياسيهما 180° ، وعليه فإن الفرض يكون صحيحاً، والاستنتاج صحيحاً أيضاً.

استعمل قانون القياس المنطقي للحصول على نتيجة صحيحة من الجبارات المطبّاة إن أمكن ذلك، وألّا فكتب "لا توجد نتيجة صحيحة" وبرز إجابتك.

(4) إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90° .

إذا كان مجموع قياسي الزاويتين يساوي 90° ، فإن الزاويتين حادّتان.

إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما زاويتان حادّتان.

(5) إذا استمرت موعة الحز، فسيزداد استعمال المكيفات،

إذا زاد استعمال المكيفات، فسيزداد كلفة الطاقة.

إذا استمرت موعة الحز، فسيزداد كلفة الطاقة.

(6) إذا كان اليوم هو الثلاثاء، فسأخذ عثمان حصّة كيمياء.

إذا أخذ عثمان حصّة كيمياء، فإنه سيصل إلى البيت الساعة 2 مساءً.

إذا كان اليوم هو الثلاثاء، فسيصل عثمان إلى البيت عند الساعة 2 مساءً.

(7) إذا كان الحيوان البحري (نجم البحر)، فإنه يعيش في منطقة المدّ من المحيط.

منطقة المدّ من المحيط هي المنطقة الأقل استقراراً من بين مناطق المحيط.

إذا كان الحيوان البحري (نجم البحر)، فإنه يعيش في المنطقة الأقل استقراراً من بين مناطق المحيط.

الفصل 1، التبرير والبرهان

23

المصف، الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-4 تدريبات إعادة التعليم

التبرير الاستنتاجي

قانون القياس المنطقي،

هناك طريقة أخرى لاستبط النتائج، هي استعمال قانون القياس المنطقي، ويمكنك هذا القانون من الوصول إلى نتائج من عبارتين شرطيتين صائبتين، إذا كانت نتيجة أحدهما فرصة للأخرى.

قانون القياس المنطقي	إذا كانت $p \rightarrow q$ صائبة، وكانت $r \rightarrow p$ صائبة، فإن $p \rightarrow r$ صائبة.
----------------------	---

مثال

كلتا الجاريتين الشرطيتين أدناه صائبتان، استعمل قانون القياس المنطقي للوصول إلى نتيجة صحيحة، واذكرها.

(1) إذا كان العدد طبيعياً، فإنه عدد صحيح.

(2) إذا كان العدد صحيحاً، فإنه عدد نسبي.

p : العدد طبيعي.

q : العدد صحيح.

r : العدد نسبي.

العبارتان الشرطيتان هي $p \rightarrow q$ و $q \rightarrow r$ ، بتطبيق قانون القياس المنطقي، نوصول إلى نتيجة صحيحة، هي $r \rightarrow p$ ، والجارة التي نحلّل $p \rightarrow r$ هي: "إذا كان العدد طبيعياً، فإنه عدد نسبي".

لنمارض

استعمل قانون القياس المنطقي، للوصول إلى نتيجة صحيحة من كل مجموعة من الجبارات المطبّاة إن أمكن ذلك، وألّا فكتب "لا توجد نتيجة صحيحة"، وبرز ذلك.

(1) إذا لعبت نظام حزمة معي، فسأفقد 5 كيلوجرامات من وزني.

فقدت 5 كيلوجرامات من وزني. لا توجد نتيجة صحيحة.

(2) إذا كانت الزاوية مكملّة لزاوية مفرجة، فإنها زاوية حادة.

إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها أقل من 90° . إذا كانت الزاوية مكملّة لزاوية مفرجة، فإن قياس هذه الزاوية أقل من 90° .

(3) إذا كان قياس $\angle A$ أقل من 90° ، فإنها زاوية حادة.

$$\angle A \text{ كانت } \angle A \text{ زاوية حادة، فإن } \angle A \equiv \angle B. \text{ إذا كان قياس } \angle A \text{ أقل من } 90^\circ \text{، فإن } \angle A \equiv \angle B$$

(4) إذا كانت الزاوية قائمة، فإن قياسها يساوي 90° .

إذا تعاد مستقيمان، فإنهما يصحّحان زاوية قائمة، إذا تعاد مستقيمان، فإنهما يصحّحان زاوية قياسها 90°

(5) إذا ذكرت استعمالاً للاختيار، فإنك ستحصل على درجة مرتفعة.

درجتك في الاختبار مرتفعة. لا توجد نتيجة صحيحة.

الفصل 1، التبرير والبرهان

22

المصف، الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-4 التدرّيات الإثرائية

الاستنتاجات الصحيحة والاستنتاجات الخاطئة:

ماذا يمكنك أن تستنتج من الجارات الآتية؟

(1) خالد طالب. (2) خالد يتوقف. (3) الطالب يتوقف إذا ركز في دراسته.

من الجارين (1) و (3) نستطيع أن نستنتج أن خالدًا سيتوقف إذا ركز في دراسته.

لكنه من الخطأ أن نستنتج من الجارين (2) و (3) أن خالدًا ركز في دراسته.

في مثل هذا الاستنتاج، نكون قد طبقنا منطقًا مغلوًا مثل عبارة: "خالدًا ركز في دراسته"، وهو منطق مفضل لا يستند إلى المنطق الرياضي بدقّة.

ويمكن كتابة العبارة (3) في صورة (أنا...) على النحو الآتي: (أنا ركز الطالب في دراسته، فإنه سيتوقّف).

وعادةً يستعمل صانعو الإعلانات المنطق المغلوّط بحقيقة، من أجل بيع منتجٍ معيّن، أدرس الاستنتاجات الآتية لتحديد أيها صحيح وأيها خاطئ.

خذ ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية صحيحة أم خاطئة:

1. إذا انتريت حقيّة من نوع "الجلدية المخطئة"، فإنها تعتبر طويلاً.
2. إذا انتريت حقيّة من نوع "الجلدية المخطئة"، فإنها تعتبر طويلاً.

• اثبت أنّ عُمر حقيّة من نوع "الجلدية المخطئة"،
استنتاج، حقيّة عُمر من نوع "الجلدية المخطئة".
خاطئ

صحيح

3. إذا استعملت معجون أسنان بالفلورايد، فإنك ستخطئ بأسنان يضاء جيلة.
4. إذا قرأت كتاب "الماكرات الشهية"، فستعدين طعامًا شهياً بسهولة.

