



وزارة التربية والتعليم
Ministry of Education
المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للفصل الأول الثانوي

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الثاني: التوازي والتعامد

العبيكان
Obekon

Mc
Graw
Hill Education

يوزع مجاناً ولا يباع

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Geometry

الرياضيات - الصف الأول الثانوي
مصادر المعلم للأنشطة الصفية
أعدّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين
والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحتين لتدريبات إعادة التعليم و صفحة واحدة لكل من التدريبات الأخرى لكل درس من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس حسب مستوى كل منهم؛ سواء أكان ذلك داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له. وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على الأفكار الرئيسة في الدرس وتقدمها بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان أحياناً عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس؛ فتقدم تدريبات إضافية على مهارات الدرس وبعض المسائل التي تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط ودون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقاً من اهتمام هذه المناهج بحل المسألة، حيث تم تخصيصها؛ لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

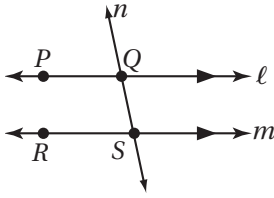
التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع أو تدعيم مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط وفوق المتوسط.

المقدمة	4
الدرس 2-1 المستقيمان والقاطع	
تدريبات إعادة التعليم	6
تدريبات المهارات	8
تدريبات حل المسألة	9
التدريبات الإثرائية	10
الدرس 2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية	
تدريبات إعادة التعليم	11
تدريبات المهارات	13
تدريبات حل المسألة	14
التدريبات الإثرائية	15
الدرس 2-3 إثبات توازي مستقيمين	
تدريبات إعادة التعليم	16
تدريبات المهارات	18
تدريبات حل المسألة	19
التدريبات الإثرائية	20
الدرس 2-4 ميل المستقيم	
تدريبات إعادة التعليم	21
تدريبات المهارات	23
تدريبات حل المسألة	24
التدريبات الإثرائية	25
الدرس 2-5 صيغ معادلة المستقيم	
تدريبات إعادة التعليم	26
تدريبات المهارات	28
تدريبات حل المسألة	29
التدريبات الإثرائية	30
الدرس 2-6 الأعمدة والمسافة	
تدريبات إعادة التعليم	31
تدريبات المهارات	33
تدريبات حل المسألة	34
التدريبات الإثرائية	35

2-1 تدريبات إعادة التعليم

المستقيمان والقاطع



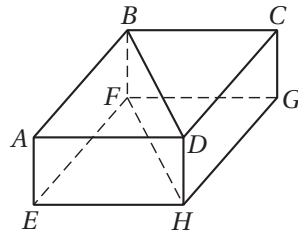
العلاقات بين المستقيمتين والمستويات:

عندما يقع مستقيمان غير متقاطعين في المستوى نفسه، فإنهما يكونان متوازيين، والمستقيمان غير المتقاطعين اللذان لا يقعان في مستوى واحد يُسميان مستقيمين متخالفين، ويدل السهمان في الشكل المجاور على أن المستقيم l يوازي المستقيم m ، وتُكتب بالرموز $l \parallel m$.

ويمكنك أن تكتب $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ ؛ لأن أجزاء المستقيمين المتوازيين تكون متوازية، وبالمثل إذا لم يتقاطع مستويان، فإنهما مستويان متوازيان.

مثال

حدّد كلّ ممّا يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



(a) جميع المستويات التي توازي المستوى ABD .

المستوى EFH

(b) جميع القطع المستقيمة التي توازي \overline{CG} .

$\overline{AE}, \overline{DH}, \overline{BF}$

(c) جميع القطع المستقيمة التي تخالف \overline{EH} .

$\overline{BF}, \overline{CG}, \overline{BD}, \overline{CD}, \overline{AB}$

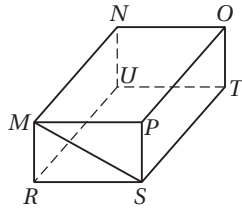
تمارين

حدّد كلّ ممّا يأتي مستعملاً الشكل المجاور:

(1) جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى OPT .

(2) جميع القطع المستقيمة التي توازي \overline{NU} .

(3) جميع القطع المستقيمة التي تتقاطع مع \overline{MP} .



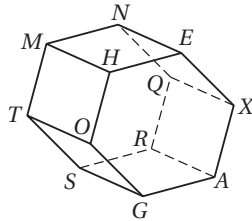
حدّد كلّ ممّا يأتي مستعملاً الشكل المجاور:

(4) جميع القطع المستقيمة التي توازي \overline{QX} .

(5) جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى MHE .

(6) جميع القطع المستقيمة التي توازي \overline{QR} .

(7) جميع القطع المستقيمة التي تخالف \overline{AG} .



2-1

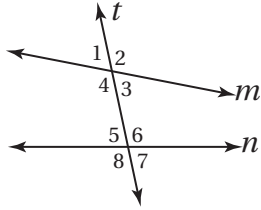
تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

المستقيمان والقاطع

علاقات أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين وقاطع:

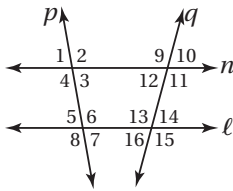
المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر في نقاط مختلفة في المستوى نفسه يُسمى قاطعًا، وفي الشكل أدناه المستقيم t قاطع للمستقيمين m, n ، ويكوّن المستقيمان والقاطع ثماني زوايا. وبعض أزواج هذه الزوايا لها أسماء خاصّة. والجدول أدناه يبيّن أزواج الزوايا وأسماءها.



الاسم	أزواج الزوايا
زوايا داخلية	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
زاويتان متبادلتان داخليًا	$\angle 6$ و $\angle 4$; $\angle 3$ و $\angle 5$
زاويتان متحالفتان	$\angle 5$ و $\angle 4$; $\angle 6$ و $\angle 3$
زوايا خارجية	$\angle 8, \angle 7, \angle 2, \angle 1$
زاويتان متبادلتان خارجيًا	$\angle 8$ و $\angle 2$; $\angle 7$ و $\angle 1$
زاويتان متناظرتان	$\angle 8$ و $\angle 4$; $\angle 7$ و $\angle 3$ $\angle 6$ و $\angle 2$; $\angle 5$ و $\angle 1$

مثال

مستعملًا الشكل المجاور، صنّف كلّ زوج من الزوايا التالية إلى: زاويتين متبادلتين داخليًا، أو متبادلتين خارجيًا، أو متناظرتين، أو متحالفتين:



- (a) $\angle 10$ و $\angle 16$ زاويتان متبادلتان خارجيًا
(b) $\angle 4$ و $\angle 12$ زاويتان متناظرتان
(c) $\angle 12$ و $\angle 13$ زاويتان متحالفتان
(d) $\angle 3$ و $\angle 9$ زاويتان متبادلتان داخليًا

تمارين:

استعمل الشكل في المثال أعلاه للإجابة عن الأسئلة 1 - 12.
عيّن القاطع الذي يصل بين كلّ زوج من الزوايا.

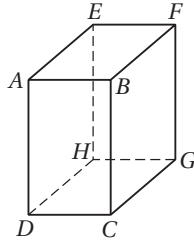
- (1) $\angle 9$ و $\angle 13$ (2) $\angle 5$ و $\angle 14$ (3) $\angle 4$ و $\angle 6$

صنّف كلّ زوج من الزوايا التالية إلى: زاويتين متبادلتين داخليًا، أو متبادلتين خارجيًا، أو متناظرتين، أو متحالفتين:

- (4) $\angle 1$ و $\angle 5$ (5) $\angle 6$ و $\angle 14$ (6) $\angle 2$ و $\angle 8$
(7) $\angle 3$ و $\angle 11$ (8) $\angle 3$ و $\angle 12$ (9) $\angle 4$ و $\angle 6$
(10) $\angle 6$ و $\angle 16$ (11) $\angle 11$ و $\angle 14$

2-1 تدريبات المهارات

المستقيمان والقاطع



حدّد كلّ ممّا يأتي مستعملًا الشكل المجاور:

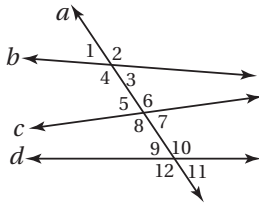
(1) جميع المستويات التي توازي المستوى DEH .

(2) جميع القطع المستقيمة التي توازي \overline{AB} .

(3) جميع القطع المستقيمة التي تقطع \overline{GH} .

(4) جميع القطع المستقيمة التي تخالف \overline{CD} .

مستعملًا الشكل المجاور، صنّف كلّ زوج من الزوايا التالية إلى: زاويتين متبادلتين داخليًا، أو متبادلتين خارجيًا، أو متناظرتين، أو متحالفتين:



(5) $\angle 4$ و $\angle 5$

(6) $\angle 5$ و $\angle 11$

(7) $\angle 4$ و $\angle 6$

(8) $\angle 7$ و $\angle 9$

(9) $\angle 2$ و $\angle 8$

(10) $\angle 3$ و $\angle 6$

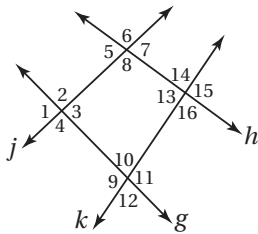
(11) $\angle 1$ و $\angle 9$

(12) $\angle 3$ و $\angle 9$

(13) $\angle 6$ و $\angle 12$

(14) $\angle 7$ و $\angle 11$

استفد من الشكل المجاور لتحديد القاطع الذي يصل بين كلّ زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنّف زوج الزوايا إلى: زاويتين متبادلتين داخليًا، أو متبادلتين خارجيًا، أو متناظرتين، أو متحالفتين:



(15) $\angle 4$ و $\angle 10$

(16) $\angle 2$ و $\angle 12$

(17) $\angle 3$ و $\angle 7$

(18) $\angle 13$ و $\angle 10$

(19) $\angle 8$ و $\angle 14$

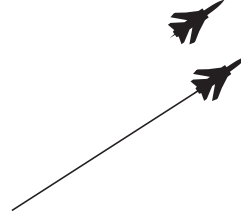
(20) $\angle 6$ و $\angle 14$

تدريبات حل المسألة

2-1

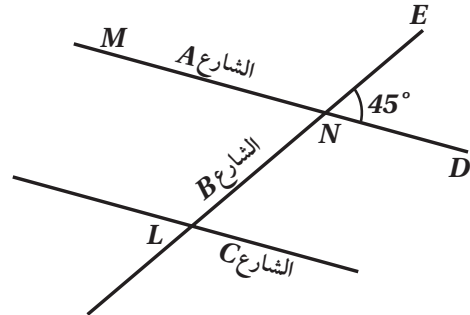
المستقيمان والقاطع

(1) الطائرات المقاتلة: تطير طائرتان مقاتلتان بالسرعة نفسها وفي الاتجاه نفسه تاركتين أثراً خلفهما. ارسم أثر الطائرة الثانية موضحاً الخطوات:



(2) خرائط: إذا أراد مهندس أن يشق طريقاً من النقطة M ، موازياً للشارع B ، وطلب منه توضيح طريقة الرسم. فأجاب: أرسم زاوية رأسها M وأحد ضلعيها \overline{MD} ، وتطابق $\angle END$

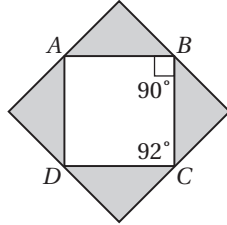
(a) هل كان شرح المهندس كافياً لرسم الشارع بالشكل الصحيح؟ وضح إجابتك.



(b) ارسم المستقيم الذي يمثل الشارع المطلوب، مستفيداً من فكرة المهندس.

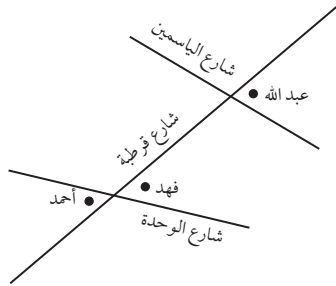
(c) هل يوجد على الرسم زاوية رأسها M وقياسها 35° ؟ ولماذا؟

(3) تصميم: صممت رباب رسماً لإطار الصورة المبيّن أدناه، فهل كان رسم رباب للتصميم دقيقاً؟ ولماذا؟



∠

(4) خرائط: استعمل الشكل الآتي:



(a) يسكن فيصل في الزاوية التي تشكّل زاوية متبادلة داخلياً مع مكان سكن فهد، عيّن مكان سكن فيصل على الخريطة.

(b) يسكن رائد عند الزاوية التي تشكّل زاوية متحالفة مع مكان سكن فيصل، عيّن مكان سكن رائد على الخريطة.

2-1 التدريبات الإثرائية

الهندسة الكروية

تظهر خطوط الطول والعرض في الخريطة على شكل مستقيمتين، ومع ذلك فإن خطوط الطول والعرض موجودة على كرة وليست على مستوى، ولكي يكون تطبيق الهندسة على خطوط الطول والعرض صحيحًا، يتعين أن تعتمد الهندسة الكروية. ولكن معاني الخطوط والزوايا في الهندسة الكروية تختلف عنها في الهندسة المستوية.

فمثلاً:

(1) المستقيم في الهندسة الكروية: عبارة عن دائرة عظمى؛ أي دائرة تقع على الكرة وقطرها قطر الكرة.

(2) الخط ذو الطول اللانهائي في الهندسة الكروية عبارة عن دائرة عظمى
تلفّ حول نفسها عددًا لا نهائيًا من المرات؛ لذا فإنه في الهندسة الكروية
تكون الدائرة العظمى خطًا ودائرة.

مستقيم

زاوية قائمة

(3) الزاوية القائمة: تقاطع خطوط العرض والطول يكون زاوية قائمة.

تمارين

(1) أحضر كرة. ثم لفّ حلقتي مطاط حول الكرة، بحيث تمثلان خطين (دوائر عظمى) على الكرة، ما عدد نقاط التقاطع بينهما؟

(2) حاول أن ترسم خطين (دائرتين عظميين)، أو أن تلفّ حلقتين من المطاط حول الكرة دون أن يتقاطعا، هل هذا ممكن؟

(3) خمن عدد نقاط تقاطع خطين (دائرتين عظميين) في الهندسة الكروية.

(4) مسلمة التوازي في الهندسة الإقليدية تنصّ على أنه لأيّ مستقيم ونقطة لا تقع عليه، يمكن رسم مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة المعلومة ولا يقطع المستقيم الأول، فهل تتحقّق هذه المسلمة في الهندسة الكروية؟ وضح ذلك.

2-2

تدريبات إعادة التعليم

الزوايا والمستقيمات المتوازية

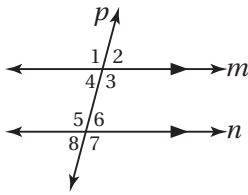
المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا:

عندما يقطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن أزواج الزوايا الآتية تكون متطابقة:

- الزاويتان المتناظرتان.
- الزاويتان المتبادلتان داخلياً.
- الزاويتان المتبادلتان خارجياً.
- الزاويتان المتحالفتان متكاملتان أيضاً.

مثال

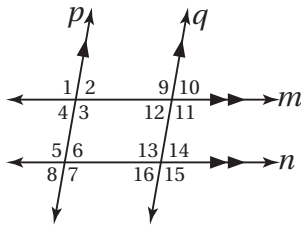
في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 2 = 75^\circ$ ، فأوجد قياسات الزوايا الباقية.



$m\angle 1 = 105^\circ$	$\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متجاورتان متكاملتان على مستقيم.
$m\angle 3 = 105^\circ$	$\angle 2$ و $\angle 3$ زاويتان متجاورتان متكاملتان على مستقيم.
$m\angle 4 = 75^\circ$	$\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.
$m\angle 5 = 105^\circ$	$\angle 3$ و $\angle 5$ زاويتان متبادلتان داخلياً.
$m\angle 6 = 75^\circ$	$\angle 2$ و $\angle 6$ زاويتان متناظرتان.
$m\angle 7 = 105^\circ$	$\angle 3$ و $\angle 7$ زاويتان متناظرتان.
$m\angle 8 = 75^\circ$	$\angle 6$ و $\angle 8$ متقابلتان بالرأس.

