

الرياضيات

للف الثاني الثانوي

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الرابع: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Algebra 2

الرياضيات - الصف الثاني الثانوي
مصادر المعلم للأنشطة الصفية
أعدّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبع الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم.

وقد تم تخصيص صفحة أو أكثر لكل نوع من هذه التدريبات؛ لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء في داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له. وتشمل هذه التدريبات الأنواع التالية:

تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط. ولأهمية حل المسألة تم تخصيص صفحتين من تدريبات إعادة التعليم لكل درس من دروس حل المسألة؛ للتركيز على كيفية اختيار الخطة وتنفيذها، بالإضافة إلى مجموعة من التدريبات المناسبة لتطبيق تلك الخطة.

تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات غالباً على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس، وتتضمن تدريبات إضافية وسائل تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى المتوسط.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات على التوسع في مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى فوق المتوسط.

ملحق الإجابات:

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقاً بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصفّرة.

المقدمة 5

الدرس 4-1 العمليات على الدوال

تدريبات إعادة التعليم	6
تدريبات المهارات	8
تدريبات حل المسألة	9
التدريبات الإثرائية	10

الدرس 4-5 العمليات على العبارات الجذرية

تدريبات إعادة التعليم	26
تدريبات المهارات	28
تدريبات حل المسألة	29
التدريبات الإثرائية	30

الدرس 4-2 العلاقات والدوال العكسية

تدريبات إعادة التعليم	11
تدريبات المهارات	13
تدريبات حل المسألة	14
التدريبات الإثرائية	15

الدرس 4-6 الأسس النسبية

تدريبات إعادة التعليم	31
تدريبات المهارات	33
تدريبات حل المسألة	34
التدريبات الإثرائية	35

الدرس 4-3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي

تدريبات إعادة التعليم	16
تدريبات المهارات	18
تدريبات حل المسألة	19
التدريبات الإثرائية	20

الدرس 4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية

تدريبات إعادة التعليم	36
تدريبات المهارات	38
تدريبات حل المسألة	39
التدريبات الإثرائية	40
ملحق الإجابات	41

الدرس 4-4 الجذر النوني

تدريبات إعادة التعليم	21
تدريبات المهارات	23
تدريبات حل المسألة	24
التدريبات الإثرائية	25

تدريبات إعادة التعليم

4-1

العمليات على الدوال

العمليات الحسابية

$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	الجمع
$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	الطرح
$(f \cdot g)(x)=f(x) \cdot g(x)$	الضرب
$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$	القسمة

مثال أو جد $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \cdot g)(x)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ حيث $f(x)=x^2+3x-4$ و $g(x)=3x-2$.

جمع الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$.
بالتبسيط
طرح الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$.
بالتبسيط
ضرب الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$.
خاصية التوزيع
خاصية التوزيع
بالتبسيط
قسمة الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$.

$$\begin{aligned}
 (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\
 &= (x^2 + 3x - 4) + (3x - 2) \\
 &= x^2 + 6x - 6 \\
 (f-g)(x) &= f(x) - g(x) \\
 &= (x^2 + 3x - 4) - (3x - 2) \\
 &= x^2 - 2 \\
 (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\
 &= (x^2 + 3x - 4)(3x - 2) \\
 &= x^2(3x - 2) + 3x(3x - 2) - 4(3x - 2) \\
 &= 3x^3 - 2x^2 + 9x^2 - 6x - 12x + 8 \\
 &= 3x^3 + 7x^2 - 18x + 8 \\
 \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0 \\
 &= \frac{x^2 + 3x - 4}{3x - 2}, x \neq \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

تمارين:

أو جد $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \cdot g)(x)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$ ، $g(x)$ فيما يأتي:

$$f(x) = x^2 + x - 6; g(x) = x - 2 \quad (2) \quad f(x) = 8x - 3; g(x) = 4x + 5 \quad (1)$$

$$f(x) = 2x - 1; g(x) = 3x^2 + 11x - 4 \quad (4) \quad f(x) = 3x^2 - x + 5; g(x) = 2x - 3 \quad (3)$$

$$f(x) = x^2 - 1; g(x) = \frac{1}{x+1} \quad (5)$$

4-1

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

العمليات على الدوال

تركيب دالتين: لتكن f و g دالتين بحيث أن مدى g مجموعة جزئية من مجال f . فإن تركيب الدالتين $f \circ g$ يعرف بالمعادلة:
 $[f \circ g](x) = f[g(x)]$

مثال 1

إذا كانت $f = \{(1,2), (3,3), (2,4), (4,1)\}$ و $g = \{(1,3), (3,4), (2,2), (4,1)\}$ فأوجد $f \circ g$ و $g \circ f$ إذا كان ذلك ممكناً.

$$\begin{aligned} f[g(1)] &= f(3) = 3 & f[g(2)] &= f(2) = 4 & f[g(3)] &= f(4) = 1 & f[g(4)] &= f(1) = 2 \\ f \circ g &= \{(1,3), (2,4), (3,1), (4,2)\} & \text{أي أن:} & & & & & \\ g[f(1)] &= g(2) = 2 & g[f(2)] &= g(4) = 1 & g[f(3)] &= g(3) = 4 & g[f(4)] &= g(1) = 3 \\ g \circ f &= \{(1,2), (2,1), (3,4), (4,3)\} & \text{أي أن:} & & & & & \end{aligned}$$

مثال 2

أوجد $[h \circ g](x)$ و $[g \circ h](x)$ للدالتين $h(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = 3x - 4$

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(x^2 - 1) \\ &= 3(x^2 - 1) - 4 \\ &= 3x^2 - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= h(3x - 4) \\ &= (3x - 4)^2 - 1 \\ &= 9x^2 - 24x + 16 - 1 \\ &= 9x^2 - 24x + 15 \end{aligned}$$

تمارين:

أوجد $f \circ g$ و $g \circ f$ لكل زوج من الدوال، إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{aligned} f &= \{(5, -2), (9, 8), (-4, 3), (0, 4)\}, & (2) & & f &= \{(-1, 2), (5, 6), (0, 9)\}, & (1) \\ g &= \{(3, 7), (-2, 6), (4, -2), (8, 10)\} & & & g &= \{(6, 0), (2, -1), (9, 5)\} & \end{aligned}$$

أوجد $[f \circ g](x)$ و $[g \circ f](x)$ في كل مما يأتي، إذا كان ذلك ممكناً.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 1; g(x) = -4x^2 & (4) & & f(x) &= 2x + 7; g(x) = -5x - 1 & (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x + 4; g(x) = 3 - x & (6) & & f(x) &= x^2 + 2x; g(x) = x - 9 & (5) \end{aligned}$$

تدريبات المهارات

4-1

العمليات على الدوال

أوجد $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \cdot g)(x)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في كل مما يأتي:

$$f(x) = 3x + 1 \quad (2)$$

$$g(x) = 2x - 3$$

$$f(x) = x + 5 \quad (1)$$

$$g(x) = x - 4$$

$$f(x) = 3x^2 \quad (4)$$

$$g(x) = \frac{5}{x}$$

$$f(x) = x^2 \quad (3)$$

$$g(x) = 4 - x$$

أوجد $f \circ g$ و $g \circ f$ لكل زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكنًا:

$$f = \{(0, -3), (1, 2), (2, 2)\} \quad (6)$$

$$g = \{(-3, 1), (2, 0)\}$$

$$f = \{(0, 0), (4, -2)\} \quad (5)$$

$$g = \{(0, 4), (-2, 0), (5, 0)\}$$

$$f = \{(6, 6), (-3, -3), (1, 3)\} \quad (8)$$

$$g = \{(-3, 6), (3, 6), (6, -3)\}$$

$$f = \{(-4, 3), (-1, 1), (2, 2)\} \quad (7)$$

$$g = \{(1, -4), (2, -1), (3, -1)\}$$

أوجد $[g \circ h](x)$ و $[h \circ g](x)$ في كل مما يأتي، إذا كان ذلك ممكنًا:

$$g(x) = -3x \quad (10)$$

$$h(x) = 4x - 1$$

$$g(x) = 2x \quad (9)$$

$$h(x) = x + 2$$

$$g(x) = x - 3 \quad (12)$$

$$h(x) = x^2$$

$$g(x) = x - 6 \quad (11)$$

$$h(x) = x + 6$$

$$g(x) = x + 2 \quad (14)$$

$$h(x) = 2x^2 - 3$$

$$g(x) = 5x \quad (13)$$

$$h(x) = x^2 + x - 1$$

إذا كان $f(x) = 3x$ و $g(x) = x + 4$ و $h(x) = x^2 - 1$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$g[f(-1)] \quad (17)$$

$$g[h(0)] \quad (16)$$

$$f[g(1)] \quad (15)$$

$$h[f(10)] \quad (20)$$

$$g[h(-3)] \quad (19)$$

$$h[f(5)] \quad (18)$$

$$[f \circ (g \circ h)](-2) \quad (23)$$

$$[f \circ (h \circ g)](1) \quad (22)$$

$$f[h(8)] \quad (21)$$

4-1

تدريبات حل المسألة

العمليات على الدوال

(1) المساحة: يريد خالد إيجاد مساحة الشكل التالي المكون

من مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه (s) ومربع

طول ضلعه (s) . الدالة التي تعطي مساحة المثلث هي:

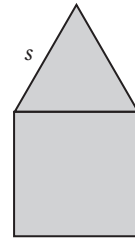
$$f(s) = \frac{\sqrt{3}}{4} s^2$$

والدالة التي تعطي مساحة المربع هي

$$g(s) = s^2$$

ما الدالة $h(s)$ التي تعطي مساحة الشكل

كاملاً بدلالة (s) ؟



(2) أسعار: قررت شركة حاسوب ضبط الأسعار

والخصومات لتبقى لديها القدرة على المنافسة. الدالة

$p(t)$ تعطي سعر البيع بالريال للحاسوب من الفئة A

بدلالة الزمن (t) . والدالة $D(t)$ تعطي قيمة خصم

خاص لتشجيع الزبائن الدائمين. فكم ريالاً سيدفع

زبون دائم ثمناً لشراء حاسوب من الفئة A بدلالة

الزمن (t) ؟

(3) حمى: قيس درجة حرارة حمى فكانت $2000^\circ F$ ، بدأت

الحمى تبرد بحيث أن درجة حرارتها بعد زمن (t)

تعطى بالدالة $T(t)$. إذا كانت $C(F)$ دالة تعطي درجة

الحرارة السيليزية بدلالة الدرجة الفهرنهايتية. فما الدالة

التي تعطي حرارة الحمى بالدرجات السيليزية بدلالة

الزمن (t) ؟

(4) هندسة: صممت مجموعة مهندسين آلة تدبيس ورق،

وكانت سرعة غرز الدبابيس (s) (بالأقدام لكل ثانية)

بدلالة طول ذراع الآلة (l) (بالبوصة) تعطي بالعلاقة

$$s(l) = 40 + 3l$$

وحددت مجموعة أخرى من المهندسين

عدد الأوراق N التي يمكن تدبيسها بدلالة السرعة (s)

$$N(s) = \frac{s-10}{3}$$

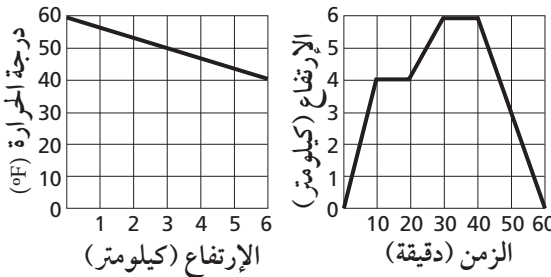
ما الدالة التي تعطي N بدلالة l ؟

(5) منطاد: ركب أحمد ومصعب منطاداً يسير بالهواء

الساخن لمدة ساعة واحدة. لتكن $T(A)$ درجة حرارة

الهواء الخارجي بدلالة ارتفاع المنطاد (A) . والدالة

التي تعطي ارتفاع المنطاد بدلالة الزمن (t) .



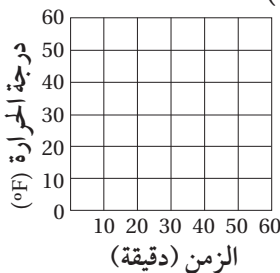
(a) ما الدالة التي تعطي درجة حرارة الهواء (T) بدلالة

الزمن (t) ؟

(b) ارسم الدالة التي حصلت عليها في الفرع a معتمداً

على الشكلين السابقين اللذين يمثلان الدالتين

$T(A)$ و $A(t)$.

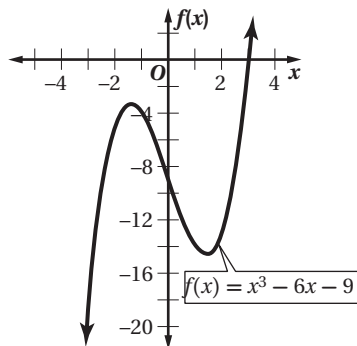


4-1

التدريبات الإثرائية

قيم عظمى محلية

x	$f(x)$
-2	-5
-1.5	-3.375
-1.4	-3.344
-1.3	-3.397
-1	-4

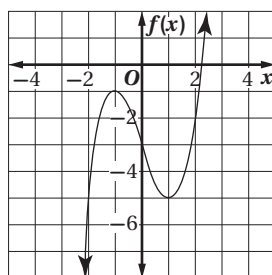


بيّن منحنى الدالة $f(x) = x^3 - 6x - 9$ المجاور وجود قيمة عظمى محلية للدالة بين القيمتين $f(-1)$ و $f(-2)$ ، ويمكنك الحصول على قيمة أكثر قرباً لهذه القيمة العظمى المحلية بمقارنة القيم في الجدول المجاور.

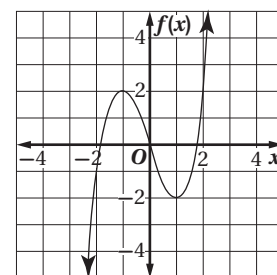
القيمة العظمى المحلية هي -3.3 لأقرب جزء من عشرة.

أوجد قيمة عظمى محلية لكل دالة ممثلة فيما يأتي مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

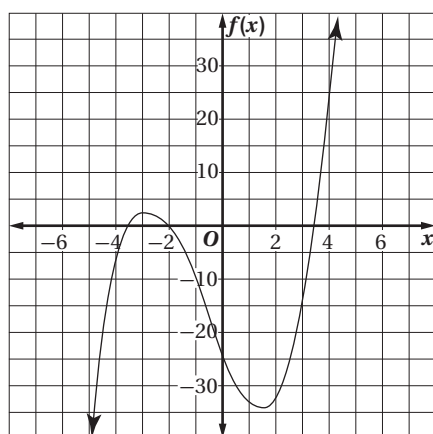
$$f(x) = x^3 - 3x - 3 \quad (2)$$



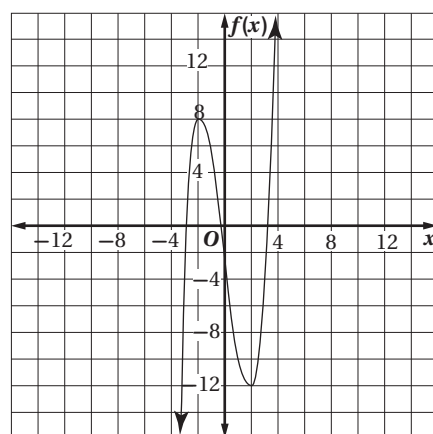
$$f(x) = x(x^2 - 3) \quad (1)$$



$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 12x - 24 \quad (4)$$



$$f(x) = x^3 - 9x - 2 \quad (3)$$



4-2

تدريبات إعادة التعليم

العلاقات والدوال العكسية

إيجاد الدالة العكسية

العلاقات العكسية	تكون كل من العلاقتين عكسية للأخرى، إذا وفقط إذا كان كل زوج مرتب مثل (a, b) ينتمي لإحدهما، فإن الزوج (b, a) ينتمي للأخرى.
خصائص الدوال العكسية	افرض أن f, f^{-1} دالتان كل منهما عكسية للأخرى، فإن: $f(a)=b$ ، إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(b)=a$.

مثال

أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ ، ثم مثل $f(x)$ ودالتها العكسية بيانياً.الخطوة 1: ضع y بدلاً من $f(x)$ في الدالة الأصلية.

$$f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$$

الخطوة 2: بدل x, y مع بعضهما

$$x = \frac{2}{5}y - \frac{1}{5}$$

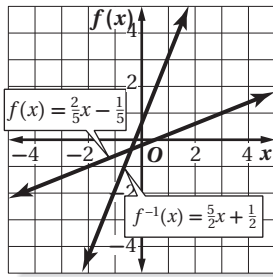
الخطوة 3: حل المعادلة السابقة في y .

$$x = \frac{2}{5}y - \frac{1}{5}$$

$$5x = 2y - 1$$

$$5x + 1 = 2y$$

$$\frac{1}{2}(5x + 1) = y$$

إذن، الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ هي $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(5x + 1)$ 

$$y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$$

بضرب الطرفين بالعدد 5.