• قرأت نعيمة كتاب "الماكرات الشهية".
استنتاج، تستطيع نعيمة أن تعدّ طعامًا شهياً.
صحيح

"بالفلورايد". خاطئ

5. إذا تدربت على استعمال برّيجة مُمالّج الصّورص، فستستطيع أن تكتب رسائل بسرعة أكبر.
6. الأطباء الجراحون يستعملون الفئارات الطبية.

• استعمال قاسم فئارات طبيّة.
استنتاج، قاسم طبيّب جراح.

خاطئ

استنتاج، يستطيع أحد أن يكتب الرسائل بسرعة أكبر.
صحيح

7 اكتب مثلاً على استنتاج متعلّقٍ مغلوّط مشابهٍ في بعض الإعلانات. انظر إعلانات المخابر.

الفصل 1، التبرير والبرهان

25

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-4 تدريبات حل المسألة

التبرير الاستنتاجي

1. اعباء، وُضع هذان الإعلانان على مدخل معارة الأشباح في مدينة الألعاب:

لا يُسمح بدخول من هم دون 8 سنوات إلا بصحبة أحد الوالدين.	لا يُسمح بدخول من هم دون 5 سنوات.
--	-----------------------------------

وفي داخل المعارة وُجد طفل مع أحد والديه، فإذا يمكن أن تستنتج حول عمر هذا الطفل، اعتياداً على الإعلانين المعلقين على مدخل المعارة؟

عبر هذا الطفل 5 سنوات على الأقل.

2. منطق، عندما ذهب والد محمد إلى عمله أعطى محمدًا بعض التعليمات. "إذا احتجت إلى...، يمكنك محادثتي على هاتفي المحمول...، وإذا لم أجبك فيها يعني أنني في اجتماع لن يستمر أكثر من 30 دقيقة، وسأقفل بك مرة أخرى عند انتهاء الاجتماع". اتصل محمد بوالده، ولكن والده لم يرد على مكالمته، فاستنتج محمد أن عليه الانتظار 30 دقيقة على الأكثر، قبل أن يحصل على مكالمته من والده. ما القانون المنطقي الذي استعمله محمد للوصول إلى هذه النتيجة؟

- 5) أنظمة، بعض القانون على أنه لا يجب لمن يقل عُمره عن 21 عامًا أن يقدم للاختبارات في المجلس البلدي، ومن يقل عمره عن 18 عامًا لا يجب له الحصول على رخصة قيادة. سدد الإصدار للمكة التي تصنفها كل حالة فيما يلي:
- a) لا يجب لـ "جابر" أن يقدم لاختبارات المجلس البلدي، ولكن يجب له الحصول على رخصة قيادة.
18, 19, 20
- b) لا يجب لـ "خالد" الحصول على رخصة قيادة، ولكن يجب له أن يقدم لاختبارات المجلس البلدي.

يستعمل وجود شخص بهذا الوصف.

قانون الفصل المنطقي.

3) حق، إذا كان الحاج قادمًا من نجد إلى مكة، فإنه يُحرم من قرن المنازل، اكتب نتيجة صحيحة للقرص الآتي: "إذا لم يُحرم قارئ من قرن المنازل..."

فإن قارئ ليس من الصياع القاهدين من نجد إلى مكة.

الفصل 1، التبرير والبرهان

24

الصف: الأول الثانوي

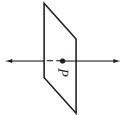
التاريخ _____

الاسم _____

1-5 تدريبات حل المسألة

المسلمات والبراهين الحرة

(4) نقطه، يدعي جالد أن المستقيم يقطع المستوى في نقطة واحدة فقط، ووضح ادعائه جذا بالرسم الآتي:



ويعتد عامر أنه يمكن أن يتقاطع المستقيم مع المستوى في أكثر من نقطة، فأينا على صواب؟ فسر إجاباتك.

عامر على صواب؛ لأنه قد يقع المستقيم في المستوى، وبذلك يقطعه في عدد لا نهائي من النقاط.

(5) ركل سحيد كرة لأعلى في مسار مستقيم.

(a) إذا أراد زياد أن يرسم المسار، فهل يوجد مستوى محدد ووحيد للرسم، أم أكثر؟

أكثر من مستوى؛ لأن المستقيم لا يحدد مستوى، بل إنه يحدد مستوى يلزمنا 3 نقاط ليست على استقامة واحدة.

(b) إذا لم تكن حركة الكرة على مستقيم، فهل يستطيع زياد تحديد المستوى الذي يجري مسار الكرة؟

نعم، لأن 3 نقاط لا تقع على استقامة واحدة فهو بها مستوى واحد فقط.

(1) بناء، يقوم أحمد وأسيد ببناء سطح لبيت لهما، ويريدان أن يكون السطح من مستويين متالين يلتقيان عند نقطة معينة، فهل ذلك ممكن؟

هذا غير ممكن؛ لأن المستويين يتقاطعان في مستقيم.

(2) خطوط جوية، تريد شركة طيران أن توفر رحلات جوية إلى المدن الآتية: حائل، المدينة المنورة، الرياض، جدة، الدمام، جازان. فوسمت التكلفة مستقيمت يصل الواحد منهما بين التين من هذه المدن على الخريطة، إذا لم تكن أي ثلاث من هذه المدن على المستقيم نفسه، فكم مستقيما رسمت الشركة؟

15

(3) رصد، حاول بخار ورشد حوت بواسطة منظاره، ولكن الحوت كان بعيدا جدًا، ولم يظهر على شاشة الزوار، لكن البحار رأى قاربًا بعيدًا فأصل به من أجل تحديد اتجاه الحوت. فسر كيف يمكن أن تساعد هذه المعلومة البحار على تحديد موقع الحوت، ومنى تكون هذه المعلومة غير شفيقة؟

يشكل خطا نظر البحارين مستقيمين يتقاطعان في النقطة التي يوجد عندها الحوت، ولما كان أي مستقيمين متقاطعين يتقاطعان في نقطة واحدة فإنه يمكن تحديد موقع الحوت بالضبط، ولكن هذه الفكرة لا تفيد إذا كان القاربان والحوت على استقامة واحدة.

التاريخ _____

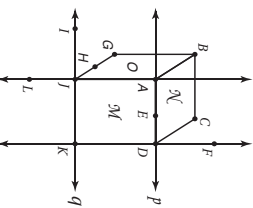
الاسم _____

1-5 تدريبات المهارات

المسلمات والبراهين الحرة

اذكر المسلمة التي تبرز صحة كل عبارة مما يأتي:

(1) المستويان O و M يتقاطعان في المستقيم r يلتقي الشوآن في العرف الذي يقع على المستقيم r ، إذا: تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما خط مستقيم.