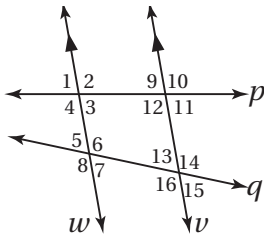
تمارين

في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 3 = 102^\circ$ ، فأوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلّمة أو النظرية التي استعملتها:



$\angle 5$ (1)	$\angle 6$ (2)
$\angle 11$ (3)	$\angle 7$ (4)
$\angle 15$ (5)	$\angle 14$ (6)

في الشكل المجاور، إذا كان: $m\angle 9 = 80^\circ$ و $m\angle 5 = 68^\circ$ ، فأوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلّمات أو النظريات التي استعملتها:



$\angle 12$ (7)	$\angle 1$ (8)
$\angle 4$ (9)	$\angle 3$ (10)
$\angle 7$ (11)	$\angle 16$ (12)

(تمة)

2-2

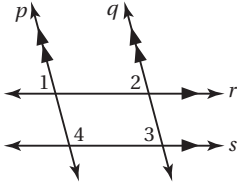
تدريبات إعادة التعليم

الزوايا والمستقيمات المتوازية

الجبر وقياسات الزوايا :

يمكنك استعمال الجبر؛ لإيجاد القياسات المجهولة للزوايا المتكوّنة من مستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

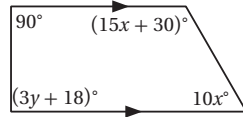
مثال

إذا كان: $m\angle 1 = (3x + 15)^\circ$ و $m\angle 3 = 5y^\circ$ و $m\angle 2 = (4x - 5)^\circ$ ، فأوجد قيمة كل من x و y .

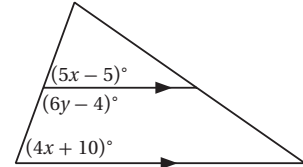
المبررات	العبارات
مسلمة الزاويتين المتناظرتين.	$m\angle 1 = m\angle 2$
خاصية التعويض للمساواة.	$3x + 15 = 4x - 5$
اطرح $3x$ من الطرفين.	$3x + 15 - 3x = 4x - 5 - 3x$
بسّط	$15 = x - 5$
اجمع 5 للطرفين.	$15 + 5 = x$
بسّط	$20 = x$
مسلمة الزاويتين المتناظرتين.	$m\angle 2 = m\angle 3$
خاصية التعويض للمساواة.	$4x - 5 = 5y$
عوّض عن x بـ 20 وبسّط.	$75 = 5y$
اقسم الطرفين على 5	$15 = y$

تمارين

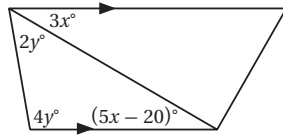
أوجد قيمة المتغيرات في كلّ شكل، وبرّر إجابتك.



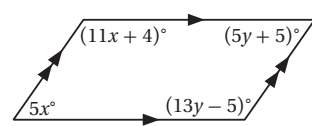
(2)



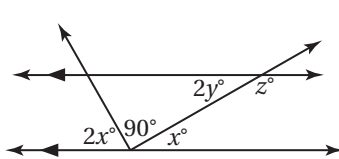
(1)



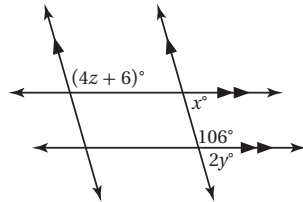
(4)



(3)



(6)



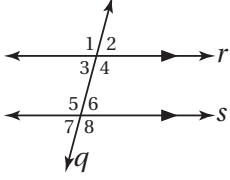
(5)

تدريبات المهارات

2-2

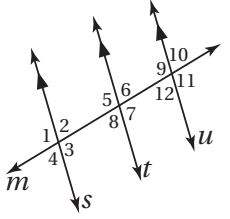
الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 2 = 70^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مما يأتي واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:



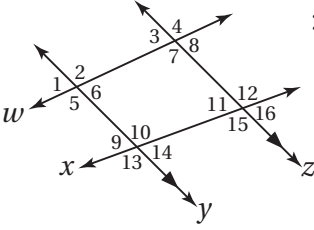
- | | |
|---------------|---------------|
| $\angle 5$ (2 | $\angle 3$ (1 |
| $\angle 1$ (4 | $\angle 8$ (3 |
| $\angle 6$ (6 | $\angle 4$ (5 |

في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 7 = 100^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مما يأتي واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:



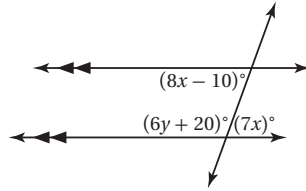
- | | |
|-----------------|----------------|
| $\angle 6$ (8 | $\angle 9$ (7 |
| $\angle 2$ (10 | $\angle 8$ (9 |
| $\angle 11$ (12 | $\angle 5$ (11 |

في الشكل المجاور، إذا كان: $m\angle 3 = 75^\circ$ و $m\angle 10 = 105^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مما يأتي:

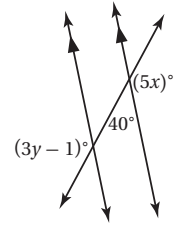


- | | |
|-----------------|-----------------|
| $\angle 5$ (14 | $\angle 2$ (13 |
| $\angle 15$ (16 | $\angle 7$ (15 |
| $\angle 9$ (18 | $\angle 14$ (17 |

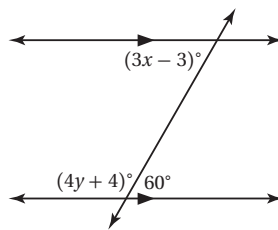
أوجد قيمة x و y في كل من الأشكال الآتية، وبرر إجابتك.



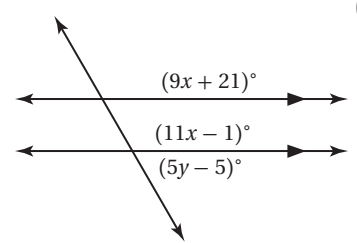
(20



(19



(22



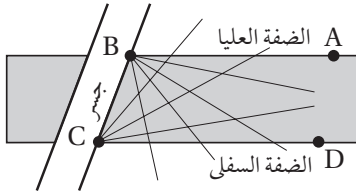
(21

2-2

تدريبات حل المسألة

الزوايا والمستقيمات المتوازية

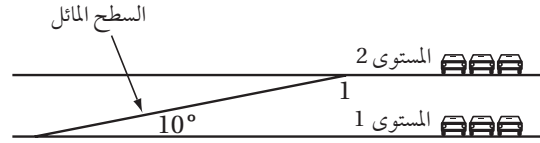
(4) مراقبة: أُقيم جسرٌ فوق نهرٍ في مكان استراتيجي، ونظرًا لأهمية الجسر وُضعت كاميرات مراقبة آلية عند النقطتين المبيّنتين في الشكل، بحيث تغطي كل منهما زاوية قياسها x درجة، ولتغطية الزاويتين بين ضفتي النهر والجسر كاملتين، يلزم وجود 4 كاميرات على الضفة السفلى، و5 كاميرات آلية على الضفة العليا.



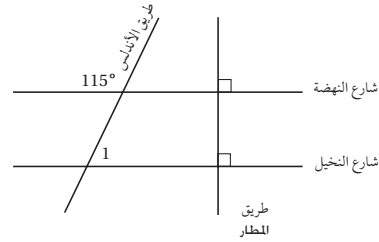
(a) ما العلاقة بين الزاويتين اللتين تغطيها الكاميرات الآلية جميعها ($\angle ABC$ ، $\angle BCD$) الموضوعة على الضفتين العليا والسفلى للنهر؟ اشتق معادلة لإيجاد x ، بناءً على هذه العلاقة.

(b) ما قياس زاوية التغطية (x) لكل كاميرا آلية؟ أوجد قياس الزاويتين اللتين يصنعهما الجسر مع الضفتين العليا والسفلى للنهر.

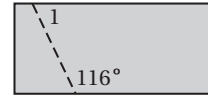
(1) سطح مائل: يرتفع سطح مائل ليربط بين المستويين الأفقيين 1، 2 في مواقف للسيارات كما في الشكل أدناه، فما قياس الزاوية 1؟



(2) تخطيط المدين: يقطع طريق المطار عمودياً شارع النهضة والنخيل المتوازيين، ويشكل طريق الأندلس زاوية قياسها 115° مع شارع النهضة، فما قياس الزاوية 1؟



(3) نجارة: يُنشئ نجارٌ منصّةً، وقد قطع اللوح الجانبي من المنصّة من قطعة خشب مستطيلة الشكل.



يتعيّن أن يقصّ المستطيل بالمنشار على طول الخطّ المتقطع في الشكل، ما قياس الزاوية 1؟

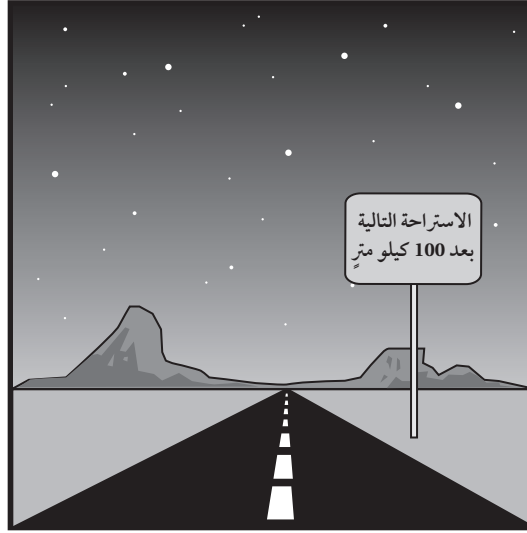
التدريبات الإثرائية

2-2

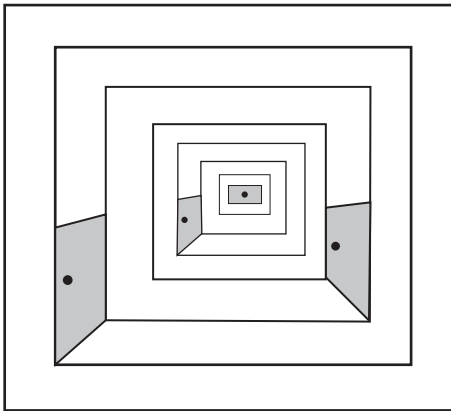
نقطة التلاشي

إذا نظرت إلى طريقٍ مستقيمٍ ليس فيه انحناءات أو انعطافات إلى مسافة بعيدة، يُحِيلُ إليك أنَّ حافَّتَي الطريق المتوازيتين تلتقيان في نقطة واحدة، وهذه النقطة تسمى نقطة التلاشي، وهي مستعملة في الأعمال الفنيّة منذ سنة 1400.

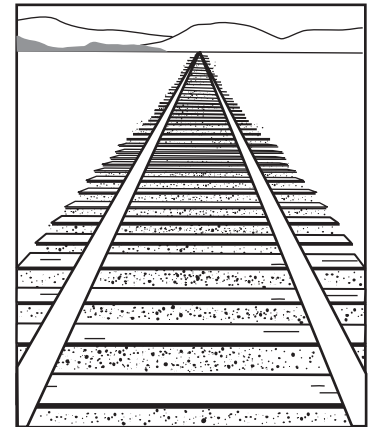
تبيّن الصورة أدناه طريقًا مستقيمًا طويلًا، ولقد رسم المستقيمان على الجانبين (الأيسر والأيمن) للطريق ليشكّلا نقطة التلاشي.



حدّد المستقيمين اللّذين يعيّنان نقطة أو نقاط التلاشي في الصّورتين الآتيتين:



(2)



(1)

2-3 تدريبات إعادة التعليم

إثبات توازي مستقيمين

تحديد المستقيمين المتوازيين:

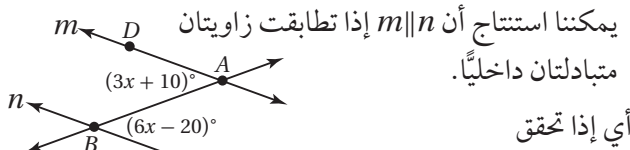
إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وتحقق أحد الشروط الآتية، فإن المستقيمين يكونان متوازيين.

إذا	فإن	اسم النظرية أو المسألة ورقمها
<ul style="list-style-type: none"> كانت زاويتان متناظرتان متطابقتين، كانت زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتين، كانت زاويتان متحالفتان متكاملتين، كانت زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتين، كان القاطع عمودياً على كل من المستقيمين، 	المستقيمين متوازيان.	<ul style="list-style-type: none"> عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين (2.2) عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً (2.5) عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين (2.6) عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً (2.7) عكس نظرية القاطع العمودي (2.8)

أوجد $m\angle ABC$ حتى يكون $m \parallel n$.

مثال 2

مبيناً خطوات الحل.



أي إذا تحقق

$$m\angle BAD = m\angle ABC$$

بالتعويض.

$$3x + 10 = 6x - 20$$

اطرح $3x$ من كلا الطرفين.

$$10 = 3x - 20$$

اجمع 20 لكلا الطرفين.

$$30 = 3x$$

اقسم كلا الطرفين على 3

$$10 = x$$

$$\text{إذن: } m\angle ABC = (6x - 20)^\circ$$

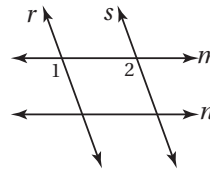
$$= (6(10) - 20)^\circ$$

$$= 40^\circ$$

إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فحدّد

مثال 1

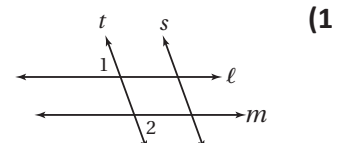
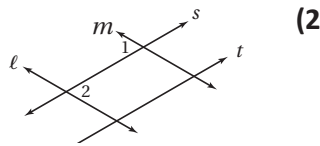
المستقيمتان المتوازيّة إن وُجدت، واذكر المسألة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.



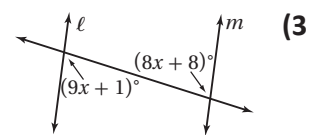
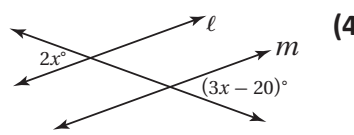
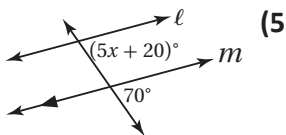
$\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان متناظرتان بالنسبة للمستقيمين r ، s ، ولما كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $r \parallel s$ بحسب عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين.

تمارين

إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فحدّد المستقيمتان المتوازيّة إن وُجدت، واذكر المسألة أو النظرية التي تبرّر إجابتك في كلّ ممّا يأتي:



أوجد قيمة x حتى يكون $m \parallel l$ في كلّ ممّا يأتي، وحدّد المسألة أو النظرية التي استعملتها في كلّ ممّا يأتي:



2-3

تدريبات إعادة التعليم
إثبات توازي مستقيمين

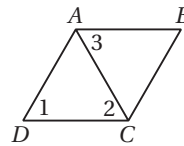
(تتمة)

إثبات توازي مستقيمين:

يمكنك إثبات توازي مستقيمين باستعمال العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين يقطعهما قاطع.

مثال

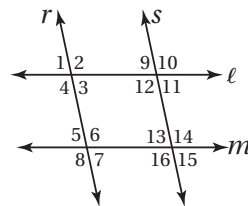
اكتب برهاناً ذا عمودين

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 3, \angle 1 \cong \angle 2$ المطلوب: إثبات أن $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات.	$\angle 1 \cong \angle 2$ (1) $\angle 1 \cong \angle 3$
(2) خاصية التعدي في التطابق.	$\angle 2 \cong \angle 3$ (2)
(3) إذا كانت زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان.	$\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ (3)

تمارين



(1) أكمل البرهان الآتي:

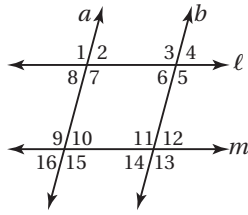
المعطيات: $\angle 15 \cong \angle 5, \angle 1 \cong \angle 5$ المطلوب: إثبات أن $r \parallel s$ و $l \parallel m$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) ؟	$\angle 15 \cong \angle 5$ (1)
(2) ؟	$\angle 13 \cong \angle 15$ (2)
(3) ؟	$\angle 5 \cong \angle 13$ (3)
(4) ؟	$r \parallel s$ (4)
(5) معطيات.	؟ (5)
(6) إذا كانت زاويتان متناظرتان متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان.	؟ (6)

2-3 تدريبات المهارات

إثبات توازي مستقيمين



هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي، وإذا كان أيها متوازيًا، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.

