



وزارة التربية والتعليم  
Ministry of Education

المملكة العربية السعودية

# الرياضيات

للفصل الأول الثانوي

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل السابع: التحويلات الهندسية

العبيكان  
Obekon

Mc  
Graw  
Hill Education

يوزع مجاناً ولا يباع

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

Glencoe Mathematics © 2010  
CHAPTER RESOURCE MASTERS  
Geometry

الرياضيات - الصف الأول الثانوي  
مصادر المعلم للأنشطة الصفية  
أعدّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

[www.obeikaneducation.com](http://www.obeikaneducation.com)



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.  
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with  
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار  
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين  
والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## المقدمة

### عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحتين لتدريبات إعادة التعليم و صفحة واحدة لكل من التدريبات الأخرى لكل درس من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس حسب مستوى كل منهم؛ سواء أكان ذلك داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له. وهذه التدريبات هي:

### تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على الأفكار الرئيسة في الدرس وتقدمها بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان أحياناً عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

### تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس؛ فتقدم تدريبات إضافية على مهارات الدرس وبعض المسائل التي تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط ودون المتوسط.

### تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقاً من اهتمام هذه المناهج بحل المسألة، حيث تم تخصيصها؛ لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

### التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع أو تدعيم مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط وفوق المتوسط.

المقدمة .....	4	الدرس 7-1 الانعكاس .....	6
الدرس 7-4 تركيب التحويلات الهندسية .....	21	تدريبات إعادة التعليم .....	6
تدريبات إعادة التعليم .....	21	تدريبات المهارات .....	8
تدريبات المهارات .....	23	تدريبات حلّ المسألة .....	9
تدريبات حلّ المسألة .....	24	التدريبات الإثرائية .....	10
التدريبات الإثرائية .....	25	الدرس 7-2 الإزاحة (الانسحاب) .....	11
الدرس 7-5 التماثل .....	26	تدريبات إعادة التعليم .....	11
تدريبات إعادة التعليم .....	26	تدريبات المهارات .....	13
تدريبات المهارات .....	28	تدريبات حلّ المسألة .....	14
تدريبات حلّ المسألة .....	29	التدريبات الإثرائية .....	15
التدريبات الإثرائية .....	30	الدرس 7-3 الدوران .....	16
الدرس 7-6 التمدد .....	31	تدريبات إعادة التعليم .....	16
تدريبات إعادة التعليم .....	31	تدريبات المهارات .....	18
تدريبات المهارات .....	33	تدريبات حلّ المسألة .....	19
تدريبات حلّ المسألة .....	34	التدريبات الإثرائية .....	20
التدريبات الإثرائية .....	35	ملحق الإجابات .....	36 - 51

## 7-1 تدريبات إعادة التعليم

### الانعكاس

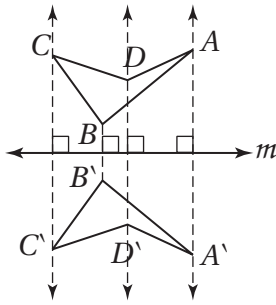
#### رسم الانعكاسات:

تعلمت أن الانعكاس تحويل هندسي يمثل قلب الشكل حول مستقيم يسمى محور الانعكاس، بحيث يكون بُعد النقطة وبُعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين، وينقل الانعكاس النقطة إلى صورتها، بحيث إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، تكون صورتها هي النقطة نفسها، وإذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل النقطة بصورتها.

#### مثال

ارسم صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  بالانعكاس حول

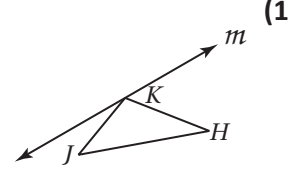
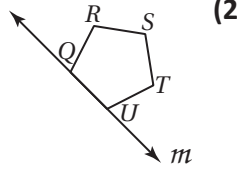
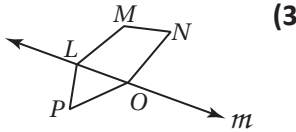
المستقيم  $m$ .



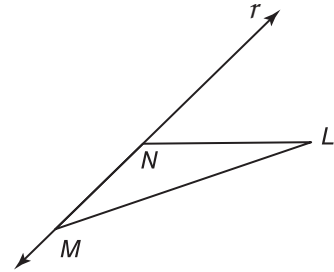
ارسم مستقيماً من كلّ رأس، بحيث يكون عموداً على المستقيم  $m$ ، وعيّن النقاط  $A', B', C', D'$  في الجهة الثانية من المستقيم  $m$ ، على أن يكون المستقيم  $m$  على بُعد واحد من كلّ رأس وصورته. صل الرؤوس  $A', B', C', D'$ ، فيكون الشكل  $A'B'C'D'$  هو صورة الشكل  $ABCD$  بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .

#### تمارين

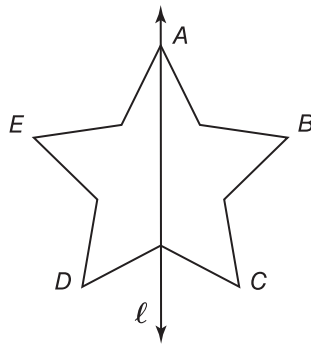
ارسم صورة كلّ شكلٍ ممّا يأتي بالانعكاس حول المستقيم المُعطى في كلّ ممّا يأتي:



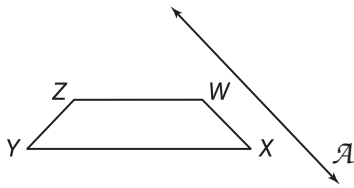
(4)



(5)



(6)



## 7-1

## تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

## الانعكاس

رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي:

يمكنك أيضًا رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

- لإيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $x$ ، اضرب الإحداثي  $y$  لها في  $(-1)$ .

$$A(x, y) \rightarrow A'(x, -y)$$

- لإيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $y$ ، اضرب الإحداثي  $x$  لها في  $(-1)$ .

$$M(x, y) \rightarrow M'(-x, y)$$

- لإيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ ، بدّل الإحداثيين  $x, y$ .

$$L(x, y) \rightarrow L'(y, x)$$

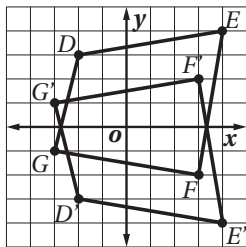
مثال

مثّل بيانيًا الشكل الرباعي  $DEFG$  الذي إحداثيات رؤوسه هي:

$D(-2, 3), E(4, 4), F(3, -2), G(-3, -1)$ ، ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المحور  $x$ .

لإيجاد الصورة بالانعكاس حول المحور  $x$ ، استعمل الإحداثي  $x$  نفسه، واضرب الإحداثي  $y$  في  $(-1)$  وبالرموز  $(a, b) \rightarrow (a, -b)$ . الإحداثيات الجديدة هي:

$D'(-2, -3), E'(4, -4), F(3, 2), G'(-3, 1)$  والصورة هي: الشكل الرباعي  $D'E'F'G'$ .

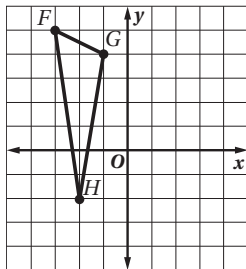


## تمارين

مثّل بيانيًا صورة  $\triangle FGH$  المبيّن جانبًا بالانعكاس حول كلٍّ من المستقيمين الآتيين:

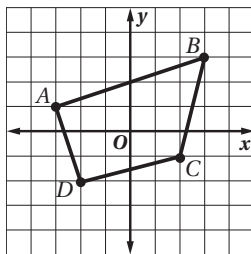
$$y = 1 \quad (2)$$

$$x = -1 \quad (1)$$

مثّل بيانيًا صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  المبيّن جانبًا بالانعكاس حول كلٍّ من المستقيمين الآتيين:

$$y = x \quad (4)$$

$$y = 0 \quad (3)$$



مثّل بيانيًا كلا من الشكلين الآتيين وصورتيهما بالانعكاس المحدد في كلٍّ ممّا يأتي:

(6)  $ABCD$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$$A(1, 4), B(3, 2), C(2, -2),$$

$$D(-3, 1), \text{ بالانعكاس}$$

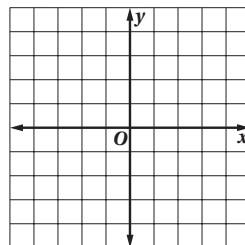
$$\text{حول المحور } y.$$



(5)  $\triangle DEF$  الذي إحداثيات رؤوسه:

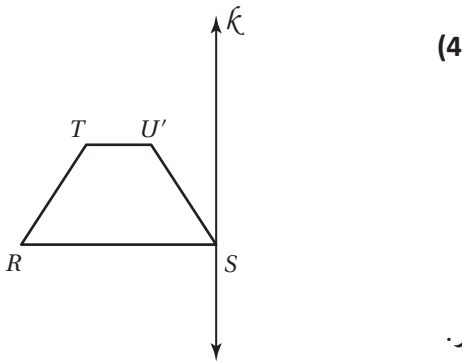
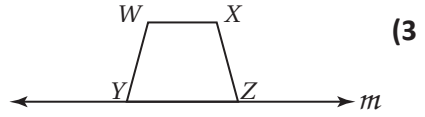
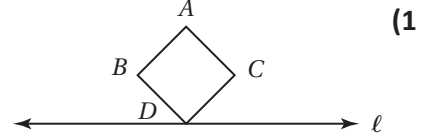
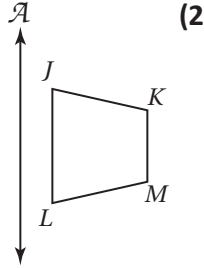
$$D(-2, -1), E(-1, 3), F(3, -1)$$

$$\text{بالانعكاس حول المحور } x.$$



## 7-1 تدريبات المهارات الانعكاس

ارسم صورة كل شكل ممّا يأتي بالانعكاس حول المستقيم المُعطى:

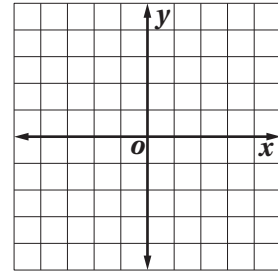


هندسة إحداثيّة: مثّل بيانيًا كل شكل وصورته بالانعكاس المذكور.

(5)  $\triangle ABC$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$A(-3, 2)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-2, -3)$  بالانعكاس حول

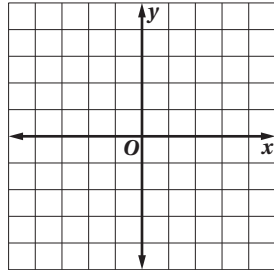
المستقيم  $y = x$ .



(6) شبه المنحرف DEFG الذي إحداثيات رؤوسه:

$D(0, -3)$ ,  $E(1, 3)$ ,  $F(3, 3)$ ,  $G(4, -3)$  بالانعكاس

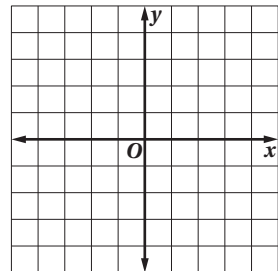
حول المحور  $y$ .



(7) متوازي الأضلاع RSTU الذي إحداثيات رؤوسه:

$R(-2, 3)$ ,  $S(2, 4)$ ,  $T(2, -3)$ ,  $U(-2, -4)$  بالانعكاس

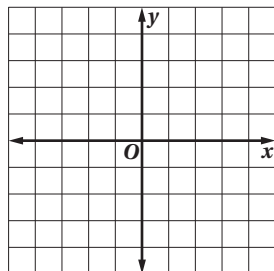
حول المستقيم  $y = x$ .



(8) المربع KLMN الذي إحداثيات رؤوسه:

$K(-1, 0)$ ,  $L(-2, 3)$ ,  $M(1, 4)$ ,  $N(2, 1)$  بالانعكاس

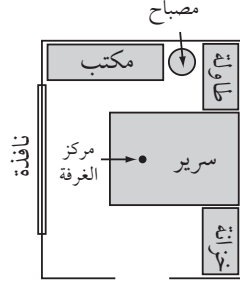
حول المحور  $x$ .



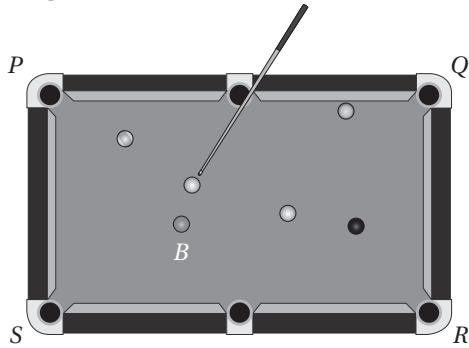


## 7-1 تدريبات حل المسألة الانعكاس

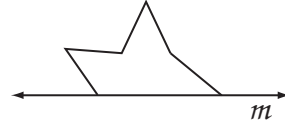
(4) **تصميم داخلي:** طلب مهندس من مهندس ديكور طريقة جديدة لترتيب أثاث غرفة نومه، وقد وضع المهندس المخطط المبين في الشكل أدناه، ولكن لم يرق هذا الوضع لمهندس، فقرر أن يعكس المخطط حول مستقيم رأسي يمر بمركز الغرفة. ارسم صورة المخطط بعد إجراء الانعكاس.



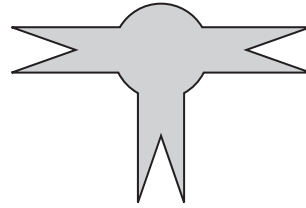
(5) **بلياردو:** يلعب أحمد لعبة البلياردو، ويستعمل حقيقة أن الكرة عند ضربها من منتصفها ترتد بالزاوية نفسها إلى جانب من جوانب الطاولة. افترض أن أحمد يرغب في ضرب الكرة  $B$ ؛ لتدخل في الفتحة  $P$  من خلال ارتدادها على جانب الطاولة  $\overline{SR}$ ، كما في الشكل المجاور، فعند أي نقطة من جانب الطاولة  $\overline{SR}$  يجب على أحمد ضرب الكرة، بحيث ترتد وتدخل الفتحة  $P$ ؟ ارسم شكلاً يوضح إجابتك.



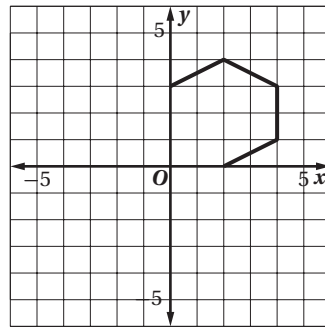
(1) **انعكاس:** بدأ خالد رسم نجمة، أكمل عمل خالد برسم صورة نصفها المبين في الشكل بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .



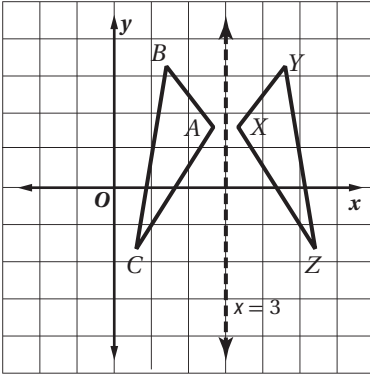
(2) **أشكال:** قص جاسر الشكل الآتي من قطعة من الورق المقوى، ووضعه على طاولة، وذهب لإحضار الصمغ، وأثناء ذلك قلب صديقه مازن الشكل دون أن يخبر جاسراً بذلك، ولم يلاحظ جاسر عند عودته أي تغيير في الشكل أو مكانه. ارسم المستقيم الذي قلب مازن الشكل حوله.



(3) **شعار:** تريد سعاد تصميم شعار لجمعية خيرية نسائية، فقامت بتصميم شكل في الربع الأول من المستوى الإحداثي كما في الشكل أدناه، ثم قامت بعمل انعكاس له حول المحور  $x$ ، وأكملت تصميم الشعار بعمل انعكاس للشكل الأصلي وصورته حول المحور  $y$ ، أكمل رسم الشعار الذي صمّمته سعاد.



## 7-1 التدريبات الإثرائية



الانعكاس في المستوى الإحداثي:

انظر إلى الشكل المجاور، والذي ينقل المثلث  $ABC$  إلى  $XYZ$  بالتحويل الهندسي الذي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (-x+6, y)$ ، ولاحظ أن صورة  $\triangle ABC$  بالانعكاس حول المستقيم  $x=3$ .

استفد من الشكل المجاور في الإجابة عن السؤالين (1, 2):

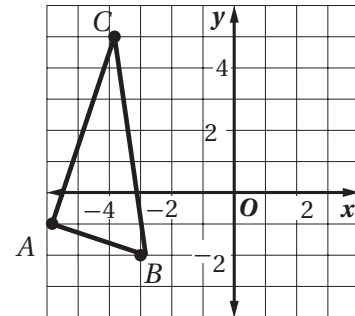
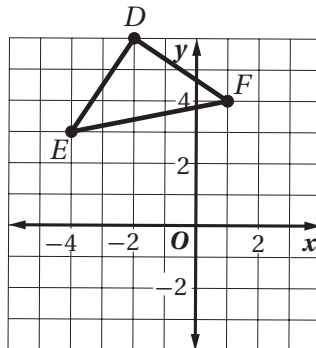
(1) أثبت أن المستقيم الرأسي  $x=3$ ، هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي طرفاها  $(x, y)$  و  $(-x+6, y)$  (إرشاد: استعمل قانون نقطة المنتصف).

(2) إن كل تحويل هندسي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (-x+2h, y)$  يمثل انعكاساً حول المستقيم الرأسي الذي معادلته  $x=h$ ، ما نوع التحويل الهندسي الذي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (x, -y+2k)$ ؟

ارسم صورة كل من الشكلين الآتيين بالتحويل الهندسي المعطى، وهل هو انعكاس؟ وإذا كان كذلك، فما خط الانعكاس؟

(4)  $(x, y) \rightarrow (x, -y+8)$

(3)  $(x, y) \rightarrow (-x-4, y)$



## تدريبات إعادة التعليم

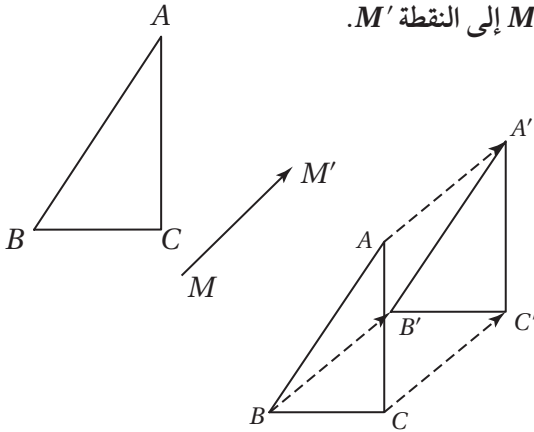
### الإزاحة (الانسحاب)

7-2

رسم الإزاحة (الانسحاب) :

تعلمت أن الانسحاب هو تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره، حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه، ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعةٍ مستقيمةٍ طولها  $\overline{AA'}$ ، حيث إن  $A'$  هي صورة النقطة  $A$  الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب)  $A$  إلى  $A'$ .