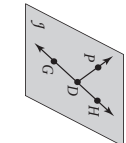
(2) المستقيم P يقع في المستوى N . التقاطعان A و D تقعان على المستقيم M في المستوى N ، إذا: وقتت تقاطعان في مستوى، فإن المستقيم الذي يحتويهما يقع بكامله في ذلك المستوى.

حدد ما إذا كانت الجمل الآتية صحيحة دائمًا أم صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا، وبرز إجاباتك.

(3) النقاط الثلاث التي تقع على استقامة واحدة تحدد مستوى واحدًا. غير صحيحة أبدًا؛ التقاطع الثلاث لا تقع على استقامة واحدة؛ فعدد مستوي واحدًا.

(4) التقاطعان A, B تحددان مستقيماً واحدًا. صحيحة دائمًا؛ يوجد مستقيم واحد فقط يمر بأي نقطتين معلومتين.

(5) يجري المستوى على ثلاثة مستقيمت على الأقل. صحيحة دائمًا؛ يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة، كل نقطتين منها تحددان مستقيماً واحدًا.



في الشكل المجاور، يقع كل من \overleftrightarrow{DP} و \overleftrightarrow{DQ} في المستوى H ويقع H على \overleftrightarrow{DG} . اذكر المسلمة التي تبرز صحة كلا من الجارئين الآتيين:

(6) P و G تقعان على الخط المستقيم نفسه. المسلمة 1.1؛ هناك مستقيم واحد فقط يمر بأي نقطتين معلومتين.

(7) النقاط D, H, P تقع في المستوى نفسه. المسلمة 1.2؛ يوجد مستوى واحد فقط يحوي أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.



(8) برهان: في الشكل المجاور، النقطة P نقطة منتصف \overline{AC} ، والنقطة Q نقطة منتصف \overline{BD} ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{CD}$. البرهان: بما كانت P نقطة منتصف \overline{AC} ، و Q نقطة منتصف \overline{BD} ، أكتب برهانًا جزئيًا لإثبات أن: $AB \cong CD$

المعطيات: B نقطة منتصف \overline{AC} ، P نقطة منتصف \overline{BD}

المطلوب: إثبات أن $AB \cong CD$

البرهان: بما كانت P نقطة منتصف \overline{AC} ، و Q نقطة منتصف \overline{BD} ، فإن $AB \cong BC$ و $BC \cong CD$ وبجسب نظرية نقطة نقطة المتطابقة لها أطوال نفسه، فإن $AB \cong BC$ و $BC \cong CD$ ، وبجسب خاصية التتبعي المتساوية ينتج أن $AB \cong CD$.

الفصل 1: التبرير والبرهان

29

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-6 تدريبات إعادة التعليم

البرهان الجبري

البرهان الجبري:

سلسلة المخطوطات الجبرية المبرتبة لحل مسألة مع تبرير لكل خطوة يطلق عليها البرهان الجبري.

والجدول الآتي يبين خصائص صحيحة لأي أعداد حقيقية مثل: a, b, c .

خاصية الجمع والترح للمساواة	إذا كان $a = b$ فإن $a + c = b + c$ وإذا كان $a = b - c$ فإن $a + c = b$.
خاصية الترحب والمقسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ فإن $a \cdot c = b \cdot c$ وإذا كان $a = b \div c$ فإن $a \cdot c = b$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$.
خاصية التبادل للمساواة	إذا كان $a = b$ فإن $b = a$.
خاصية التمدد للمساواة	إذا كان $a = b$ فإن $a \cdot c = b \cdot c$ وإذا كان $a = b \div c$ فإن $a \cdot c = b$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$ فإن b يمكن استبدال a بالعدد b في أي معادلة أو عبارة.
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$.

ويمكن كتابة البرهان بحيث يكون ترتيب العبارات في عمود، والتبريرات في عمود مواز له. ونسمى عندما البرهان ذا العمودين.

مثال أثبت أنه إذا كان: $30 = (x - 1) + 2x + 6$ فإن $x = 4$ ، ثم اكتب تبريرًا لكل خطوة.

المختصات الجبرية

المختصات	المختصات
خاصية التوزيع	$6x + 2(x - 1) = 30$
بسط	$6x + 2x - 2 = 30$
خاصية الجمع للمساواة	$8x - 2 = 30$
بسط	$8x - 2 + 2 = 30 + 2$
خاصية القسمة للمساواة	$8x = 32$
بسط	$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$
	$x = 4$

تعاريف

أكمل التبرعاتين الآتيتين:

- المعطيات: 9 = $\frac{4x+6}{2}$ المطلوب: أثبت أن $x = 3$ البرهان:
- المعطيات: $2x + 8 = x + 4$ المطلوب: أثبت أن $x = -2$ البرهان:

المبررات	المبررات
(a) معطيات	$4x + 8 = x + 2$
(b) خاصية الطرح للمساواة	$4x + 8 - x = x + 2 - x$
(c) بالتبسيط	$3x + 8 = 2$
(d) خاصية الطرح للمساواة	$3x + 8 + 8 = 2 - 8$
(e) بالتبسيط	$3x = -6$
(f) خاصية القسمة للمساواة	$\frac{3x}{3} = \frac{-6}{3}$
(g) بالتبسيط	$x = -2$

المبررات	المبررات
(a) معطيات	$\frac{4x+6}{2} = 9$
(b) خاصية الترحب للمساواة	$2(\frac{4x+6}{2}) = 2(9)$
(c) بالتبسيط	$4x + 6 = 18$
(d) خاصية الطرح للمساواة	$4x + 6 - 6 = 18 - 6$
(e) بالتبسيط	$4x = 12$
(f) خاصية القسمة للمساواة	$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$
(g) بالتبسيط	$x = 3$

الفصل 1: التبرير والبرهان

31

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-5 التدرجات الإثرائية

زوجي وفردية

لتحديد ما إذا كان العدد زوجيًا، ننظر إذا كان رقم أحاده يقبل القسمة على 2 أم لا. ولكن هناك تعريفًا رياضيًا آخر للعدد الزوجي.

يشير على أن العدد يكون زوجيًا إذا استطعنا كتابته في صورة $2k$ لعدد صحيح k .

يوظف البرهان الآتي هذا التعريف لإثبات أن مجموع عددين زوجيين يكون عددًا زوجيًا أيضًا.