بجمع العدد 1 للطرفين

بقسمة الطرفين على 2

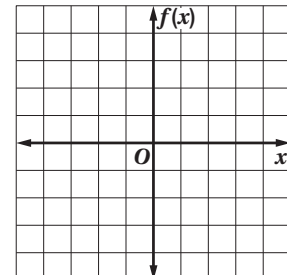
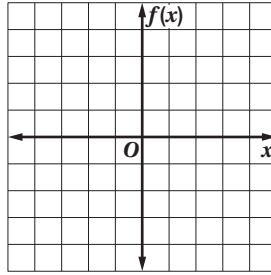
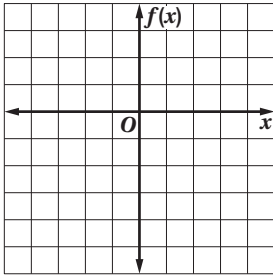
تمارين:

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي، ثم ارسم منحنى الدالة، ومنحنى الدالة العكسية.

$$f(x) = \frac{1}{4}x - 2 \quad (3)$$

$$f(x) = 2x - 3 \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 1 \quad (1)$$



4-2

تدريبات إعادة التعليم

العلاقات والدوال العكسية

(تتمة)

التحقق من الدالة العكسية

الدوال العكسية	تكون كل من الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان: $[g \circ f](x) = x$ و $[f \circ g](x) = x$
----------------	---

مثال 1

حدد إن كانت $f(x) = 2x - 7$ و $g(x) = \frac{1}{2}(x + 7)$ كل منهما دالة عكسية للأخرى أم لا.

$$[g \circ f](x) = g[f(x)]$$

$$= g(2x - 7)$$

$$= \frac{1}{2}(2x - 7 + 7)$$

$$= x$$

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

$$= f\left[\frac{1}{2}(x + 7)\right]$$

$$= 2\left[\frac{1}{2}(x + 7)\right] - 7$$

$$= x + 7 - 7$$

$$= x$$

إذن، الدالتان $f(x)$ و $g(x)$ كل منهما عكسية للأخرى.

مثال 2

حدد إن كانت $f(x) = 4x + \frac{1}{3}$ و $g(x) = \frac{1}{4}x - 3$ كل منهما دالة عكسية للأخرى أم لا.

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

$$= f\left(\frac{1}{4}x - 3\right)$$

$$= 4\left(\frac{1}{4}x - 3\right) + \frac{1}{3}$$

$$= x - 12 + \frac{1}{3}$$

$$= x - 11\frac{2}{3}$$

وبما أن $[f \circ g](x) \neq x$ ، فإن الدالتين ليست كل منهما عكسية للأخرى.

تمارين:

حدد إن كانت كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا في كل زوج مما يأتي. اكتب (نعم) أو (لا).

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2}x - 10 \\ g(x) &= 2x + \frac{1}{10} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{4}x + 5 \\ g(x) &= 4x - 20 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x - 1 \\ g(x) &= \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -2x + 3 \\ g(x) &= -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 8x - 12 \\ g(x) &= \frac{1}{8}x + 12 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 5 \\ g(x) &= 5x + 2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 4x + \frac{1}{2} \\ g(x) &= \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x - \frac{3}{5} \\ g(x) &= \frac{1}{10}(5x + 3) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 4x - \frac{1}{2} \\ g(x) &= \frac{1}{4}x + \frac{1}{8} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 9 + \frac{3}{2}x \\ g(x) &= \frac{2}{3}x - 6 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 4x - \frac{4}{5} \\ g(x) &= \frac{x}{4} + \frac{1}{5} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 10 - \frac{x}{2} \\ g(x) &= 20 - 2x \end{aligned} \quad (10)$$

تدريبات المهارات

4-2

العلاقات والدوال العكسية

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي:

$$\{(-7, 1), (0, 5), (5, -1)\} \quad (2)$$

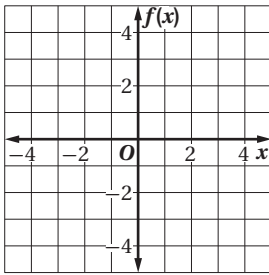
$$\{(3, 1), (4, -3), (8, -3)\} \quad (1)$$

$$\{(0, -9), (5, -3), (6, 6), (8, -3)\} \quad (4) \quad \{(-10, -2), (-7, 6), (-4, -2), (-4, 0)\} \quad (3)$$

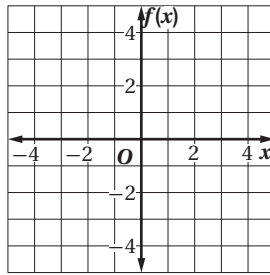
$$\{(-4, 1), (-4, 3), (0, -8), (8, -9)\} \quad (6) \quad \{(-4, 12), (0, 7), (9, -1), (10, -5)\} \quad (5)$$

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي، ثم مثل الدالتين الأصلية والعكسية بيانياً.

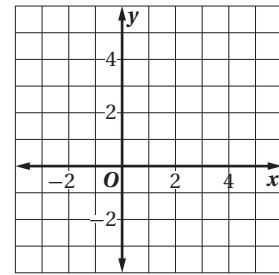
$$f(x) = x + 2 \quad (9)$$



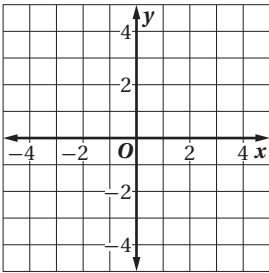
$$f(x) = 3x \quad (8)$$



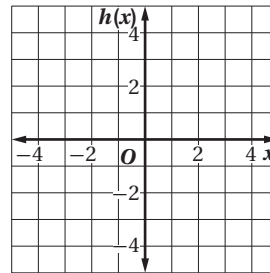
$$y = 4 \quad (7)$$



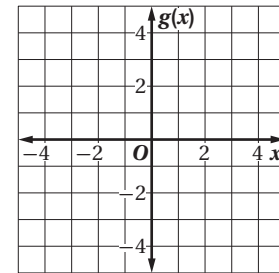
$$y = \frac{2}{3}x + 2 \quad (12)$$



$$h(x) = \frac{1}{4}x \quad (11)$$



$$g(x) = 2x - 1 \quad (10)$$



حدد إن كانت كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا في كل زوج مما يأتي. اكتب (نعم) أو (لا).

$$f(x) = 5x - 5 \quad (15)$$

$$f(x) = 2x + 3 \quad (14)$$

$$f(x) = x - 1 \quad (13)$$

$$g(x) = \frac{1}{5}x + 1$$

$$g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$g(x) = 1 - x$$

$$f(x) = 8x - 10 \quad (18)$$

$$h(x) = 6x - 2 \quad (17)$$

$$f(x) = 2x \quad (16)$$

$$g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$$

$$g(x) = \frac{1}{6}x + 3$$

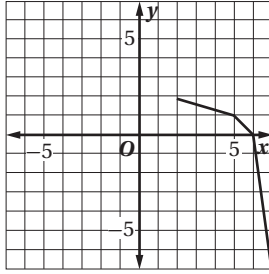
$$g(x) = \frac{1}{2}x$$

4-2

تدريبات حل المسألة

العلاقات والدوال العكسية

- (4) وجد فهد تمثيلاً بيانياً غير مكتمل لدالة ما، ويعلم أن الدالة هي دالة عكسية لنفسها، الشكل التالي يمثل الجزء الذي وجدته فهد. أكمل تمثيل جزء المنحنى المقابل لقيم x من -7 إلى 2.



- (5) الكواكب: المسافة التقريبية بين أحد الكواكب والشمس تُعطى بالمعادلة: $d = T^{\frac{2}{3}}$ ، حيث d المسافة بالوحدات الفلكية، و T مدة دورته بالسنوات على الأرض. (الوحدة الفلكية هي المسافة بين الأرض والشمس). أوجد T بدلالة d .