مثال 2

ارسم صورة  $\triangle ABC$  الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة  $M$  إلى النقطة  $M'$ .الخطوة 1 : ارسم من كل رأسٍ مستقيمًا يوازي  $\overline{MM'}$ .

الخطوة 2 : قس طول  $\overline{MM'}$ ، وعيّن على المستقيم المار بالرأس  $A$  النقطة  $A'$ ، بحيث يكون بُعد الصورة عن النقطة الأصلية يساوي طول  $\overline{MM'}$  في الاتجاه من  $M$  إلى  $M'$ .

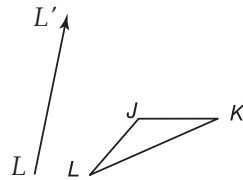
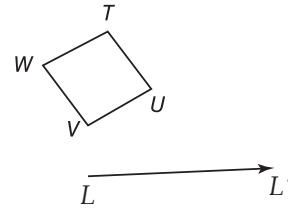
الخطوة 3 : كرّر الخطوة 2 لتعيين  $B'$ ، ثم صل الرؤوس  $A', B', C'$  لتشكيل المثلث  $A'B'C'$  الناتج عن الإزاحة.

تمارين

ارسم صورة كلٍّ من الأشكال الآتية بالإزاحة التي تنقل النقطة  $L$  إلى  $L'$ :

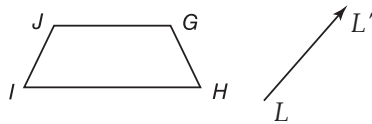
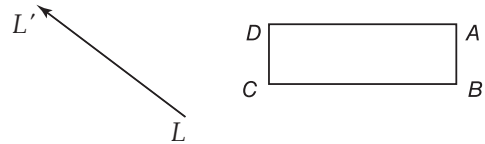
(2)

(1)



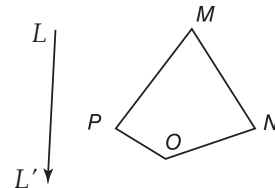
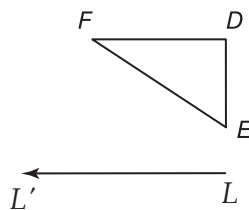
(4)

(3)



(6)

(5)



## 7-2

## تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

## الإزاحة (الانسحاب)

رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي:

يمكن رسم الإزاحات في المستوى الإحداثي، إذا علمنا مقدار الإزاحة واتجاهها أفقياً أو رأسياً، فإذا رمزنا للمسافة الأفقية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز  $a$ ، وللمسافة الرأسية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز  $b$ ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة  $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ ، ويمكن استعمال هذه القاعدة لإجراء إزاحة للشكل في المستوى الإحداثي.

مثال

إحداثيات رؤوس المستطيل  $RECT$  هي:  $R(-2, -1)$ ,  $E(-2, 2)$ ,  $C(3, 2)$ ,  $T(3, -1)$ 

مثلاً بياناً المستطيل  $RECT$  وصورته الناتجة عن إزاحة وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ .  
تنقل هذه الإزاحة كل نقطة من نقاط المستطيل وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل.

$$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$$

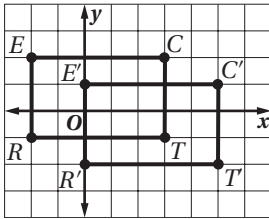
$$R(-2, -1) \rightarrow R'(-2 + 2, -1 - 1) = R'(0, -2)$$

$$E(-2, 2) \rightarrow E'(-2 + 2, 2 - 1) = E'(0, 1)$$

$$C(3, 2) \rightarrow C'(3 + 2, 2 - 1) = C'(5, 1)$$

$$T(3, -1) \rightarrow T'(3 + 2, -1 - 1) = T'(5, -2)$$

مثلاً بياناً المستطيل  $RECT$  وصورته  $R'E'C'T'$



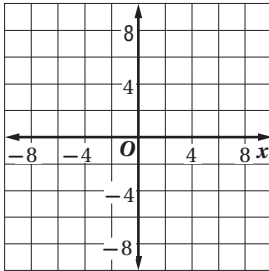
## تمارين

مثلاً بياناً كلاً من الأشكال الآتية وصورها الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل مما يأتي:

1) الشكل الرباعي  $TUVW$  الذي إحداثيات رؤوسه:

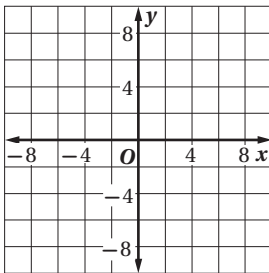
$T(-3, -8)$ ,  $U(-6, 3)$ ,  $V(3, 0)$ ,  $W(0, 3)$

$$(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 5)$$



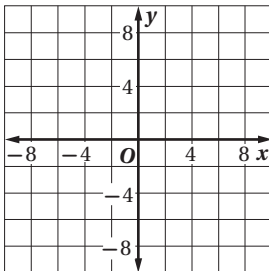
2)  $\triangle QRS$  الذي إحداثيات رؤوسه:  $Q(2, 5)$ ,  $R(7, 1)$ ,  $S(-1, 2)$

أزح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x - 1, y - 2)$



3) متوازي الأضلاع  $ABCD$  الذي إحداثيات رؤوسه:  $A(1, 6)$ ,  $B(4, 5)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(-2, 0)$

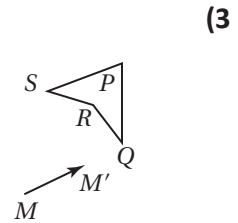
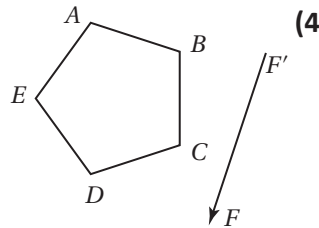
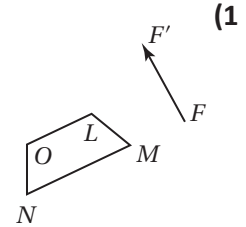
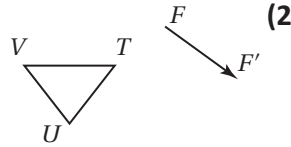
أزح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 2)$



## 7-2 تدريبات المهارات

### الإزاحة (الانسحاب)

ارسم صورة كلٍّ من الأشكال الآتية بالإزاحة التي تنقل النقطة  $F$  إلى النقطة  $F'$ .

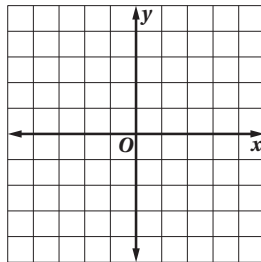


هندسة إحداثية: مثل بيانيًا كل شكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في السؤالين 5 و 6:

(6) الشكل الرباعي  $LMNP$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$L(4, 2)$ ,  $M(4, -1)$ ,  $N(0, -1)$ ,  $P(1, 4)$

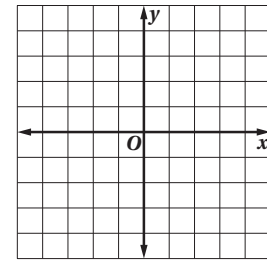
أزيع وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x-4, y-3)$ .



(5)  $\triangle JKL$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$J(-4, -4)$ ,  $K(-2, -1)$ ,  $L(2, -4)$

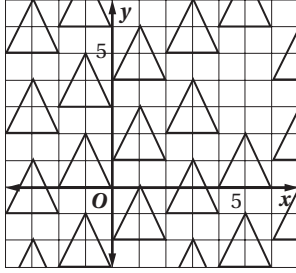
أزيع وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x+2, y+5)$ .



## 7-2 تدريبات حل المسألة

### الإزاحة (الانسحاب)

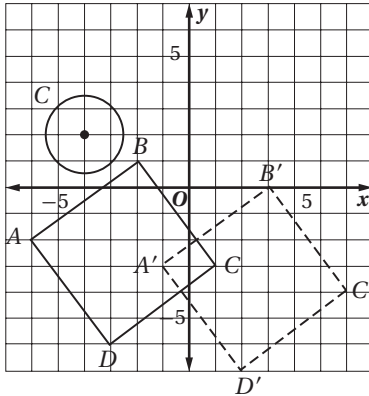
- (4) ورق جدران: يتكوّن تصميمٌ لورق جدران من إزاحات متكرّرة لمثلث واحد متطابق الضلعين، والشكل الآتي يبيّن هذا التصميم على المستوى الإحداثي.



- (a) يتعيّن أن يُملأ الفراغ فوق المثلث المرسوم حول النقطة  $(5, 1)$  برسم مثلث يكون متّسقاً مع بقية النمط، فما إحداثيات رؤوس هذا المثلث؟

- (b) حدد المثلث الذي يمكن إزاحته بحسب القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x - 8, y + 5)$ ؛ ليكون موقعه الجديد هو المثلث المرسوم حول النقطة  $(-3, 3)$ .

- (5) مربعات ودوائر: على المستوى الإحداثي أدناه، يظهر المربع  $ABCD$  وصورته  $A'B'C'D'$  بعد الانسحاب، كما يظهر في المستوى دائرة مركزها  $C$ .

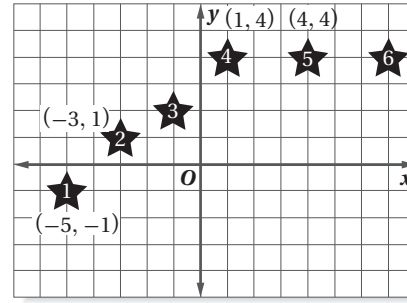


أجب عمّا يلي:

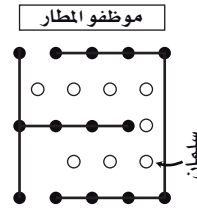
- (a) اكتب قاعدة الإزاحة التي نقلت المربع  $ABCD$  إلى المربع  $A'B'C'D'$ .

- (b) ارسم صورة الدائرة  $C$  الناتجة عن الإزاحة التي كُتبت قاعدتها في الفرع a.

- (1) رسوم متحركة: تُستعمل أجهزة الحاسوب في صناعة الرسوم المتحركة، والشكل المجاور يبين إزاحات متكررة للحصول على صور النجمة الظاهرة فيه، أوجد الإزاحة التي تنقل النجمة 1 إلى النجمة 2.



- (2) سفر: في أحد المطارات يصطفُ سلمان في الصف للحصول على بطاقة الصعود للطائرة، ويسير في اتجاه موظفي المطار، بحيث تمثل حركته في كل مرة وحدة واحدة كما في الشكل أدناه. إذا كان موقع سلمان هو  $(x, y)$ ، فاكتب قاعدة لوصف الإزاحة التي تنقل سلمان إلى بداية الصف أمام الموظف المختص.



- (3) غرفة الصف: يوجد في غرفة أحد الصفوف 30 مقعداً مرتبةً في 6 أعمدة و 5 صفوف، نقل المعلم الطالب أحمد من المقعد الأول في الصف الثاني جهة اليمين إلى المقعد الأخير في الصف الأخير جهة اليسار. إذا كان موقع أحمد في البداية هو  $(x, y)$ ، فاكتب قاعدة لوصف الإزاحة التي تنقل أحمد إلى موقعه الجديد.

## 7-2 التدريبات الإثرائية

الإزاحة في المستوى الإحداثي:

يمكنك استعمال قاعدة الانعكاس؛ لتبين أن نتيجة انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هي إزاحة.

(1) إذا كان لدينا الانعكاسان الآتيان، بحيث  $a$  و  $b$  عدداً حقيقيين مختلفان قاعدتهما هما:

$$\text{قاعدة الانعكاس الأول: } (x, y) \rightarrow (-x + 2a, y)$$

$$\text{قاعدة الانعكاس الثاني: } (x, y) \rightarrow (-x + 2b, y)$$

أي أن الانعكاس الأول حول المستقيم  $x = a$ ، والانعكاس الثاني حول المستقيم  $x = b$ .

(a) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب:

"الانعكاس الأول متبوعاً بالانعكاس الثاني"

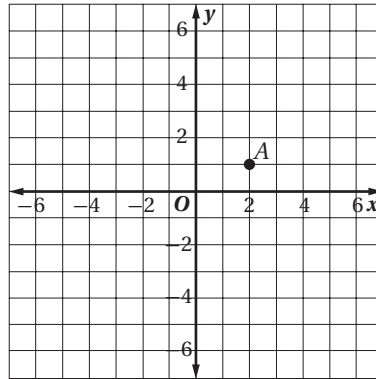
(b) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب:

"الانعكاس الثاني متبوعاً بالانعكاس الأول"

(2) تأمل النتيجةين اللتين توصلت إليهما في السؤال 1.

ما الذي تدلّ عليه هاتان النتيجةتان حول علاقة المسافة بين المستقيمين المتوازيين مع المسافة بين نقطة وصورتها بالانعكاسين حول هذين المستقيمين المتوازيين؟

(3) وضح بالرسم إجابتك عن السؤالين 1 و 2، استعمل ورقة إضافية إذا كان ذلك ضرورياً.



## 7-3 تدريبات إعادة التعليم

### الدوران

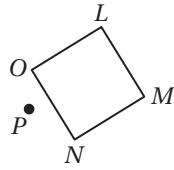
رسم الأشكال الناتجة عن الدوران:

الدوران تحويل هندسيّ تدور به كلّ نقطة من نقاط الشكل بزاوية معينة  $x^\circ$ ، وفي اتجاه معيّن حول نقطة ثابتة تُسمّى مركز الدوران، وتنتقل النقطة  $A$  بالدوران إلى  $A'$  بحيث:

- إذا كانت  $A$  هي مركز الدوران، فإن صورتها تكون النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة  $A$  غير مركز الدوران، فإن النقطة  $A$  وصورتها  $A'$  تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من  $A$  و  $A'$  ومركز الدوران تسمى زاوية الدوران، وقياسها يساوي  $x^\circ$ .

مثال

استعمل منقلةً ومسطرةً لرسم صورة المربع  $LMNO$  الناتجة عن دورانٍ بزاوية  $110^\circ$  حول النقطة  $P$ .



<p><b>الخطوة 1:</b> ارسم قطعةً مستقيمةً من الرأس <math>L</math> إلى النقطة <math>P</math>.</p>	<p><b>الخطوة 2:</b> ارسم زاويةً قياسها <math>110^\circ</math>، بحيث تكون <math>PL</math> أحد ضلعيها.</p>
<p><b>الخطوة 3:</b> استعمل مسطرةً لتعيين <math>L'</math> على الضلع الثاني، بحيث يكون <math>PL = PL'</math>.</p>	<p><b>الخطوة 4:</b> كرّر الخطوات 1-3 للرؤوس <math>M, N, O</math>، ثم ارسم المربع <math>L'M'N'O'</math>.</p>

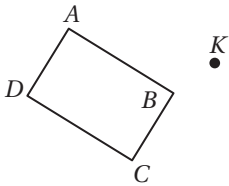
تمارين

استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة  $K$  بالزاوية المحددة في كلّ ممّا يأتي:

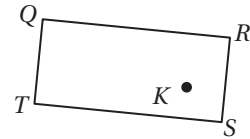
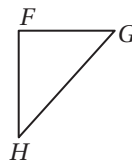
(3)  $135^\circ$

(2)  $45^\circ$

(1)  $75^\circ$



$K$





## 7-3

## تدريبات إعادة التعليم

## الدوران

(تنمة)

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي:

يمكنك استعمال القواعد الآتية؛ لتحديد صورة نقطة عندما يتم تدويرها بزاوية  $90^\circ$  أو  $180^\circ$  أو  $270^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

الرموز	الإجراءات	زاوية الدوران
$(x, y) \rightarrow (-y, x)$	اضرب الإحداثي $y$ في $(-1)$ ، ثم بدّل موقعي الإحداثيين $x, y$	$90^\circ$
$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$	اضرب كلّاً من الإحداثيين $x, y$ في $(-1)$	$180^\circ$
$(x, y) \rightarrow (y, -x)$	اضرب الإحداثي $x$ في $(-1)$ ، ثم بدّل موقعي الإحداثيين $x, y$	$270^\circ$

مثال

إحداثيات رؤوس  $\square WXYZ$  هي: $\square WXYZ$  مثل بيانياً  $W(-2, 4), X(3, 6), Y(5, 2), Z(0, 0)$ وصورته الناتجة عن دورانٍ بزاوية  $270^\circ$  حول نقطة الأصل.اضرب الإحداثي  $x$  لكل رأس في  $(-1)$ ، ثم بدّل الإحداثيين.

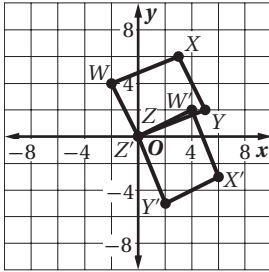
$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

$$W(-2, 4) \rightarrow W'(4, 2)$$

$$X(3, 6) \rightarrow X'(6, -3)$$

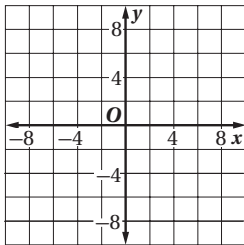
$$Y(5, 2) \rightarrow Y'(2, -5)$$

$$Z(0, 0) \rightarrow Z'(0, 0)$$

ثم مثل  $\square WXYZ$  وصورته  $\square W'X'Y'Z'$  في المستوى الإحداثي.