- المعطيات: m, n عددان زوجيان.
- المطلوب: $m + n$ عدد زوجي.
- البرهان: بما أن m و n عددان زوجيان، فبحسب تعريف العدد الزوجي، يمكن كتابتها في صورة $m = 2k$ و $n = 2j$ ، حيث k, j عددان صحيحان. فربما أن نبين أنه يمكن كتابة $m + n$ في صورة $2k$ ، لعدد صحيح k ، لإثبات أن $m + n$ عدد زوجي. يمكن كتابة $m + n$ في الصورة $2k + 2j$ أو $2(k + j)$ باستعمال خاصية التوزيع. وبما أن k و j عددين صحيحين، فإن $k + j$ يساوي عددًا صحيحًا ولكن $k + j$ أي $k + j$ يساوي $2k$ حيث k ، عدد صحيح، وعليه فإن $m + n$ عدد زوجي.

وتعريف العدد الفردي يشير على أن العدد يكون فرديًا إذا أمكن أن نكتبه في صورة $2k + 1$ لعدد صحيح k .

استعمل تعريف العدد الزوجي والعدد الفردي؛ لكتابة برهانٍ حُرِّ لكلٍّ من العبارات الآتية:

- مجموع عددين فرديين يكون عددًا زوجيًا.

- المعطيات: m, n عددان فرديان.
- المطلوب: $m + n$ عدد زوجي.
- البرهان: بما أن m و n عددان فرديان، فإن حسب تعريف العدد الفردي، يمكن كتابتها في صورة $m = 2k + 1$ و $n = 2j + 1$ لعددين صحيحين k, j ، ونبين أن نبين أنه يمكن كتابة $m + n$ في صورة $2k$ لعدد صحيح k . لإثبات أن مجموع عدد زوجي. وبما أن m و n عددين صحيحين، فإن $m + n$ في صورة $2k + 1 + 2j + 1$ أو $2(k + j + 1)$ وبما أن k و j عددين صحيحين، فإن المجموع $k + j + 1$ يساوي عددًا صحيحًا، ولكن هذا المجموع يساوي العدد الصحيح k . ولذلك فإنه يمكن كتابة $m + n$ في صورة $2k$ لعدد صحيح k . إذن $m + n$ عدد زوجي.

- ناجح ضرب عددين فرديين يكون عددًا فرديًا.

- المعطيات: m, n عددان فرديان.
- المطلوب: $m \cdot n$ عدد فردي.
- البرهان: بما أن m و n عددان فرديان، فبحسب تعريف العدد الفردي، يمكن كتابتها في صورة: $m = 2k + 1$ و $n = 2j + 1$ لعددين صحيحين k, j ، ونبين أن نبين أنه يمكن كتابة ناتج الضرب $m \cdot n$ في صورة $2k$ لعدد صحيح k . لإثبات أن ناتج الضرب عدد زوجي. ناتج الضرب عدد فردي، وبما أن m و n عددين صحيحين، فإن $m \cdot n$ في صورة $(2k + 1)(2j + 1)$ أو $2kj + 2k + 2j + 1$ ، وبما أن k و j عددين صحيحين، فإن المجموع $k + j + 1$ يساوي عددًا صحيحًا، ولكن هذا المجموع يساوي العدد الصحيح k . ولذلك فإنه يمكن كتابة $m \cdot n$ في صورة $2k$ لعدد صحيح k . ولذلك يمكن كتابة $m \cdot n$ في صورة $2k + 1$ لعدد صحيح k . أي أن $m \cdot n$ عدد فردي.

- ناجح ضرب عددين زوجيين يكون عددًا زوجيًا.

- المعطيات: m, n عددان زوجيان.
- المطلوب: $m \cdot n$ عدد زوجي.
- البرهان: بما أن m و n عددان زوجيان، فبحسب تعريف العدد الزوجي، يمكن كتابتها في صورة $m = 2k$ و $n = 2j$ لعددين صحيحين k, j ، ونبين أن نبين أنه يمكن كتابة $m \cdot n$ في صورة $2k$ لعدد صحيح k . لإثبات أن ناتج الضرب عدد زوجي. وبما أن m و n عددين صحيحين، فإن $m \cdot n$ في صورة $2k(2j)$ أو $4kj$ ، وبما أن k و j عددين صحيحين، فإن $4kj$ يساوي عددًا صحيحًا، ولكن هذا الناتج يساوي العدد الصحيح k . ولذلك يمكن كتابة $m \cdot n$ في صورة $2k$ لعدد صحيح k . أي أن $m \cdot n$ عدد زوجي.

الفصل 1: التبرير والبرهان

30

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-6 تدريبات المهارات

البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرز كل عبارة من يأتي:

(1) إذا كان: $m\angle A = 80^\circ$ فإن: $m\angle A = 80^\circ$ خاصية التبادل للمساواة.

(2) إذا كان: $RS = TU$ و $YP = YP$ خاصية التقدي للمساواة.

(3) إذا كان: $7x = 28$ فإن: $x = 4$ خاصية القسمة للمساواة.

(4) إذا كان: $TY + VR = EN + TY$ فإن: $VR = EN$ خاصية الطرح للمساواة.

(5) إذا كان: $m\angle 1 = 30^\circ$ و $m\angle 2 = 30^\circ$ فإن: $m\angle 2 = 30^\circ$ خاصية التوفيق للمساواة.

أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $1 + 2x = 8x$

المطلوب: إثبات أن $x = 1$

البرهان:

المعطيات	العبارة
(a) $8x - 5 = 2x + 1$	
(b) خاصية الطرح للمساواة	$8x - 5 - 2x = 2x + 1 - 2x$
(c) بالتبسيط	$6x - 5 = 1$
(d) خاصية الجمع للمساواة	$6x + 5 + 5 = 1 + 5$
(e) بالتبسيط	$6x = 6$
(f) خاصية القسمة للمساواة	$\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$
(g) بالتبسيط	$x = 1$

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة التخصين الآتي:

(6) إذا كان: $\overline{PQ} \cong \overline{QS}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$ فإن: $PQ = ST$



المعطيات: $\overline{PQ} \cong \overline{QS}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$

المطلوب: إثبات أن $PQ = ST$

البرهان:

المعطيات	العبارة
(1) معطيات	$\overline{PQ} \cong \overline{QS}, \overline{QS} \cong \overline{ST}$
(2) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$PQ = QS, QS = ST$
(3) خاصية التقدي	$PQ = ST$

الفصل 1: التبرير والبرهان

33

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-6 تدريبات إعادة التعليم

البرهان الجبري

البرهان الهندسي:

تُعبر الأعداد في الهندسة عن قياسات، ولذلك يمكن استعمال خصائص الأعداد الحقيقية في البرهان الهندسي، والجدول الآتي يوضح بعض الخصائص الجبرية التي تُستعمل في البرهان.