- (1) الحجم: يريد عامر أن يصنع وعاءً كروي الشكل يتسع لنصف متر مكعب من الماء. ويعلم أن حجمه V بدلالة نصف قطره r يُعطى بالدالة $V = \frac{4}{3} \pi r^3$. ولكنه يريد معرفة r بدلالة V . أوجد هذه الدالة العكسية.

- (2) تمارين رياضية: وضع سالم برنامجاً لممارسة التمارين الرياضية بانتظام، ولتحقيق أكبر فائدة ممكنة، حسب سالم أقصى معدل لعدد ضربات القلب مستعملاً الدالة $f(x) = 0.85(220 - x)$ ، حيث x تمثل عمره. أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x)$.

- (3) صواريخ: ارتفاع صاروخ بالأقدام كدالة في الزمن (t) (بالثانية) حيث $t \geq 0$ يُعطى بالدالة $f(t) = 49t^2$. أوجد الدالة العكسية للدالة f . وحدد الزمن عندما كان الارتفاع 10 و 20 و 1000 قدم. قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من الثانية.

4-2

التدريبات الإثرائية

قراءة في الجبر

كلمة زمرة لها معنى خاص في الرياضيات، والعبارات المرقمة التالية توضح فكرة الزمرة، وهي مثال ممتع للزمرة أيضًا.

(1) إن أي مجموعة من العناصر مع عملية ثنائية عليها تشكل زمرة إذا تحققت الشروط الأربعة الآتية: المجموعة مغلقة تحت تأثير العملية، والعملية تجميعية، ويوجد في المجموعة عنصر محايد، وكل عنصر في المجموعة له نظير في المجموعة نفسها.

(2) والدوال الست التالية مع عملية تركيب الدوال تشكل زمرة:

$$f_1(x)=x, f_2(x)=\frac{1}{x}, f_3(x)=1-x, f_4(x)=\frac{(x-1)}{x}, f_5(x)=\frac{x}{(x-1)}, f_6(x)=\frac{1}{(1-x)}$$

(3) هذه الزمرة مثال للزمر غير التبديلية. فمثلاً $f_2 \circ f_3 = f_6$ بينما $f_3 \circ f_2 = f_4$.

(4) يمكن تجريب بعض الحالات للتحقق من أن f_1 عنصر محايد لهذه الزمرة.

(5) كل دالة هي دالة عكسية لنفسها باستثناء الدالتين f_4 و f_6 اللتين كل منهما دالة عكسية للأخرى.

أجب عن كل من الأسئلة الآتية:

(1) اشرح المقصود بالقول "مجموعة مغلقة تحت تأثير عملية". هل مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة مغلقة تحت تأثير عملية الطرح؟

(2) الطرح عملية غير إبدالية على مجموعة الأعداد الصحيحة. اكتب تعريفاً من عندك للعملية غير الإبدالية.

(3) ما العنصر المحايد لعملية الضرب على الأعداد الصحيحة؟ برر إجابتك.

(4) اشرح كيف ترتبط العبارة الآتية مع العبارة رقم (5) السابقة.

$$(f_6 \circ f_4)(x) = f_6[f_4(x)] = f_6\left(\frac{(x-1)}{x}\right) = \frac{1}{1 - \frac{(x-1)}{x}} = x = f_1(x)$$

4-3

تدريبات إعادة التعليم

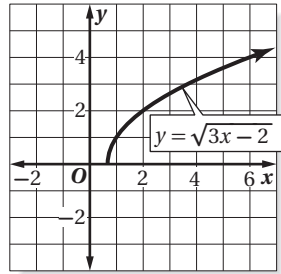
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

دوال الجذر التربيعي: الدالة التي تحتوي على الجذر التربيعي تسمى **دالة الجذر التربيعي**، ومجالها جميع القيم التي يكون عندها ما تحت الجذر موجباً أو صفراً.

مثال

مثل الدالة $y = \sqrt{3x-2}$ بياناً، وأوجد مجالها ومداها.

بما أن ما تحت الجذر التربيعي لا يكون سالباً، فإن مجال الدالة هو $3x-2 \geq 0$ ، ومنه تكون $x \geq \frac{2}{3}$. ومقطع المنحنى مع المحور x هو $\frac{2}{3}$ ، والمدى هو $y \geq 0$.
صمم جدولاً لبعض قيم x, y ، واستعمله في تمثيل الدالة.

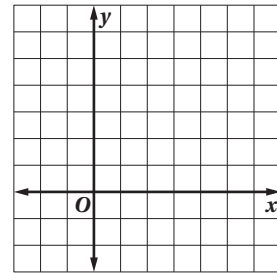


x	y
$\frac{2}{3}$	0
1	1
2	2
3	$\sqrt{7}$

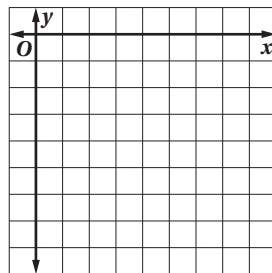
تمارين:

مثل كل دالة بياناً، وأوجد مجالها ومداها.

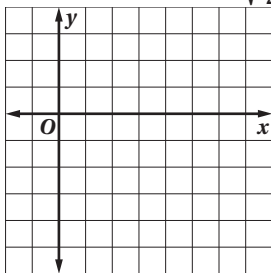
(1) $y = \sqrt{2x}$



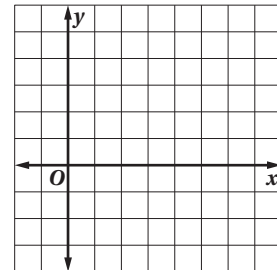
(2) $y = -3\sqrt{x}$



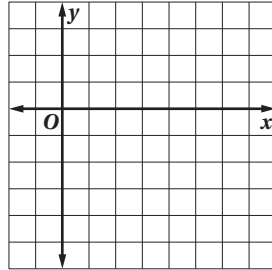
(3) $y = -\sqrt{\frac{x}{2}}$



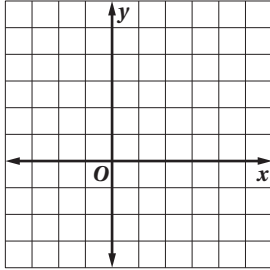
(4) $y = 2\sqrt{x-3}$



(5) $y = -\sqrt{2x-3}$



(6) $y = \sqrt{2x+5}$



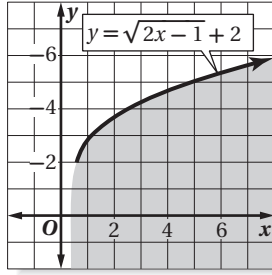
4-3

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

متباينات الجذر التربيعي: المتباينة التي تحتوي الجذر التربيعي لمتغير تسمى **متباينة الجذر التربيعي**. استعمل معلوماتك حول تمثيل دوال الجذر التربيعي، والمتباينات بيانياً، في تمثيل متباينات الجذر التربيعي.

مثل المتباينة $y \leq \sqrt{2x-1} + 2$ بيانياً.

مثال 1

مثل المعادلة المرتبطة بالمتباينة: $y = \sqrt{2x-1} + 2$

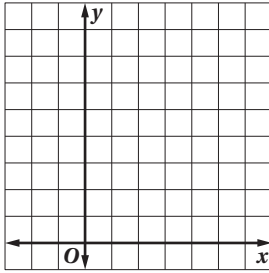
المنحنى متضمن في حل المتباينة كما هو في الشكل المجاور.