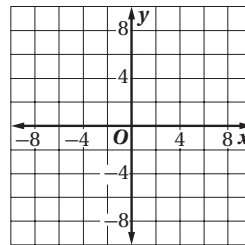
## تمارين

مثل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كلّ من الأسئلة الآتية:

2  $\triangle LMN$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$$L(-1, -1), M(0, -4),$$

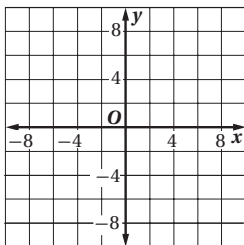
$$N(-6, -2)$$

زاوية الدوران  $90^\circ$ 1 شبه المنحرف  $FGHI$  الذي

إحداثيات رؤوسه:

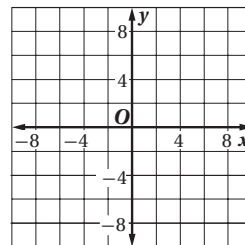
$$F(7, 7), G(9, 2),$$

$$H(3, 2), I(5, 7)$$

زاوية الدوران  $90^\circ$ 4  $\square PQRS$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$$P(4, 7), Q(6, 6),$$

$$R(3, -2), S(1, -1)$$

زاوية الدوران  $270^\circ$ 3  $\triangle ABC$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$$A(-3, 5), B(0, 2),$$

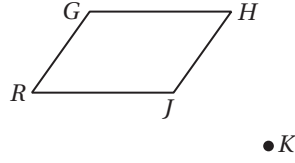
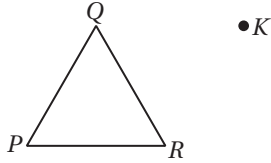
$$C(-5, -1)$$

زاوية الدوران  $180^\circ$

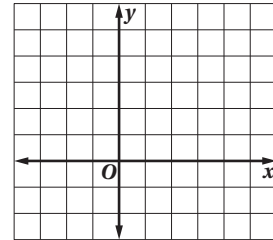
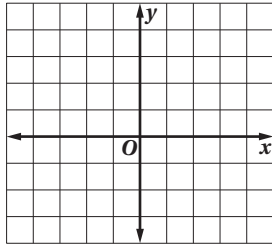
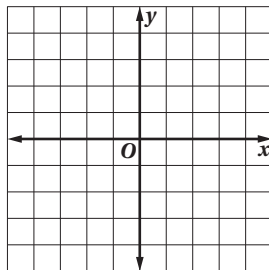
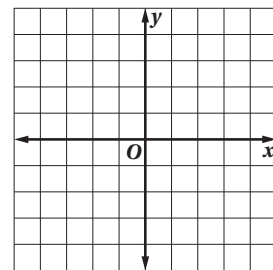
## 7-3 تدريبات المهارات

### الدوران

استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة  $k$  بالزاوية المحددة في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(1)  $150^\circ$ (2)  $30^\circ$ 

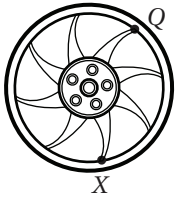
مثل بياناً الشكل وصورته الناتجة بالدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في الأسئلة الآتية:

(3)  $\Delta STU$  الذي إحداثيات رؤوسه:  $S(2, -1)$ ,  $T(5, 1)$ زاوية الدوران  $90^\circ$ ؛  $U(3, 3)$ (4)  $\Delta DEF$  الذي إحداثيات رؤوسه: $D(-4, 3)$ ,  $E(1, 2)$ ,  $F(-3, -3)$ ؛ زاوية الدوران  $180^\circ$ (6) شبه المنحرف  $ABCD$  الذي إحداثيات رؤوسه: $A(9, 0)$ ,  $B(6, -7)$ ,  $C(3, -7)$ ,  $D(0, 0)$ ؛ زاويةالدوران  $270^\circ$ (5) الشكل الرباعي  $WXYZ$  الذي إحداثيات رؤوسه: $W(-1, 8)$ ,  $X(0, 4)$ ,  $Y(-2, 1)$ ,  $Z(-4, 3)$ ؛زاوية الدوران  $180^\circ$ 

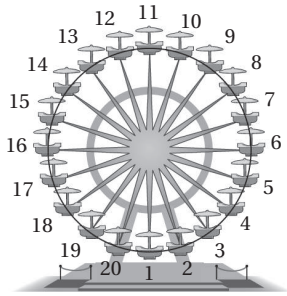
## تدريبات حل المسألة

7-3

## الدوران



**(4) تصميم:** صُمِّم الإطار المعدني الداخلي لعجلات سيارة، بحيث يضم دوراناً، أوجد زاوية الدوران بالدرجات التي تنقل النقطة  $Q$  إلى النقطة  $X$ .



**ترفيه:** استعمل المعلومات التالية لحل السؤالين التاليين: تظهر في الشكل المجاور عجلة كبيرة دوّارة مثبت عليها 20 مقعداً، تعدّ مثلاً على الدوران.

**(5)** ما قياس زاوية الدوران التي تحرك المقعد 1 إلى مكان المقعد 5؟

**(6)** إذا دار المقعد 1 بزاوية مقدارها  $144^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فما رقم المقعد الذي يحل هذا المقعد محله؟

**(7) مطعم:** يدور مطعم دوّار  $360^\circ$  مستغرقاً ساعة و 15 دقيقة، إذا جلس عبدالعزيز على بُعد 38 ft من مركز المطعم، وبدأ المطعم الدوران من إحداثيات الموقع  $(38, 0)$ ، فما إحداثيات مكان جلوس عبدالعزيز بعد 12.5 دقيقة؟ قَرِّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

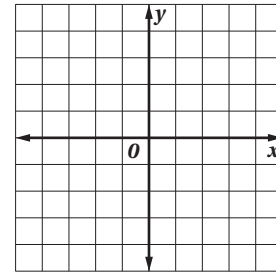
**(1) بوصلة:** تُشير إبرة بوصلة إلى اتجاه الشمال الغربي. إذا سرت في اتجاه الغرب وفق هذه البوصلة، فما زاوية الدوران في تنقلك إلى اتجاه الشمال الفعلي.

**(2) إعلانات:** يصمّم نائل إعلاناً يحتوي على الحرف "M".

M

وقد قرّر أن يدوّر ذلك الحرف في اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية  $60^\circ$ ، ارسم صورة الحرف الناتجة عن هذا الدوران.

**(3) حروف:** ارسم شكلاً على المستوى الإحداثي أدناه، بحيث يمثل الشكل وصورته بعد الدوران بزاوية حول نقطة حراً من حروف اللغة الإنجليزية. (إرشاد: اختر أي نقطة للدوران حولها).



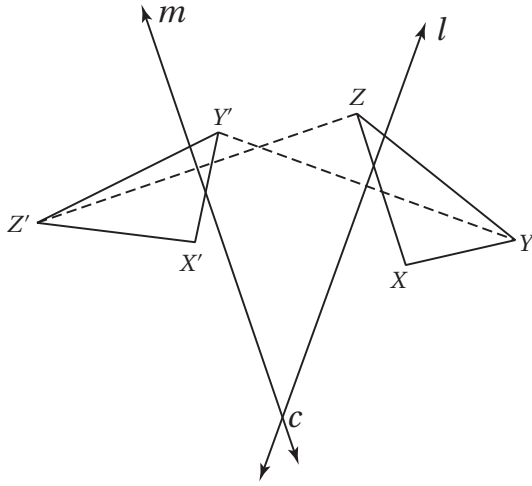
## 7-3 التدريبات الإثرائية

### إيجاد مركز الدوران:

إذا علمت أن صورة  $\triangle XYZ$  بدوران، مركزه وقياس زاويته غير معلومين، فهل يمكنك أن تجدهما؟

نعم. ارسم قطعتين مستقيمتين متصلان بين زوجين من الرؤوس المتناظرة.

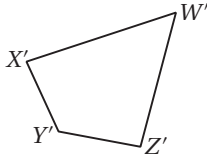
لقد رُسمت القطعتان  $YY'$  و  $ZZ'$  في الشكل المجاور، ارسم العمود المنصف  $l$  للقطعة  $YY'$ ، والعمود المنصف  $m$  للقطعة  $ZZ'$ ، فتكون النقطة  $C$  التي يتقاطع عندها هذان المستقيمان هي مركز الدوران.



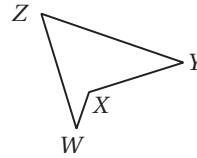
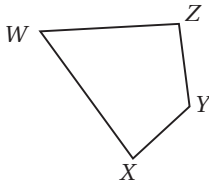
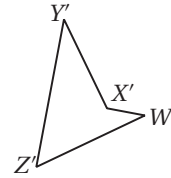
1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟

عيّن مركز الدوران الذي ينقل الشكل  $WXYZ$  إلى  $W'X'Y'Z'$  في كلّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران.

(3)



(2)



## 7-4

تدريبات إعادة التعليم  
تركيب التحويلات الهندسية

## تركيب إزاحة انعكاس:

عند إجراء تحويلين هندسيين متعاقبين على شكل هندسي، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية يسمى تحويلًا هندسيًا مركبًا، وأحد هذه التحويلات المركبة تركيب إزاحة انعكاس، وهو التحويل الهندسي الناتج عن تركيب إزاحة متبوعة بانعكاس حول خط يوازي اتجاه الإزاحة.

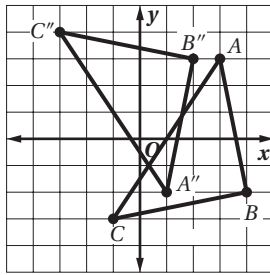
مثال

إحداثيات رؤوس  $\triangle ABC$  هي:  $A(3, 3)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(-1, -3)$ ، مثل بيانيًا  $\triangle ABC$  وصورته الناتجة

عن إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .

الخطوة 3: مثل بيانيًا  $\triangle ABC$  وصورته

$\triangle A''B''C''$



الخطوة 1: إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار،

وحدة واحدة إلى أسفل

$$(x, y) \rightarrow (x-2, y-1)$$

$$A(3, 3) \rightarrow A'(1, 2)$$

$$B(4, -2) \rightarrow B'(2, -3)$$

$$C(-1, -3) \rightarrow C'(-3, -4)$$

الخطوة 2: انعكاس حول المحور  $x$

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$A'(1, 2) \rightarrow A''(1, -2)$$

$$B'(2, -3) \rightarrow B''(2, 3)$$

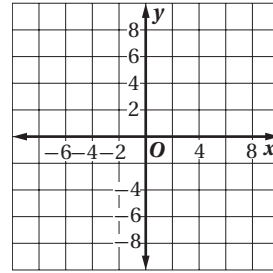
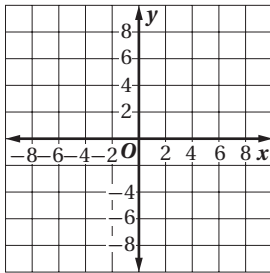
$$C'(-3, -4) \rightarrow C''(-3, 4)$$

## تمارين

إحداثيات رؤوس  $\triangle XYZ$  هي:  $X(6, 5)$ ,  $Y(7, -4)$ ,  $Z(5, -5)$ .

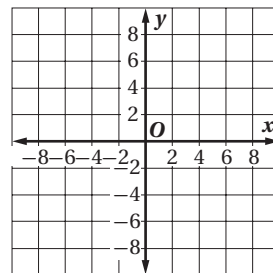
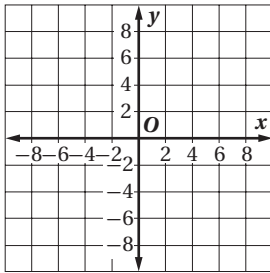
مثل بيانيًا  $\triangle XYZ$  وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

- (1) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين، ووحدة إلى أعلى،  
ثم انعكاس حول المحور  $y$
- (2) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار، و4 وحدات إلى أعلى،  
ثم انعكاس حول المحور  $x$



- (4) إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليسار، وثلاث وحدات إلى أعلى،  
ثم انعكاس حول المحور  $x$ .

- (3) إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين، ثم انعكاس حول المحور  $y = x$ .



## 7-4

## تدريبات إعادة التعليم

## تركيب التحويلات الهندسية

(تتمة)

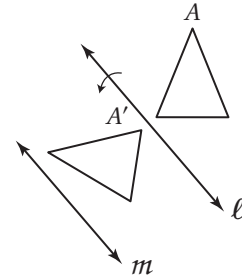
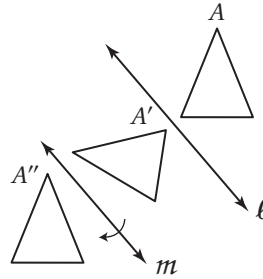
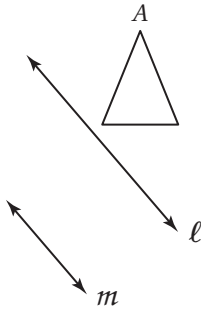
تركيب انعكاسين:

	<p>7.2</p> <p>تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين، يعادل إزاحة اتجاهها عمودي على كلٍّ من المستقيمين، ومقدارها يساوي مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.</p>	
	<p>7.3</p> <p>تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين يكافئ دوراناً مركزه نقطة تقاطع المستقيمين، وقياس زاويته يساوي مثلي قياس الزاوية التي يشكّلها تقاطع هذين المستقيمين.</p>	

## مثال

ارسم صورة الشكل A بالانعكاس حول المستقيم  $\ell$  ،

ثم بالانعكاس حول المستقيم  $m$  ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل A إلى A'' .  
 الخطوة 1: ارسم صورة A بالانعكاس حول المستقيم  $\ell$  .  
 الخطوة 2: ارسم صورة A' بالانعكاس حول المستقيم  $m$  .

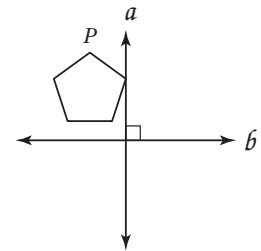


تلاحظ أن تركيب هذين الانعكاسين يعادل إزاحة A إلى A'' .

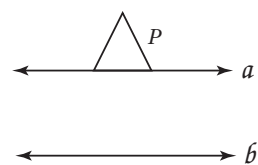
## تمارين

ارسم صورة الشكل P الناتجة عن انعكاس حول المستقيم a ، ثم حول المستقيم b . ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل P إلى P'' في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

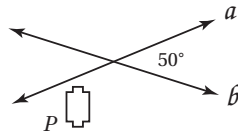
(1)



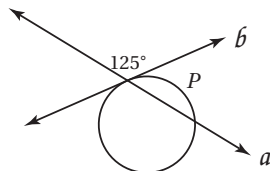
(3)



(2)



(4)



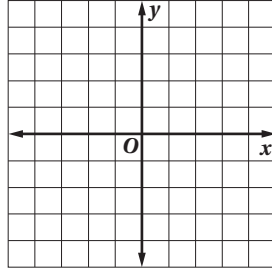
## تدريبات المهارات

7-4

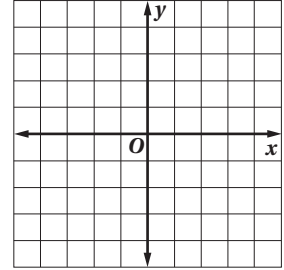
## تركيب التحويلات الهندسية

إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة  $\overline{DE}$  هي:  $D(1, 3)$ ,  $E(3, -3)$ ، مثل بياناً  $\overline{DE}$  وصورتها الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل مما يأتي:

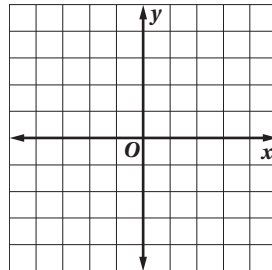
(2) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين ووحدة إلى أعلى،  
ثم انعكاس حول المحور  $y$ .



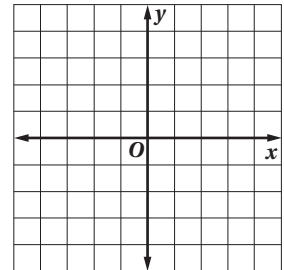
(1) إزاحة مقدارها وحدتان إلى أسفل،  
ثم انعكاس حول المحور  $x$ .



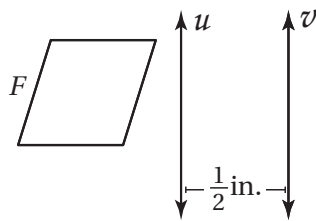
(4) انعكاس حول المحور  $x$ ، ثم دوران حول نقطة الأصل  
بزاوية  $90^\circ$



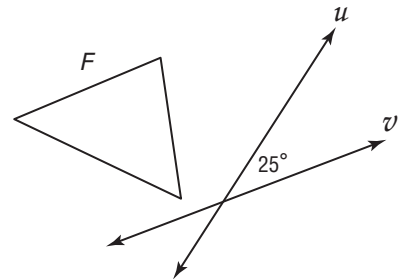
(3) إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدة واحدة  
إلى أسفل، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية  $270^\circ$



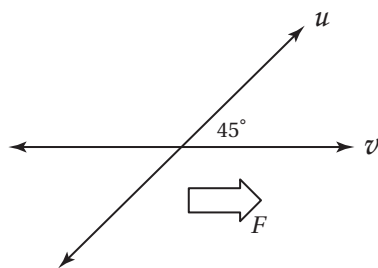
ارسم صورة الشكل  $F$  الناتجة عن انعكاس حول المستقيم  $u$ ، ثم حول المستقيم  $v$ ، ثم صف تحويلاً هندسياً واحداً ينقل  $F$  إلى  $F''$  في كل من الأسئلة الآتية:



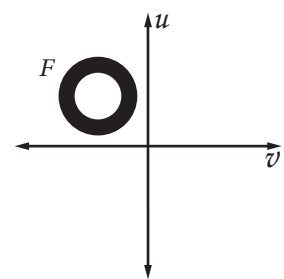
(6)



(5)



(8)



(7)

## 7-4

## تدريبات حل المسألة

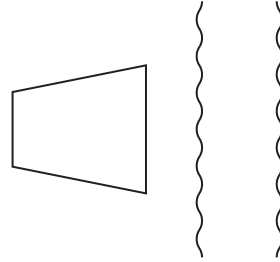
## تركيب التحويلات الهندسية

(5) قصة إزاحتين: أجرت سمية إزاحة لجسم ما في المستوى الإحداثي وفق القاعدة  $(x, y) \rightarrow (x+5, y+3)$ . ثم أجرت سلمى بعدها إزاحة لصورة الجسم نفسه وفق القاعدة  $(x, y) \rightarrow (x-4, y+2)$ . ما الإزاحة الواحدة التي تعطي نتيجة الإزاحتين اللتين نفذتهما سمية وسلمى مجتمعتين؟ هل تكون النتيجة مختلفة لو نفذت سلمى إزاحتها أولاً؟

(6) إطارات: صف تحويلًا هندسيًا مركبًا يمكن استعماله لتكوين كل من الإطارات الآتية:



(1) إنشاءات: حتى يكون الجسر فوق النهر متينًا، يجب أن تكون كل واحدة من قاعدتيه صورةً للأخرى بانعكاس حول خطٍ ينصف المسافة بين جانبي النهر، ارسم القاعدة الثانية للجسر.