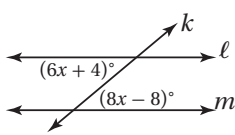
$$\angle 9 \cong \angle 11 \quad (2)$$

$$\angle 3 \cong \angle 7 \quad (1)$$

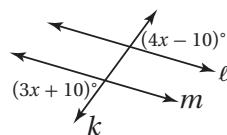
$$m\angle 5 + m\angle 12 = 180 \quad (4)$$

$$\angle 2 \cong \angle 16 \quad (3)$$

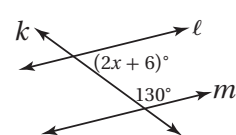
أوجد قيمة x ، حتى يكون $m \parallel \ell$ في كلٍّ مما يأتي، ووضّح خطوات الحلّ.



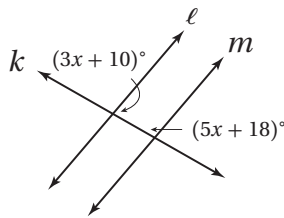
(7)



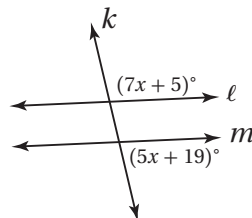
(6)



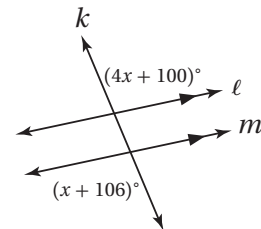
(5)



(10)



(9)



(8)

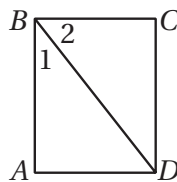
(11) برهان: أكمل البرهان الآتي بكتابة المبرر لكلّ عبارة.

المعطيات: $\angle 1, \angle 2$ متتامتان.

$$\overline{BC} \perp \overline{CD}$$

المطلوب: إثبات أن $\overline{BA} \parallel \overline{CD}$

البرهان:



المبررات	العبارات
(1) ؟	$\overline{BC} \perp \overline{CD} \quad (1)$
(2) ؟	$m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2 \quad (2)$
(3) ؟	$\angle 1, \angle 2$ متتامتان . (3)
(4) ؟	$m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ \quad (4)$
(5) ؟	$m\angle ABC = 90^\circ \quad (5)$
(6) ؟	$\overline{BA} \perp \overline{BC} \quad (6)$
(7) ؟	$\overline{BA} \parallel \overline{CD} \quad (7)$

2-3 تدريبات حل المسألة

إثبات توازي مستقيمين

(4) إشارات: يقوم نجار بعمل نموذج كبير للحرف "A"؛ لوضعه على سطح محل تجاري. والشكل الآتي يوضح هذا التصميم.

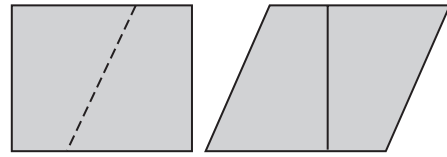


(a) كم يكون قياسا الزاويتين 1 و 2، حتى تكون القطعة الواصلة بين رأسي، $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، في الشكل "A" أفقية تمامًا؟

(b) عند إنشاء الشكل "A"، تأكد النجار من صحة قياس الزاوية 1. ولكن عند قياس زاوية 2، وُجد أنها غير صحيحة، فعلام يدل هذا بالنسبة للحرف "A"؟

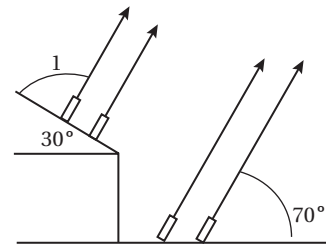
(1) لوحات: صنع عمار إطارًا للوحة، ويرغب في التحقق من كون الأضلاع المتقابلة متوازية أم لا، وذلك بقياس الزوايا عند الأركان؛ ليرى ما إذا كانت الزوايا قائمة أم لا، فما عدد الزوايا التي يتعين أن يتحقق منها؛ ليتأكد من أن الأضلاع المتقابلة متوازية؟

(2) أشكال: قُطع مستطيل على طول الخط المائل المتقطع المبين في الشكل. ورُتبت القطعتان لشكلًا آخر. حدد نوع الشكل الجديد، وبرّر إجابتك.



(3) ألعاب نارية: في عرض للألعاب النارية، قرر المصممون أن يضعوا أربع منصّات تطلق الألعاب النارية في مسارات متوازية، فوضعوا منصّتين على الرصيف ومنصّتين على سطح عمارة كما في الشكل أدناه.

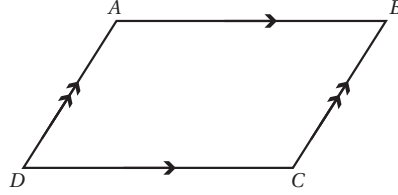
لإنجاز هذه العرض، ماذا يتعين أن يكون قياس الزاوية 1؟



2-3 التدريبات الإثرائية

أشكال وتعريفات:

إذا عرّفنا متوازي الأضلاع بأنه شكل رباعي، فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان؛ أي يكون الشكل $ABCD$



متوازي أضلاع إذا كان:
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

هل يمكن تقديم تعريفات أخرى لمتوازي الأضلاع؟

في السؤالين 1, 2 وُضع تعريفان، قرّر ما إذا كان كلّ منهما تعريفًا صحيحًا لمتوازي الأضلاع أم لا. وبرّر إجابتك.

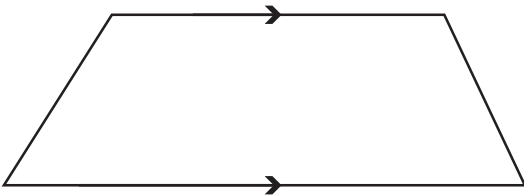
(1) متوازي الأضلاع شكل رباعي؛ فيه كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

(2) متوازي الأضلاع شكل رباعي؛ فيه زاويتان متتاليتان متكاملتان.

(3) إذا عرّفنا المستطيل على أنه شكل رباعي جميع زواياه قائمة، فهل يمكن تعريف المستطيل بأنه متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة؟



(4) إذا عرّفنا شبه المنحرف على أنه شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط، فهل يمكن تعريفه بأنه شكل رباعي فيه زاويتان متتاليتان متكاملتان؟



2-4 تدريبات إعادة التعليم

ميل المستقيم

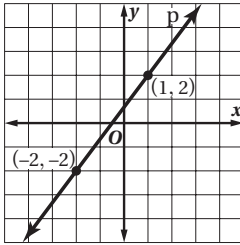
ميل المستقيم:

يُعرّف ميل المستقيم m ، بأنه نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي لإحداثيّ أي نقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ تقعان عليه ويعطى بالصيغة:

$$m = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ حيث } x_1 \neq x_2$$

ويمكن تفسير الميل على أنه معدل التغير في الكمية y بالنسبة إلى الكمية x .

مثال 1 أوجد ميل المستقيم p في الشكل المجاور.



عند حساب ميل المستقيم p :

$$(1) \text{ عوّض بـ } (1, 2) \text{ عن } (x_1, y_1) \text{ و بـ } (-2, -2) \text{ عن } (x_2, y_2)$$

$$(2) \text{ صيغة الميل } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$(3) \text{ عوّض } = \frac{-2 - 2}{-2 - 1}$$

$$\text{بسّط } = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

مثال 2

إذا بلغ إنتاج مصنع ملابس في عامه الأول 45000 قطعة، و 55000 قطعة في عامه السادس، فما المعدل التقريبي لتغير عدد القطع المنتجة سنوياً؟

معدل تغير عدد القطع المنتجة، يساوي ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1, 45000)$ ، $(6, 55000)$. استعمل صيغة الميل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{55000 - 45000}{6 - 1} = \frac{10000}{5} = 2000$$

إذن المعدل التقريبي لتغير عدد القطع هو 2000 قطعة في السنة.

تمارين

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحدّتين في كلّ من الأسئلة الآتية:

$$(3) L(1, -2), N(-6, 3)$$

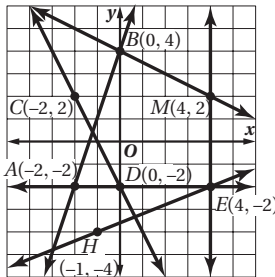
$$(2) R(-2, -3), S(3, -5)$$

$$(1) J(0, 0), K(-2, 8)$$

$$(6) V(-2, 10), W(-4, -3)$$

$$(5) T(1, -2), U(6, -2)$$

$$(4) P(-1, 2), Q(-9, 6)$$



$$\overrightarrow{CD} (8)$$

$$\overrightarrow{AE} (10)$$

$$\overrightarrow{BM} (12)$$

$$\overrightarrow{AB} (7)$$

$$\overrightarrow{EM} (9)$$

$$\overrightarrow{EH} (11)$$

أوجد ميل كلّ مستقيم فيما يأتي:

(13) إذا كان عدد طلاب مدرسة في عامها الأول 500 طالب، و 800 في عامها السابع، فما معدل زيادة الطلاب السنوي في المدرسة.

2-4

تدريبات إعادة التعليم
ميل المستقيم

(تتمة)

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة:

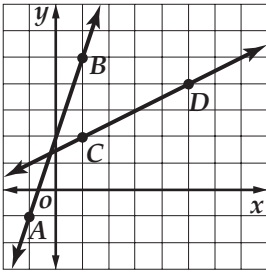
إذا تفحصت ميلَي مستقيمين متوازيين وميلَي مستقيمين متعامدين، على ألا يكون أيٌّ منها رأسيًّا؛ ستكتشف الخاصيتين الآتيتين: يكون للمستقيمين غير الرأسيين الميل نفسه، إذا وفقط إذا كانا متوازيين.

يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين، إذا وفقط إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 .

مثال 1

حدّد ما إذا كان \overleftrightarrow{AB} و \overleftrightarrow{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك إذا كانت:

$A(-1, -1)$, $B(1, 5)$, $C(1, 2)$, $D(5, 4)$ ، ثم مثّل كلّ مستقيم بيانيًّا لتتحقّق من إجابتك.



الخطوة 1: أوجد ميل كلّ مستقيم.

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{AB} : \frac{5 - (-1)}{1 - (-1)} = 3, \text{ وميل } \overleftrightarrow{CD} : \frac{4 - 2}{5 - 1} = \frac{1}{2}$$

الخطوة 2: حدّد العلاقة بين المستقيمين إن وجدت.

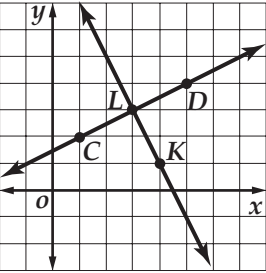
ليس للمستقيمين الميل نفسه؛ لذا فهما غير متوازيين، ولتحديد ما إذا كانا متعامدين.

أوجد حاصل ضرب الميلين. حاصل ضرب ميلَي \overleftrightarrow{AB} و \overleftrightarrow{CD} : $3 \left(\frac{1}{2} \right) = 1.5$ ، بما أن حاصل ضرب ميليهما لا يساوي -1 ، فإنهما غير متعامدين.

لذلك لا توجد علاقة بين \overleftrightarrow{AB} و \overleftrightarrow{CD} ، وعند تمثيلها في المستوى الإحداثي، تلاحظ أنها يتقاطعان، ولا يكونان زاوية قائمة.

مثال 2

مثّل بيانيًّا المستقيم الذي يمر بالنقطة $L(3, 3)$ ويعامد \overleftrightarrow{CD} ، حيث $C(1, 2)$ ، $D(5, 4)$.



الخطوة 1: في المثال السابق، أوجدنا ميل \overleftrightarrow{CD} ويساوي $\frac{1}{2}$.

الخطوة 2: ميل المستقيم العمودي على \overleftrightarrow{CD} ، والمار بالنقطة L ، يساوي $-\frac{2}{1}$ ؛ لأن $\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{1}\right) = -1$.

الخطوة 3: لتمثيل المستقيم بيانيًّا، ابدأ من النقطة A ، وتحرك وحدتين إلى أسفل، ثم وحدةً إلى اليمين، وسمّ النقطة K ، ثم ارسم \overleftrightarrow{KL} .

تمارين

حدّد ما إذا كان \overleftrightarrow{RS} و \overleftrightarrow{MN} متوازيين، أو متعامدين، أو غير ذلك في كلّ مما يأتي، ثم مثّل كلّ مستقيم بيانيًّا لتتحقّق من إجابتك.

(2) $M(-1, 3)$, $N(0, 5)$, $R(2, 1)$, $S(6, -1)$

(1) $M(0, 3)$, $N(2, 4)$, $R(2, 1)$, $S(8, 4)$

(4) $M(0, -3)$, $N(-2, -7)$, $R(2, 1)$, $S(0, -3)$

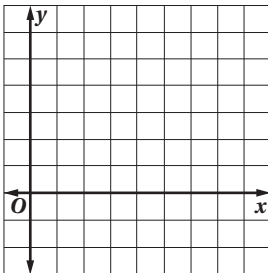
(3) $M(-1, 3)$, $N(4, 4)$, $R(3, 1)$, $S(-2, 2)$

مثل بيانيًّا المستقيم الذي يحقّق الشروط في كلّ ممّا يأتي:

(5) الميل = 4، ويمرّ بالنقطة $(6, 2)$.

(6) يمرّ بالنقطة $H(8, 5)$ ويعامد \overleftrightarrow{AG} ، حيث: $A(-5, 6)$, $G(-1, -2)$.

(7) يمرّ بالنقطة $C(5, -2)$ ويوازي \overleftrightarrow{LB} ، حيث: $B(7, 4)$, $L(2, 1)$.



تدريبات المهارات

2-4

ميل المستقيم

أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين المحدّتين في كلّ ممّا يأتي :

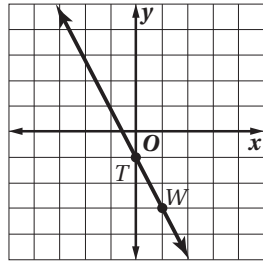
(2) $G(-2, 5), H(1, -7)$

(1) $S(-1, 2), W(0, 4)$

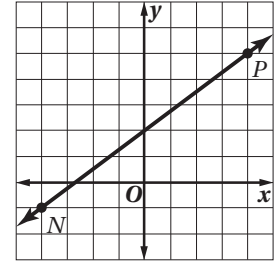
(4) $J(-5, -2), K(5, -4)$

(3) $C(0, 1), D(3, 3)$

أوجد ميل كلّ مستقيم في السؤالين الآتيين:



(6)



(5)

حدّد ما إذا كان \overleftrightarrow{AB} متوازيين، أو متعامدين، أو غير ذلك في كلّ ممّا يأتي، ومثّل كلّ مستقيم بيانيّاً لتتحقّق من إجابتك.