يتضمن مجال الدالة القيم $x \geq \frac{1}{2}$ لذا يكون التمثيل البياني للمتباينة واقعاً على يمين المستقيم $x = \frac{1}{2}$

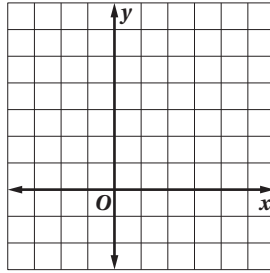
تمارين:

مثل كل متباينة بيانياً:

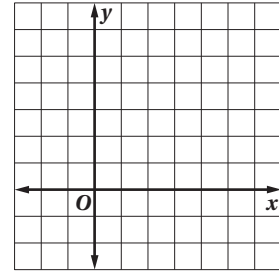
(3) $y < 3\sqrt{2x-1}$



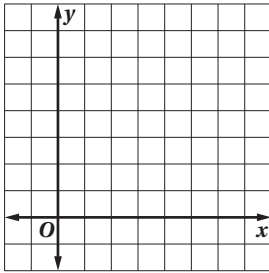
(2) $y > \sqrt{x+3}$



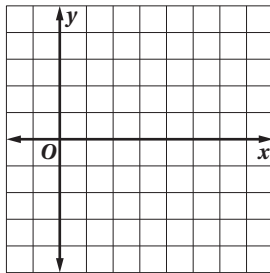
(1) $y < 2\sqrt{x}$



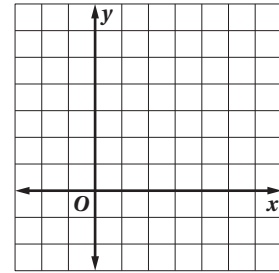
(6) $y > 2\sqrt{2x-3}$



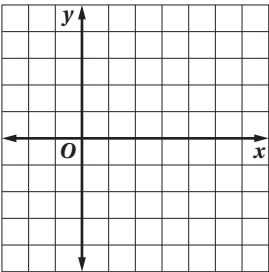
(5) $y \geq \sqrt{x+1} - 4$



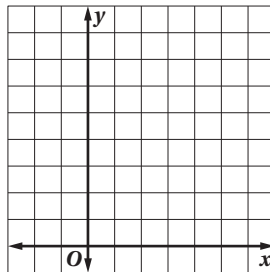
(4) $y < \sqrt{3x-4}$



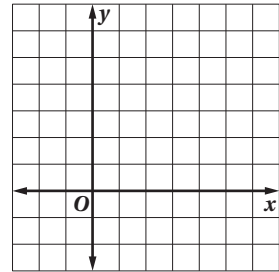
(9) $y < 2\sqrt{2x-1} - 4$



(8) $y \leq \sqrt{4x-2} + 1$



(7) $y \geq \sqrt{3x+1} - 2$



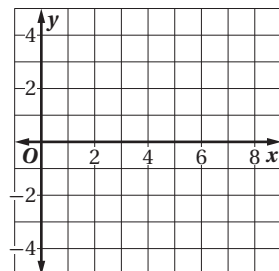
4-3

تدريبات المهارات

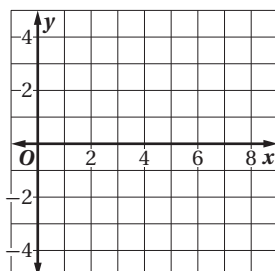
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

مثّل كل دالة بيانياً، وأوجد مجالها ومداها

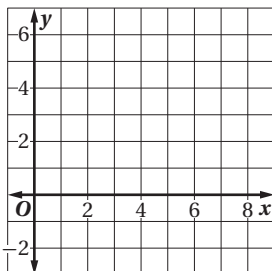
(1) $y = \sqrt{2x}$



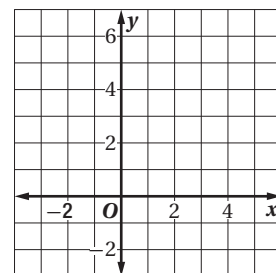
(2) $y = -\sqrt{3x}$



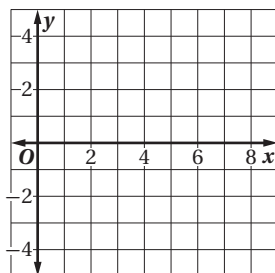
(3) $y = 2\sqrt{x}$



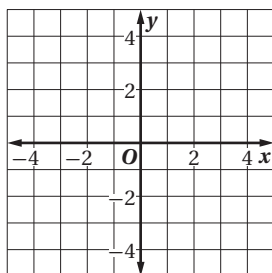
(4) $y = \sqrt{x+3}$



(5) $y = -\sqrt{2x-5}$

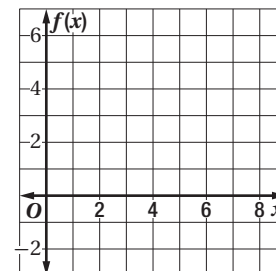


(6) $y = \sqrt{x+4} - 2$

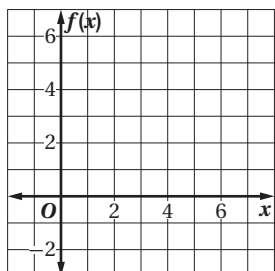


مثّل كل متباينة بيانياً:

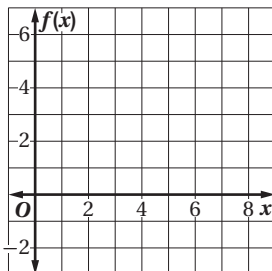
(7) $f(x) < \sqrt{4x}$



(8) $f(x) \geq \sqrt{x+1}$



(9) $f(x) \leq \sqrt{4x-3}$

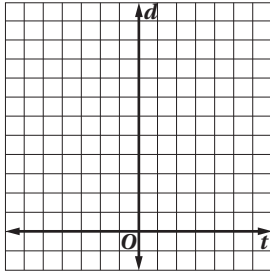


4-3

تدريبات حل المسألة

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

- (4) **مسافات:** يقف مدرب فريق درّاجات على جانب طريق يراقب أحد الدراجين الذين يدرهم أثناء سيره على الطريق، والمسافة بين المدرب والدراج تُعطى بالعلاقة $d = \sqrt{9 + 36t^2}$. مثل هذه الدالة بياناً. وأوجد المسافة بين المدرب والدراج بعد 3 ثواني. قرب إجابتك لأقرب جزء من مئة



- (5) **الانجوم:** تتناسب كثافة الضوء المنبعث من مصدر عكسياً مع مربع المسافة، وبالرموز $I = \frac{k}{d^2}$ ، حل المعادلة لإيجاد d بدلالة I

- (1) **مربعات:** يريد محمود إنشاء حديقة منزلية مربعة الشكل مساحتها $625 ft^2$. ما أبعاد الحديقة؟

- (2) **البندول:** الزمن الذي يستغرقه بندول للتحرك اهتزازة كاملة يُعطى بالعلاقة:

$$p = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

حيث L طول البندول بالأمتار، و g تسارع الجاذبية الأرضية ($g = 9.8 m/s^2$).

أوجد زمن اهتزازة بندول طوله $0.65 m$ ، قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

- (3) **ردة الفعل:** يريد صالح وسعد قياس ردات فعل بعضهما بعضاً. يُسقط صالح مسطرة من ارتفاع معين لتسقط بين، إصبعي يد سعد (الإبهام والسبابة). ويحاول سعد الإمساك بالمسطرة قبل أن تسقط من يده. الزمن المطلوب للإمساك بالمسطرة يُعطى

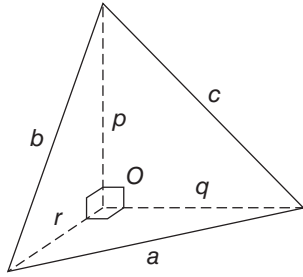
بالعلاقة $t = \frac{\sqrt{d}}{4}$ ، حيث d مقاسة بالأقدام. أكمل الجدول التالي. قرب إجابتك لأقرب جزء من مئة.

المسافة (بالبوصة)	زمن ردة الفعل (بالثواني)
3	
6	
9	
12	

4-3

التدريبات الإثرائية

قراءة في الجبر

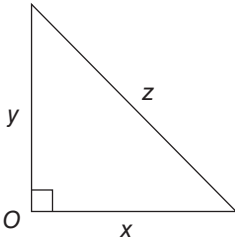


إذا تشابهت مسألتان رياضيتان في البنية فيقال أنهما متماثلتان.
واستعمال المماثل إحدى الطرق للاستكشاف، وبرهنة النظريات الجديدة.
والعبارات المرقمة التالية تبين المماثل ثلاثي الأبعاد لنظرية فيثاغورس.

(1) افرض أن لديك مجسمًا رباعي السطوح فيه ثلاثة أوجه متعامدة تلتقي في الرأس O .

(2) وافرض أنك تريد معرفة ارتباط المساحات C, B, A للأوجه الثلاثة المتعامدة بمساحة السطح الرابع (D) المقابل للرأس O .

(3) من الطبيعي أن تتوقع صيغة مماثلة لنظرية فيثاغورس $z^2 = x^2 + y^2$ ، وتكون صحيحة للحالات المشابهة ذات البعدين.



(4) لتكتشف الصيغة في حالة الأشكال ثلاثية الأبعاد، عليك أن تقترح صيغة، وتبرهن صحتها.