(2) انعكاسان: أجرى أحمد انعكاسين متتابعين لجسم ما، ففي الخطوة الأولى أجرى له انعكاسًا حول المستقيم  $y = -1$ ، ثم أكمل هذا التحويل المركب بإجراء انعكاس للصورة حول المستقيم  $y = 1$ ، فكانت النتيجة النهائية إزاحة للجسم، اكتب قاعدة هذه الإزاحة.

(3) اكتشاف الخطأ: يقول سعد إن الانعكاس حول المحور  $x$  ثم الانعكاس حول المحور  $y$ ، يعادلان دورانًا بزاوية  $180^\circ$  حول نقطة الأصل، أما حمد فيقول إن الانعكاس حول المحور  $y$  ثم الانعكاس حول المحور  $x$ ، يعادلان انعكاسًا حول المستقيم  $y = x$ ، فهل كان أيٌّ منهما على صواب؟ برّر إجابتك.

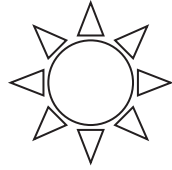
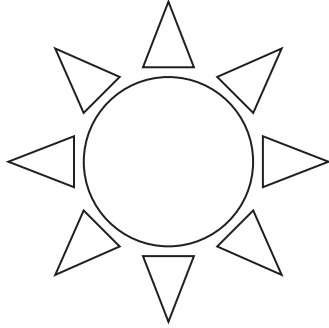
(4) تبرير: إذا أخضع شكل ما لدوران ثم انعكاس، فهل لترتيب التحويلين تأثير في موقع الصورة النهائية دائمًا أم أحيانًا أم ليس له تأثير أبدًا؟ وضح إجابتك.



## التدريبات الإثرائية

7-4

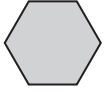
## تصميم فني:



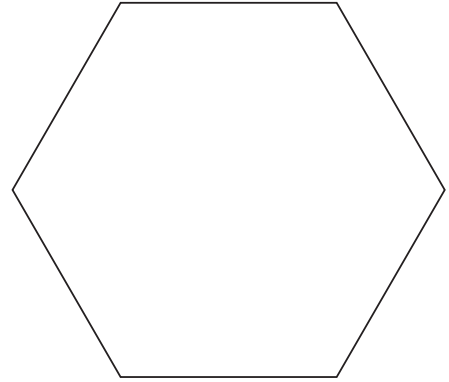
تحويلات التطابق هي التحويلات التي تحافظ على قياسات الأبعاد بين النقاط، وقياسات الزوايا، والقطع المستقيمة والأشكال، بحيث تكون الصورة الناتجة فيها مطابقة للشكل الأصلي، لكن ليست كل التحويلات الهندسية تحويلات تطابق، إذ إن بعضها يكبر الأبعاد أو يصغرها بنسبة محددة. يلجأ الرسامون والمصممون إلى تغيير الأبعاد في رسوماتهم؛ للإيحاء بالعمق أو الحركة، فيقوموا بتكبير القياسات أو تصغيرها باستعمال مقياس رسم أو عامل مقياس ثابت.

## مثال

ارسم صورة الشكل المظلل المجاور باستعمال مقياس رسم 1:3



استعمل مسطرة لقياس طول كل ضلع، ثم اضرب هذا الطول في 3



## تمارين

ارسم صورة الشكل المظلل المجاور مستعملًا مقياس الرسم المناسب في كل مما يأتي:

2:3 (2)

1:4 (1)

2:1 (4)

4:5 (3)

4:3 (6)

6:1 (5)

## 7-5 تدريبات إعادة التعليم

### التمائل

#### التمائل في الأشكال الثنائية الأبعاد:

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متماثلًا حول محور إذا كانت صورته الناتجة عن الانعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التماثل، ويكون للشكل الثنائي الأبعاد تماثل دوراني، إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  حول مركزه هي الشكل نفسه، ويُسمَّى مركز الشكل عندئذ مركز التماثل (أو نقطة التماثل)، ويطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من  $0^\circ$  إلى  $360^\circ$  اسم رتبة التماثل، أما مقدار التماثل (أو زاوية الدوران) فهو قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، ويرتبط مقدار التماثل ورتبته بالعلاقة: مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة  $360^\circ$  على رتبة التماثل.

**مثال 2** بين ما إذا كان للشكل المجاور تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فعَيِّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره.

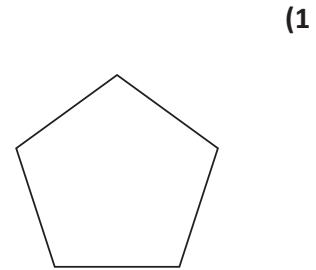
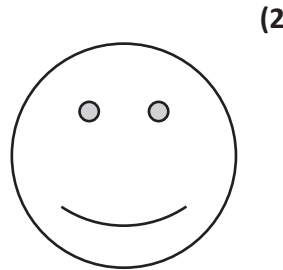
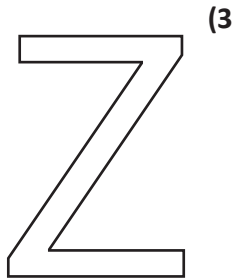
لهذا الشكل تماثل دوراني من الرتبة 4، ومقدار التماثل هو  $90^\circ$ ،  $360 \div 4 = 90^\circ$ ، ومركز التماثل هو نقطة التقاء قطريه.

**مثال 1** بين ما إذا كان للشكل المجاور محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها وحدد عددها.

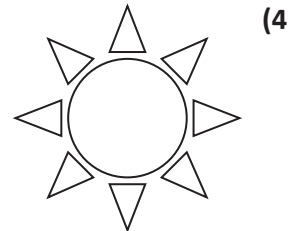
هذا الشكل متماثل حول محور، وله محور تماثل واحد.

#### تمارين

بين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كلِّ ممَّا يأتي:



بين ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فعَيِّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلِّ ممَّا يأتي:



7-5

## تدريبات إعادة التعليم التماثل

(تتمة)

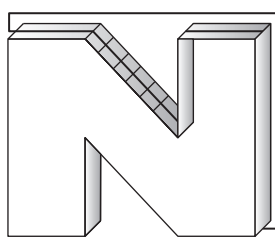
التماثل في الأشكال الثلاثية الأبعاد:

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول مستوى، إذا أمكن تقسيمه في هذا المستوى إلى شكلين متطابقين، وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى مستوى التماثل. ويكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول محور، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$ ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.

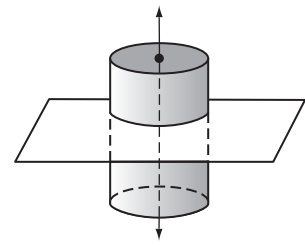
مثال

بيّن ما إذا كان الشكل متماثلاً حول مستوى أو متماثلاً حول محور أو كلاهما أو غير ذلك، في كلٍّ من

السؤالين الآتيين:



(b)



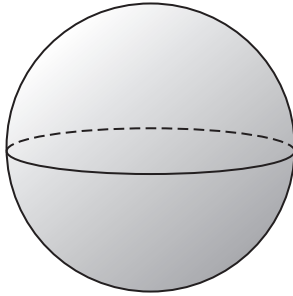
(a)

كلاهما؛ لأن الأسطوانة متماثلة حول مستوى، ومتماثلة حول محور.

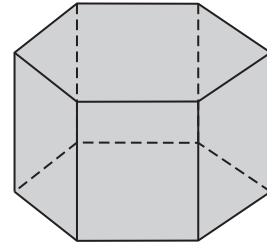
الحرف N متماثل حول مستوى.

تمارين

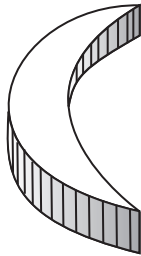
بيّن ما إذا كان الشكل متماثلاً حول مستوى أو متماثلاً حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كلٍّ مما يأتي:



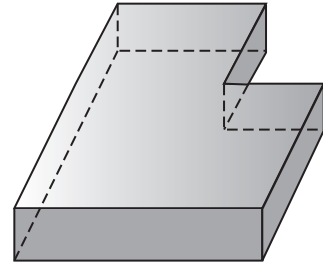
(2)



(1)



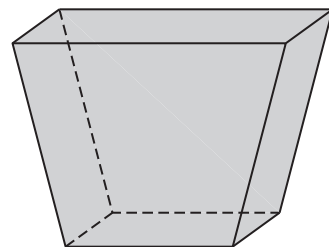
(4)



(3)



(6)



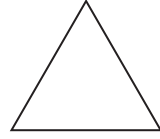
(5)

## 7-5 تدريبات المهارات

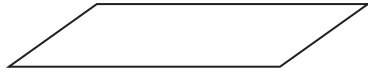
### التماثل

بيّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كلّ مما يأتي:

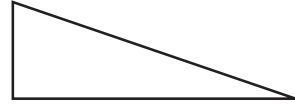
(1)



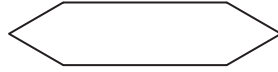
(2)



(3)

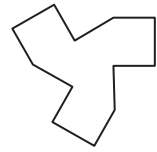


(4)

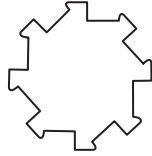


بيّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فعَيّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلّ مما يأتي:

(5)



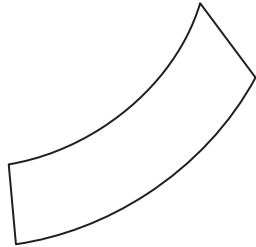
(6)



(7)

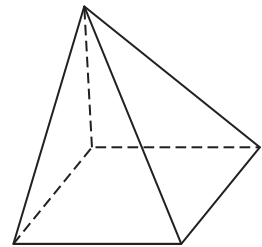


(8)

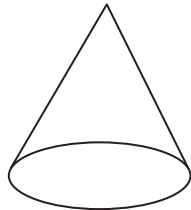


بيّن ما إذا كان الشكل متماثلاً حول مستوى أو متماثلاً حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كلّ مما يأتي:

(9)



(10)

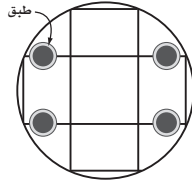


## تدريبات حل المسألة

### التماثل

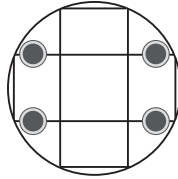
7-5

(5) **تنظيم حفل:** أعدت هند تصميمًا لترتيب أماكن الجلوس في حفلة، ورأت أن تكون الطاولات متماثلة، فوضعت الأطباق على الهيئة المبينة في الشكل أدناه.



(a) ما رتبة التماثل الدوراني لهذا الشكل، وما مقداره؟

(b) أضف أقل عدد ممكن من الأطباق لهذا الشكل، على أن يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني حول مركزه من الرتبة 4؟



(c) هل يمكنك إعادة ترتيب مواقع الأطباق الأربعة في الشكل الأصلي، على أن تحقق الشروط الآتية:

(1) أن تبقى أبعادها عن مركز الطاولة ثابتة

(2) أن توضع بحيث يقع مركز الأطباق على أضلاع المستطيلات المبينة في التصميم.

(3) أن يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني من الرتبة 4؟

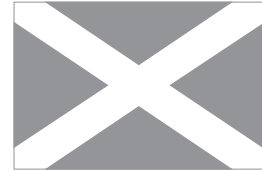
إذا كان كذلك، فارسم الشكل، وإلا، فوضح الأسباب.

**أعلام:** بين ما إذا كان للعلم محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كلِّ ممَّا يلي:

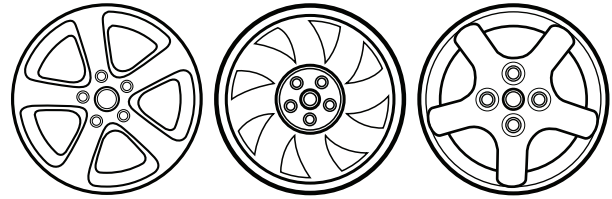
(1)



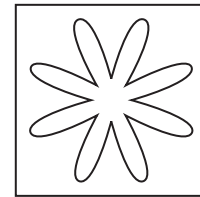
(2)



(3) **أغطية إطارات:** بين ما إذا كانت أغطية الإطارات أدناه متماثلة حول محور أم لا.

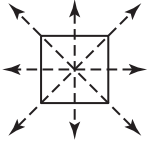


(4) **شعار:** صمّم حمداً شعاراً لشركته كما في الشكل أدناه، ما عدد محاور تماثل الشعار؟

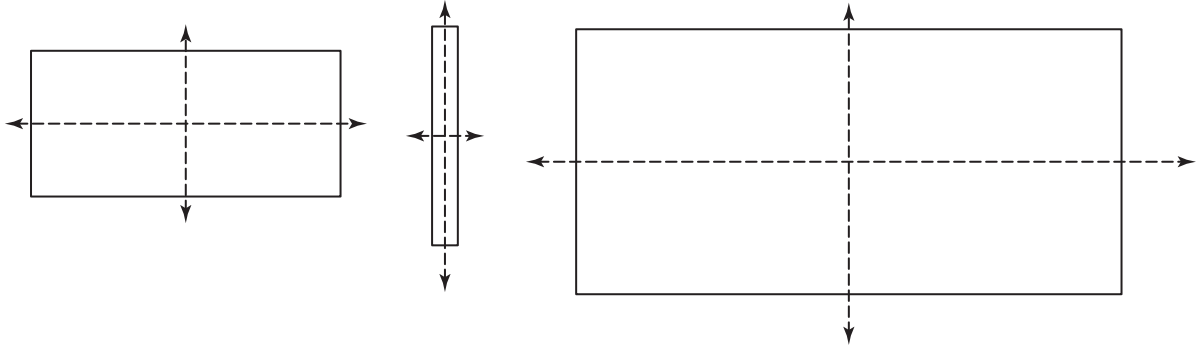


## 7-5 التدرّيات الإثرائية

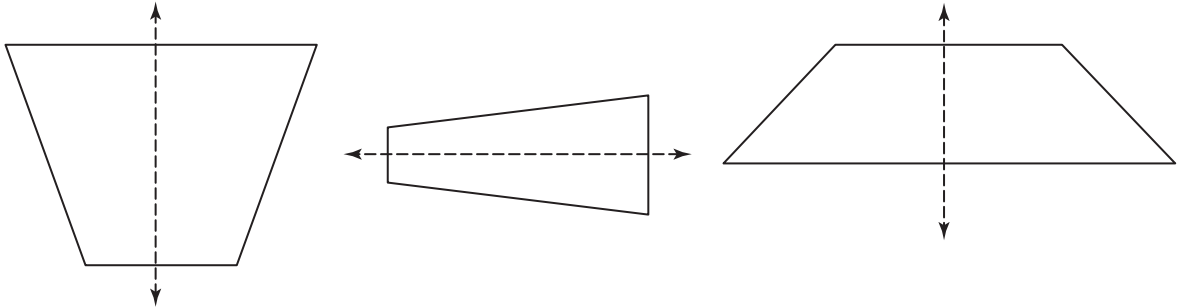
### التمائل في الأشكال الرباعية :



لكل نوعٍ من الأشكال الرباعية عددٌ من محاور التماثل يختلف عن عددها في الأنواع الأخرى. والمربع هو الشكل الوحيد الذي له 4 محاور تماثل، كما يظهر في الشكل المجاور، ويمكنك أن تحدّد نوع الشكل الرباعي من عدد محاور التماثل التي يحويها. جميع المستطيلات التي ليست مربعاتٍ لها محوراً تماثل.



وكل شبه منحرفٍ متساوي الساقين، له محور تماثل واحد فقط.



### تمارين

اقرأ كلّاً من الجمل الآتية، وبين ما إذا كانت صحيحةً أو خاطئةً، وإذا كانت خاطئةً، فارسم مثلاً مضاداً:

(1) المعينات التي ليست مربعاتٍ لها محوراً تماثلٍ فقط.

(2) لشكل الطائرة الورقية محوراً تماثلٍ فقط.

(3) شبه المنحرف غير المتساوي الساقين ليس له محاور تماثلٍ.

(4) لكلٍّ متوازي أضلاعٍ محوراً تماثلٍ فقط.

(5) **تعميم:** فكّر في التماثل الدوراني في الأشكال الرباعية، ثم اكتب من عندك بعض التعميمات ذات العلاقة بالتماثل الدوراني في الأشكال الرباعية.

## تدريبات إعادة التعليم

### التمدد

#### رسم التمدد:

التمدد هو تحويل هندسي يكبر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة، هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي، وتسمى هذه النسبة معامل مقياس التمدد، ولأن الصورة الناتجة عن التمدد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع تحويلات التشابه، ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

#### مثال

استعمل مسطرة لرسم صورة  $\triangle ABC$  الناتجة

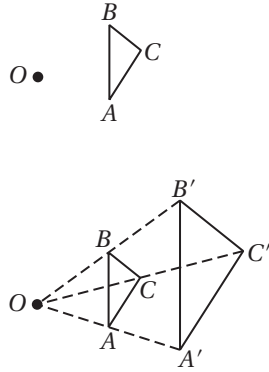
عن التمدد الذي مركزه النقطة  $O$ ، ومعامله  $k = 2$ .

الخطوة 1: ارسم  $\vec{OA}$ ،  $\vec{OB}$ ،  $\vec{OC}$ .

الخطوة 2: عيّن النقاط  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  على أن يكون:

$$OA' = 2(OA) \text{ و } OB' = 2(OB) \text{ و } OC' = 2(OC)$$

الخطوة 3: صلّ النقاط  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  لتحصل على  $\triangle A'B'C'$ ، فيكون  $\triangle A'B'C'$  صورة  $\triangle ABC$  الناتجة عن التمدد.

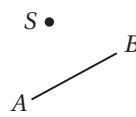
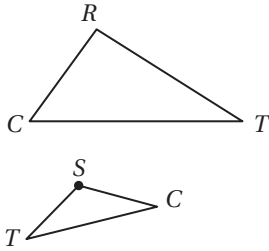


#### تمارين

استعمل مسطرة لرسم الصورة الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة  $S$  ومعامله العدد  $k$  المحدد في كلّ من الأسئلة الآتية:

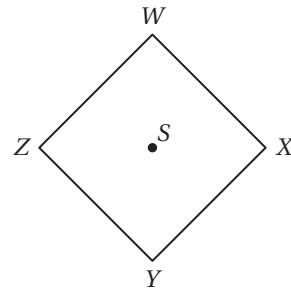
$$k = \frac{1}{2} \quad (2)$$

• S



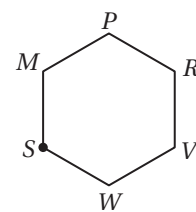
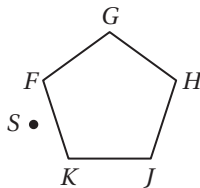
$$k = 2 \quad (1)$$

$$k = 3 \quad (4)$$



$$k = 1 \quad (3)$$

$$k = 1 \quad (6)$$



$$k = \frac{2}{3} \quad (5)$$

(تتمة)

## 7-6 تدريبات إعادة التعليم

### التمدد

التمدد في المستوى الإحداثي:

لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله  $k$ ، اضرب الإحداثيين  $x, y$  لكل نقطة من الشكل الأصلي في معامل التمدد  $k$ .