(8) $A(-1, 4), B(2, -5), M(-3, 2), N(3, 0)$

(7) $A(0, 3), B(5, -7), M(-6, 7), N(-2, -1)$

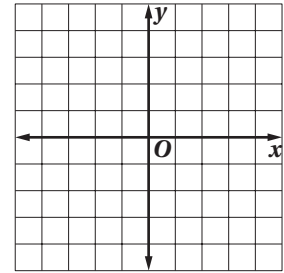
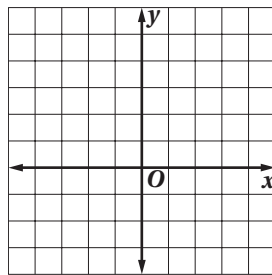
(10) $A(-4, -8), B(4, -6), M(-3, 5), N(-1, -3)$

(9) $A(-2, -7), B(4, 2), M(-2, 0), N(2, 6)$

مثّل بيانيّاً المستقيم الذي يحقّق الشروط في كلّ ممّا يأتي:

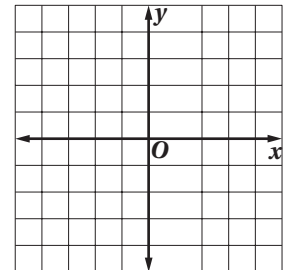
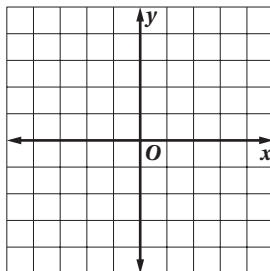
(12) الميل $= -\frac{3}{2}$ ، ويمرّ بالنقطة $R(-4, 5)$

(11) الميل $= 3$ ويمرّ بالنقطة $A(0, 1)$



(14) يمرّ بالنقطة $T(0, -2)$ ويعامد \overleftrightarrow{CX} ، حيث: $C(0, 3)$ و $X(2, -1)$

(13) يمرّ بالنقطة $Y(3, 0)$ ويوازي \overleftrightarrow{DJ} ، حيث: $J(3, 3)$ و $D(-3, 1)$

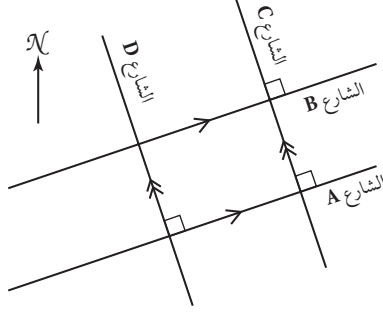


تدريبات حل المسألة

2-4

ميل المستقيم

(5) تخطيط المدن: يبين الشكل أدناه خريطةً لجزءٍ من مدينة، إذا وضعت شبكة إحداثية على الخريطة، فإن ميل الشارع D يساوي 3-



(a) يبعد تقاطع الشارع A مع الشارع D 150 m شرق تقاطع الشارع B مع الشارع D ، فكم مترًا يبعد عنه جنوبًا؟

(b) ما ميل الشارع C ؟ وضح إجابتك.

(c) ما ميل كلٍّ من الشارع B والشارع A ؟ وضح إجابتك.

(d) يبعد تقاطع الشارع A مع الشارع C 600 m شرقًا عن تقاطع الشارع A والشارع D ، فكم مترًا يبعد عنه شمالًا؟

(1) طرق: يرتفع طريق منحدر 15 ft لكل 100 ft أفقية، فما ميل الطريق؟

(2) هبوط: تهبط طائرة بمعدل 300 ft لكل 5000 ft تقطعها الطائرة أفقيًا، ما ميل مسار هبوط الطائرة؟

(3) رحلات: يقطع هشام 770 km لزيارة عمه، وقد خطط أن يقطع أول 220 km من رحلته في ساعتين. إذا استمر بنفس المعدل، فكم ساعة يستغرق لقطع المسافة المتبقية؟

(4) بحيرات: كان عمق المياه في بحيرة قبل هطل المطر 268 in، وبعد 4 ساعات من استمرار الهطل أصبح عمق المياه في البحيرة 274 in، ثم استمر مدة ساعة أخرى بالكثافة نفسها، فكم أصبح عمق المياه في البحيرة عند توقّف نزول المطر؟

2-4 التدريبات الإثرائية

الميل والمضلعات

في الهندسة الإحداثية ميلاً أيّ مستقيمين يحدّدان ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين، وهذه المعرفة تفيد كثيراً في حل مسائل تتعلق بالمضلعات، وإثبات حقائق أو نظريات في الهندسة:

(1) مثلّ بيانياً $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه هي:

$$A(-6, 4), B(8, 6), C(4, -4)$$

(2) J, K, L منتصفات الأضلاع $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ على الترتيب.

أوجد إحداثيات J, K, L ، ثم ارسم $\triangle JKL$.

(3) أيّ القطع تبدو متوازية؟

(4) أثبت أن القطع المذكورة في السؤال 3 متوازية فعلاً.

(5) خمن العلاقة بين أضلاع المثلث والقطع الواصلة بين منتصفات الأضلاع.

في كلّ من السؤالين الآتيين، أعطيت إحداثيات رؤوس $\triangle PQR$ القائم الزاوية، أوجد ميل كلّ ضلع في المثلث، ثم استعمل العلاقة بين المستقيمين المتعامدين؛ لتحديد الوتر (الضلع الأطول في المثلث القائم).

$$P(-2, -3), Q(5, 1), R(2, 3) \quad (7)$$

$$= \overline{PQ} \text{ ميل}$$

$$= \overline{QR} \text{ ميل}$$

$$= \overline{PR} \text{ ميل}$$

الوتر:

$$P(5, 1), Q(1, -1), R(-2, 5) \quad (6)$$

$$= \overline{PQ} \text{ ميل}$$

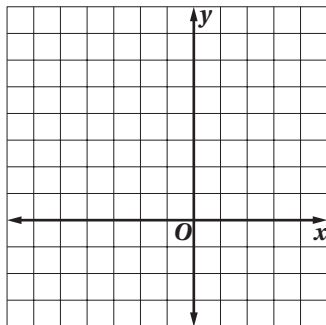
$$= \overline{QR} \text{ ميل}$$

$$= \overline{PR} \text{ ميل}$$

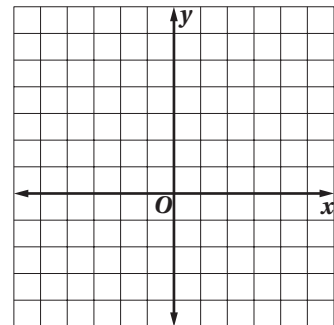
الوتر:

مثلّ بيانياً الشكل الرباعيّ $PQRS$ الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه في كلّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد ميل قطريه، وحدّد ما إذا كان قطراه متعامدين أم لا.

$$P(0, 6), Q(3, 0), R(-4, -2), S(-5, 4) \quad (9)$$



$$P(-2, 6), Q(4, 0), R(1, -4), S(-5, 2) \quad (8)$$



2-5 تدريبات إعادة التعليم

صيغ معادلة المستقيم

كتابة معادلة المستقيم:

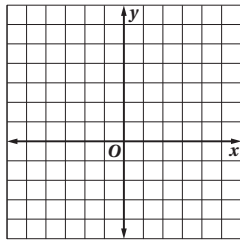
يمكنك كتابة معادلة المستقيم إذا علمت أيًا مما يأتي:

- الميل ومقطع المحور y .
- الميل وإحداثيات نقطة على المستقيم.
- إحداثيات نقطتين على المستقيم.
- إذا كان m ميل المستقيم، و b مقطع المحور y ، و (x_1, y_1) نقطة على المستقيم فإن:
- المعادلة بصيغة الميل والمقطع هي: $y = mx + b$
- المعادلة بصيغة النقطة والميل هي: $y - y_1 = m(x - x_1)$
- لإيجاد معادلة المستقيم بمعرفة إحداثيات نقطتين عليه، نحسب ميله، ثم نطبق صيغة الميل ونقطة (أي من النقطتين).

مثال 1

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم، الذي ميله -2 ،

ومقطع المحور y له يساوي 4 ، ثم مثله بيانيًا.



$$y = mx + b \quad \text{صيغة الميل والمقطع}$$

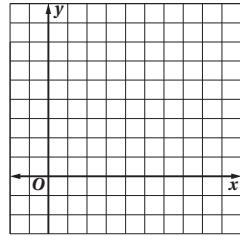
$$m = -2, b = 4 \quad y = -2x + 4$$

إذن معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: $y = -2x + 4$

مثال 2

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{3}{4}$ ، ويمرّ

بالنقطة $(8, 1)$ ، ثم مثله بيانيًا.



$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة النقطة والميل}$$

$$m = -\frac{3}{4}, (x_1, y_1) = (8, 1) \quad y - 1 = -\frac{3}{4}(x - 8)$$

إذن معادلة المستقيم بصيغة النقطة والميل هي: $y - 1 = -\frac{3}{4}(x - 8)$

مثال 3

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(2, 3)$ ، $(1, -5)$.

الخطوة 1: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2, 3)$ ، $(1, -5)$: **الخطوة 2:** اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة، وعوّض

عن (x_1, y_1) بأيّ من النقطتين ولتكن $(2, 3)$:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 8(x - 2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-5)}{2 - 1} = \frac{3 + 5}{1} = 8$$

تمارين

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y في كلٍّ مما يأتي، ثم مثله بيانيًا.

$$m = 0; b = -2 \quad (3)$$

$$m = -\frac{1}{2}, b = 4 \quad (2)$$

$$m = 2, b = -3 \quad (1)$$

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم إذا عُلم ميله ونقطة عليه، ثم مثله بيانيًا.

$$m = 0, (-2, 5) \quad (6)$$

$$m = \frac{1}{4}, (-3, -2) \quad (5)$$

$$m = -2, (4, -2) \quad (4)$$

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بكل زوج نقاطٍ فيما يلي:

$$(9, 3), (0, 5) \quad (9)$$

$$(-2, 2), (1, 4) \quad (8)$$

$$(0, 1), (2, 3) \quad (7)$$

2-5

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

صيغ معادلة المستقيم

كتابة معادلة المستقيم لحل المسائل:

يمكنك تمثيل مواقف عديدة من واقع الحياة مستعملًا المعادلات الخطية.

مثال

يقدم خالد خدمات حاسوبية إلى شركات صغيرة في مدينته، فتدفع له الشركة 220 ريالاً شهرياً مقابل متابعة وصيانة موقعها الإلكتروني، ويضاف إلى ذلك 180 ريالاً مقابل كل ساعة في أي زيارة عمل إلى الشركة.

(b) يمكن أن يغير خالد التكلفة بتمثيلها بالمعادلة:

$C = 100h + 500$ ، حيث إن 500 ريال هي الرسم الشهري الثابت مقابل متابعة وصيانة الموقع الإلكتروني، وتكلفة كل ساعة عمل في الشركة هي 100 ريال، إذا طلبت شركة $5\frac{1}{2}$ ساعات زيارات عمل، فاحسب التكلفة وفق الخطتين الأولى والثانية، وفي أي خطة منها يحصل خالد على أجر أكبر؟
الخطة الأولى:

$$\begin{aligned} \text{ما يكسبه خالد في } 5\frac{1}{2} \text{ ساعات عمل هو:} \\ C = 180h + 220 = 180\left(5\frac{1}{2}\right) + 220 \\ = 990 + 200 \\ = 1210 \end{aligned}$$

الخطة الثانية:

$$\begin{aligned} \text{ما يكسبه خالد في } 5\frac{1}{2} \text{ ساعات عمل هو:} \\ C = 100h + 500 = 100(5.5) + 500 \\ = 550 + 500 \\ = 1050 \end{aligned}$$

لذا فإن خالدًا يكسب أكثر مع الخطة الأولى.

(a) اكتب معادلة تمثل التكلفة الشهرية C ، لصيانةالموقع الإلكتروني، بالإضافة إلى زيارات عمل إلى الشركة مدتها h ساعة.

تزداد التكلفة 180 ريالاً عن كل ساعة عمل؛ لذا فإن معدل التغير أو الميل يساوي 180. ومقطع المحور y يساوي التكلفة عندما يكون عدد ساعات زيارات العمل صفراً؛ أي 220 ريالاً.

$$C = mh + b$$

$$C = 180h + 220$$

تمارين

حلّ التمارين 1 - 3 مستعملًا المعلومات الآتية:

أراد خالد أن يشترك في تأمين صحي، فقدمت له شركتان عرضين مختلفين:

الشركة الأولى: اشتراك سنوي مقداره 3000 ريال و 100 ريال عن كل مراجعة لأي مركز صحي.

الشركة الثانية: اشتراك سنوي مقداره 4000 ريال و 50 ريالاً عن كل مراجعة لأي مركز صحي.

(1) اكتب بصيغة الميل والمقطع المعادلة التي تمثل التكلفة السنوية الكلية لكل من الشركتين، حيث تمثل p عدد مرات المراجعة.

(2) إذا تعدّى عدد مراجعات خالد 22 مرة في العام، فأَي الشركتين أقل تكلفة؟

(3) إذا قدّم لخالد عرض ثالث يتضمن اشتراكاً سنوياً مقداره 5000 ريال، من دون دفع أي مبالغ إضافية، وكان من المتوقع أن يراجع خالد 30 مرة في العام، فأَي الشركات أفضل؟

2-5 تدريبات المهارات

صيغ معادلة المستقيم

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم، المُعطى ميله ومقطع المحور y له في كلِّ ممَّا يأتي، ثم مثله بيانيًا:

$$m = 3, b = -8 \quad (2)$$

$$m = -3, b = 2 \quad (1)$$

$$m = -\frac{2}{5}, b = -6 \quad (4)$$

$$m = \frac{3}{7}, b = 1 \quad (3)$$

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة تقع عليه في كلِّ ممَّا يأتي، ثم مثله بيانيًا:

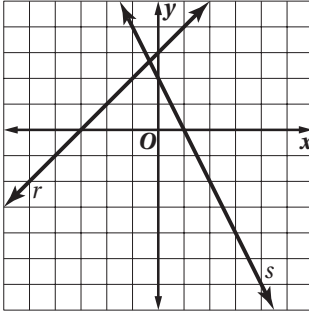
$$m = -3, (2, -4) \quad (6)$$

$$m = 2, (5, 2) \quad (5)$$

$$m = \frac{1}{3}, (-3, -8) \quad (8)$$

$$m = -\frac{1}{2}, (-2, 5) \quad (7)$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل بيانيًا أو المُعطى وصفه في كلِّ ممَّا يأتي:



s (10)

r (9)

(11) المستقيم الذي يوازي المستقيم r ويمرّ بالنقطة $(1, -1)$.

(12) المستقيم العمودي على المستقيم s ويمرّ بالنقطة $(0, 0)$.

$$m = 6, b = -2 \quad (13)$$

$$m = -\frac{5}{3}, b = 0 \quad (14)$$

$$m = -1, \text{ ويحوي } (0, -6) \quad (15)$$

$$m = 4, \text{ ويحوي } (2, 5) \quad (16)$$

$$\text{يحوي } (2, 0) \text{ و } (0, 10) \quad (17)$$

$$(18) \text{ مقطع المحور } x \text{ له يساوي } -2, \text{ ومقطع المحور } y \text{ له يساوي } -1.$$

2-5 تدريبات حل المسألة

صيغ معادلة المستقيم

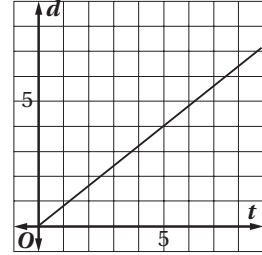
(4) **رسم فني:** ترسم منيرة بالألوان الزيتية على قطع من قماش الكتان، وقبل أن تبدأ الرسم على الكتان تدهنه بدهان تأسيس أبيض؛ حتى لا يمتص القماش الزيت الموجود في الألوان التي تستعملها، ويمكنها شراء قماش مدهون بدهان التأسيس بمبلغ 21 ريالاً لكل متر، أو يمكنها شراء قماش غير مدهون بمبلغ 15 ريالاً لكل متر، ولكن يتعين عليها أن تشتري علبة دهان التأسيس بمبلغ 30 ريالاً.

(a) إذا كانت P تساوي تكاليف Y متراً من قماش الكتان المؤسس، فاكتب معادلة تربط P مع Y .

(b) إذا كانت U تكلفة شراء Y متراً من قماش الكتان غير المؤسس، بالإضافة إلى علبة دهان التأسيس، فاكتب معادلة تربط U بـ Y .

(c) ما عدد أمتار القماش الذي يكون عنده شراء القماش المؤسس أقل تكلفة؟

(1) **قيادة:** يقود ياسر سيارته متجهاً لبيت صديقه، والتمثيل البياني أدناه يمثل المسافة d (بالأميال) التي قطعها ياسر بعد t دقيقة من مغادرة بيته.



اكتب معادلة تربط d بـ t .