(5) الاقتراحان التاليان معقولان:

$$D^3 = A^3 + B^3 + C^3 \text{ و } D^2 = A^2 + B^2 + C^2$$

بالرجوع إلى العبارات المرقمة السابقة، أجب عن الأسئلة التالية:

(1) استعمل العبارة رقم 1 والشكل العلوي. اكتب تعريفًا من عندك للشكل رباعي السطوح.

(2) استعمل العبارة رقم 2 والشكل العلوي. ما أطوال أضلاع كل سطح في الشكل رباعي السطوح؟

(3) أعد كتابة العبارة رقم 1 لتناسب وضعًا مماثلًا ذا بعدين.

(4) بالرجوع إلى الشكل العلوي، اكتب عبارات للمساحات A و B و C المذكورة في العبارة رقم 2.

(5) اكتب عبارات للمتغيرات a و b و c بدلالة p و q و r ، ولتكتشف حالة مماثلة ذات ثلاثة أبعاد، استعمل نظرية فيثاغورس للحصول على هذه العبارات.

(6) أي اقتراح في العبارة رقم 5 يبدو أكثر معقولة؟ برّر إجابتك.

تدريبات إعادة التعليم

الجذر النوني

4-4

تبسيط الجذور

الجذر التربيعي	لأي عددين حقيقيين a, b ، إذا كان $a^2 = b$ ، فإن a جذر تربيعي لـ b
الجذر النوني	لأي عددين حقيقيين a, b ، وأي عدد صحيح موجب n ، إذا كان $a^n = b$ ، فإن a جذر نوني للعدد b .
الجذور النونية الحقيقية $\sqrt[n]{b}$ و $-\sqrt[n]{b}$	إذا كان n عددًا زوجيًا، و $b > 0$ ، فإن b له جذر حقيقي واحد موجب، وجذر حقيقي واحد سالب، الجذر الموجب هو الجذر الرئيس. إذا كان n عددًا فرديًا و $b > 0$ ، فإن b له جذر حقيقي واحد موجب. إذا كان n عددًا زوجيًا و $b < 0$ ، فإنه لا يوجد للعدد b جذور حقيقية. إذا كان n عددًا فرديًا و $b < 0$ ، فإنه يوجد للعدد b جذر حقيقي واحد سالب.

مثال 2

بسط $-\sqrt[3]{(2a-1)^6}$

$$-\sqrt[3]{(2a-1)^6} = -\sqrt[3]{[(2a-1)^2]^3} = -(2a-1)^2$$

مثال 1

بسط $\sqrt{49z^8}$

$$\sqrt{49z^8} = \sqrt{(7z^4)^2} = 7z^4$$

z^4 عدد موجب، فلا داعي لأخذ القيمة المطلقة

تمارين:

بسط كلًا مما يأتي:

- (1) $\sqrt{81}$
- (2) $\sqrt[3]{-343}$
- (3) $\sqrt{144p^6}$
- (4) $\pm \sqrt{4a^{10}}$
- (5) $\sqrt[5]{243p^{10}}$
- (6) $-\sqrt[3]{m^6n^9}$
- (7) $\sqrt[3]{-b^{12}}$
- (8) $\sqrt{16a^{10}b^8}$
- (9) $\sqrt{121x^6}$
- (10) $\sqrt{(4k)^4}$
- (11) $\pm \sqrt{169r^4}$
- (12) $-\sqrt[3]{-27p^6}$
- (13) $-\sqrt{625y^2z^4}$
- (14) $\sqrt{36q^{34}}$
- (15) $\sqrt{100x^2y^4z^6}$
- (16) $\sqrt[3]{-0.027}$
- (17) $-\sqrt{-0.36}$
- (18) $\sqrt{0.64p^{10}}$
- (19) $\sqrt[4]{(2x)^8}$
- (20) $\sqrt{(11y^2)^4}$
- (21) $\sqrt[3]{(5a^2b)^6}$
- (22) $\sqrt{(3x-1)^2}$
- (23) $\sqrt[3]{(m-5)^6}$
- (24) $\sqrt{36x^2-12x+1}$

4-4

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

الجزر النوني

تقريب الجذور باستعمال الآلة الحاسبة

العدد غير النسبي	هو العدد الذي لا يمكن التعبير عنه بكسر عشري منتهٍ أو دوري.
------------------	--

الجذور مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ أمثلة للأعداد غير النسبية. ويُستعمل تقريب الكسور العشرية في تقريب قيم الأعداد غير النسبية في التطبيقات عادة. ويمكنك إيجاد هذه القيم التقريبية بسهولة بوساطة الآلة الحاسبة.

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة $\sqrt[5]{18.2}$ مقربة لأقرب جزء من ألف.

مثال

$$\sqrt[5]{18.2} \approx 1.787$$

تمارين:

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربة إلى أقرب جزء من ألف.

$$\sqrt[3]{0.054} \quad (3) \quad \sqrt{1050} \quad (2) \quad \sqrt{62} \quad (1)$$

$$\sqrt{18600} \quad (6) \quad \sqrt{5280} \quad (5) \quad -\sqrt[4]{5.45} \quad (4)$$

$$\sqrt[5]{100} \quad (9) \quad \sqrt[3]{-15} \quad (8) \quad \sqrt{0.095} \quad (7)$$

$$\sqrt{0.05} \quad (12) \quad \sqrt{3200} \quad (11) \quad \sqrt[6]{856} \quad (10)$$

$$-\sqrt[4]{500} \quad (15) \quad \sqrt{0.60} \quad (14) \quad \sqrt{12500} \quad (13)$$

$$\sqrt{75} \quad (18) \quad \sqrt[6]{4200} \quad (17) \quad \sqrt[3]{0.15} \quad (16)$$

(19) الانزلاق: تستعمل شرطة السير الصيغة $r=2\sqrt{5L}$ لتقدير سرعة سيارة (r) بالأميال لكل ساعة، عندما تنزلق مسافة (L) بالأقدام. قُدّر سرعة سيارة بالأميال لأقرب جزء من عشرة إذا انزلقت مسافة 300 ft قبل أن تتوقف.

(20) رحلات الفضاء: تُقدر المسافة الأفقية (d) بالأميال من مركبة فضائية تدور على ارتفاع (h) ميلاً فوق سطح الأرض بالمعادلة $d=\sqrt{8000h+h^2}$. ما المسافة الأفقية المقدرة من مركبة تدور على ارتفاع 150 ميلاً فوق سطح الأرض؟

تدريبات المهارات

4-4

الجذر النوني

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربة لثلاث منازل عشرية.

$$\sqrt{230} \quad (1) \quad \sqrt{38} \quad (2)$$

$$-\sqrt{152} \quad (3) \quad \sqrt{5.6} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{88} \quad (5) \quad \sqrt[3]{-222} \quad (6)$$

$$-\sqrt[4]{0.34} \quad (7) \quad \sqrt[5]{500} \quad (8)$$

بسط كلاً مما يأتي:

$$\pm\sqrt{81} \quad (9) \quad \sqrt{144} \quad (10)$$

$$\sqrt{(-5)^2} \quad (11) \quad \sqrt{-5^2} \quad (12)$$

$$\sqrt{0.36} \quad (13) \quad -\sqrt{\frac{4}{9}} \quad (14)$$

$$\sqrt[3]{-8} \quad (15) \quad -\sqrt[3]{27} \quad (16)$$

$$\sqrt[3]{0.064} \quad (17) \quad \sqrt[5]{32} \quad (18)$$

$$\sqrt[4]{81} \quad (19) \quad \sqrt{y^2} \quad (20)$$

$$\sqrt[3]{125c^3} \quad (21) \quad \sqrt{64x^6} \quad (22)$$

$$\sqrt[3]{-27a^6} \quad (23) \quad \sqrt{m^8p^4} \quad (24)$$

$$-\sqrt{100p^4t^2} \quad (25) \quad \sqrt[4]{16w^4v^8} \quad (26)$$

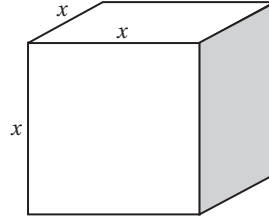
$$\sqrt{(-3c)^4} \quad (27) \quad \sqrt{(a+b)^2} \quad (28)$$

4-4

تدريبات حل المسألة

الجذر النوني

- (1) مكعبات: يريد سعود بناء مخزن مكعب الشكل سعته 1728 قدمًا مكعبًا. كم ستكون أبعاد المخزن؟



- (4) البندول: يتحرك بندول طوله (L) قدمًا على أن يكون زمن الاهتزاز الواحدة (T) يُعطى بالعلاقة $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، تسارع الجاذبية الأرضية وهي 32 ft/s^2 .