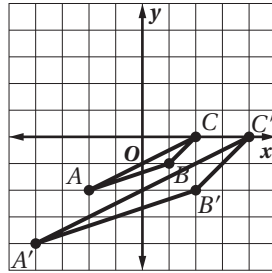
$$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$$

مثال

إحداثيات رؤوس  $\triangle ABC$  هي:  $A(-2, -2), B(1, -1), C(2, 0)$ ، مثل بياناً  $\triangle ABC$  وصورته الناتجة

عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2.

اضرب الإحداثيين  $x, y$  لكل رأس في العدد 2.



$$(x, y) \rightarrow (2x, 2y)$$

$$A(-2, -2) \rightarrow A'(-4, -4)$$

$$B(1, -1) \rightarrow B'(2, -2)$$

$$C(2, 0) \rightarrow C'(4, 0)$$

ومثل بياناً  $\triangle ABC$  وصورته  $\triangle A'B'C'$

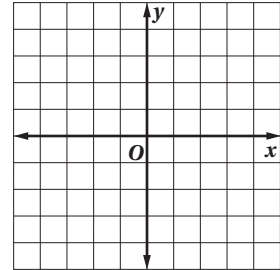
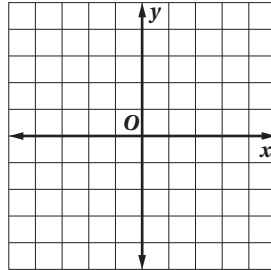
تمارين

مثل بياناً المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $k$  المحدد في كل من الأسئلة الآتية:

(3)  $A(-2, -2), B(-1, 2), C(2, 1); k = 2$

(1)  $E(-2, -2), F(-2, 4), G(2, 4), H(2, -2);$

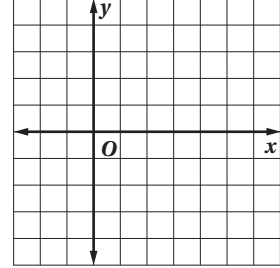
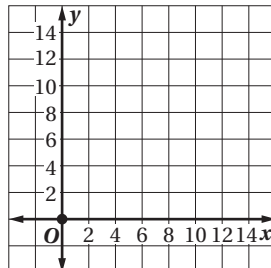
$$k = 0.5$$



(4)  $A(2, 2), B(3, 4), C(5, 2); k = 2.5$

(2)  $A(0, 0), B(3, 3), C(6, 3), D(6, -3),$

$$E(3, -3); k = \frac{1}{3}$$





## تدريبات المهارات

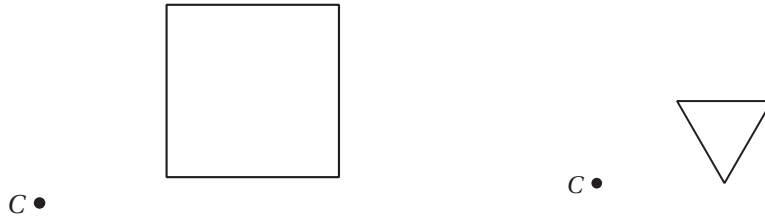
### التمدد

7-6

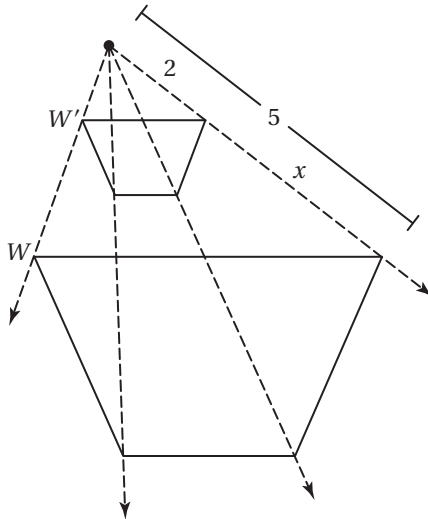
استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله العدد  $k$  المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

$$k = 2 \quad (1)$$

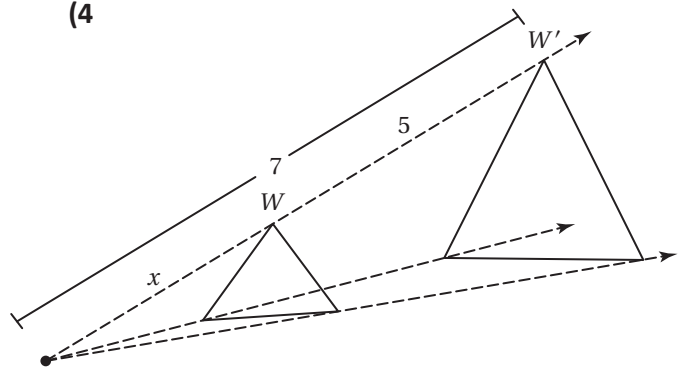
$$k = \frac{1}{4} \quad (2)$$



حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل  $W$  إلى  $W'$  تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معامل التمدد وقيمة  $x$ .



(4)

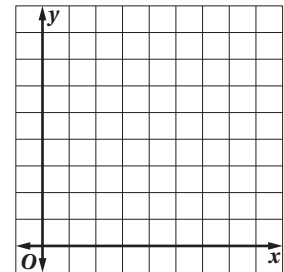
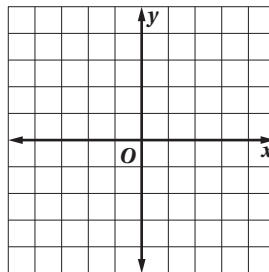


(3)

مثّل بيانياً المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه، ثم مثّل صورته الناتجة عن التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $k$  المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

$$D(-2, 0), G(0, 2), F(2, -2); k = 1.5 \quad (6)$$

$$J(2, 4), K(4, 4), P(3, 2); k = 2 \quad (5)$$

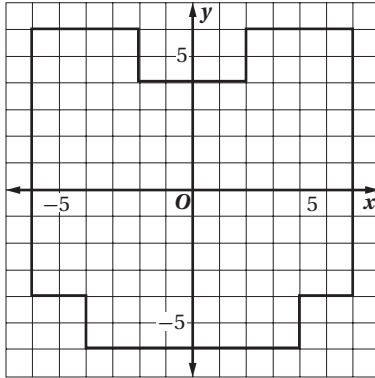


## 7-6 تدريبات حل المسألة التمديد

(4) **تمدد:** يرسم فهدُّ صورًا لوضعها على لوحة، ويريد أن يزيد سماكة خطوط النجمة الخماسية أدناه بإجراء تمديد لها، ومن ثم يظل المساحة بين الشكل الأصلي والصورة. ارسم صورة النجمة الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة المبيّنة في الشكل ومعامله 1.5.



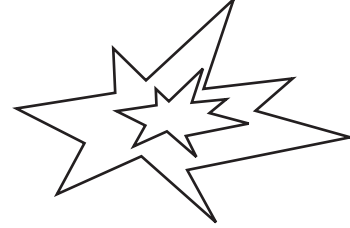
(5) **مخططات:** رسم سلمان في المستوى الإحداثي مخططًا لمنصّة يعلّمها لقاعة الاحتفالات في المدرسة، وقد قرّر أن يصغرها لكي تكون صالحة للاستعمال في أماكن أصغر مساحة من قاعة المدرسة.



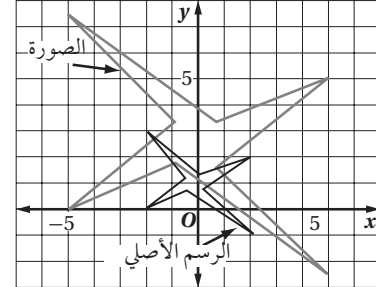
(a) ارسم صورة هذا المخطط الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة (0,0) ومعامله 0.5

(b) إذا كان محيط الصورة الناتجة عن التمدد 26 وحدة، فما محيط المخطط الأصلي؟

(1) **مركز التمدد:** وضع سعيد صورة شكل نتجت عن تمديد فوق الشكل الأصلي، كما في الشكل أدناه، عيّن مركز هذا التمدد، وشرح الطريقة التي اتبعتها لتعيينه.



(2) **معامل التمدد:** رسم عمر شكلًا وصورته الناتجة عن تمديد على المستوى الإحداثي نفسه، كما هو موضح أدناه: ما معامل هذا التمدد؟



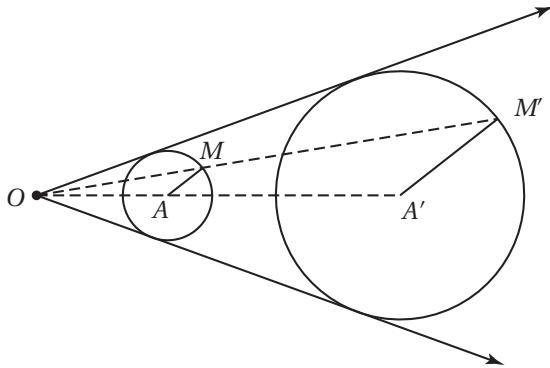
(3) **إعلانات:** إذا كان طول صورة سيارة على إعلان لبيع السيارات هو 4 in، فما معامل التصغير، إذا كان طول السيارة الأصلي 14 ft؟

## التدريبات الإثرائية

7-6

## الدوائر المتشابهة:

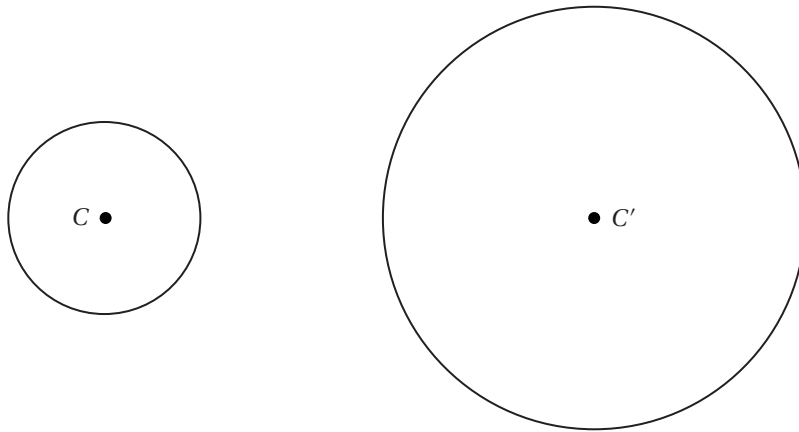
قد تتعجب إذا علمت أن أيّ دائرتين غير متطابقتين واقعتين في المستوى نفسه ولا تشتركان في نقاطٍ داخليةٍ، يمكنك نقل إحدهما إلى الأخرى بأكثر من تمديدٍ واحدٍ.



**(1)** يبيّن الشكل المجاور إحدى طرق نقل الدائرة الصغيرة إلى الدائرة الكبيرة باستعمال التمديد. إذا أُعطيت الدائرتان، فإنه يمكنك تحديد مركز التمديد بالطريقة التي توضّحها المستقيمات المرسومة في الشكل. صِف الطريقة التي يمكنك تحديد مركز التمديد بها.

استعمل القطع المستقيمة المبينة في الشكل للتعبير عن معامل التمديد.

**(2)** في الشكل أدناه زوج آخر من الدوائر غير المتطابقة التي لا تشترك في أي نقطة داخلية، فلقد تبين لك من السؤال 1 أنه يمكنك الآن تحديد نقطة عن يسار الدائرة الصغرى تمثل مركز التمديد الذي ينقل  $\odot C$  إلى  $\odot C'$ ، أوجد مركزاً آخر لتمديد آخر يحوّل  $\odot C$  إلى  $\odot C'$ ، ثم عيّن قطعاً مستقيمةً وسمّها واستعملها للتعبير عن معامل التمديد.



# ملحق الإجابات

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

(نقمة)

## 7-1 تدريبات إعادة التعليم

### الانعكاس

رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي،

يمكنك أيضًا رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

• إيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $x$ ، اضرب الإحداثي  $y$  لها في  $(-1)$ .

$$A(x, y) \rightarrow A'(x, -y)$$

• إيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $y$ ، اضرب الإحداثي  $x$  لها في  $(-1)$ .

$$M(x, y) \rightarrow M'(-x, y)$$

• إيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم  $x = y$ ، بدل الإحداثين  $x, y$ .

$$L(x, y) \rightarrow L'(y, x)$$

مثال

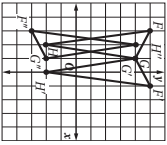
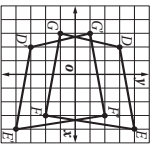
مثل بيانيًا الشكل الرباعي  $DEFG$  الذي إحداثيات رؤوسه هي:

$D(-3, -1), E(4, 4), F(3, -2), G(-2, 3)$ ، ثم رسم صورة بالانعكاس حول المحور  $x$ .

لإيجاد الصورة بالانعكاس حول المحور  $x$ ، استعمل الإحداثي  $x$  نفسه، واضرب الإحداثي  $y$

في  $(-1)$  وبالرموز  $(a, b) \rightarrow (a, -b)$  الإحداثيات الجديدة هي:

$DEFG$ ، والصورة هي الشكل الرباعي  $DE'F'G'$ .

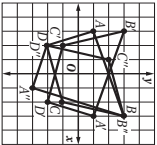


تعاريف

مثل بيانيًا صورة  $\triangle FGH$  المئين جانبًا بالانعكاس حول كلٍّ من المستقيمين الآتيين:

$$y = 1 \quad (2)$$

$$x = -1 \quad (1)$$



مثل بيانيًا صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  المئين جانبًا بالانعكاس حول كلٍّ من المستقيمين الآتيين:

$$y = x \quad (4)$$

$$y = 0 \quad (3)$$

مثل بيانيًا كلًّا من الشكلين الآتيين وصوريهما بالانعكاس المحدد في كلٍّ مما يأتي:

6) الذي إحداثيات رؤوسه:

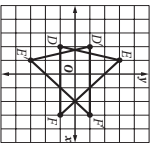
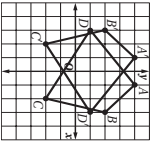
$$A(1, 4), B(3, 2), C(2, -2), D(-1, 4)$$

5) الذي إحداثيات رؤوسه:

$$D(-2, -1), E(-1, 3), F(3, -1)$$

بالانعكاس حول المحور  $x$ .

بالانعكاس حول المحور  $y$ .



الفصل 7: التحويلات الهندسية

7

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

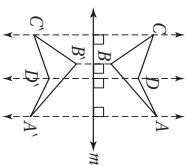
الاسم \_\_\_\_\_

## 7-1 تدريبات إعادة التعليم

### الانعكاس

رسم الانعكاسات،

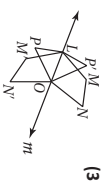
تعلمت أن الانعكاس تحويل هندسي يظل قلب الشكل حول مستقيم يسمى محور الانعكاس، بحيث يكون بُعد النقطة وبعد صورها عن محور الانعكاس متساويين، ويقط الانعكاس النقطة إلى صورتها، بحيث إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، تكون صورتها هي النقطة نفسها وإذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس العمود النصف للنقطة المستقيمة التي تصل النقطة بصورتها.



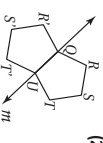
رسم صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  بالانعكاس حول

المستقيم  $m$ .

ارسم مستقيماً من كل رأس، بحيث يكون عموداً على المستقيم  $m$ ، وعين النقاط  $A', B', C', D'$  في الجهة الثانية من المستقيم  $m$ ، على أن يكون المستقيم  $m$  على بُعد واحد من كل رأس وصورة، وصل الرؤوس  $A', B', C', D'$ ، فيكون الشكل  $A'B'C'D'$  هو صورة الشكل  $ABCD$  بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .



(3)

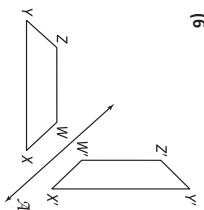


(2)

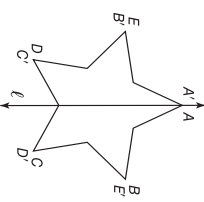


(1)

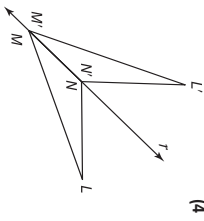
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المُعطى في كلٍّ مما يأتي:



(6)



(5)



(4)

الفصل 7: التحويلات الهندسية

6

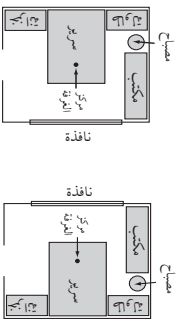
الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

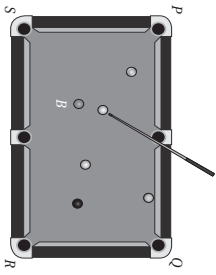
الاسم \_\_\_\_\_

## 7-1 تدريبات حل المسألة الانعكاس

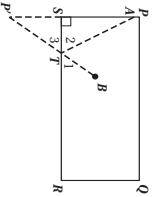
14 تصميم داخلي، طلب مهدي من مهدي دكور طريقة جديدة لترتيب أثاث غرفة نوم، وقد وضع المهدي المخطط المبين في الشكل أدناه، ولكن لم يترك هذا الوضع لمهدي، فقرر أن يعكس المخطط حول مستقيم رأسي يمر بمركز الغرفة. ارسم صورة المخطط بعد إجراء الانعكاس.



15 بيلارد، يلعب أحمد لعبة البيلارد، ويستعمل حقيقتة أن الكرة عند ضربها من منتصفها تزد بانزاحة نفسها إلى جانب من جوانب الطاولة. افترض أن أحمد يرغب في ضرب الكرة B؛ لتدخل في الفتحة P من جدارها على جانب الطاولة SR، كما في الشكل المجاور، فمقد أي قطعة من جانب الطاولة SR يجب على أحمد ضرب الكرة، بحيث تزد وتدخل الفتحة P؟ رسم شكلًا يوضح إجابتك.