(2) **تكاليف:** يعمل فراس في فحص أجهزة التبريد، وقد اشترى أدوات بـ 750 ريالاً للبدء في العمل، ويتقاضى 50 ريالاً عن إجراء الفحص الواحد، إذا مثل P صافي ربح من إجراء الفحص n مرة، فاكتب معادلة تربط P بـ n ، وكم مرة يلزمه إجراء الفحص حتى يكسب 750 ريالاً؟

(3) **دهانات:** قرّرت شركة دهانات اختبار جودة الدهان الأبيض الذي تنتجه، فدهنت مربعاً بدهان أبيض من إنتاجها، ثم بدأت تقيس درجة نقاء لون المربع كلّ عام، وبعد سبع سنوات كانت درجة نقاء اللون 85%، وبعد عشر سنوات من الدهان انخفضت النسبة إلى 82.9%، افترض أن نسبة النقاء تتناقص بمعدل ثابت مع الزمن، واكتب معادلة تُعطي نسبة النقاء R في صورة دالة للزمن t بالسنوات، وما نسبة نقاء وجه جديد من الدهان الأبيض لهذه الشركة؟

2-5 التدريبات الإثرائية

المضلعات على الشبكة الإحداثية

عند تمثيل المعادلات بيانياً على الشبكة الإحداثية، يمكن أن تتقاطع مستقيمتها، بحيث تشكّل القطع المستقيمة المتكوّنة من نقاط تقاطعها أضلاع مضلع.

ويمكن الحكم على نوع المضلع هذا، بالاستفادة من شروط التوازي والتعامد للمستقيمات من خلال الميل.

1) عند تمثيل المعادلات الآتية بيانياً، ستجد أنها تحتوي على أضلاع مضلع، حمّن نوع الشكل الرباعي الذي تشكّله المستقيمات الآتية من دون تمثيلها بيانياً:

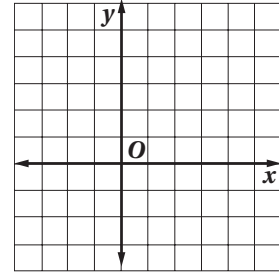
$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

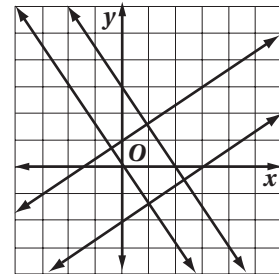
$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x - 3$$

2) ارسم المستقيمات في السؤال 1؛ لتحديد ما إذا كان توقُّعك صحيحاً.



3) أوجد معادلات المستقيمات التي تكوّن أضلاع الشكل الرباعي المبيّن أدناه، ثم حدّد نوعه، وبرّر إجابتك.



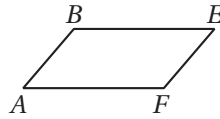
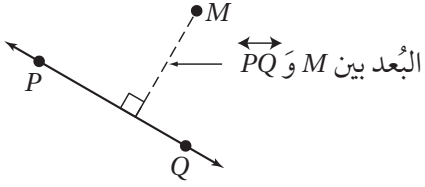
تدريبات إعادة التعليم

الأعمدة والمسافة

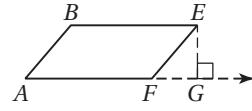
2-6

البُعد بين نقطة ومستقيم:

عندما لا تقع نقطة على خطٍ مستقيم، فإن بُعدها عن ذلك المستقيم يساوي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.



مثال أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البُعد بين النقطة E و \overleftrightarrow{AF} .



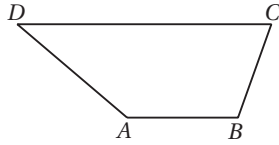
مُدَّ \overleftrightarrow{AF} ، وأنشئ $\overleftrightarrow{EG} \perp \overleftrightarrow{AF}$

\overleftrightarrow{EG} تمثل البُعد بين E و \overleftrightarrow{AF} .

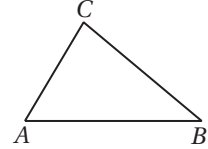
تمارين

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البُعد المحدد في كلِّ مما يأتي:

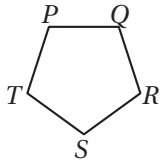
(2) بين النقطة D و \overleftrightarrow{AB} .



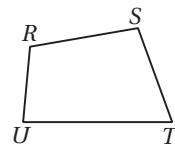
(1) بين النقطة C و \overleftrightarrow{AB} .



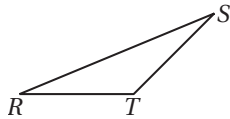
(4) بين النقطة S و \overleftrightarrow{PQ} .



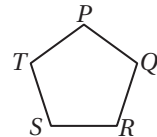
(3) بين النقطة T و \overleftrightarrow{RS} .



(6) بين النقطة S و \overleftrightarrow{RT} .



(5) بين النقطة S و \overleftrightarrow{QR} .



2-6

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

الأعمدة والمسافة

البعد بين مستقيمين متوازيين:

البعد بين مُستقيمين متوازيين يساوي طول القطعة المستقيمة التي يقع طرفاها على المستقيمين، وتكون عمودية على كلٍّ منهما، ولما كان البعد بين مستقيمين متوازيين ثابتاً دائماً، فإن جميع هذه القطع يكون لها الطول نفسه؛ لذا فإن البعد بين مستقيمين متوازيين يساوي البعد بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

مثال

أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين ℓ, m ، إذا كانت معادلتاهما $y = 2x + 1$ ، $y = 2x - 4$ على التوالي.

الخطوة 2: لإيجاد نقطة تقاطع p و m حلّ النظام المكوّن من المعادلتين:

$$\text{المستقيم } m: y = 2x - 4$$

$$\text{المستقيم } p: y = -\frac{1}{2}x + 1$$

ضع $2x - 4$ بدلاً من y في المعادلة الثانية

$$2x - 4 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$4x - 8 = -x + 2$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

عوّض $x = 2$ في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة y .

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}(2) + 1 = -1 + 1 = 0$$

إذن نقطة تقاطع p و m هي $(2, 0)$

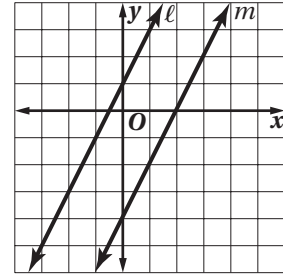
الخطوة 3: استعمل صيغة البعد؛ لإيجاد البعد بين النقطتين $(0, 1)$ ، $(2, 0)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

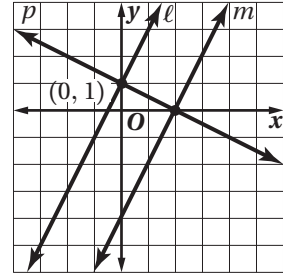
$$= \sqrt{(2 - 0)^2 + (0 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين ℓ و m تساوي $\sqrt{5}$ وحدات.



ارسم المستقيم p المار بالنقطة $(0, 1)$ التي تقع على المستقيم ℓ ، والذي يعامد كلا من ℓ و m .



الخطوة 1: ميل المستقيم p يساوي $-\frac{1}{2}$ ، ومقطع المحور y له يساوي 1.

معادلة المستقيم p هي: $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ، ونقطة تقاطع p و ℓ هي النقطة $(0, 1)$.

ملاحظة: إذا كان المطلوب في المثال هو إيجاد المسافة بين النقطة $(0, 1)$ والمستقيم m ، فإننا نتبع الخطوات نفسها.

تمارين

في السؤالين 1، 2 أوجد البعد بين كلٍّ من المستقيمين المتوازيين:

$$(2) \quad y = x + 3$$

$$(1) \quad y = 8$$

$$y = x - 1$$

$$y = -3$$

(3) أوجد المسافة بين النقطة $(0, 0)$ والمستقيم.

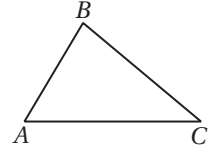
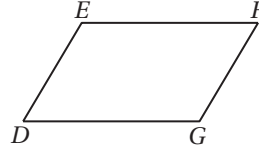
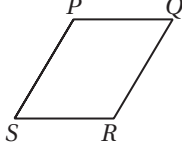
$$y = -2x - 5$$

تدريبات المهارات

2-6

الأعمدة والمسافة

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد المحدد في الأسئلة 1-3:

(1) بين B و \overleftrightarrow{AC} (2) بين G و \overleftrightarrow{EF} (3) بين Q و \overleftrightarrow{SR} 

هندسة إحداثية: أوجد بُعد النقطة P عن المستقيم ℓ في كلٍّ مما يأتي:

(4) المستقيم ℓ يمرّ بالنقطتين $(6, 6)$, $(0, -2)$ ، وإحداثيًا P هما $(-1, 5)$.

(5) المستقيم ℓ يمرّ بالنقطتين $(5, 1)$, $(2, 4)$ ، وإحداثيًا P هما $(1, 1)$.

(6) المستقيم ℓ يمرّ بالنقطتين $(2, 0)$, $(-4, -2)$ ، وإحداثيًا P هما $(3, 7)$.

(7) المستقيم ℓ يمرّ بالنقطتين $(0, 5)$, $(-7, 8)$ ، وإحداثيًا P هما $(-5, 32)$.

أوجد البعد بين كلٍّ من المستقيمين المتوازيين فيما يأتي:

$$\begin{aligned} x &= -6 \quad (9) \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 7 \quad (8) \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -5x \quad (11) \\ y &= -5x + 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3x \quad (10) \\ y &= 3x + 10 \end{aligned}$$

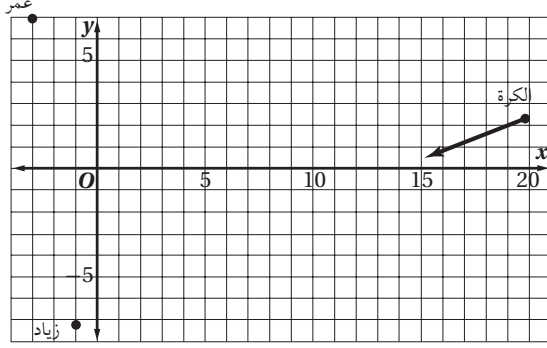
$$\begin{aligned} y &= -2x + 5 \quad (13) \\ y &= -2x - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= x + 9 \quad (12) \\ y &= x + 3 \end{aligned}$$

2-6 تدريبات حل المسألة

الأعمدة والمسافة

(4) **مواقع:** شاهد عمر كرة تتجه نحو رأس صديقه زياد مباشرة، فقرر أن يركض ليعترض الكرة كي لا تؤذي صديقه، وفي تلك اللحظة كان عمر عند النقطة $(-3, 7)$ ، وزياد عند النقطة $(20, 2.5)$ ، والكرة عند $(-1, -6.25)$.



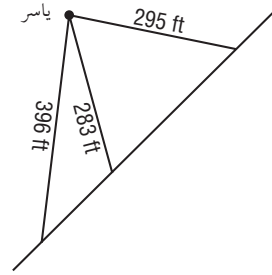
(a) ما معادلة المستقيم الذي يمر بموقعي زياد والكرة؟

(b) إذا ركض عمر أقصر مسافة ليعترض الكرة (على طول الخط العمودي على مسار الكرة)، فما إحداثيات النقطة التي يصل إليها على مسار الكرة؟

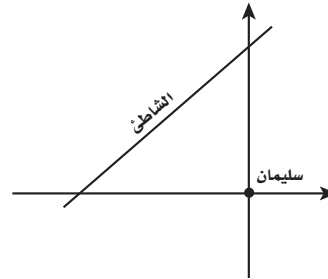
(c) ما أقصر مسافة يجب أن يركضها عمر حتى يصل إلى مسار الكرة؟

(1) **مسافة:** إذا كانت المسافة بين المسجد والشارع A صفرًا، فكيف يمكن التعبير عن ذلك بطريقة أخرى؟ وإذا كانت المسافة بين الشارع الذي يقع فيه منزل خالد والشارع A صفرًا، فكيف يمكن التعبير عن ذلك بطريقة أخرى؟

(2) **مسافة:** يقف ياسر في ساحة المدرسة، والشكل أدناه يبين المسافات بينه وبين أبواب الغرف الصفية الواقعة في الحائط نفسه، فهل يمكن أن تكون المسافة بين ياسر والحائط 285 ft؟ ولماذا؟



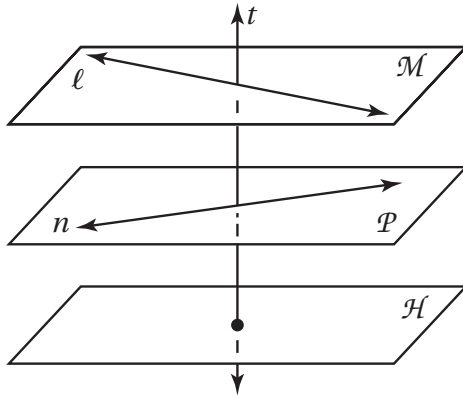
(3) **صيد السمك:** يقف سليمان عند شاطئ البحر عند نقطة الأصل للمستوى الإحداثي، وخط الشاطئ يُمثل بالمستقيم $y = 1.5x + 13$.



إذا كانت كل وحدة تمثل مترًا واحدًا، وأراد سليمان أن يُلقِي الصنارة لصيد السمك من البحر، فما المسافة التي يتعين أن يكون سليمان قادرًا على رمي الصنارة إليها، حتى يتمكن من إيصالها إلى البحر؟ قَرِّب إجابتك إلى أقرب سنتيمتر.

2-6 التدريبات الإثرائية

التوازي في الفضاء



يتعين في الفضاء توسيع مفهوم التوازي؛ ليشمل مستويين، ومستقيم ومستوى.

مفهوم أساسي: يكون مستويان متوازيين، إذا وفقط إذا كانا غير متقاطعين.

مفهوم أساسي: يوازي مستقيم مستوى، إذا وفقط إذا كانا غير متقاطعين.

لذا فإنه يمكن في الفضاء أن يكون المستقيمان متقاطعين أو متوازيين أو متخالفين، بينما يمكن أن يكون أي مستويين أو مستقيم ومستوى متقاطعين أو متوازيين. في الشكل المجاور: $t \perp M, t \perp P, P \parallel H$ ، والمستقيمان l و n متخالفان.

تعدّ العبارات الخمس الآتية نظريات تتعلق بالمستويات المتوازية:

نظرية: المستويان العموديان على المستقيم نفسه يكونان متوازيين.

نظرية: المستويان الموازيان للمستوى نفسه يكونان متوازيين.

نظرية: المستقيم العمودي على أحد مستويين متوازيين يكون عمودياً على المستوى الآخر.

نظرية: المستوى العمودي على أحد مستويين متوازيين يكون عمودياً على المستوى الآخر.

نظرية: إذا قطع مستوى مستويين متوازيين، فإن خطي التقاطع يكونان متوازيين.

استعمل الشكل المُعطى أعلاه للإجابة عن الأسئلة 1-10، واكتب "نعم" أو "لا" لتبين ما إذا كانت العبارة صحيحة أم لا.

$l \perp t$ (5)	$l \parallel P$ (4)	$M \parallel H$ (3)	$l \parallel n$ (2)	$M \parallel P$ (1)
$t \perp H$ (10)	$P \perp t$ (9)	$t \parallel H$ (8)	$l \perp P$ (7)	$n \parallel H$ (6)

ارسم شكلاً لتبين خطأ كل عبارة مما يأتي:

(11) إذا توازى مستقيمان مستوى، فإن المستقيمين متوازيان. (12) إذا توازى مستويان، فإن أي مستقيم في أحد المستويين

يوازي أي مستقيم في المستوى الآخر.

(14) إذا توازى مستقيمان، فإن أي مستوى يحتوي على أحد المستقيمين يكون موازياً للمستقيم الآخر.

(13) إذا توازى مستقيمان، فإن أي مستوى يحتوي على أحد المستقيمين يوازي أي مستوى يحتوي على المستقيم الآخر.

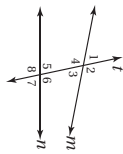
ملحق الإجابات

التاريخ

الاسم

2-1 تدريبات إعادة التعليم المستقيمان والقاطع

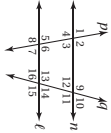
علاقات أزواج الزوايا الناتجة من مستقيمين وقاطع،
المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر في نقاط مختلفة في المستوى نفسه يُسمى قاطعاً، وفي الشكل أدناه المستقيم l قاطع
للمستقيمين m, n ، ويكوّن المستقيمان والقاطع ثنائي زوايا. رعبض أزواج هذه الزوايا لها أسماء خاصة، والجدول أدناه يبين
أزواج الزوايا واسماؤها.