الخاصية	القطع المستقيمة	النزوى
التكافؤ	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التعادل	إذا كان $AB = CD$ فإن $AB = CD$	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ فإن $m\angle 1 = m\angle 2$
التعدي	إذا كان $AB = CD$ و $CD = EF$ فإن $AB = EF$	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ فإن $m\angle 1 = m\angle 3$

مثال اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان: $m\angle 2 = m\angle 3$ ، $m\angle 1 = m\angle 2$ فإن $m\angle 1 = m\angle 3$

المعطيات: $m\angle 3 = m\angle 2$ ، $m\angle 2 = m\angle 1$

المطلوب: إثبات أن: $m\angle 1 = m\angle 3$

البرهان:

المعطيات	البرهان
(1) معطيات	$m\angle 1 = m\angle 2$
(2) معطيات	$m\angle 2 = m\angle 3$
(4) خاصية التقدي للمساواة	$m\angle 1 = m\angle 3$

تعاريف

اذكر الخاصية التي تبرز كل عبارة من يأتي:

(1) إذا كان: $m\angle 1 = m\angle 2$ فإن: $m\angle 1 = m\angle 2$ خاصية التبادل للمساواة.

(2) إذا كان: $m\angle 1 = 90^\circ$ و $m\angle 1 = 90^\circ$ فإن: $m\angle 2 = 90^\circ$ خاصية التوفيق للمساواة.

(3) إذا كان: $AB = RS$ و $RS = WY$ فإن: $AB = WY$ خاصية التقدي للمساواة.

(4) إذا كان: $AB = CD$ و $CD = \frac{1}{2}AB$ فإن: $AB = \frac{1}{2}AB$ خاصية القرب للمساواة.

(5) إذا كان: $m\angle 2 = 110^\circ$ و $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3$ فإن: $m\angle 1 + m\angle 3 = 110^\circ$ خاصية التوفيق للمساواة.

(6) $RS = RS$ خاصية الانعكاس.

(7) إذا كان: $AB = RS$ و $TU = WY$ فإن: $AB + TU = RS + WY$ خاصية الجمع للمساواة.

(8) إذا كان: $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ فإن: $m\angle 1 = m\angle 3$ خاصية التقدي للمساواة.

المعطيات: $A = \frac{1}{2}bh$

(9) إذا كان قانون مساحة المثلث $A = \frac{1}{2}bh$ فإن $A = \frac{1}{2}bh$ تساوي مكي مساحة المثلث. المطلوب: إثبات أن $2A = bh$

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة هذا التخصين.

المعطيات	العبارة
(1) معطيات	$A = \frac{1}{2}bh$
(2) خاصية القرب للمساواة	$2A = 2(\frac{1}{2}bh)$
(3) بالتبسيط	$2A = bh$

الفصل 1: التبرير والبرهان

32

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-6 التدرّيات الإثرائية

خصائص التماثل والانعكاس والتعدي،
تحقق علاقة المساواة ثلاث خصائص مهمة هي:

$a = a$ الانعكاس

التماثل إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$

التعدي إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$

وهناك علاقات أخرى تحقق بعض هذه الخصائص أو كلها،خذ العلاقة الآتية "بجانب" ثلاثه طلاب (صالح، سعد، حمد)،
أي الخصائص أعلاه تكون صحيحة لهذه العلاقة؟

صالح بجانب صالح . خاطئة

إذا كان صالح بجانب سعد، فإن سعدًا بجانب صالح . صحيحة

إذا كان صالح بجانب سعد وسعد بجانب حمد، فإن صالحًا بجانب حمد. خاطئة

أي أن خاصية التماثل وحدها صحيحة للعلاقة "بجانب".

اذكر أي الخصائص (التماثل، الانعكاس، التعدي) تكون صحيحة لكل من العلاقات الآتية:

- (1) أطول من (2) من ثرية
التعدي التعدي

- (3) عمودي على (4) لا يساوي
التماثل التماثل

- (5) أشد دقًا من (6) أقل من أو يساوي
التعدي الانعكاس والتعدي

- (7) دقيقة لـ (8) صديق لـ
التعدي التماثل

- (9) كتب مثالي لـللاتين، واذكر أي الخصائص الثلاث تحققها هاتان العلاقات.
انظر إجابات الطلاب.

الفصل 1: التبريد والبريدان

35

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

1-6 تدريبات حل المسألة

البرهان الجبري

(4) آتية هفارية، تقم كل من آتية وفاطمة بطلاء آتية هفارية.

ويتمكن كل منهما طلاء 8 آتية كل ساعة. وفي أحد الأيام
عملت فاطمة 6 ساعات، في حين عملت آتية 9 ساعات.

فما عدد الآتية التي قامتا بطلائها في ذلك اليوم؟

$$(9 + 6) \times 8 = 9 \times 8 + 6 \times 8$$
$$= 72 + 48 = 120$$

(5) أعمار: يزيد عمر والد حسن ثماني سنوات على 4 أعمار
عمر حسن، وعمر والد حسن يساوي 36 سنة.

(a) جِّز عن هذه المعطيات بمعادلة جبرية بالتغير x منفرّدًا
أن عمر حسن يساوي x .

$4x + 8 = 36$

(b) املا الفراغات في الجدول أدناه، والذي يبيّن الخطوات
المستعملة لحلقة عمر حسن مع الخاصية التي تبرز كل
خطوة.

الخطوات الجبرية	الخصائص
1) $4x + 8 = 36$	1) المعادلة الأصلية
2) $4x - 8 = 36 - 8$	2) خاصية طرح للمساواة
3) $4x = 28$	3) بالتبسيط
4) $\frac{4x}{4} = \frac{28}{4}$	4) خاصية القسمة للمساواة
5) $x = 7$	5) بالتبسيط

(1) ماهر، لدى كل من قاسم وفواز العدد نفسه من الماعز،

وكلّ ذلك لدى كل من فواز وفهد العدد نفسه من الماعز. فهل
لدى كل من قاسم وفهد العدد نفسه من الماعز؟ برّاهنا.

خاصية التعدي

(2) تقود، لدى كل من عثمان وسلمان المبلغ نفسه من النقود.
وربما أن يشترا كل في شراء حلوى، بحيث يقسمان شئها
بالتساوي، فهل يبقى مع كل منهما المبلغ نفسه بعد شراء
الحلوى؟ برّاهنا.