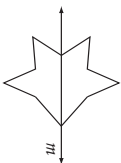
بما أن صورة النقطة P حول محور الانعكاس SR هي النقطة P'، إذن يجب على أحمد ضرب الكرة عند النقطة T التي تمثل نقطة تقاطع SR و BP'. يترك ولد على النقطة P.



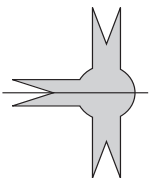
الفصل 7 : التحولات الهندسية

9

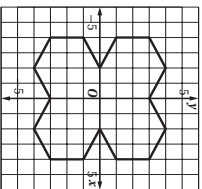
1 انعكاس، بدأ خالد رسم نجمة، أكمل عمل خالد برسم صورة نصفها المبين في الشكل بالانعكاس حول المستقيم m.



2 اشكال، قسّ جاسر الشكل الآتي من قطعة من الورق المقوى، ووضعه على طاولة، وذهب لإحضار الصمغ، وأثناء ذلك قلب صديقه مازن الشكل دون أن يعير جاسراً بذلك، ولم يلاحظ جاسر عند عودته أي تغير في الشكل أو مكانه، ارسم المستقيم الذي قلب مازن الشكل حوله.



3 شعار، تريد سعاد تصميم شعار لجمعية خيرية نسائية، فقامت بتصميم شكل في الربع الأول من المستوى الإحداثي كما في الشكل أدناه، ثم قامت بعمل انعكاس له حول المحور x وأكملت تصميم الشعار بعمل انعكاس للشكل الأصلي وصورته حول المحور y، أكمل رسم الشعار الذي صمّمته سعاد.



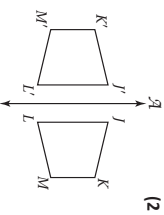
الصف، الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

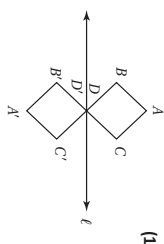
الاسم \_\_\_\_\_

## 7-1 تدريبات المهارات الانعكاس

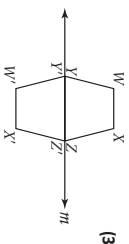
ارسم صورة كل شكل مبين بالانعكاس حول المستقيم المبين:



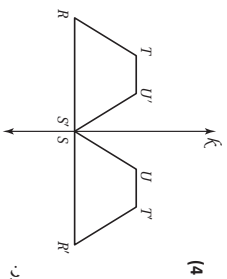
2



1



3

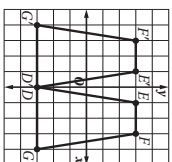


4

هذه إحداثية، قل ببساطة شكل وصورة بالانعكاس المذكور.

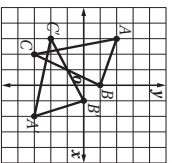
6 شبه المنحرف DEFG الذي إحداثيات رؤوسه:

$D(0, -3), E(1, 3), F(3, 3), G(4, -3)$  بالانعكاس حول المحور x.



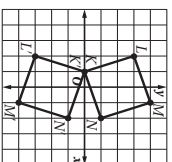
5 المثلث ABC الذي إحداثيات رؤوسه:

$A(-3, 2), B(0, 1), C(-2, -3)$  بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ .



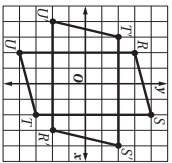
8 المربع KLMN الذي إحداثيات رؤوسه:

$K(-1, 0), L(-2, 3), M(1, 4), N(2, 1)$  بالانعكاس حول المحور x.



7 متوازي الأضلاع RSTU الذي إحداثيات رؤوسه:

$R(-2, 3), S(2, 4), T(2, -3), U(-2, -4)$  بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ .



الفصل 7 : التحولات الهندسية

8

الصف، الأول الثانوي

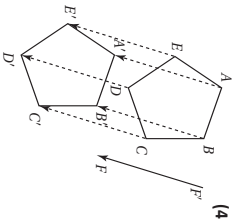
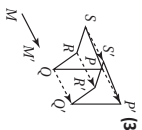
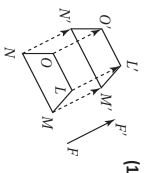
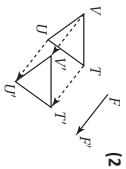


التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-2 تدريبات المهارات الإزاحة (الانسحاب)

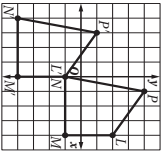
ارسم صورة كلٍّ من الأشكال الآتية بالإزاحة التي تنقل النقطة  $F$  إلى النقطة  $F'$ .



هندسة احداثية، مثل بيانيًا كل شكل وصورة الناتجة عن الإزاحة المحددة في السؤالين 6 و 5:

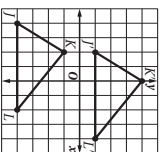
6 الشكل الرباعي  $LMNP$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$L(4, 2), M(4, -1), N(0, -1), P(1, 4)$   
أُنبِـح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x-4, y-3)$



5 الشكل  $\triangle KLE$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$K(-4, -4), L(2, -4), E(-2, -1)$   
أُنبِـح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x+2, y+5)$



الفصل 7 : التحولات الهندسية

13

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-2 تدريبات إعادة التعليم الإزاحة (الانسحاب)

رسم الإزاحة في المستوى الاحداثي:

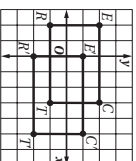
يمكن رسم الإزاحات في المستوى الاحداثي، إذا علمنا مقدار الإزاحة واتجاهها أفقيًا أو رأسيًا، فإذًا نربط المسافة الأفقية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز  $a$  ، والمسافة الرأسية إلى صورتها بالرمز  $b$ ، وأنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة  $(a, b) \rightarrow (x+a, y+b)$  ، ويمكن استعمال هذه القاعدة لإجراء إزاحة للشكل في المستوى الاحداثي.

إحداثيات رؤوس المستطيل  $RECT$  هي:  $R(-2, -1), E(-2, 2), C(3, 2), T(3, -1)$

مثال

مثل بيانيًا المستطيل  $RECT$  وصورة الناتجة عن إزاحة وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$

تنقل هذه الإزاحة كل نقطة من نقاط المستطيل وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل.



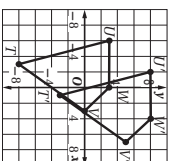
$(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$   
 $R(-2, -1) \rightarrow R'(-2+2, -1-1) = R'(0, -2)$   
 $E(-2, 2) \rightarrow E'(-2+2, 2-1) = E'(0, 1)$   
 $C(3, 2) \rightarrow C'(3+2, 2-1) = C'(5, 1)$   
 $T(3, -1) \rightarrow T'(3+2, -1-1) = T'(5, -2)$   
مثل بيانيًا المستطيل  $RECT$  وصورة  $RECT'$ .

تمارين

مثل بيانيًا كلًّا من الأشكال الآتية وصورة الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل مما يأتي:

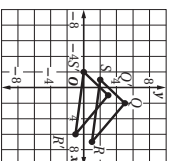
1 الشكل الرباعي  $TUVW$  الذي إحداثيات رؤوسه:

$T(-3, -8), U(-6, 3), V(3, 0), W(0, 3)$   
أُنبِـح وفق القاعدة:  $T(-3, -8) \rightarrow T'(3, -4)$



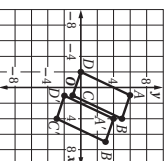
$\triangle QRS$  الذي إحداثيات رؤوسه:  $Q(2, 5), R(7, 1), S(-1, 2)$

أُنبِـح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x-1, y-2)$



3 متوازي الأضلاع  $ABCD$  الذي إحداثيات رؤوسه:  $A(1, 6), B(4, 5), C(1, -1), D(-2, 0)$

أُنبِـح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x+3, y-2)$



الفصل 7 : التحولات الهندسية

12

الصف: الأول الثانوي



التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-2 التدرّيات الإثرائية

الإزاحة في المستوى الإحداثي،

يمكن استيعاب قاعدة الانعكاس؛ ليتبين أن نتيجة انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هي إزاحة.

إذا كان لدينا الانعكاسان الآتيان، بحيث  $a$  و  $b$  عدداً حقيقيّان مختلفان قاعدتهما هما:

قاعدة الانعكاس الأول:  $(x, y) \rightarrow (-x + 2a, y)$

قاعدة الانعكاس الثاني:  $(x, y) \rightarrow (-x + 2b, y)$

أي أن الانعكاس الأول حول المستقيم  $a = x$ ، والانعكاس الثاني حول المستقيم  $b = x$ .

(a) أوجد قاعدة التحويل القلدي للركب:

"الانعكاس الأول متبعاً بالانعكاس الثاني"

$(x, y) \rightarrow (x + 2(b - a), y)$

(b) أوجد قاعدة التحويل القلدي للركب:

"الانعكاس الثاني متبعاً بالانعكاس الأول"

$(x, y) \rightarrow (x + 2(a - b), y)$

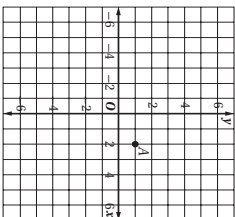
2) تأمل التيجتين اللتين توصلت إليهما في السؤال 1.

مالذي تدلّ عليه هاتان التيجتان حول علاقة المسافة بين المستقيمين المتوازيين مع المسافة بين نقطة وصورتها بالانعكاسين حول هذين المستقيمين المتوازيين؟

المسافة بين كل نقطة وصورتها تساوي بعثي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

3) وضح بالرسم إجاباتك عن السؤالين 1 و 2، استعمل ورقة إجابيّة إذا كان ذلك ضروريّاً.

انظر إجابات الطلاب.



الفصل 7: التحولات الهندسية

15

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

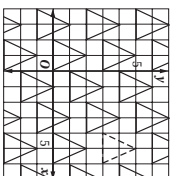
## 7-2 تدريبات حل المسألة الإزاحة (الانعكاس)

1) رسم متحركة، سُتعمل أجهزة الحاسوب في صناعة الرسوم

المتحركة، والشكل المبادر بين إزاحات متحركة للحصول

على صور النجمة الظاهرة فيه، أوجد الإزاحة التي تنقل

النجمة 1 إلى النجمة 2.



(a) يتعين أن يُدبّل الفراغ فوق المثلث المرسوم حول النقطة

(5, 1) يرسم مثلث يكون متشابه مع بقية النمط، في

إحداثيات رؤوس هذا المثلث؟ (4, 3)، (5, 3)، (6, 3)

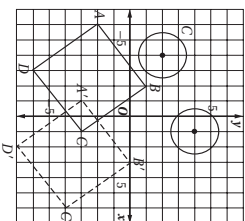
(b) حدد المثلث الذي يمكن إزاحته بحسب القاعدة:

$(x, y) \rightarrow (x - 8, y + 5)$  ليكون موقعه الجديد هو

المثلث المرسوم حول النقطة (3, -3).

إجابة المثلث المرسوم حول النقطة (2, -5)

5) مبعثات ودوائر، على المستوى الإحداثي أدناه، يظهر المربع  $ABCD$  وصورة  $A'B'C'D'$  بعد الانعكاس، كما يظهر في المستوى دائرة مركزها  $C$ .



أجب عمّا يلي:

(a) اكتب قاعدة الإزاحة التي نقلت المربع  $ABCD$  إلى المربع

$A'B'C'D'$ .  $(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 1)$

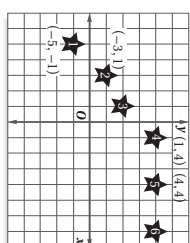
(b) ارسم صورة الدائرة  $C$  الناتجة عن الإزاحة التي كُتبت

قاعدتها في الفجوة  $a$ . انظر الرسم في الشكل أدناه.

الفصل 7: التحولات الهندسية

14

الصف: الأول الثانوي



$(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 2)$

2) افترض، في أحد المخطّرات، يعطّف سلمان في الصف للحصول

على بطاقة الصوت للطلاب، ويسير في اتجاه موثّق للطلاب،

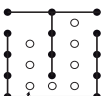
بحيث يتصل حركته في كل مرة بوحدة واحدة كما في الشكل

أدناه، إذا كان موقع سلمان هو  $(x, y)$ ، فاكتب قاعدة لوصف

الإزاحة التي تنقل سلمان إلى بداية الصف أمام الموظف

المختص.

موظف المنظر



$(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 2)$

3) عروة الصف، يوجد في غرفة أحد الصفوف 30 مقعداً

موزعة في 6 أعمدة و 5 صفوف، نقل المعلم الطالب أحمد

من المقعد الأول في الصف الثاني جهة اليمين إلى المقعد

الأخير في الصف الأخير جهة اليسار، إذا كان موقع أحمد

في البداية هو  $(x, y)$ ، فاكتب قاعدة لوصف الإزاحة التي

تنقل أحمد إلى موقعه الجديد.

$(x, y) \rightarrow (x - 5, y - 3)$

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-3 تدريبات إعادة التعليم الدوران

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي، يمكنك استعمال القواعد الآتية لتحديد صورة نقطة عندما يتم تدويرها بزاوية  $90^\circ$  أو  $180^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

زاوية الدوران	الإجراءات	الرموز
$90^\circ$	أفرب الإحداثي $y$ في $(-1, -)$ ثم بدل موقعي الإحداثيين $x, y$	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$
$180^\circ$	أفرب كلا من الإحداثيين $x, y$ في $(-1, -)$	$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
$270^\circ$	أفرب الإحداثي $x$ في $(-1, -)$ ثم بدل موقعي الإحداثيين $x, y$	$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

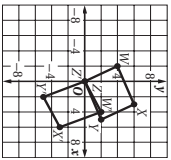
مثال

إحداثيات رؤوس  $WXYZ$  هي:  
 $W(-2, 4), X(3, 6), Y(5, 2), Z(0, 0)$   
 مثل بيئات  $WXYZ$  وصورته الناتجة عن دوران بزاوية  $270^\circ$  حول نقطة الأصل.

أفرب الإحداثي  $x$  لكل رأس في  $(-1, -)$  ثم بدل الإحداثيين.

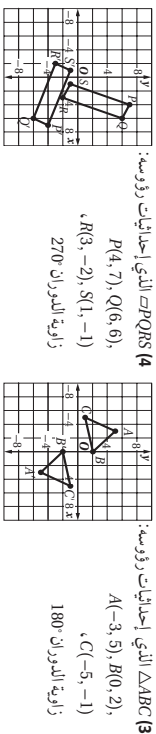
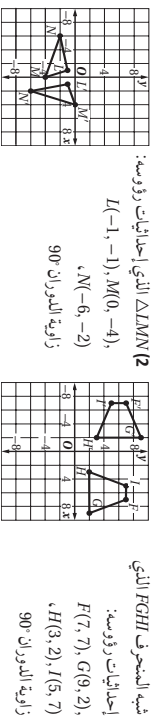
$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (y, -x) \\ W(-2, 4) &\rightarrow W'(4, 2) \\ X(3, 6) &\rightarrow X'(6, -3) \\ Y(5, 2) &\rightarrow Y'(2, -5) \\ Z(0, 0) &\rightarrow Z'(0, 0) \end{aligned}$$

ثم مثل  $WXYZ$  وصورته  $W'X'Y'Z'$  في المستوى الإحداثي.



تعاريف

مثل بيئات الشكل وصورته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كل من الأمثلة الآتية:



17

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-3 تدريبات إعادة التعليم الدوران

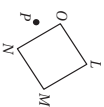
رسم الأشكال الناتجة عن الدوران:

الدوران تحويل هندسي تدور به كل نقطة من نقاط الشكل زاوية معينة  $90^\circ$ ، وفي اتجاه معين حول نقطة ثابتة تُسمى مركز الدوران، وتتخلل النقطة  $A$  بالدوران إلى  $A'$  بحيث:

- إذا كانت  $A$  هي مركز الدوران، فإن صورتها تكون النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة  $A$  غير مركز الدوران، فإن النقطة  $A'$  وصورتها  $A''$  تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المشكّلة من  $A'$  و  $A''$  ومركز الدوران تسمى زاوية الدوران، وقياسها يساوي  $90^\circ$ .

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة المربع  $LMNO$

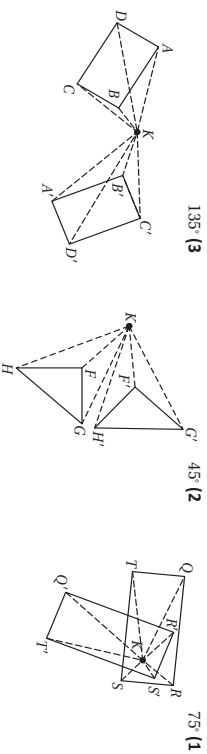
الناتجة عن دوران بزاوية  $110^\circ$  حول النقطة  $P$ .



<p>الخطوة 1: ارسم قطعة مستقيمة من الرأس <math>L</math> إلى النقطة <math>P</math>.</p> <p>الخطوة 2: ارسم زاوية قياسها <math>110^\circ</math>، بحيث تكون <math>PL</math> أحد ضلعيها.</p> <p>الخطوة 3: استعمل مسطرة لتعيين <math>L'</math> على القطع الثاني، بحيث يكون <math>PL = PL'</math>.</p>	<p>الخطوة 4: كرر الخطوات 1-3 للرؤوس <math>M, N, O</math> ثم ارسم المربع <math>L'M'N'O'</math>.</p>
--	--

تعاريف

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة  $K$  بالزاوية المحددة في كل مما يأتي:



16

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

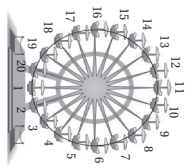
## 7-3 تدريبات حل المسألة

### الدوران



4) تصميم، صُمم الإطار المعدني الداخلي لسيارات سياراً، بحيث يقسم دوراتها، أوجد زاوية الدوران بالدراجات التي تقطع النقطة Q إلى النقطة X.

1) بواسطة شُيّر أبرّة بواسطة إلى اتجاه الشمال الغربي، إذا سرت في اتجاه الغرب وفق هذه البروصلة فما زاوية الدوران في تقطع إلى اتجاه الشمال المعلي، 255°  
2) اعلاقات، يقسم تألّ إعلاناً يحتوي على الحرف "M".

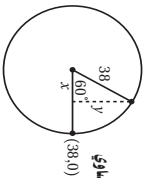


تدريبات حل المسألة  
التالي لحل السؤالين التاليين:  
تظهر في الشكل الجوار صجلة كبيرة دَوَّارة مثبت عليها 20 مقعلاً، تعدّ متتالاً على الدورات.