(a) إذا كان طول البندول 2 ft ، فما زمن اهتزازه؟

(b) إذا كان زمن اهتزازة بندول 1.74 s ، فما طول البندول بالأقدام.

- (2) الفلك: تمثل المعادلة $a = \sqrt[3]{p^2}$ حالة خاصة لقانون كبلر الثالث المتعلق بحركة الكواكب. حيث a معدل بُعد الكوكب عن الشمس بالوحدات الفلكية، و p الفترة الزمنية بالسنوات لدورة الكوكب. إذا كانت دورة كوكب المشتري تستغرق 12 سنة. فما بُعد كوكب المشتري عن الشمس بالوحدات الفلكية؟

- (3) هامش الربح: تبلغ تكاليف سلعة لدى تاجر جملة D ريالاً، وبيعه لتاجر توزيع بربح $P\%$. وبيعه لتاجر التجزئة للتوزيع بربح $P\%$. وبيعه لتاجر التجزئة للمستهلك بربح $P\%$. ما السعر الذي يشتري به المستهلك؟ وإذا اشترى المستهلك السلعة بمبلغ 80 ريالاً، وكانت تكلفتها على تاجر الجملة 29.15 ريالاً. فما نسبة الربح $P\%$.

4-4

التدريبات الإثرائية

تقريب الجذور التربيعية

لديك المفكوك التالي:

$$\begin{aligned}\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 &= a^2 + \frac{2ab}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ &= a^2 + b + \frac{b^2}{4a^2}\end{aligned}$$

افترض أن قيمة a كبيرة جدًا مقارنة بقيمة b . عندها تكون القيمة $\frac{b^2}{4a^2}$ صغيرة جدًا، لدرجة أنه يمكن إهمالها في التقريب.

$$\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 \approx a^2 + b \quad \text{أي أن}$$

$$a + \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 + b}$$

افترض أن عددًا يمكن التعبير عنه على الصورة $a^2 + b$ ، حيث $a > b$ ، فإن القيمة التقريبية للجذر التربيعي للمقدار $a^2 + b$ تساوي $a + \frac{b}{2a}$. وكذلك يمكنك التوصل إلى القيمة التقريبية

$$a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b}$$

مثال

استخدم الصيغة $\sqrt{a^2 \pm b} \approx a \pm \frac{b}{2a}$ لتقريب قيمتي $\sqrt{622}$ و $\sqrt{101}$.

$$\sqrt{622} = \sqrt{625 - 3} = \sqrt{25^2 - 3} \quad (b)$$

$$\begin{aligned}\text{لتكن } a = 25 \text{ و } b = 3 \\ \sqrt{622} &\approx 25 - \frac{3}{2(25)} \\ &\approx 24.94\end{aligned}$$

$$\sqrt{101} = \sqrt{100 + 1} = \sqrt{10^2 + 1} \quad (a)$$

$$\begin{aligned}\text{لتكن } a = 10 \text{ و } b = 1 \\ \sqrt{101} &\approx 10 + \frac{1}{2(10)} \\ &\approx 10.05\end{aligned}$$

تمارين:

استعمل الصيغة السابقة لتقريب كل قيمة مما يأتي إلى أقرب جزء من مئة. تحقق من إجابتك مستعملًا الآلة الحاسبة.

$$\sqrt{402} \quad (3)$$

$$\sqrt{99} \quad (2)$$

$$\sqrt{626} \quad (1)$$

$$\sqrt{80} \quad (6)$$

$$\sqrt{223} \quad (5)$$

$$\sqrt{1604} \quad (4)$$

$$\sqrt{3575} \quad (9)$$

$$\sqrt{2505} \quad (8)$$

$$\sqrt{4890} \quad (7)$$

$$\sqrt{260} \quad (12)$$

$$\sqrt{290} \quad (11)$$

$$\sqrt{1441100} \quad (10)$$

$$(13) \text{ يبين أن } a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b} \text{ حيث } a > b.$$

4-5

تدريبات إعادة التعليم

العمليات على العبارات الجذرية

تبسيط الجذور

لأي عددين حقيقيين a و b ، وأي عدد صحيح $n > 1$:	
(1) إذا كان n عددًا زوجيًا، a, b غير سالبين، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.	خاصية ضرب الجذور
(2) إذا كان n عددًا فرديًا، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.	

اتبع الخطوات التالية لتبسيط الجذور التربيعية:

- (1) حلل ما تحت الجذور إلى مربعات ما أمكن ذلك.
- (2) استعمل خاصية ضرب الجذور لفصل المربعات الكاملة.
- (3) بسّط كل جذر.

لأي عددين حقيقيين a و b ، $b \neq 0$ ، وأي عدد صحيح $n > 1$ فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ إذا كانت جميع الجذور معروفة.	خاصية قسمة الجذور
--	-------------------

للتخلص من الجذور في المقام، والكسور من المقدار تحت الجذور، اضرب كلاً من البسط والمقام بمقدار يسهل إيجاد الجذر الدقيق (إنطاق المقام).

مثال 2

$$\sqrt{\frac{8x^3}{45y^5}}$$

بسط

$$\sqrt{\frac{8x^3}{45y^5}} = \frac{\sqrt{8x^3}}{\sqrt{45y^5}}$$

خاصية قسمة الجذور

$$= \frac{\sqrt{(2x)^2 \cdot 2x}}{\sqrt{(3y^2)^2 \cdot 5y}}$$

بالتحليل إلى مربعات

$$= \frac{\sqrt{(2x)^2} \cdot \sqrt{2x}}{\sqrt{(3y^2)^2} \cdot \sqrt{5y}}$$

خاصية الضرب

$$= \frac{2|x|\sqrt{2x}}{3y^2\sqrt{5y}}$$

بالتبسيط

$$= \frac{2|x|\sqrt{2x}}{3y^2\sqrt{5y}} \cdot \frac{\sqrt{5y}}{\sqrt{5y}}$$

بانطاق المقام

$$= \frac{2|x|\sqrt{10xy}}{15y^3}$$

بالتبسيط

مثال 1

$$\sqrt[3]{-16a^5b^7}$$

بسط

$$\sqrt[3]{-16a^5b^7} = \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot (b^2)^3 \cdot b}$$

$$= -2ab^2\sqrt[3]{2a^2b}$$

تمارين:

بسط كلاً مما يأتي:

$$\sqrt{75x^4y^7} \quad (3)$$

$$\sqrt[4]{32a^9b^{20}} \quad (2)$$

$$5\sqrt{54} \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{\frac{p^5q^3}{40}} \quad (6)$$

$$\sqrt{\frac{a^6b^3}{98}} \quad (5)$$

$$\sqrt{\frac{36}{125}} \quad (4)$$

4-5

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

العمليات على العبارات الجذرية

العمليات على الجذور: يمكنك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات تحتوي على جذور. ويكون جذران متشابهين إذا كان لهما الدليل نفسه، وما تحت الجذر نفسه.

تستعمل خصائص الضرب والقسمة في ضرب الجذور، ولإيجاد ناتج $(a\sqrt{b}+c\sqrt{d}) \cdot (e\sqrt{f}+g\sqrt{h})$ استعمل خاصية التوزيع. ولإنطاق المقام استعمل المرافق. تُعد كل من ثنائيي الحد اللتين على الصورة $a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$ حيث a, b, c, d أعداد نسبية، مرافقة للأخرى. وحاصل ضرب المقدار بمرافقه عدد نسبي دائماً.