نعم؛ خاصية الطح.

(3) تصنيع، تنتج شركة قطعًا أكثر وبتصغير قيمة كل قطعة
6.50 ريالًا، ويُنتج خط الإنتاج الأول 4443 قطعة، وتنتج
خط الإنتاج الثاني 5557 قطعة، ولمّا سُئِلَ المشرف على
الإنتاج عن القيمة الكلية للقطع، أجاب على الفور أنها
"65000 ريال". فتر كيف استطاع المشرف إعطاء النتيجة
بهذه السرعة دون إجراء العمليات الحسابية.

نقد، تشمل خاصية التوزيع، فقيم 4443 أي 5557، للحصول
على 10000 أولاً، ثم ضرب هذا العدد في 6.50 ريالًا،
للحصول على النتيجة وهي 65000 ريال.

الفصل 1: التبريد والبريدان

34

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

(نقمة)

1-7 تدريبات إعادة التعليم

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

تطابق القطع المستقيمة :

تذكر أن أطوال القطع المستقيمة أعداد تحقق خصائص الانعكاس والتعدي للمساواة ، ولما كانت القطع المستقيمة التي لها الطول نفسه متطابقة ، فإن طائقي القطع المستقيمة يحقق خصائص الانعكاس والتعدي أيضًا .

خاصية الانعكاس للطائقي $\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للطائقي إذا $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، وإذا $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$.
خاصية التبادلي للطائقي إذا $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$.

مثال اكتب بوجهًا ذا صمودين



أثبت أنه إذا كانت: $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ، فإن: $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، و $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، المطلوب: إثبات أن $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ، البرهان:

المبررات	العبارة
1) معطيات	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ (1)
2) تعريف طائقي القطع المستقيمة	$AB = DE$ ، $BC = EF$ (2)
3) خاصية الجمع للمساواة	$AB + BC = DE + EF$ (3)
4) مسلمة: جمع أطوال القطع المستقيمة	$AB + BC = AC$ ، $DE + EF = DF$ (4)
5) خاصية التعويض للمساواة	$AC = DF$ (5)
6) تعريف طائقي القطع المستقيمة	$\overline{AC} \cong \overline{DF}$ (6)

تمارين

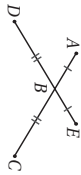
برر كلا من المبررات الآتية بإحدى خصائص الطائقي:

1) إذا كان: $\overline{GH} \cong \overline{DE}$ ، فإن: $\overline{DE} \cong \overline{GH}$. خاصية التبادلي

2) إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$ ، فإن: $\overline{RS} \cong \overline{AB}$ ، و $\overline{AB} \cong \overline{WY}$ ، فإن: $\overline{AB} \cong \overline{WY}$. خاصية التعدي

3) $\overline{RS} \cong \overline{RS}$ خاصية الانعكاس

4) في الشكل المقابل، إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ ، $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ ، أثبت أن $\overline{DB} \cong \overline{BC}$ ، المطلوب: إثبات أن $\overline{DB} \cong \overline{BC}$ ، البرهان:



المبررات	العبارة
6) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$DE = DB + BE$ (6)
7) خاصية الطرح للمساواة	$DE - BE = DB$ (7)
8) بالتعويض	$DB = BC$ (8)
9) تعريف طائقي القطع المستقيمة	$\overline{DB} \cong \overline{BC}$ (9)

الفصل 1 : التبرير والبرهان

37

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-7 تدريبات إعادة التعليم

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

جميع أطوال القطع المستقيمة :

هناك مسلمتان أساسيتان في التعامل مع القطع المستقيمة وأطوالها هما: مسلمة: أطوال القطع المستقيمة التي تقوم عليها خط الأعداد، ومسلمة: جميع أطوال القطع المستقيمة، التي توضح معنى أن تقع نقطة بين نقطتين أخريين .

النقاط التي تقع على مستقيم أو نقطة مستقيمة، يمكن ربطها بأعداد حقيقية، وكل عدد حقيقي يقابل نقطة واحدة على المستقيم أو القطعة المستقيمة.

إذا كانت A, B, C ثلاث نقاط على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C ، إذا و فقط إذا $AB + BC = AC$: QS .

مثال اكتب بوجهًا ذا صمودين



أثبت أنه إذا كانت Q نقطة منتصف \overline{PR} و R نقطة منتصف \overline{QS} ، فإن: $QS = PR$ ، المطلوب: إثبات أن $QS = PR$ ، البرهان:

المبررات	العبارة
1) معطيات	$\overline{QR} \cong \overline{RS}$ ، $\overline{QR} \cong \overline{RS}$ (1)
2) تعريف نقطة منتصف	$PQ = QR$ ، $QR = RS$ (2)
3) خاصية التبادلي للمساواة	$PQ = RS$ (3)
4) خاصية الجمع للمساواة	$PQ + QR = QR + RS$ (4)
5) مسلمة: جميع أطوال القطع المستقيمة	$PQ + QR = PR$ ، $QR + RS = QS$ (5)
6) خاصية التعويض للمساواة	$PR = QS$ (6)

تمارين

أكمل كلا من البراهين الآتين:

1) المعطيات: $BC = DE$ ، $AB + BC = AC$ ، $AB + DE = AC$ ، المطلوب: إثبات أن $BC = DE$ ، البرهان:



2) المعطيات: Q تقع بين P و R ، R تقع بين Q و S ، $PR = QS$ ، المطلوب: إثبات أن $PQ = RS$ ، البرهان:

المبررات	العبارة
1) معطيات	Q تقع بين P و R ، R تقع بين Q و S (1)
2) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$PQ + QR = PR$ (2)
3) معطيات	R تقع بين Q و S (3)
4) مسلمة: جمع أطوال القطع المستقيمة	$QR + RS = QS$ (4)
5) معطيات	$PR = QS$ (5)
6) خاصية التوحيد للمساواة	$PQ + QR = QR + RS$ (6)
7) خاصية الطرح للمساواة	$PQ + QR - QR = QR + RS - QR$ (7)
8) بالتبسيط	$PQ = RS$ (8)

الفصل 1 : التبرير والبرهان

36

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-7 تدريبات حل المسألة

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

(4) نبوت، زيد، جعفر ومحمد في ثلاثة بيوت تقع كلها على المستقيم نفسه، في حين يقع بيت جعفر بين بيتي زيد ومحمد، والمسافة بين بيت زيد وبيت محمد ميل واحد، فهل يمكن أن يقع بيت جعفر ميلًا واحدًا عن كل من بيت زيد وبيت محمد؟

لا ؛ لا يمكن. يجب أن يقع بيت جعفر أقل من ميل واحد عن كل منهما لأنه يقع بينهما.