الاسم	أزواج الزوايا
زوايا داخلية	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
زوايا مبدلتان داخلياً	$\angle 6$ و $\angle 3$ ، $\angle 4$ و $\angle 5$
زوايا مبدلتان خارجياً	$\angle 5$ و $\angle 4$ ، $\angle 6$ و $\angle 3$
زوايا خارجية	$\angle 8, \angle 7, \angle 2, \angle 1$
زوايا مبدلتان خارجياً	$\angle 8$ و $\angle 2$ ، $\angle 7$ و $\angle 1$
زوايا متناظرتان	$\angle 8$ و $\angle 4$ ، $\angle 7$ و $\angle 3$ $\angle 6$ و $\angle 2$ ، $\angle 5$ و $\angle 1$

مثال

مستملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا التالية إلى: زاويتين مبدلتين خارجياً، أو متناظرتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متناظرتان داخلياً.



- (a) $\angle 12$ و $\angle 4$ زاويتان متناظرتان
(b) $\angle 10$ و $\angle 16$ زاويتان مبدلتان خارجياً
(c) $\angle 12$ و $\angle 13$ زاويتان متناظرتان
(d) $\angle 9$ و $\angle 3$ زاويتان مبدلتان داخلياً

تعاريف:

استعمل الشكل في المثال أعلاه الإجابة عن الأسئلة 1 - 12.
عقبي القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا.

- (1) $\angle 9$ و $\angle 13$ q l $\angle 5$ و $\angle 2$ p $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(2) $\angle 14$ و $\angle 5$ l $\angle 1$ $\angle 14$ و $\angle 5$ p $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(3) $\angle 13$ و $\angle 9$ q $\angle 1$ $\angle 14$ و $\angle 5$ p $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(4) $\angle 5$ و $\angle 14$ متناظرتان $\angle 14$ و $\angle 5$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(5) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(6) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(7) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(8) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(9) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(10) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(11) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3
(12) $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 11$ و $\angle 3$ متناظرتان $\angle 4$ و $\angle 6$ 3

الفصل 2: التوازي والاعتماد

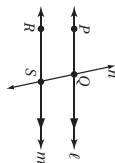
7

المصف: الأول الثانوي

التاريخ

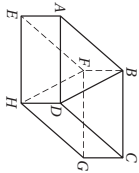
الاسم

2-1 تدريبات إعادة التعليم المستقيمان والقاطع



العلاقات بين المستقيمتان والمستقيمتان،
عندما يقع مستقيمان غير متقاطعين في المستوى نفسه، فإنهما يكوّنان متوازيين.
والمتقيمتان غير المتقاطعتين اللتان لا يقعان في مستوى واحد يُسمّيان مستقيمتين
متوازيين، وبذلك السهمان في الشكل المجاور على أن المستقيمان l يوازي المستقيمتين
 m, n ، وتكتب بالرموز $m \parallel n$.
ويمكن أن تكتب $RS \parallel PQ$ ، لأن أجزاء المستقيمتين المتوازيين تكون متوازية،
وبالمثل إذا لم يقطع مستويان، فإنهما مستويان متوازيان.

مثال



- (a) جميع السوريات التي توازي السوريات ABD .
السوريات $EFGH$
(b) جميع القاطع المستقيمة التي توازي CG .
 AE, DH, BF
(c) جميع القاطع المستقيمة التي تختلف EH .
 BF, CG, BD, CD, AB

تعاريف:

حدّد كل ما يأتي مستملاً الشكل المجاور:

1. جميع السوريات التي تقاطع مع السوريات OPQ .

2. جميع القاطع المستقيمة التي توازي NU .

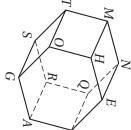
3. جميع القاطع المستقيمة التي تقاطع مع MP .

4. جميع القاطع المستقيمة التي توازي QX .

5. جميع السوريات التي تقاطع مع السوريات MHE .

6. جميع القاطع المستقيمة التي توازي QR .

7. جميع القاطع المستقيمة التي تختلف AG .



الفصل 2: التوازي والاعتماد

6

المصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

2-2 تدريبات إعادة التعليم

الزوايا والمستقيمات المتوازية

المستقيمان المتوازيان وزوايا الزوايا :

عندما تقطع مستقيمين متوازيين، فإن أزواج الزوايا الآتية تكون متطابقة:

• الزوايا المتناظرة ذات.

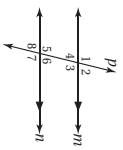
• الزوايا المتبادلتان داخليا.

• الزوايا المتبادلتان خارجيا.

الزوايا المتحالفتان متكاملتان أيضا.

مثال

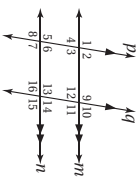
في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 2 = 75^\circ$ ، فأوجد قياسات الزوايا الباقية.



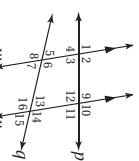
- 1 $m\angle 1 = 105^\circ$
2 $m\angle 2 = 75^\circ$
3 $m\angle 3 = 105^\circ$
4 $m\angle 4 = 75^\circ$
5 $m\angle 5 = 105^\circ$
6 $m\angle 6 = 75^\circ$
7 $m\angle 7 = 105^\circ$
8 $m\angle 8 = 75^\circ$

تعاريف

في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 3 = 102^\circ$ ، فأوجد قياس كل من الزوايا الآتية،
وأذكر المسئلة أو النظريات التي استخدمتها:



- 1 $m\angle 1 = 102^\circ$
2 $m\angle 2 = 78^\circ$
3 $m\angle 3 = 102^\circ$
4 $m\angle 4 = 78^\circ$
5 $m\angle 5 = 102^\circ$
6 $m\angle 6 = 78^\circ$
7 $m\angle 7 = 102^\circ$
8 $m\angle 8 = 78^\circ$



- في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 5 = 68^\circ$ و $m\angle 9 = 80^\circ$ ، فأوجد قياس كل من الزوايا الآتية،
وأذكر المسلمات أو النظريات التي استخدمتها:
- 1 $m\angle 1 = 102^\circ$
2 $m\angle 2 = 78^\circ$
3 $m\angle 3 = 102^\circ$
4 $m\angle 4 = 78^\circ$
5 $m\angle 5 = 68^\circ$
6 $m\angle 6 = 112^\circ$
7 $m\angle 7 = 102^\circ$
8 $m\angle 8 = 78^\circ$
9 $m\angle 9 = 80^\circ$
10 $m\angle 10 = 102^\circ$
11 $m\angle 11 = 78^\circ$
12 $m\angle 12 = 102^\circ$

الفصل 2: التوازي والتعامد

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

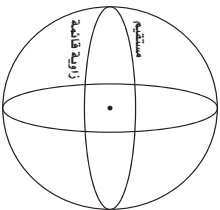
2-1 التدريبات الإثرائية

الهندسة الكروية

تظهر خطوط الطول والعرض في الخريطة على شكل مستقيمتان، ومع ذلك فإن خطوط الطول والعرض موجودة على كرة وليست على مستوى، ولكني يكون تطبيق الهندسة على خطوط الطول والعرض صحيحا، يعني أن تعتمد الهندسة الكروية.

ولكن معاني الخطوط والزوايا في الهندسة الكروية تختلف عنها في الهندسة المسوية.

هملاد،



- 1 المستقيم في الهندسة الكروية: عبارة عن دائرة عظمية أي دائرة تقع على الكرة وتُقطر قطر الكرة.
- 2 الخط ذو الطول الإجمالي في الهندسة الكروية عبارة عن دائرة عظمية
تلف حول نفسها عددا لا نهائيا من المرات، لذا فإنه في الهندسة الكروية
تكون الدائرة العظمى خطا ودائرة.
- 3 الزاوية القائمة: تقاطع خطوط العرض والطول يكون زاوية قائمة.

تعاريف

- 1 أحضر كرة، ثم تلف حلقتي معاط حول الكرة، بحيث تتلآن حلقتي (دوائر عظمية) على الكرة، ما عدد تقاطع الخطوط بينهما؟ 2
- 2 حاول أن ترسم حلقتي (دائرتين عظمتين)، أو أن تلف حلقتي من المعاط حول الكرة دون أن يتقاطعا، هل هذا ممكن؟ 3
- 3 خذ عدد تقاطع حلقتي (دائرتين عظمتين) في الهندسة الكروية. يتقاطع حلقتي (دائرتان عظمتان) دائما في نقطتين.
- 4 مسئلة التوازي في الهندسة الإقليدية تعني على أنه لا توجد مستقيم وتقاطع لا تقع عليه، يمكن رسم مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة الملوحة ولا تقطع المستقيم الأول، فهل تتحقق هذه المسئلة في الهندسة الكروية؟ وضح ذلك.
- 5: لأن مسئلة التوازي تعني على أن المستقيمين لا يتقاطعا، وهذا غير ممكن في الهندسة الكروية، لأن الخطين في الهندسة الكروية (الدائرتين العظميتين) يتقاطعا في نقطتين دائما.

الفصل 2: التوازي والتعامد

10

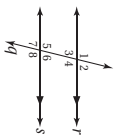
الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

2-2 تدريبات المهارات الزوايا والمستقيمات المتوازية

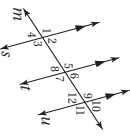
في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 2 = 70^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مكملة باقي وذكر المسلمات أو النظريات التي استخدمتها:



110° $\angle 5$ (2)
110° $\angle 1$ (4)
70° $\angle 6$ (6)

70° $\angle 3$ (1)
110° $\angle 8$ (3)
110° $\angle 4$ (5)

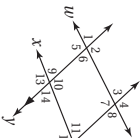
في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 7 = 100^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مكملة باقي وذكر المسلمات أو النظريات التي استخدمتها:



80° $\angle 6$ (8)
80° $\angle 2$ (10)
100° $\angle 11$ (12)

100° $\angle 9$ (7)
80° $\angle 8$ (9)
100° $\angle 5$ (11)

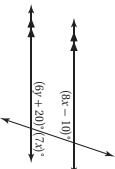
في الشكل المجاور، إذا كان: $m\angle 3 = 75^\circ$ و $m\angle 10 = 105^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مكملة باقي:



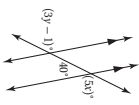
105° $\angle 5$ (14)
105° $\angle 15$ (16)
75° $\angle 9$ (18)

105° $\angle 2$ (13)
105° $\angle 7$ (15)
75° $\angle 14$ (17)

أوجد قيمة x و r في كل من الأشكال الآتية، واذكر إجاباتك.

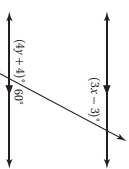


(19)



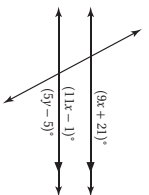
(20)

15 y ، 10 x : استعمل الزوايا المتبادلة وحلها لإيجاد قيمة x، ثم استعمل الزوايا المتكاملة لإيجاد قيمة y.



(22)

29 y ، 21 x : استعمل الزوايا المتبادلة لإيجاد قيمة x، ثم استعمل الزوايا المتكاملة لإيجاد قيمة y.



(21)

الفصل 2 : التوازي والتعامد

13

الصف: الأول الثانوي

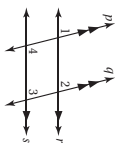
التاريخ _____

الاسم _____

2-2 تدريبات إعادة التعليم الجبر وقياسات الزوايا

يمكنك استعمال الجبر لإيجاد القياسات المجهولة للزوايا المتكاملة من مستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

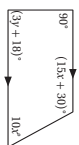
مثال إذا كان: $m\angle 1 = (3x + 15)^\circ$ و $m\angle 3 = 5y^\circ$ و $m\angle 2 = (4x - 5)^\circ$ ، فأوجد قيمة كل من x و y.



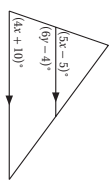
المعطيات	العبارات
مسلمة الزاويتين المتناظرتين.	$m\angle 1 = m\angle 2$
خاصية التعويض للمساواة.	$3x + 15 = 4x - 5$
اطرح $3x$ من الطرفين.	$3x + 15 - 3x = 4x - 5 - 3x$
بسّط.	$15 = x - 5$
اجمع 5 للطرفين.	$15 + 5 = x$
بسّط.	$20 = x$
مسلمة الزاويتين المتناظرتين.	$m\angle 2 = m\angle 3$
خاصية التعويض للمساواة.	$4x - 5 = 5y$
عوض عن x بـ 20 وبسّط.	$75 = 5y$
اقسم الطرفين على 5	$15 = y$

تعاريف

أوجد قيمة المتغيرات في كل شكل، واذكر إجاباتك.



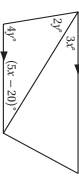
(2)



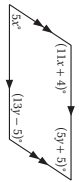
(1)

6 x ، 24 y : باستعمل الزوايا المتكاملة.

15 x ، 19 y : باستعمل الزوايا المتناظرة والمتكاملة



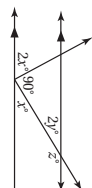
(4)



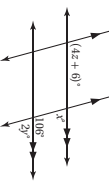
(3)

10 x ، 25 y : باستعمل الزوايا المتكاملة والمتبادلة وحلها.

11 x ، 10 y : باستعمل الزوايا المتكاملة.



(6)



(5)

30 x ، 15 y : باستعمل الزوايا المتكاملة، وابتداء وحلها والمتكاملة.

74 x ، 37 y : باستعمل الزوايا المتكاملة، وابتداء وحلها والمتكاملة.

الفصل 2 : التوازي والتعامد

12

الصف: الأول الثانوي

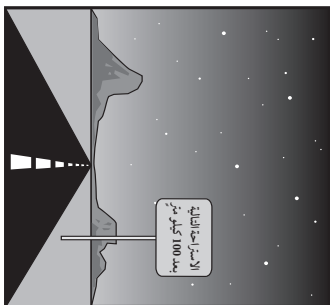
التاريخ

الاسم

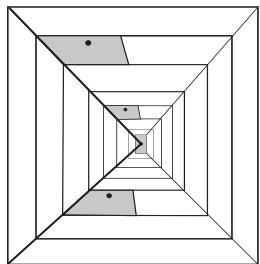
2-2 التدرّيات الإثرائية

نقطة الثلاثي

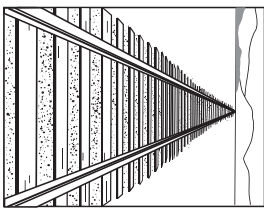
إذا نظرت إلى طريق مستقيم ليس فيه انحناءات أو انعطافات إلى مسافة بعيدة، يُحسب إليك أنّ حادّي الطريق المتوازيين تتلصقان في نقطة واحدة، وهذه النقطة تسمى نقطة الثلاثي، وهي مستعملة في الأحوال الغريبة منذ سنة 1400. يتبن الصورة أدناه طريقة مستقيماً طويلاً، ولقد رسم المستقيمان على الجانبين (الأسر والأيمن) للطريق ليتمكلا نقطة الثلاثي.



حدّد المستقيمين اللّذين يمثّلان نقطة أو نقاط الثلاثي في الشّورتين الآتيتين:



2



1

الفصل 2: التوازي والتعامد

15

الصف: الأول الثانوي

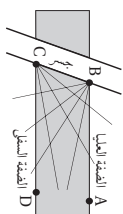
التاريخ

الاسم

2-2 تدرّيات حل المسألة

الزوايا والمستقيمتان المتوازيتان

4) مراقبة: أقيم جسر فوق نهر في مكان استراتيجي، ونظراً لأهمية الجسر وضعت كاميرات مراقبة آلية عند التقاطعين المتيّتين في الشكل، بحيث تُغطي كل منها زاوية قياسها 40° ، ولتغطية الزاويتين بين ضوئي النهر والجسر كاميرتين، يلزم وجود كاميرات على الضفتين السفلى، و 5 كاميرات آلية على الضفة العليا.

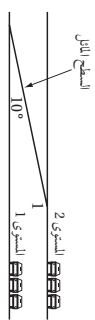


a) ما العلاقة بين الزاويتين اللتين تُغطّيهما الكاميرات الآتية جميعاً ($\angle ABC$) ($\angle BCD$) الموضوعة على الضفتين العليا والسفلى للنهر؟ اثبت معادلة؛ لإيجاد، بناءً على هذه العلاقة.

ب) ما قياس زاوية التغطية (x) لكل كاميرا آلية؟ أوجد قياس الزاويتين اللتين يصنعهما الجسر مع الضفتين العليا والسفلى للنهر.