5) ما قياس زاوية الدوران التي تحرك المقعد 1 إلى مكان المقعد ٩5 72°

6) إذا دار المقعد 1. زاوية مقدارها 144° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فما رقم المقعد الذي يحل هذا المقعد محله؟ المقعد 9

7) متاهم، يدور مطعم دَوَّار 360° مستقرّاً ساعة و 15 دقيقة، إذا جلس عبدالمعز على بعد 38ft من مركز المطعم، وإذا أجلس عبدالمعز للدوران من إحداثيات الموقع (0, 38)، فما إحداثيات مكان جلوس عبدالمعز بعد 12.5 دقيقة؟ قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



زاوية الدوران في الدقيقة الواحدة تساوي  $\frac{360^\circ}{75} = 4.8^\circ$   
الزاوية التقوية خلال 12.5s تساوي  $(12.5)(4.8^\circ) = 60^\circ$   
 $\sin 60^\circ = \frac{y}{38}$ ,  $y = 32.9$   
 $\cos 60^\circ = \frac{x}{38}$ ,  $x = 19$   
أي أن إحداثيات موقع عبدالمعز بعد 12.5s تساوي (19, 32.9)

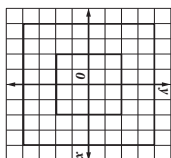
الفصل 7: التحولات الهندسية

19

الصف: الأول الثانوي



3) حروف، ارمس شكلاً على المستوى الإحداثي أدناه، بحيث يمثل الشكل وصورة بعد الدوران بزاوية حول نقطة حرقاً من حروف اللغّة الإنجليزي (البناء: اختر أي نقطة للدوران جلياً).



إجابة أخرى ممكنة: H, N, Z

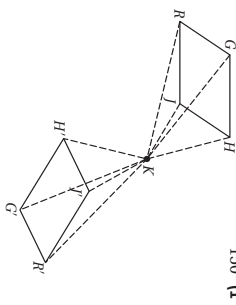
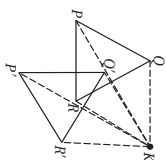
التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-3 تدريبات المهارات

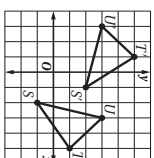
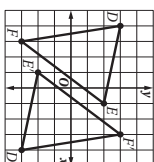
### الدوران

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:

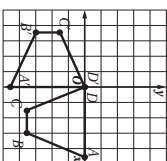


مطلبياً الشكل وصورة الناتجة بالدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في الأسئلة الآتية:

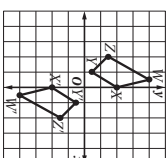
3) ASTU الذي إحداثيات رؤوسه: S(2, -1), T(5, 1), U(3, 3), A(9, 0), B(6, -7), C(3, -7), D(0, 0) زاوية الدوران 180°



6) شبه المنحرف ABCD الذي إحداثيات رؤوسه: A(9, 0), B(6, -7), C(3, -7), D(0, 0) زاوية الدوران 270°



5) الشكل الرباعي WXYZ الذي إحداثيات رؤوسه: W(-1, 8), X(0, 4), Y(-2, 1), Z(-4, 3) زاوية الدوران 180°



الفصل 7: التحولات الهندسية

18

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-4 تدريبات إعادة التعليم تركيب التحويلات الهندسية

تركيب اإزاحة انعكاس:

عند إجراء تحويلين هندسيين متعاقبين على شكل هندسي، فإن التحويل الهندسي الذي يقلل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية يسمى تحويلًا هندسيًا مركبًا. وأحد هذه التحويلات المركبة تركيب إزاحة انعكاس، وهو التحويل الهندسي الناتج عن تركيب إزاحة متبوعة بانعكاس حول خط يوازي اتجاه الإزاحة.

مثال

إحداثيات رؤوس  $\triangle ABC$  هي:  $A(3, 3)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(-1, -3)$ . مثل بيانيًا  $\triangle ABC$  وصورة الناتجة من إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .

الخطوة 1: إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار، ثم انعكاس حول المحور  $x$  وصورة  $\triangle A'B'C'$

الخطوة 3: مثل بيانيًا  $\triangle ABC$  وصورة  $\triangle A'B'C'$

وحدة واحدة إلى أسفل

$$(x, y) \rightarrow (x-2, y-1)$$

$$A(3, 3) \rightarrow A'(1, 2)$$

$$B(4, -2) \rightarrow B'(2, -3)$$

$$C(-1, -3) \rightarrow C'(-3, -4)$$

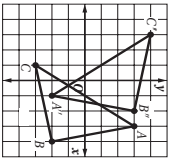
الخطوة 2: انعكاس حول المحور  $x$

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$A'(1, 2) \rightarrow A''(1, -2)$$

$$B'(2, -3) \rightarrow B''(2, 3)$$

$$C'(-3, -4) \rightarrow C''(-3, 4)$$



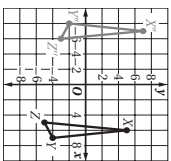
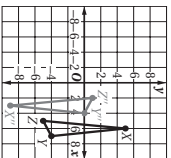
تعاريف

إحداثيات رؤوس  $\triangle XYZ$  هي:  $X(6, 5)$ ,  $Y(7, -4)$ ,  $Z(5, -3)$ .

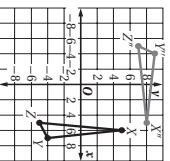
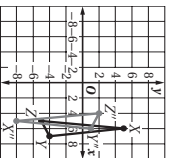
مثل بيانيًا  $\triangle XYZ$  وصورة الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من الأسئلة الآتية:

(1) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين، ووحدة إلى اليسار، ووحدة إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$

أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$



(2) إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليسار، وثلاث وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$



الفصل 7: التحويلات الهندسية

21

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

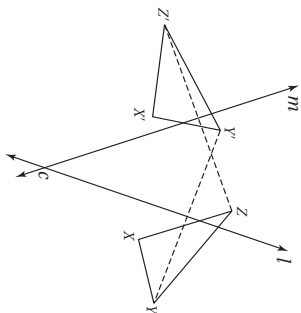
## 7-3 التدريبات الإثرائية

إنشاء مركز الدوران:

إذا علمت أن  $\triangle XYZ$  صورة  $\triangle XYZ$  بدوران مركزه وقاس زاوية غير معلوم، فهل يمكنك أن تجد هذا؟

نعم، ارسم قطعتين مستقيمتين متصالين بين زوجين من الرؤوس المتناظرة.

لقد رسمت القطعتين  $XY$  و  $X'Y'$  في الشكل المجاور، ارسم العمود المصنف  $l$  للقطعة  $XY$ ، والعمود المصنف  $m$  للقطعة  $X'Y'$ ، فتكون النقطة  $C$  التي يتقاطع عندها هذان المستقيمان هي مركز الدوران.



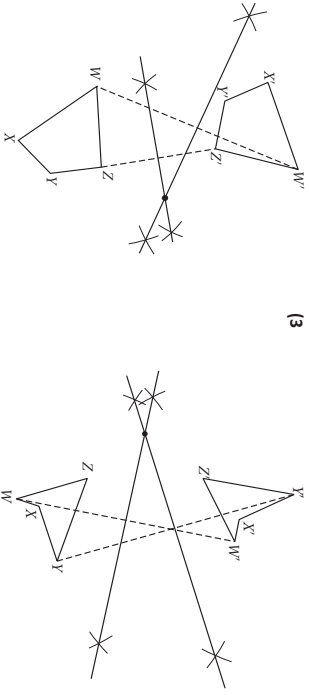
(1) كيف يمكنك أن تجد قاس زاوية الدوران في الشكل السابق؟

إسمه  $\angle XCY$  (أو  $\angle YCY'$  أو  $\angle ZCZ'$ ) وانقيسه بالخطية.

حين مركز الدوران الذي يقلل الشكل  $WXYZ$  إلى  $W'X'Y'Z'$  في كل من السؤالين الآتيين ثم أوجد قاس زاوية الدوران.

(3)

(2)



مركز الدوران هو نقطة تقاطع العمودين المصنفين للقطعتين،

وزاوية الدوران  $110^\circ$  تقريبًا.

مركز الدوران هو نقطة تقاطع العمودين المصنفين للقطعتين،

وزاوية الدوران  $100^\circ$  تقريبًا.

قد تختلف التقديرات للزاوية المقاسة، انظر إجابات الطلاب.

الفصل 7: التحويلات الهندسية

20

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

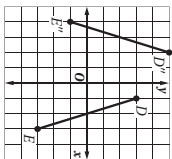
الاسم \_\_\_\_\_

## 7-4 تدريبات المهارات

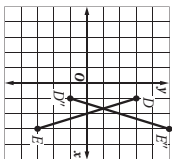
### تركيب التحويلات الهندسية

إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة  $DE$  هي:  $D(1, 3)$ ،  $E(3, -3)$ ، مثل بيانياً  $DE$  وصورتها الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل سؤال يأتي:

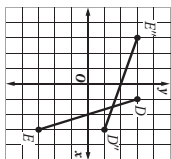
(2) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين ووحدة إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .



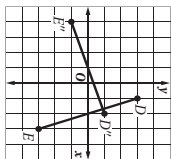
(1) إزاحة مقدارها وحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .



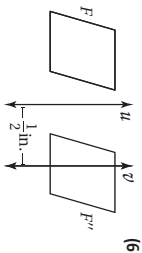
(4) انعكاس حول المحور  $x$ ، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية  $90^\circ$



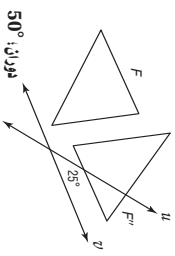
(3) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية  $270^\circ$



ارسم صورة الشكل  $F$  الناتجة عن انعكاس  $m$ ، ثم حول المستقيم  $l$ ، ثم صف تحويلاً هندسياً واحداً يقل  $F$  إلى  $F''$  في كل من الأمثلة الآتية:



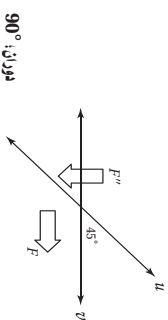
(6)



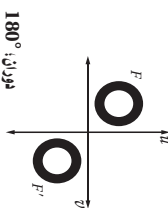
(5)

إزاحة:  $1 \text{ in}$

(8)



(8)



(7)

23

الفصل 7: التحويلات الهندسية

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-4 تدريبات إعادة التعليم

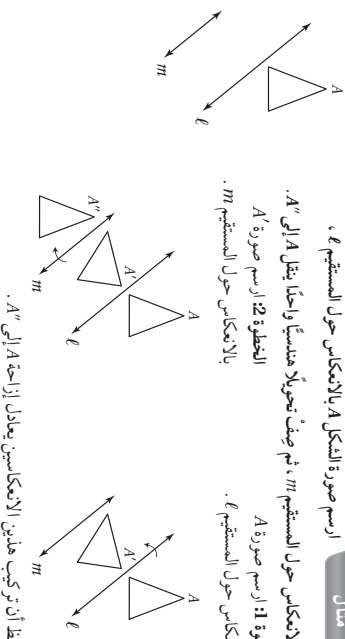
### تركيب التحويلات الهندسية

تركيب انعكاسين:

7.2	تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين، يعادل إزاحة اتجاهها عمودي على كلٍّ من المستقيمين، ومقدارها يساوي مقياس المسافة بين المستقيمين المتوازيين.	
7.3	تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين، يكونا دوراً مركزه نقطة تقاطع المستقيمين، ويقاس زاوية بيساوي مقياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين.	

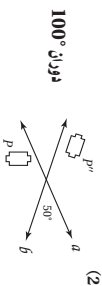
ارسم صورة الشكل  $A$  بالانعكاس حول المستقيم  $l$ ،

ثم بالانعكاس حول المستقيم  $m$ ، ثم صف تحويلاً هندسياً واحداً يقل  $A$  إلى  $A''$ .  
الخطوة 1: ارسم صورة  $A$  بالانعكاس حول المستقيم  $l$ .  
الخطوة 2: ارسم صورة  $A'$  بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .

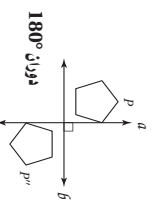


تلاحظ أن تركيب هذين الانعكاسين يعادل إزاحة  $A$  إلى  $A''$ .

تعاريف  
ارسم صورة الشكل  $P$  الناتجة عن انعكاس  $m$ ، ثم حول المستقيم  $l$ ، ثم صف تحويلاً هندسياً واحداً يقل  $P$  إلى  $P''$  في كل من الأمثلة الآتية:

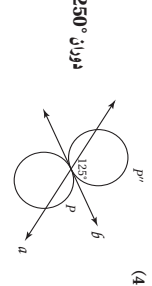


(1)

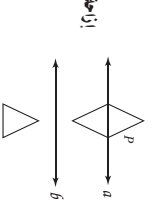


دوران:  $180^\circ$

(3)



(4)



إزاحة

22

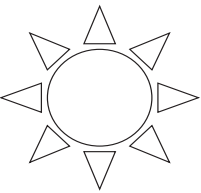
الفصل 7: التحويلات الهندسية

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-4 التدريبات الإثرائية

تصميم هنري،

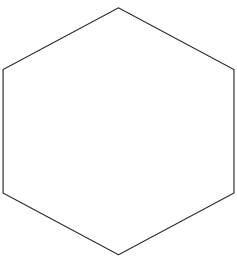


تحويلات التماثل هي التحويلات التي تحافظ على قياسات الأبعاد بين النقاط، وقياسات الزوايا، والقطع المستقيمة والأشكال، بحيث تكون الصور الناتجة فيها مطابقة للشكل الأصلي، لكن ليست كل التحويلات الهندسية تحويلات تماثل، إذ أن بعضها يكثر الأبعاد أو يصغر ها بنسبة محددة. بلحاذا الرسامون والصفصمون إلى تغير الأبعاد في رسوماتهم للإيجاء بالعمق أو الحركة، فقوموا بتكبير القياسات أو تصغيرها باستخدام مقياس رسم أو عامل مقياس ثابت.

ارسم صورة الشكل المطال المجاور باستخدام مقياس رسم 1:3



استعمل مسطرة لقياس طول كل ضلع، ثم اقرب هذا الطول في 3

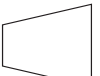


تعالين

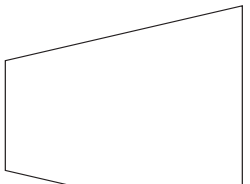
ارسم صورة الشكل المطال المجاور مستعملاً مقياس الرسم المناسب في كل مما يأتي:



2



1



4



3

6



25

5



الصف، الأول الثانوي

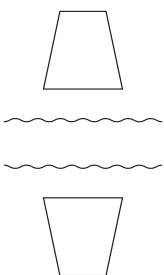
الفصل 7 : التحويلات الهندسية

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-4 تدريبات حل المسألة تركيب التحويلات الهندسية

1) انشأ دات، حتى يكون الصورة فوق الصورة، بحيث أن تكون كل واحدة من قاعدتيه صورة لالأخرى بانعكاس حول خط يقسم المسطتين بين جانبي الصورة، ارسم القاعدة الثانية للجسم.



2) انعكاس، أخرى أحمدا انعكاس متناجسين لجسم ما، ففي الخطوة الأولى أخرى له انعكاسا حول المستقيم  $1 - r = 0$  ثم أكمل هذا التحويل المركب بإجراء انعكاس للصورة حول المستقيم  $1 = r$ ، وكانت النتيجة النهائية إزاحة للجسم، اكتب قاعدة هذه الإزاحة.

4)  $(r + 4) \rightarrow (r)$

وهكذا.

مستقيم رأسي، ثم انعكس الشكل الناتج حول مستقيم رأسي



انعكاس متناجسية، انعكس الأشكال الثلاثة الأولى حول مستقيم رأسي، ثم انعكس الشكل الناتج حول مستقيم رأسي



كوز إزاحة الأشكال الخمسة الأولى إلى اليمين.

4) تلو، إذا أصبح شكل ما للدوران ثم انعكس، فهل لتزيب التحريض تأثير في موقع الصورة النهائية دائما أم أحيانا أم ليس له تأثير أبدا؟ وضع إجابتك.

أحيانا، عند تدوير شكل بزواية  $180^\circ$  حول نقطة الأصل، ثم انعكاس حول المستقيم  $x = r$ ، لا يؤثر ترتيب التحويلين في موقع الصورة النهائية.

الصف، الأول الثانوي

الفصل 7 : التحويلات الهندسية

24

التاريخ

الاسم

(نقمة)

## 7-5 تدريبات إعادة التعليم

التمثيل

التمثيل في الأشكال الثلاثة الأبعاد:

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلًا حول مستوى، إذا أمكن تقسيمه في هذا المستوى إلى شكلين متطابقين، وفي هذا الحالة يسمى هذا المستوى مستوى التماثل. ويكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلًا حول محور، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.

مثال  
السؤالين الآتيين: بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك، في كل من

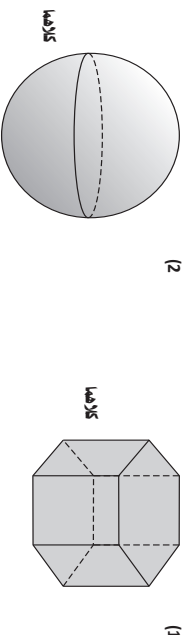


الحرف N متماثل حول مستوى.

كلاهما لأن الأسطوانة متماثلة حول مستوى، ومتماثلة حول محور.

تعاريف

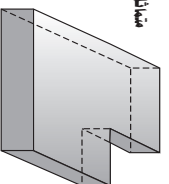
بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل مما يأتي:



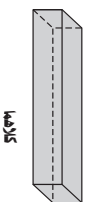
(3) متماثل حول مستوى



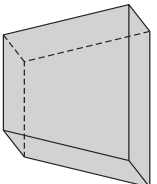
كلاهما



(6)



كلاهما



كلاهما

27

الفصل 7: التحولات الهندسية

الصف: الأول الثانوي

التاريخ

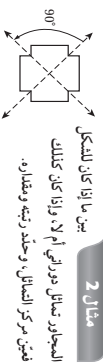
الاسم

## 7-5 تدريبات إعادة التعليم

التمثيل

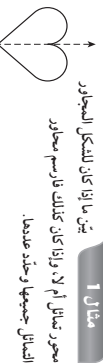
التمثيل في الأشكال التناظرية الأبعاد:

يكون الشكل التناظري الأبعاد متماثلًا حول محور، إذا كانت صورة التناظر عن الانعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التماثل، ويكون للشكل التناظري الأبعاد تماثل دوراني، إذا كانت صورة التناظر عن دوران بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الشكل عندئذ مركز التماثل (أو نقطة التماثل)، ويطلق على عدد الورات التي تطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من  $0^\circ$  إلى  $360^\circ$  اسم رتبة التماثل، أما مقدار التماثل (أو زاوية الدوران) فهو قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى يطبق على نفسه، ويربط مقدار التماثل ورتبته بالعلاقة: مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة  $360^\circ$  على رتبة التماثل.