(5) انشادة، وضعت المصابيح A, B, C, D, E في صف واحد. وكان المصباح الأوسط: هو نقطة منتصف المسافة بين المصباحين الثاني والرابع، وهو أيضًا نقطة منتصف المسافة بين المصباحين الأول والآخر.

(a) ارسم شكلًا يوضح هذا الوضع.

إجابة ممكنة:



(b) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: C نقطة منتصف كل من \overline{AB} و \overline{BD} .
المطلوب: إثبات أن $AB = DE$.

المعطيات	العبارة
(1) C نقطة منتصف \overline{AB} و \overline{BD}	
(2) تعريف نقطة منتصف	$BC = CD$ و $AC = CE$
(3) مسماة: جمع أطوال القطع المستقيمة	$AC = AB + BC$ و $CE = CD + DE$
(4) خاصية الطرح للمساواة	$AB = AC - BC$ و $AB = CE - CD$
(5) خاصية التعويض للمساواة	
(6) خاصية الطرح للمساواة	$DE = CE - CD$
(7) خاصية التبادلي للمساواة	$AB = DE$

الفصل 1: التبرير والبرهان

39

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-7 تدريبات المهارات

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

برّر كل عبارة مما يأتي مستعملًا إحدى خصائص المساواة أو الطابق أو إحدى المسلمات:

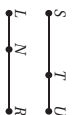
(1) إذا كانت: $QA = QA$ خاصية الانعكاس للمساواة

(2) إذا كانت: $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{CE}$ ، فإن: $\overline{AB} \cong \overline{CE}$. خاصية التبادلي للطابق

(3) إذا كانت: Q بين P و R ، فإن: $PR = PQ + QR$. مسماة جمع أطوال القطع المستقيمة

(4) إذا كانت: $EF + FG = AC$ و $AB + BC = AC$ ، فإن: $EF = FG$. خاصية التعويض للمساواة

برهان: أكمل كلًا من البرهانين الآتيين:



(5) المعطيات: $\overline{ST} \cong \overline{LR}$
 $\overline{TU} \cong \overline{LN}$

المطلوب: إثبات أن $\overline{ST} \cong \overline{NR}$.

المبررات	العبارة
(a) معطيات ؟	$\overline{ST} \cong \overline{LR}$, $\overline{TU} \cong \overline{LN}$
(b) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$ST = LR$, $TU = LN$
(c) مسماة جمع أطوال القطع المستقيمة	$ST = ST + TU$ و $LR = LN + NR$
(d) خاصية التعويض للمساواة	$ST + TU = LN + NR$
(e) خاصية التعويض للمساواة	$ST + LN = LN + NR$
(f) خاصية الطرح للمساواة	$ST + LN - LN = LN + NR - LN$
(g) خاصية التعويض للمساواة	$ST = NR$
(h) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$\overline{ST} \cong \overline{NR}$

(6) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
المطلوب: إثبات أن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$.

البرهان:

المبررات	العبارة
(a) معطيات	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$
(b) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$AB = CD$
(c) خاصية التبادل للمساواة	$CD = AB$
(d) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$\overline{CD} \cong \overline{AB}$

الفصل 1: التبرير والبرهان

38

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-8 تدريبات إعادة التعلم

إثبات علاقات بين الزوايا

الزوايا المتتامّة والمتكاملة :

هناك مستقيمان أساسيان للتعامل مع الزوايا هما: مستقيمة المثلثة والتي تربط قياسات الزوايا بالأعداد، ومستقيمة جميع الزوايا والتي تبين العلاقة بين أجزاء الزاوية مع الزاوية نفسها.

مسئمة المثلثة	يرتبط قياس أي زاوية بعدد خطيٍّ واحد يقع بين 0° و 180°
مسئمة جميع قياسات الزوايا	تقع النقطة R داخل $\angle PQS$ ، وإذا فقط إذا كان: $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$

يمكن استعمال هاتين المستقيمتين لإثبات النظريتين الآتيتين:

نظرية الزوايتين المتكاملتين	إذا كانت زاويتان متجاورتين على مستقيم، فإنهما متكاملتان. مثال: $\angle 2$ و $\angle 4$ زاويتان متجاورتان على مستقيم l لذا فإن: $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
نظرية الزوايتين المتتامتين	إذا كون الضلعان غير المشتركين في زاويتين متجاورتين زاوية قائمة، فإن الزاويتين تكونان متتامتين. مثال: في الشكل المجاور $\overrightarrow{GF} \perp \overrightarrow{GH}$ ، لذا فإن: $m\angle 3 + m\angle 4 = 90^\circ$

مثال 2

إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ زاوية قائمة، وكان $m\angle 2 = 20^\circ$ ، فأوجد $m\angle 1$.



نظرية الزوايتين المتكاملتين
بالتعويض $m\angle 2 + m\angle 1 = 90^\circ$
خاصية الطرح للمساواة $m\angle 1 = 70^\circ$

مثال 1

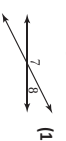
إذا كانت $\angle 2$ و $\angle 1$ زاويتين متجاورتين على مستقيم وكان $m\angle 2 = 115^\circ$ ، فأوجد $m\angle 1$.



نظرية الزوايتين المتكاملتين
بالتعويض $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
خاصية الطرح للمساواة $m\angle 1 = 65^\circ$

تمارين

أوجد قياس كل من الزوايا المرفقة، ثم اذكر النظرية التي تبرز إجابتك:



(3)
 $m\angle 5 = (5x)^\circ$, $m\angle 6 = (4x + 6)^\circ$
 $m\angle 11 = (x + 10)^\circ$
 $m\angle 12 = (9x - 20)^\circ$
 $m\angle 11 = 20^\circ$
 $m\angle 12 = 70^\circ$
نظرية الزوايتين المتتامتين

(1)
 $m\angle 7 = (5x + 5)^\circ$
 $m\angle 8 = (x - 5)^\circ$
 $m\angle 7 = 155^\circ$
 $m\angle 8 = 25^\circ$
نظرية الزوايتين المتكاملتين

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-7 التدرّيات الإثرائية

نقطة المنتصف:

سبق لك أن درست صيغة منتصف \overline{AB} :
 $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$ ، حيث إحداثيات A هي (x_1, y_1) وإحداثيات B هي (x_2, y_2)

افترض أن النقطة P تقع على \overline{AB} ، وبمدها عن A يساوي $\frac{1}{4}$ المسافة من A إلى B .