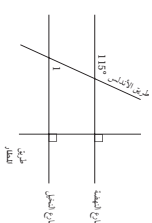
20° = x، وقياس الزاوية عند الضفة العليا = 100°، وعند الضفة السفلى = 80°

1) سطح مائل، يرتفع سطح مائل ليربط بين المستويين الأفقيين 1، 2 في مواقف للسيارات كما في الشكل أدناه، فما قياس الزاوية α ؟



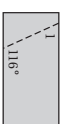
170°

2) تخطيطاً مبدئياً، يقطع طريق المطار عمودياً شارعاً النجفة والنخل المتوازيين، ويشكل طريق الأندلس زاوية قياسها 115° مع شارع النجفة، فما قياس الزاوية α ؟



65°

3) نجارة يُشَيّخ نجاراً منصفاً، وقد قطع اللوح الجانبيّ من المنصبة من قطعة خشب مستطيلة الشكل.



يتعين أن يقص المستطيل بالنشار على طول الخطّ المنقطع في الشكل، ما قياس الزاوية α ؟

64°

الفصل 2: التوازي والتعامد

14

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

2-4 تدريبات إعادة التعليم

ميل المستقيم

ميل المستقيم:

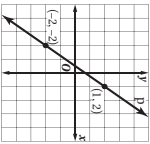
يُعرف ميل المستقيم m بأنه نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي لأي خطين r و s تقاطع عليه ويمكن

بالصيغة:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = m, \text{ حيث } x_2 \neq x_1$$

ويمكن تفسير الميل على أنه معدل التغير في الكمية y بالنسبة إلى الكمية x

مثال 1 أوجد ميل المستقيم P في الشكل المجاور.



عند حساب ميل المستقيم P :

$$(1) \text{ عوض بـ } (1, 2) \text{ عن } (x_1, y_1) \text{ و بـ } (3, 4) \text{ عن } (x_2, y_2)$$

$$(2) \text{ صيغة الميل } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$(3) \text{ عوض } = \frac{4 - 2}{3 - 1}$$

$$\text{بسط } = \frac{2}{2} = 1$$

مثال 2

إذا بلغ إنتاج مصنع ملابس في عامه الأول 45000 قطعة، و 55000 قطعة في عامه السادس، في المعدل التقريبي لتغير عدد القطع المنتجة سنوياً؟

معدل تغير عدد القطع المنتجة يساوي ميل المستقيم المار بالنقطتين (6, 55000) و (1, 45000). استعمل صيغة الميل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{55000 - 45000}{6 - 1} = \frac{10000}{5} = 2000$$

إذن المعدل التقريبي لتغير عدد القطع هو 2000 قطعة في السنة.

تعاريف

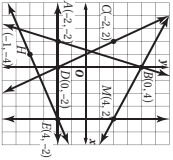
أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحطاتين في كل من الأسئلة الآتية:

$$(1) L(1, -2), M(-6, 3) \quad (3) R(-2, -3), S(3, -5) \quad (2) J(0, 0), K(-2, 8) \quad (4) P(-1, 2), Q(-9, 6)$$

$$(5) T(1, -2), U(6, -2) \quad (6) V(-2, 10), W(-4, -3) \quad (13) \frac{13}{2}$$

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

$$(7) \vec{AB} \quad (8) \vec{CD} \quad (9) \vec{EM} \text{ غير معرف} \quad (10) \vec{HE} \quad (11) \vec{EH} \quad (12) \vec{BN} \quad (13) \frac{2}{5}$$



(13) إذا كان عدد طلاب مدرسة في عامها الأول 500 طالب، و 800 في عامها السابع، فما معدل زيادة الطلاب السنوي في المدرسة.

50 طالباً

الفصل 2: التواري والتعتمد

21

الصف، الأول الثانوي

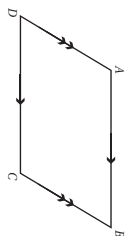
التاريخ _____

الاسم _____

2-3 التدرّيات الإثباتية

أشكال وتعاريفات:

إذا عرّفنا متوازي الأضلاع بأنه شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، أي يكون الشكل $ABCD$



متوازي أضلاع إذا كان:

$$\vec{AB} \parallel \vec{DC}, \vec{AD} \parallel \vec{BC}$$

هل يمكن تقديم تعريفات أخرى لتوازي الأضلاع؟

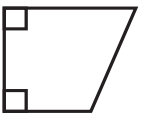
في السؤالين 1, 2 وُضع تعريفان، قرر ما إذا كان كل منهما تعريفاً صحيحاً لتوازي الأضلاع أم لا. وتبرر إجابتك.

(1) متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه كل زاويتين متقابلتين متكاملتان.

صحيح، بحسب مكنس نظرية الزاويتين المتقابلتين.

(2) متوازي الأضلاع شكل رباعي فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان.

خطأ، مثال مضاد



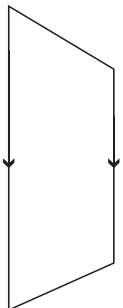
(3) إذا عرّفنا المستطيل على أنه شكل رباعي جميع زواياه قائمة، فهل يمكن تعريف المستطيل بأنه متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة؟

نعم، بحسب نظرية الزاويتين المتقابلتين.



(4) إذا عرّفنا شبه المنحرف على أنه شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط، فهل يمكن تعريفه بأنه شكل رباعي فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان؟

نعم



الفصل 2: التواري والتعتمد

20

الصف، الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

2-4 تدريبات المهارات

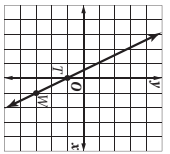
ميل المستقيم

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين المحددين في كل مسألة:

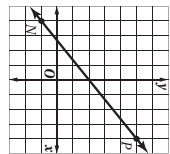
- (2) $G(-2, 5), H(1, -7)$
(4) $J(-5, -2), K(5, -4)$
(6) $L(-5, -2), M(3, 3)$

أوجد ميل كل مستقيم في السؤالين الآتيين:

(6) $P(-4, 5), Q(0, 3)$



(5) $R(0, 1), S(-1, 2)$



حدد ما إذا كان AB و MN متوازيين، أو متعامدين، أو غير ذلك في كل مسألة، ومثل كل مستقيم بيانيًا لتتحقق من إجابتك. انظر رموز الطلاب.

(8) $A(-1, 4), B(2, -5), M(-3, 2), N(3, 0)$

(7) $A(0, 3), B(5, -7), M(-6, 7), N(-2, -1)$

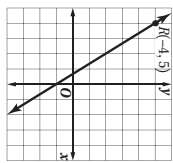
(10) $A(-4, -8), B(4, -6), M(-3, 5), N(-1, -3)$

(9) $A(-2, -7), B(4, 2), M(-2, 0), N(2, 6)$

غير ذلك

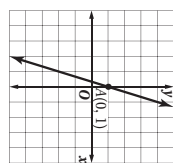
متوازيان

(12) الميل $= -\frac{3}{2}$ ، ويمر بالنقطة $R(-4, 5)$

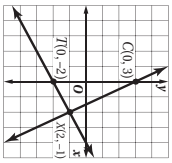


مثل بيانيًا المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مسألة:

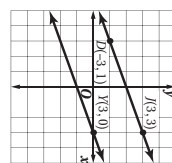
(11) الميل $= 3$ ، ويمر بالنقطة $A(0, 1)$



(14) يمر بالنقطة $T(0, -2)$ ويمامد CX ، حيث: $C(0, 3)$



(13) يمر بالنقطة $Y(3, 0)$ ويوازي D ، حيث: $D(-3, 1)$



الفصل 2: التوازي والتعامد

23

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

2-4 تدريبات إعادة التعليم

ميل المستقيم

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة:

إذا تفحصت سبكي مستقيمين غير متوازيين، على ألا يكون أي منهما رأسيًا، ستكشف الخاصيتين الآتيتين: يكون للمستقيمان ميلان متساوي، وإذا فقط إذا كانا متوازيين.

يكون المستقيمان غير رأسيين متعامدين، إذا فقط إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 .

مثال 1: حدد ما إذا كان AB و CD متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك إذا كانت:

(4) $D(5, 4), C(1, 2), B(1, 5), A(-1, -1)$ ، ثم مثل كل مستقيم بيانيًا لتتحقق من إجابتك.

الخطوة 1: أوجد ميل كل مستقيم.

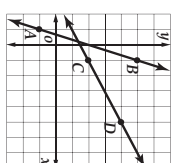
$$\text{ميل } AB: \frac{5 - (-1)}{1 - (-1)} = 3; \text{ وميل } CD: \frac{4 - 2}{1 - 1} = \frac{2}{0} \text{ غير معرف}$$

الخطوة 2: حدد العلاقة بين المستقيمين إن وجدت.

ليس للمستقيمين الميل نفسه، لذا فهما غير متوازيين، ولتحديد ما إذا كانا متعامدين.

أوجد حاصل ضرب الميلين. حاصل ضرب ميل AB و CD $= 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 1.5$ ، بما أن حاصل ضرب ميليهما لا يساوي -1 ، فإلهما غير متعامدين.

لذا لا توجد علاقة بين AB و CD وعند تمثيلها في المستوى الإحداثي، نلاحظ أنها يتقاطعان، ولا يكونان رأسيين قائمتين.



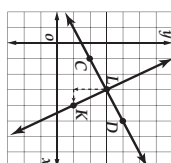
مثال 2

مثل بيانيًا المستقيم الذي يمر بالنقطة $L(3, 3)$ ويمامد CD ، حيث $D(5, 4), C(1, 2)$.

الخطوة 1: في المثال السابق، أوجدنا ميل CD ويساوي $\frac{1}{2}$.

الخطوة 2: ميل المستقيم العمودي على CD ، والميل بالنقطة L يساوي 2 ؛ لأن $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = -1$.

الخطوة 3: لتمثيل المستقيم بيانيًا، أبدأ من النقطة A ، وتحرك وحدتين إلى أسفل، ثم وحدة إلى اليمين، وستم النقطة K ، ثم ارسم KL .



تمارين

حدد ما إذا كان RS و MN متوازيين، أو متعامدين، أو غير ذلك في كل مسألة، ومثل كل مستقيم بيانيًا لتتحقق من إجابتك.

(1) $M(0, 3), N(2, 4), R(2, 1), S(8, 4)$

(2) $M(-1, 3), N(0, 5), R(2, 1), S(6, -1)$

(3) $M(0, -3), N(-2, -7), R(2, 1), S(0, -3)$

(4) $M(-1, 3), N(4, 4), R(3, 1), S(-2, 2)$

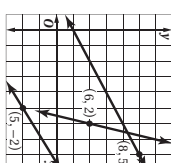
غير ذلك

مثل بيانيًا المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مسألة:

(5) الميل $= 4$ ، ويمر بالنقطة $(6, 2)$.

(6) يمر بالنقطة $H(8, 5)$ ويمامد AG ، حيث: $A(-5, 6), G(-1, -2)$

(7) يمر بالنقطة $C(5, -2)$ ويوازي LB ، حيث: $B(7, 4), L(2, 1)$



الفصل 2: التوازي والتعامد

22

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

2-4 التدريبات الإثرائية

العمل والمضاعفات

في الهندسة الإحداثية، يُستخدم عددان مائكانا المستقيمان متوازيين أو متعامدين، وهذه العرقه تُعَد كبراً في حل مسائل تتعلق بالمضاعفات، وإثبات حقائق أو نظريات في الهندسة:

1) مثل بيثا $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه هي:

$$A(-6, 4), B(8, 6), C(4, -4)$$

2) أوجد إحداثيات I, K, L منتصفات الأضلاع $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ على الترتيب.

$$I(1, 5), K(6, 1), L(-1, 0)$$

3) أثبت أن القطع تبدو متوازية؟

$$\overline{AB} \text{ و } \overline{KL}, \overline{AC} \text{ و } \overline{JK}, \overline{BC} \text{ و } \overline{IL}$$

4) أثبت أن القطع المذكورة في السؤال 3 متوازية فعلاً.

$$\text{ميل } \overline{AB} = \text{ميل } \overline{IL} = \frac{1}{2} = \text{ميل } \overline{BC} = \text{ميل } \overline{JK} = \frac{4}{5} = \text{ميل } \overline{AC} = \frac{-4}{-5}$$

5) خُصّ العلاقة بين أضلاع المثلث والقطع الواسلة بين منتصفات الأضلاع.

القطعة الواسلة بين منتصفتي ضلعي في مثلث توأزي الضلع الثالث.

في كل من السؤالين الآتيين، أعطيت إحداثيات رؤوس $\triangle PQR$ القائم الزاوية، أوجد ميل كل ضلع في المثلث، ثم استعمل العلاقة بين المستقيمين المتعامدين؛ لتحديد الوتر (القطع الأول في المثلث القائم).

$$P(-2, -3), Q(5, 1), R(2, 3) \quad (7)$$

$$\text{ميل } \overline{PQ} = \frac{4}{7}$$

$$\text{ميل } \overline{QR} = \frac{-2}{3}$$

$$\text{ميل } \overline{PR} = \frac{3}{2}$$

الوتر: \overline{PQ}

$$P(5, 1), Q(1, -1), R(-2, 5) \quad (6)$$

$$\text{ميل } \overline{PQ} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ميل } \overline{QR} = -2$$

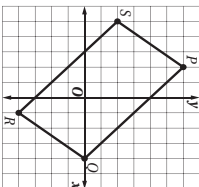
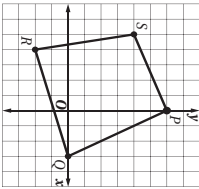
$$\text{ميل } \overline{PR} = \frac{-4}{7}$$

الوتر: \overline{PR}

مثل بيثا الشكل الرباعي $PQRS$ الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين، ثم أوجد ميل كل ضلع، وحدد ما إذا كان قطر له متعامدين أم لا.

$$P(0, 6), Q(3, 0), R(-4, -2), S(-5, 4) \quad (9)$$

$$P(-2, 6), Q(4, 0), R(1, -1), S(-5, 2) \quad (8)$$



$$\text{ميل } \overline{SQ} = -\frac{1}{2} = \text{ميل } \overline{PR} = 2 = \text{ميل } \overline{PS}.$$

$$\text{ميل } \overline{SQ} = -\frac{2}{9} = \text{ميل } \overline{PR} = -\frac{10}{3} = \text{ميل } \overline{PS}.$$

الفصل 2: التوازي والتعامد

25

الفصل: الأول الثانوي

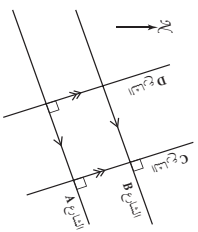
التاريخ _____

الاسم _____

2-4 تدريبات حل المسألة

ميل المستقيم

5) تخطيط المدن: تبين الشكل أدناه خريطة لجزء من مدينة، إذا وضعت شبكة إحداثية على الخريطة، فإن ميل الشارع D يساوي -3-



6) يبعد تقاطع الشارع A مع الشارع D 150 m شرق تقاطع الشارع B مع الشارع D ، فكم مترًا يبعد عنه جنوبًا؟ 450 m

7) ما ميل الشارع C ؟ وضح إجابتك.

8- : الشارع D والشارع C متوازيان، ولتلك لهما الميل نفسه.

9) ما ميل كل من الشارع B والشارع A ؟ وضح إجابتك.

10) ميل كل منهما $\frac{1}{3}$ ؛ لألبيها عودان على الشارع D والشارع C ، وبميل المستقيم العمودي يساوي سالب مقلوب ميل المستقيم الآخر.

11) يبعد تقاطع الشارع A مع الشارع C 600 m شرقاً عن تقاطع الشارع A والشارع D ، فكم مترًا يبعد عنه شمالًا؟ 200 m

1) طريق: يوضع طريق مستقيم 15 ft لكل 100 ft أفقيًا، فما ميل الطريق؟ $\frac{3}{20}$

2) هبوط: تهبط طائرة بمعدل 300 ft لكل 5000 ft تقريبا الطائره أفقيًا، ما ميل مسار هبوط الطائرة؟ $-\frac{3}{50}$

3) رحلات: يقطع همام 770 km لزيارة عمته، وقد خطط أن يقطع أول 220 km من رحلته في ساعتين. إذا استمر بنفس المعدل، فكم ساعة يستغرق لقطع المسافة المتبقية؟ 5 ساعات

4) بحيرات: كان عمق البحيرة في بحيرة قبل هطل المطر 268 in، وبعد 4 ساعات من استمرار الهطل أصبح عمق المياه في البحيرة 274 in، ثم استمر عمق البحيرة ساعة أخرى بالكتابة نفسها، فكم أصبح عمق المياه في البحيرة عند توقف نزول المطر؟ 275.5 in

الفصل 2: التوازي والتعامد

24

الفصل: الأول الثانوي

التاريخ

الاسم

(تنمية)

2-5 تدريبات إعادة التعليم

صنع معادلة المستقيم

كتابة معادلة المستقيم لحل المسائل،

يمكنك تثيل مواقف عديدة من واقع الحياة مستعملًا المعادلات الخطية.