بين ما إذا كان الشكل المجاور تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فمركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره.

ليبدأ الشكل تماثل دوراني من الرتبة 4، ومقدار التماثل هو  $90^\circ = 360^\circ \div 4$ ، ومركز التماثل هو نقطة التقاطع القطرية.

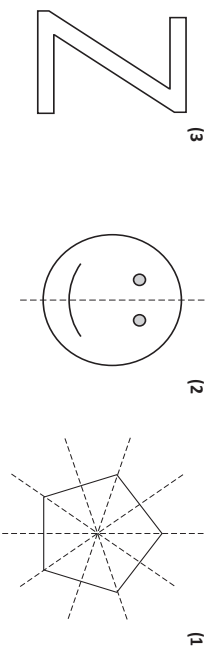


بين ما إذا كان الشكل المجاور محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فمركز التماثل، وحدد عدده.

هذا الشكل متماثل حول محور، وله محور تماثل واحد.

تعاريف

بين ما إذا كان الشكل متماثلًا أم لا، وإذا كان كذلك فمركز التماثل، وحدد عدده في كل مما يأتي:

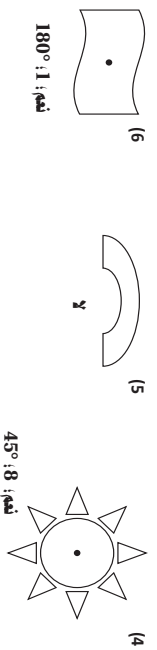


لا

نقمة: 1

نقمة: 5

بين ما إذا كان الشكل متماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فمركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:



نقمة: 1،  $180^\circ$

لا

نقمة: 8،  $45^\circ$

26

الفصل 7: التحولات الهندسية

الصف: الأول الثانوي

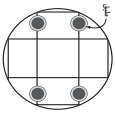
التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-5 تدريبات حل المسألة

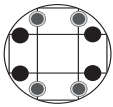
التمثيل

15) تنظم حبيب، أعدت هند تصميمًا لترتيب أماكن الجلوس في حفل، ورأت أن تكون الطاولة ممتلئة، فوضعت الأطباق على الهيئة المبينة في الشكل أدناه.



أ) ما رتبة التماثل الدوراني لهذا الشكل، وما مقداره؟  
رتبه: 2، مقداره  $180^\circ$

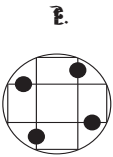
ب) أضف أقل عدد ممكن من الأطباق لهذا الشكل، على أن يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني حول مركزه من الرتبة 4؟



ج) هل يمكنك إعادة ترتيب مواقع الأطباق الأربعة في الشكل الأصلي، على أن تحقق الشرط الآتي:

- 1) أن تبقى أبعادها عن مركز الطاولة ثابتة.
- 2) أن توضع بحيث يقع مركز الأطباق على أضلاع المستطيلات المبنية في التصميم.
- 3) أن يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني من الرتبة 4؟

إذا كان كذلك، فارسم الشكل، ولأ: فوضح الأسباب.



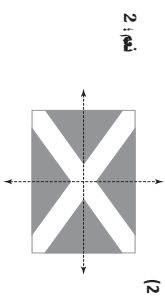
الفصل 7: التحولات الهندسية

29

أعلام: بين ما إذا كان للمعلم محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل ممّا يلي:



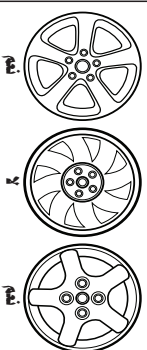
1



2

نعم: 2

3) أعطية إطارات: بين ما إذا كانت أعطية الإطارات أدناه متماثلة حول محور أم لا.

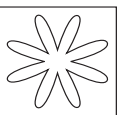


نعم

لا

نعم

4) شعار صمّم حبيب شعارًا لفرسته كما في الشكل أدناه، ما عدد محاور تماثل الشعار؟



8 محاور

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

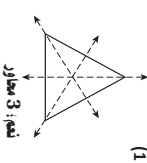
## 7-5 تدريبات المهارات

التمثيل

بين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل ممّا يلي:

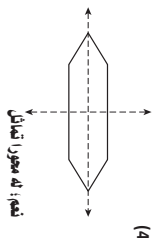


2



1

نعم: 3 محاور



4

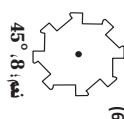
نعم: 4 محاور تماثل



3

لا

بين ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فبين مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل ممّا يلي:



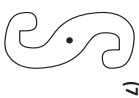
6

نعم: 8،  $45^\circ$

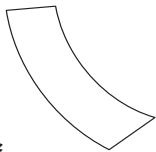


5

نعم: 3،  $120^\circ$



7

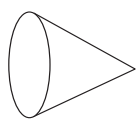


8

لا

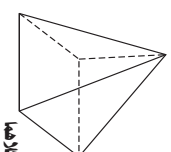
نعم: 2،  $180^\circ$

بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل ممّا يلي:



10

كلاهما



9

كلاهما

الفصل 7: التحولات الهندسية

28

الصف: الأول الثانوي



التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-6 تدريبات إعادة التعليم المتعدد

**رسم التمدد:**  
التمدد هو تحويل هندسي يكثر الشكل أو يصغر بنسبة محددة، هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي، وتسمى هذه النسبة معامل التمدد، ولا الصورة الناتجة عن التمدد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع تحويلات الشابه، ويتم تحديد التمدد بمحور مركز التمدد ومعامله.

**مثال:** استعمال مسطرة لرسم صورة  $\triangle ABC$  الناتجة



عن التمدد الذي مركزه النقطة  $O$ ، ومعامله  $k = 2$ .  
الخطوة 1: (رسم)  $\vec{OA}$ ،  $\vec{OB}$ ،  $\vec{OC}$ .

الخطوة 2: عيّن النقاط  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  على أن يكون:

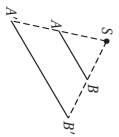
$$OC' = 2(OC) \text{ و } OB' = 2(OB) \text{ و } OA' = 2(OA)$$

الخطوة 3: صل النقاط  $A'$  و  $B'$  و  $C'$ ، لتحصل على  $\triangle A'B'C'$ ،  
فيكون  $\triangle A'B'C'$  صورة  $\triangle ABC$  الناتجة عن التمدد.

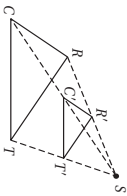
**تعاريف:**

استعمل مسطرة لرسم الصورة الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة  $S$  ومعامله العدد  $k$  المتحد في كل من الأمثلة الآتية:

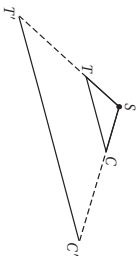
$$k = \frac{1}{2} \quad (2)$$



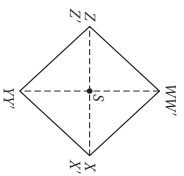
$$k = 2 \quad (1)$$



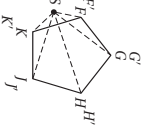
$$k = 3 \quad (4)$$



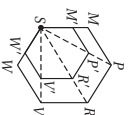
$$k = 1 \quad (3)$$



$$k = 1 \quad (6)$$



$$k = \frac{2}{3} \quad (5)$$



الفصل 7: التحولات الهندسية

31

الصف: الأول الثانوي

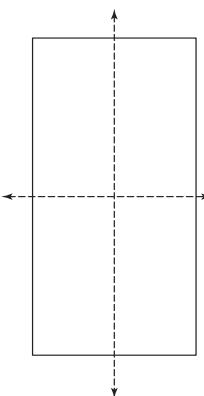
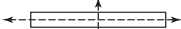
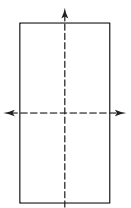
التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

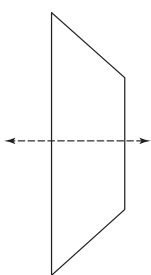
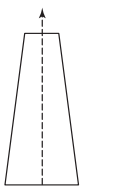
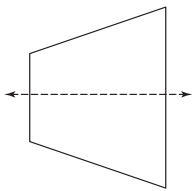
## 7-5 التدرّيات الإثباتية

**التعامل في الأشكال الرباعية:**

لكل مربع من الأشكال الرباعية عدّة من محاور التماثل يختلف عن عددها في الأنواع الأخرى. والربع هو الشكل الوحيد الذي له 4 محاور تماثل، كما يظهر في الشكل المجاور، ويمكن أن تحدّد نوع الشكل الرباعي من عدد محاور التماثل التي يحتويها. جميع المستطيلات التي ليست مربعات لها محورا تماثل.



وكل شبه منحرف متساوي الساقين له محور تماثل واحد فقط.



**تعاريف:**

اقرأ كلّاً من الجمل الآتية، وبيّن ما إذا كانت صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فارسم مثالاً مضاداً:

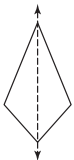
(1) المربعات التي ليست مربعات لها محورا تماثل فقط. **صحيحة**

(2) لشكل الطائر الورقية محورا تماثل فقط. **خاطئة**

(3) شبه المنحرف غير المتساوي الساقين ليس له محاور تماثل. **صحيحة**

(4) لكلّ متوازي أضلاع محورا تماثل فقط. **خاطئة**

(5) تعميم، فكّر في التماثل الدوراني في الأشكال الرباعية، ثم اكتب من عددها بعض التعميمات ذات العلاقة بالتماثل الدوراني في الأشكال الرباعية. **انظر إجابات الطلاب**



الفصل 7: التحولات الهندسية

30

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

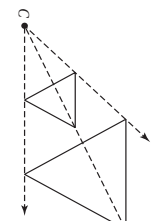
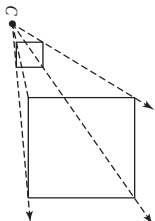
## 7-6 تدريبات المهارات

### التعمد

استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن التعمد الذي مركزه  $C$  ومعامل التعمد  $k$  المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

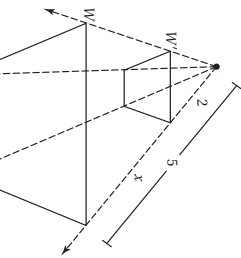
$$k = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$k = 2 \quad (1)$$

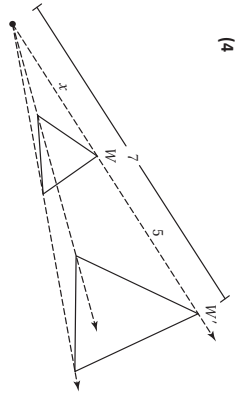


حدد ما إذا كان التعمد من الشكل  $W$  إلى  $W'$  تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معامل التعمد وقيمة  $x$ .

(4)



(3)



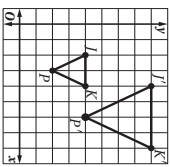
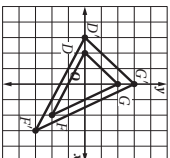
تصغير؛  $x = 3$ ،  $k = 2.5$

تكبير؛  $x = 2$ ،  $k = 3.5$

مثل بيئاً المقلع المطعنة إحداثيات رؤوسه، ثم مثل صورته الناتجة عن التعمد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $k$  المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

$$D(-2, 0), G(0, 2), F(2, -2); k = 1.5 \quad (6)$$

$$J(2, 4), K(4, 4), P(3, 2); k = 2 \quad (5)$$



الفصل 7: التحويلات الهندسية

33

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-6 تدريبات إعادة التعليم

### التعمد

التعمد في المستوى الإحداثي:

لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تعدو مركزه نقطة الأصل ومعامله  $k$ ، اضرب الإحداثيين  $x, y$  لكل نقطة من الشكل الأصلي في معامل التعمد  $k$ .

$$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$$

### مثال

أحداثيات رؤوس  $\triangle ABC$  هي:  $A(-2, -2), B(1, -1), C(2, 0)$ ، مثل بيئاً  $\triangle ABC$  وصورة الناتجة عن تعدو مركزه نقطة الأصل ومعامله 2.

اضرب الإحداثيين  $x, y$  لكل رأس في العدد 2.

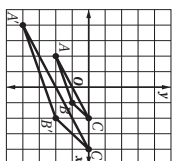
$$(x, y) \rightarrow (2x, 2y)$$

$$A(-2, -2) \rightarrow A'(-4, -4)$$

$$B(1, -1) \rightarrow B'(2, -2)$$

$$C(2, 0) \rightarrow C'(4, 0)$$

ومثل بيئاً  $\triangle ABC$  وصورة  $\triangle A'B'C'$

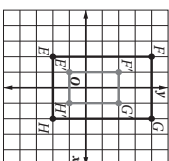
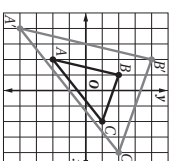


### تعاريف

مثل بيئاً المقلع المطعنة إحداثيات رؤوسه، ثم مثل صورته الناتجة عن تعدو مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $k$  المحدد في كلٍّ من الأمثلة الآتية:

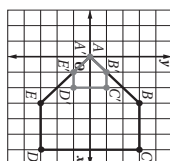
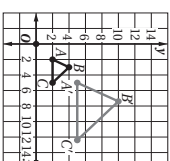
$$A(-2, -2), B(-1, 2), C(2, 1); k = 2 \quad (3)$$

$$E(-2, -2), F(-2, 4), G(2, 4), H(2, -2); k = 0.5 \quad (1)$$



$$A(2, 2), B(3, 4), C(5, 2); k = 2.5 \quad (4)$$

$$A(0, 0), B(3, 3), C(6, 3), D(6, -3); k = \frac{1}{3} \quad (2)$$



الفصل 7: التحويلات الهندسية

32

الصف: الأول الثانوي

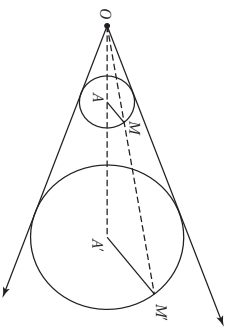
التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

## 7-6 التدريبات الإثرائية

### الدوائر المتشابهة:

قد تتعجب إذا علمت أن أي دائرتين غير متطابقتين والعين في المستوى نفسه ولا تتشركان في نقاط داخلية، يمكنك نقل إحداها إلى الأخرى بأكثر من عدد واحد.



1) تبين الشكل المجاور إحدى طرق نقل الدائرة الصغيرة إلى الدائرة الكبيرة باستعمال التمدد. إذا أعطيت الدائرتان، فإنه يمكنك تحديد مركز التمدد بالطريقة التي توضحها المستقيمتان المرسومة في الشكل. وصف الطريقة التي يمكنك تحديد مركز التمدد بها.

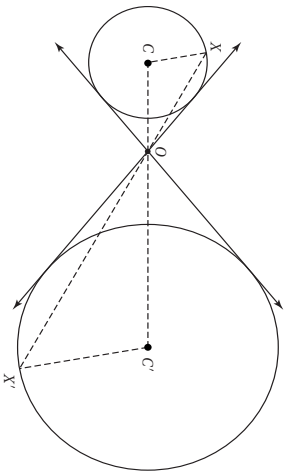
استعمل القطع المستقيمة المبنية في الشكل للتعبير عن معامل التمدد.

ارسم المماسين المشتركين الخارجيين للدائرتين، فشكل نقطة تقاطعهما هو مركز التمدد الذي يقيله  $\odot A'$  إلى  $\odot A$ . معامل التمدد  $\frac{AM'}{AM}$

2) في الشكل أدناه زرع آخر من الدوائر غير المتطابقة التي لا تشترك في أي نقطة داخلية، فاقد تبين لك من السؤال 1 أنه يمكنك الآن تحديد نقطة عن يسار الدائرة الصغرى تمثل مركز التمدد الذي ينقل  $\odot C$  إلى  $\odot C'$ ، أو جد مركز آخر لتمدد آخر ينقل  $\odot C$  إلى  $\odot C'$ ، ثم عين قطعاً مستقيمة ومماساً واستعملها للتعبير عن معامل التمدد.

ارسم المماسين المشتركين الداخليين للدائرتين، فشكل نقطة تقاطعهما هي مركز التمدد.

معامل التمدد  $\frac{C'X'}{CX}$



الفصل 7 التحولات الهندسية

35

الصف: الأول الثانوي

التاريخ \_\_\_\_\_

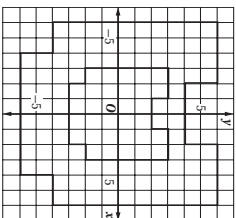
الاسم \_\_\_\_\_

## 7-6 تدريبات حل المسألة التمدد

4) تعتمد، برسم نمطاً صورياً لوضعها على لوحة، ويريد أن يزيد مساحة خطوط النجمة الخاصة أدناه بإجراء تمدد لها ومن ثم يقلل المساحة بين الشكل الأصلي والصورة. ارسم صورة النجمة الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة المبنية في الشكل ومعامله 1.5. **انظر الشكل.**



5) مخلفات، رسم سلمان في المستوى الإحداثي مخلفاتاً لمنصبةً يحددها قاعدة الاختلاف في المدرسة، وقد قرأ أن يصغرها لكي تكون صالحة للاستعمال في أماكن أصغر مساحةً من قاعة المدرسة.



أ) ارسم صورة هذا المخلف الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة (0, 0) ومعامله 0.5. **انظر الشكل.**

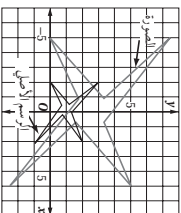
ب) إذا كان محيط الصورة الناتجة من التمدد 26 وحدة، فما محيط المخلف الأصلي؟ **52 وحدة.**

1) مركز التمدد، وضع سبيل صورة شكل نتجت عن تمدد فوق الشكل الأصلي، كما في الشكل أدناه، عين مركز هذا التمدد وارشح الطريقة التي اتبعتها لتعيينه.



انظر الشكل، هل النقاط وصورةها بقطب مستقيمة، فشكل نقطة التقاطع هي مركز التمدد.

2) معامل التمدد، رسم عمر شكلاً وصورة، الناتجة عن تمدد على المستوى الإحداثي نفسه، كما هو موضح أدناه: ما معامل هذا التمدد؟ **2.5.**



3) معلومات، إذا كان طول صورة سيارة على إعلان لبيع السيارات هو 4 ft، فما معامل التصغير، إذا كان طول السيارة الأصلي 91.4 ft

$\frac{1}{42}$

الفصل 7 التحولات الهندسية

34

الصف: الأول الثانوي