يقول صالح: إنه يمكن إيجاد إحداثيات P باستعمال الصيغة التالية:

$$P = \left(\frac{x_1 + x_2}{4}, \frac{y_1 + y_2}{4} \right)$$

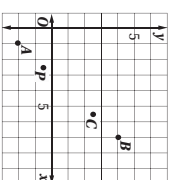
1) هل صيغة صالح لإيجاد P صحيحة أم لا؟ فسر إجابتك.

الصيغة غير صحيحة؛ لأنه إذا كانت: $A(4, -4)$ و $B(6, 6)$ ، فإن نقطة منتصف \overline{AB} هي $M = (5, 1)$.
وسنكون P نقطة المنتصف بين A و M : أي أن إحداثيات P هي $(2.5, 0.5)$

بينما تكون $P = (2.5, 0.5)$ وفق قانون صالح.

2) اقترح طريقة لإيجاد إحداثيات النقطة P

إجابة ممكنة: استخدام صيغة نقطة المنتصف مرتين؛ بحيث نطبق الصيغة في المرة الأولى لإيجاد نقطة منتصف \overline{AB} ، ثم يطبق مرة أخرى على \overline{AM} لإيجاد إحداثيات P .



استعمل المستوى الإحداثي المجاور للإجابة عن الأسئلة 3-5.

3) عَيّن النقطتين $A(1, -2)$ و $B(7, 4)$.

4) عَيّن النقطة P بين A و B ، على أن يكون $AP = \frac{1}{4}(AB)$ ، وأوجد إحداثيات P .

$$(2.5, -0.5)$$

5) عَيّن النقطة C بين A و B ، على أن يكون $CB = \frac{1}{4}(AB)$. وأوجد إحداثيات C .

$$(5.5, 2.5)$$

الفصل 1: التبرير والبرهان

40

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-8 تدريبات المهارات

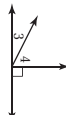
إثبات علاقات بين الزوايا

أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة مع ذكر النظرية التي تبرر حالت:

$$m\angle 5 = 38^\circ$$

$$m\angle 3 = 22^\circ$$

$$m\angle 2 = 57^\circ$$



$$m\angle 6 = 38^\circ$$

$$m\angle 4 = 68^\circ$$

$$m\angle 1 = 123^\circ$$

نظرية الزوايا المتقابلين بالرأس.

نظرية الزوايا المتكاملين ومسلمة جمع قياسات الزوايا

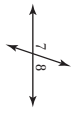
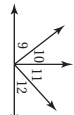
نظرية الزوايا المتكاملين

$$m\angle 3 = (4x - 26)^\circ$$

$$m\angle 14 = (3x + 4)^\circ$$

$$m\angle 7 = (4x + 11)^\circ$$

$$m\angle 8 = (3x + 1)^\circ$$



$$m\angle 13 = 94^\circ$$

$$m\angle 9 = 49^\circ, m\angle 11 = 49^\circ$$

$$m\angle 7 = 107^\circ, m\angle 8 = 73^\circ$$

$$m\angle 14 = 94^\circ$$

$$m\angle 12 = 41^\circ$$

$$m\angle 12 = 41^\circ$$

نظرية الزوايا المتقابلين بالرأس.

نظرية الزوايا المتكاملين

نظرية الزوايا المتكاملين

أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\angle QPS \cong \angle TPR$

المطلوب: إثبات أن: $\angle QPR \cong \angle TPS$



البرهان:

المبررات	المبررات
(a) معطيات ؟	$\angle QPS \cong \angle TPR$ (a)
(b) تعريف الزوايا المتطابقة.	$m\angle QPS = m\angle TPR$ (b)
(c) مسلمة جمع قياسات الزوايا.	$m\angle QPS = m\angle QPR + m\angle RPS$ $m\angle TPR = m\angle TPS + m\angle RPS$ (c)
(d) خاصية التعويض	$m\angle QPR + m\angle RPS = m\angle TPS + m\angle RPS$ (d)
(e) خاصية الإلغاء	$m\angle QPR = m\angle TPS$ (e)
(f) تعريف الزوايا المتطابقة.	$\angle QPR \cong \angle TPS$ (f)

الفصل 1: التبرير والبرهان

43

المصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

1-8 تدريبات إعادة التعليم

إثبات علاقات بين الزوايا

تطابق الزوايا.

تتحقق خصائص الانعكاس والتماثل والتمدد جميعها في علاقة تطابق الزوايا كما تطبق النظريات الآتية على الزوايا أيضًا.

نظرية تطابق المكمّلات 1.6	الزوايا المتكاملان للزوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.
نظرية تطابق المكمّلات 1.7	الزوايا المتكاملان للزوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.
نظرية الزوايا المتقابلين بالرأس 1.8	الزوايا المتقابلين بالرأس متطابقتان.
النظرية 1.9	قطبي المستقيمان المتعامدان يكونان أربع زوايا قائمة.
النظرية 1.10	جميع الزوايا القائمة متطابقة.
النظرية 1.11	المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا مجاورة متطابقة.
النظرية 1.12	إذا كانت الزوايا متطابقتين ومكاملتين، فإنهما قائمتان.
النظرية 1.13	إذا كانت الزوايا المتطابقتان متجاورتين على مستقيم، فإنهما قائمتان.

أثبت أنه إذا كانت $\angle ABC$ و $\angle CBD$ و $\angle CBD$ و $\angle DBE$ متجاورتان على مستقيم، فإن $\angle DBE \cong \angle ABC$



المعطيات: $\angle CBD$ و $\angle DBE$ متجاورتان، $\angle CBD$ و $\angle DBE$ متجاورتان، $\angle CBD$ و $\angle DBE$ متجاورتان.

المطلوب: إثبات أن $\angle ABC \cong \angle DBE$

البرهان:

المبررات	المبررات
(1) معطيات	$\angle ABC$ و $\angle CBD$ متجاورتان.
(2) $\angle CBD$ و $\angle DBE$ متجاورتان.	نظرية الزوايا المتكاملين.
(3) $\angle ABC \cong \angle DBE$	نظرية تطابق المكمّلات.

تبرير:

أكمل البرهان الآتي:

1. المعطيات: $\overline{AB} \perp \overline{BC}$

المطلوب: إثبات أن $\angle 2 \cong \angle 3$



البرهان:

المبررات	المبررات
(a) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(b) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(c) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(d) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(e) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(f) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(g) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(h) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$

الفصل 1: التبرير والبرهان

42

المصف: الأول الثانوي