مثال يقدم خالد خدمات حاسوبية إلى شركات صغيرة في مدينته، فدفيع له الشركة 2200 ريالًا شهريًا مقابل مائة وصيانة موقعها الإلكتروني، ويضاف إلى ذلك 180 ريالًا مقابل كل ساعة في أي زيارة عمل إلى الشركة.

ط يمكن أن يغير خالد الكلفة بمثلها بالمعادلة:

500 + 100h = C، حيث إن 500 ريال هي الرسم الشهري الثابت مقابل متابعة وصيانة الموقع الإلكتروني، وكلفة كل ساعة عمل في

الشركة هي 100 ريال، إذا طلبت شركة 5 ساعات زيارات عمل،

فاحسب الكلفة وفق الخطتين الأولى والثانية، وفي أي خطّة منهما يحصل

خالد على أكبر؟

الخطّة الأولى:

ما يكسبه خالد في 5 ساعات عمل هو:

$$C = 180h + 220 = 180(5) + 220 = 990 + 200 = 1210$$

الخطّة الثانية:

ما يكسبه خالد في 5 ساعات عمل هو:

$$C = 100h + 500 = 100(5) + 500 = 550 + 500 = 1050$$

لنا فإن خالدًا يكسب أكثر مع الخطّة الأولى.

تعاريف

حل التمارين 3-1 مستعملًا المعلومات الآتية:

أراد خالد أن يشترك في ناديين صحيّ، فقدمت له شركتان عرضين مختلفين:

الشركة الأولى: الاشتراك سنويًا بمقدار 3000 ريال و 100 ريال عن كل مراجعة لأي مركز صحيّ.

الشركة الثانية: الاشتراك سنويًا بمقدار 4000 ريال و 50 ريالًا عن كل مراجعة لأي مركز صحيّ.

1 اكتب بصيغة الميل والنقط معادلة التي تمثل الكلفة السنوية الكلية لكل من الشركتين، حيث تمثل P عدد مرات المراجعة.

الشركة الأولى: $C = 3000 + 100P$ الشركة الثانية: $C = 4000 + 50P$

2 إذا تمثّل عدد مراجعات خالد 22 مرة في العام، فأي الشركتين أقل كلفة؟ الشركة الثانية

3 إذا قدّم لخالد عرض ثالث يتضمن اشتراكًا سنويًا بمقدار 5000 ريال، من دون دفع أي مبالغ إضافية، وكان من المتوقع أن

يراجع خالد 30 مرة في العام، فأي الشركات أفضل؟ الشركة الثالثة

الفصل 2: التوزيع والتعلم

27

الفصل 2: التوزيع والتعلم

التاريخ

الاسم

2-5 تدريبات إعادة التعليم

صنع معادلة المستقيم

كتابة معادلة المستقيم،

يمكنك كتابة معادلة المستقيم إذا علمت أيًا من الآتي:

• الميل ونقطتين على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

• الميل ونقطتين تقاطع على المستقيم.

26

الفصل 2: التوزيع والتعلم

الفصل 2: التوزيع والتعلم

التاريخ _____

الاسم _____

2-5 تدريبات حل المسألة صياح معادلة المستقيم

14 رسم فقي، ترسم متبوع بالأكوان الزينية على قطع من قماش الكتان، وتبدأ الرسم على الكتان كدهنه بدهان تأسيس أيضا؛ حتى لا يبهض القماش الزيت الموجود في الألياف التي تستعملها، ويصكها شراء قماش مدهون بدهان التأسيس بـ 21 ريالًا لكل متر، أو يصكها شراء قماش غير مدهون بـ 15 ريالًا لكل متر، ولكن يتعين عليها أن تشتري عليه دهان التأسيس بـ 30 ريالًا.

15 إذا كانت P تساوي ككليف Y ميزًا من قماش الكتان التأسيس، فاكبت معادلة تربط Y مع P .

16 إذا كانت P تساوي ككليف Y ميزًا من قماش الكتان التأسيس، فاكبت معادلة تربط Y مع P .

17 إذا كانت U كلفة شراء Y ميزًا من قماش الكتان غير التأسيس، بالإضافة إلى عليه دهان التأسيس، فاكبت معادلة تربط U بـ Y .

18 ما عدد أمتار القماش الذي يكون عليه شراء القماش التأسيس أقل كلفة؟

لا تحفظ أن الكاشفين كوكبان مشاويين علميا؛

$$21Y = 15Y + 30$$

$$21Y - 15Y = 30$$

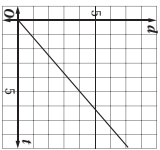
$$6Y = 30$$

$$Y = 5$$

أي علميا يكون عدد الأمتار 5.

أيضا إذا كان عدد الأمتار أقل من 5، فإن شراء القماش التأسيس يكون أقل كلفة.

19 قيادة، تقود باهر سيارته متتبعًا لبيت صديقته، والتشيل البياني أدناه يمثل المسافة d (بالأميال) التي قطعها باهر بعد t دقيقة من مغادرة بيته.



اكبت معادلة تربط d بـ t .

$$d = 0.8t$$

20 ككليف، يعمل فرانس في فصل أجهزة التبريد، وقد اشترى أدوات بـ 750 ريالًا للبدء في العمل، ويتقاضى 50 ريالًا عن إجراء الفحص الواحد، إذا مقل P صافي ربح من إجراء الفحص n مرة، فاكبت معادلة تربط P بـ n ، وكم مرة يلزمه إجراء الفحص حتى يكسب 750 ريالًا؟

$$P = 50n - 750; n = 30$$

21 دهانات، قُرت شركة دهانات اختبار جودة الدهان الأبيض

الذي تشجه، فدهنت موزيًا بدهان أبيض من إنتاجها، ثم بدأت تقيس درجة تقيده لون المربع كل عام، وبعد سبع سنوات كانت درجة تقيده اللون 85%، وبعد عشر سنوات من الدهان انخفضت النسبة إلى 82.9%، افترض أن نسبة التقيده تتناقص بمعدل ثابت مع الزمن، واكبت معادلة تعطي نسبة التقيده R في صورة دالة للزمن t ؛ بالسنوات، وما نسبة تقيده وجوه جليدين من الدهان الأبيض لهذه الشركة؟

$$R = -0.7t + 89.9$$

ونسبة تقيده دهان جديد 89.9%

التاريخ _____

الاسم _____

2-5 تدريبات المهارات صياح معادلة المستقيم

اكبت بصيغة الميل والنقط معادلة المستقيم، المعطى بميله ونقطته، لاد في كل معًا باقي، ثم معًا بيانيًا:

انظر رسومات الطلاب

$$m = 3, b = -8 \quad (2)$$

$$y = 3x - 8$$

$$m = -\frac{2}{5}, b = -6 \quad (4)$$

$$y = -\frac{2}{5}x - 6$$

$$m = -3, b = 2 \quad (5)$$

$$y + 4 = -3(x - 2)$$

$$m = \frac{1}{3}, b = -8 \quad (8)$$

$$y + 8 = \frac{1}{3}(x + 3)$$

$$y = -2x + 2 \quad (10)$$

$$y = x - 2 \quad (1, -1)$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$y = 6x - 2, m = 6, b = -2 \quad (13)$$

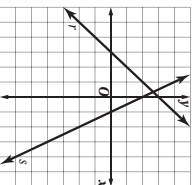
$$y = -\frac{5}{3}x, m = -\frac{5}{3}, b = 0 \quad (14)$$

$$y = -x - 6, m = -1, b = -6 \quad (15)$$

$$y = 4x - 3, m = 4, b = -3 \quad (16)$$

$$y = -5x + 10, m = -5, b = 10 \quad (17)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 1, m = -\frac{1}{2}, b = -1 \quad (18)$$



التاريخ _____

الاسم _____

2-5 تدريبات المهارات صياح معادلة المستقيم

اكبت بصيغة الميل والنقط معادلة المستقيم، المعطى بميله ونقطته، لاد في كل معًا باقي، ثم معًا بيانيًا:

انظر رسومات الطلاب

$$m = 3, b = -8 \quad (2)$$

$$y = 3x - 8$$

$$m = -\frac{2}{5}, b = -6 \quad (4)$$

$$y = -\frac{2}{5}x - 6$$

$$m = -3, b = 2 \quad (5)$$

$$y + 4 = -3(x - 2)$$

$$m = \frac{1}{3}, b = -8 \quad (8)$$

$$y + 8 = \frac{1}{3}(x + 3)$$

$$y = -2x + 2 \quad (10)$$

$$y = x - 2 \quad (1, -1)$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$y = 6x - 2, m = 6, b = -2 \quad (13)$$

$$y = -\frac{5}{3}x, m = -\frac{5}{3}, b = 0 \quad (14)$$

$$y = -x - 6, m = -1, b = -6 \quad (15)$$

$$y = 4x - 3, m = 4, b = -3 \quad (16)$$

$$y = -5x + 10, m = -5, b = 10 \quad (17)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 1, m = -\frac{1}{2}, b = -1 \quad (18)$$

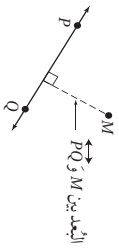
التاريخ _____

الاسم _____

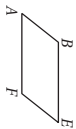
2-6 تدريبات إعادة التعليم الأحمدية والمسافة

البعد بين نقطة ومستقيم:

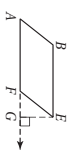
عندما لا تقع نقطة على خط مستقيم، فإن البعد عن ذلك المستقيم يساوي طول النقطية العمودية على المستقيم من تلك النقطة.



مثال



أنشئ النقطية المستقيمة التي تمثل البعد بين النقطتين A و E .



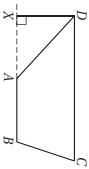
أنشئ AF ، وأنشئ $EG \perp AF$.

تغل البعد بين E و AF .

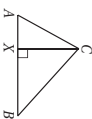
تعاريف

أنشئ النقطية المستقيمة التي تمثل البعد المحدد في كل مما يأتي:

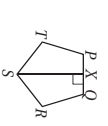
(2) بين النقطتين D و AB .



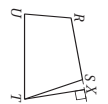
(1) بين النقطتين C و AB .



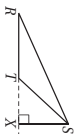
(4) بين النقطتين S و PQ .



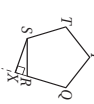
(3) بين النقطتين T و RS .



(6) بين النقطتين S و RT .



(5) بين النقطتين S و QR .



الفصل 2: التوازي والتعامد

31

الصف: الأول الثانوي

التاريخ _____

الاسم _____

2-5 التدريبات الإثرائية

المضايف على الشبكة الإحداثية

عند تغيل المعادلات بيانياً على الشبكة الإحداثية، يمكن أن تقاطع مستقيمان، بحيث تشكل القطع المستقيمة المتكزبة من نقاط تقاطعها مضلع.

ويمكن الحكم على نوع المضلع فناء، بالاستفادة من شروط التوازي والتعامد للمستقيمتين من خلال الجدول.

(1) عند تمثيل المعادلات الآتية بيانياً، ستجد أنها تحوي على أضلاع مغلقة، تخضع لنوع الشكل الرباعي الذي تشكله المستقيمتين الآتية من دون تمييزها بيانياً:

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

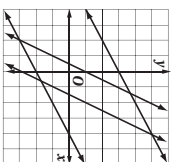
$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$y = 2x + 1$$

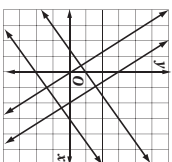
$$y = 2x - 3$$

تشكل متوازي أضلاع؛ لأن هناك زوجين من المستقيمتين التوازي. وبما أن المستقيمتين غير متعامدة إذن من تشكل مستطيلاً.

(2) ارسم المستقيمتين في السؤال 1، لتحديد ما إذا كان نوعاً صحيحاً.



(3) أوجد معادلات المستقيمتين التي تكون أضلاع الشكل الرباعي المتيّن أدناه، ثم حدد نوعه، وبرز إجابتك.



$$y = \frac{2}{3}x + 1$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$y = -\frac{2}{3}x$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 3$$

مستطيل؛ لأن كل مستقيمتين متتاليتين متعامدتان.

الفصل 2: التوازي والتعامد

30

الصف: الأول الثانوي

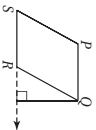
التاريخ _____

الاسم _____

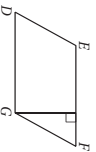
2-6 تدريبات المهارات الاعتمادية والمسافة

أنتهى النقطة المستقيمة التي يتصل البعد المحدد في الأمثلة 3-1:

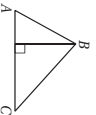
3 بين \overrightarrow{SR} و Q



2 بين \overrightarrow{EF} و G



1 بين \overrightarrow{AC} و B



هذه أمثلة واحدة، أو جد بُعد النقطة P عن المستقيم ℓ في كل من يأتي:

4 المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(0, -2)$ و $(6, 6)$ ، وإحداثيات P هما $(-1, 5)$.

5

5 المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(5, 1)$ و $(2, 4)$ ، وإحداثيات P هما $(1, 1)$.

$2\sqrt{2}$

6 المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(2, 0)$ و $(-4, -)$ ، وإحداثيات P هما $(3, 7)$.

$2\sqrt{10}$

7 المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(0, 5)$ و $(-7, 8)$ ، وإحداثيات P هما $(-5, 32)$.

$3\sqrt{38}$

أوجد البعد بين كل من المستقيمين المتوازيين فيما يلي:

9 $x = -6$
11 $x = 5$

8 $y = 7$
 $y = -1$

11 $y = -5x$
 $\sqrt{26} y = -5x + 26$

10 $y = 3x$
 $\sqrt{10} y = 3x + 10$

13 $y = -2x + 5$
 $2\sqrt{5} y = -2x - 5$

12 $y = x + 9$
 $3\sqrt{2} y = x + 3$

المصنف: الأول والثاني

33

التاريخ _____

الاسم _____

2-6 تدريبات إعادة التعليم الاعتمادية والمسافة

البعد بين مستقيمين متوازيين:

البعد بين مستقيمين متوازيين يساوي طول النقطتين المستقيمتين التي تقع طر فاهما على المستقيمين، وتكون عمودية على كل منهما، ولما كان البعد بين مستقيمين متوازيين ثابتاً دائماً، فإن جميع هذه القطع يكون لها الطول نفسه، لذا فإن البعد بين مستقيمين متوازيين يساوي البعد بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

مثال

أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين m و ℓ ، إذا كانت معادلاتهما $y = 2x + 1$ و $y = 2x - 4$ على التوالي.

الخطوة 2: لإيجاد نقطة تقاطع m و ℓ ، حل النظام الكوّن من المعادلتين:

$$y = 2x - 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$2x - 4 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$2x - 4 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$2x - 4 = -x + 2$$

$$3x = 6$$

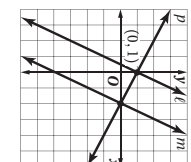
$$x = 2$$

عوض $x = 2$ في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة y .

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}(2) + 1 = 0$$

إذن نقطة تقاطع m و ℓ هي $(2, 0)$.



الخطوة 3: استعمل صيغة البعد لإيجاد البعد بين النقطتين $(0, 1)$ و $(2, 0)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 0)^2 + (0 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين ℓ و m تساوي $\sqrt{5}$ وحدات.

ملحظة: إذا كان المطلوب في المثال هو إيجاد المسافة بين النقطة $(0, 1)$ والمستقيم m ، فإننا نستخدم الصيغة نفسها.

3 أوجد المسافة بين النقطة $(0, 0)$ والمستقيم.

$$\sqrt{5} y = -2x - 5$$

المصنف: الأول والثاني

32

تمارين

في السؤالين 1، 2 أوجد البعد بين كل من المستقيمين المتوازيين:

1 $y = 8$
 $y = x + 3$

11 $y = -3$
 $2\sqrt{2} y = x - 1$

المصنف: الأول والثاني