مثال 1

$$\text{بسط } 2\sqrt{50} + 4\sqrt{500} - 6\sqrt{125}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{50} + 4\sqrt{500} - 6\sqrt{125} &= 2\sqrt{5^2 \cdot 2} + 4\sqrt{10^2 \cdot 5} - 6\sqrt{5^2 \cdot 5} \\ &= 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 10 \cdot \sqrt{5} - 6 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{2} + 40\sqrt{5} - 30\sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{2} + 10\sqrt{5} \end{aligned}$$

بتبسيط العبارات الجذرية

بالضرب

بدمج الحدود المتشابهة

مثال 2

$$\text{بسط } (2\sqrt{3}-4\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})$$

$$\begin{aligned} (2\sqrt{3}-4\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2}) &= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \\ &= 6 + 4\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 16 \\ &= -10 \end{aligned}$$

مثال 3

$$\text{بسط } \frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} \frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} &= \frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \cdot \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \\ &= \frac{6-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{3^2-(\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{6-5\sqrt{5}+5}{9-5} \\ &= \frac{11-5\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

تمارين:

بسط كل ما يأتي:

$$\sqrt{300} - \sqrt{27} - \sqrt{75} \quad (3)$$

$$\sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{45} \quad (2)$$

$$3\sqrt{2} + \sqrt{50} - 4\sqrt{8} \quad (1)$$

$$2\sqrt{3}(\sqrt{15} + \sqrt{60}) \quad (6)$$

$$\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12}) \quad (5)$$

$$\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{24} \quad (4)$$

$$(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})(2\sqrt{8} + \sqrt{5}) \quad (9)$$

$$(6\sqrt{3} - 4\sqrt{2})(3\sqrt{3} + \sqrt{2}) \quad (8)$$

$$(2 + 3\sqrt{7})(4 + \sqrt{7}) \quad (7)$$

$$\frac{5-3\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}} \quad (12)$$

$$\frac{4+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \quad (11)$$

$$\frac{5\sqrt{48} + \sqrt{75}}{5\sqrt{3}} \quad (10)$$

4-5

تدريبات المهارات

العمليات على العبارات الجذرية

بسط كلاً مما يأتي:

(2) $\sqrt{75}$

(1) $\sqrt{24}$

(4) $-\sqrt[4]{48}$

(3) $\sqrt[3]{16}$

(6) $\sqrt[4]{64a^4b^4}$

(5) $4\sqrt{50x^5}$

(8) $\sqrt{\frac{25}{36}r^2t}$

(7) $\sqrt[3]{-8d^2f^5}$

(10) $\sqrt[3]{\frac{2}{9}}$

(9) $-\sqrt{\frac{3}{7}}$

(12) $(3\sqrt{3})(5\sqrt{3})$

(11) $\sqrt{\frac{2g^3}{5z}}$

(14) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}$

(13) $(4\sqrt{12})(3\sqrt{20})$

(16) $8\sqrt{5} - \sqrt{45} - \sqrt{80}$

(15) $\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + \sqrt{108}$

(18) $(2 + \sqrt{3})(6 - \sqrt{2})$

(17) $2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{12}$

(20) $(3 - \sqrt{7})(5 + \sqrt{2})$

(19) $(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})$

(22) $\frac{3}{7 - \sqrt{2}}$

(21) $(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2$

(24) $\frac{5}{8 - \sqrt{6}}$

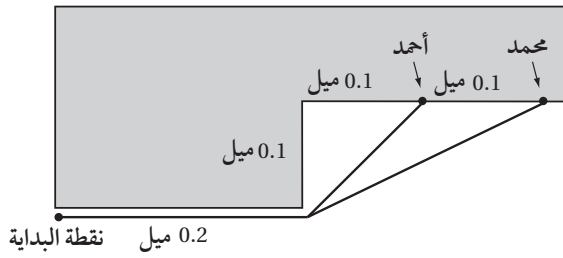
(23) $\frac{4}{3 + \sqrt{2}}$

4-5

تدريبات حل المسألة

العمليات على العبارات الجذرية

(4) سباق: يريد محمد أن يتسابق مع أخيه الأصغر أحمد. وبعد عددٍ من السباقات توصلوا إلى أن السباق العادل بينهما يتمثل في قطعهما مسافات مختلفة. انطلق محمد وأحمد من نقطة واحدة، وركضا 0.2 ميلاً معاً، ثم اتخذا مسارين مختلفين. وبيّن الشكل التالي نقطتي النهاية المختلفتين لهما. وعند وصولهما تبين أن كلاهما استغرق وقتاً مقداره 4 دقائق منذ انطلاق السباق.



إذا حافظ كل من محمد وأحمد خلال السباق على معدل سرعته ثابتاً. فكم دقيقة سيستغرق كل منهما لقطع مسافة ميل واحد؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

(1) مكعبات: يملك عمر صندوقاً على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 20 بوصة، 35 بوصة، 40 بوصة. ويريد أن يصنع صندوقاً جديداً مكعب الشكل له حجم الصندوق السابق نفسه. فما طول ضلع الصندوق الجديد؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

(2) فيزياء: سرعة موجة تنتقل عبر خيط تُعطى بالعلاقة $\frac{\sqrt{t}}{\sqrt{u}}$ حيث t قوة شد الخيط، و u كثافة مادة الخيط. اكتب العبارة في أبسط صورة بإنطاق المقام.

(3) إنارة: افرض أن شدة إنارة ضوء I_1 عندما كان مصدره على بُعد d_1 ، وشدة إنارة ضوء I_2 عندما كان مصدره على بُعد d_2 . هذه الكميات ترتبط بالمعادلة:

$$\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$$

افرض أن I_1 تساوي 50 وحدة. و I_2 تساوي 24 وحدة. فما قيمة $\frac{d_2}{d_1}$ ؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

4-5

التدريبات الإثرائية

نواتج ضرب خاصة في الجذور

لاحظ أن $(\sqrt{3})(\sqrt{3})=3$ أو $(\sqrt{3})^2=3$. وعموماً، $(\sqrt{x})^2=x$ حيث $x \geq 0$.
ولاحظ أيضاً أن $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{36}$ ، وعموماً، $(\sqrt{x})(\sqrt{y}) = \sqrt{xy}$ حيث x و y ليسا سالبيين.
يمكنك استخدام هذه الأفكار لإيجاد حواصل الضرب الخاصة الآتية.

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b \\(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b \\(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b\end{aligned}$$

أوجد ناتج الضرب: $(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})$

مثال 1

$$(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3$$

أوجد قيمة: $(\sqrt{2}+\sqrt{8})^2$

مثال 2

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 &= (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 \\&= 2 + 2\sqrt{16} + 8 = 2 + 2(4) + 8 = 2 + 8 + 8 = 18\end{aligned}$$

تمارين:

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(1) (\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \quad (2) (\sqrt{10} + \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$$

$$(3) (\sqrt{2x} - \sqrt{6})(\sqrt{2x} + \sqrt{6}) \quad (4) (\sqrt{3} - (-7))^2$$

$$(5) (\sqrt{1000} + \sqrt{10})^2 \quad (6) (\sqrt{y} + \sqrt{5})(\sqrt{y} - \sqrt{5})$$

$$(7) (\sqrt{50} - \sqrt{x})^2 \quad (8) (\sqrt{x} + 20)^2$$

يمكنك توسيع الأفكار السابقة لتشمل أنماط مجموع و فرق مكعبين. ادرس النمط التالي، ثم أكمل الأسئلة 9-12.

$$(\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{8^2} + \sqrt[3]{8x} + \sqrt[3]{x^2}) = \sqrt[3]{8^3} - \sqrt[3]{x^3} = 8 - x$$

$$(9) (\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{5^2})$$

$$(10) (\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{w})(\sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{yw} + \sqrt[3]{w^2})$$

$$(11) (\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{20})(\sqrt[3]{7^2} - \sqrt[3]{140} + \sqrt[3]{20^2})$$

$$(12) (\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{8})(\sqrt[3]{11^2} + \sqrt[3]{88} + \sqrt[3]{8^2})$$

تدريبات إعادة التعليم

الأسس النسبية

4-6

الأسس النسبية والجذور

تعريف $b^{\frac{1}{n}}$	لأي عدد حقيقي b ، وأي عدد صحيح موجب n ، يكون $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ ما عدا عندما $b < 0$ و n عدد صحيح زوجي.
تعريف $b^{\frac{m}{n}}$	لأي عدد حقيقي b ، $b \neq 0$ ، وأي عددين صحيحين m و n و $n > 1$ ، $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m} = (\sqrt[n]{b})^m$ ما عدا عندما $b < 0$ و n عدد صحيح زوجي.

مثال 1

اكتب $28^{\frac{1}{2}}$ على الصورة الجذريةلاحظ أن $28 > 0$

$$28^{\frac{1}{2}} = \sqrt{28}$$

$$= \sqrt{2^2 \cdot 7}$$

$$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{7}$$

$$= 2\sqrt{7}$$

مثال 2

أوجد قيمة $\left(\frac{-8}{-125}\right)^{\frac{1}{3}}$ لاحظ أن 3 عدد فردي و $-125 < 0$ و $-8 < 0$

$$\left(\frac{-8}{-125}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{-125}}$$

$$= \frac{-2}{-5}$$

$$= \frac{2}{5}$$

تمارين:

اكتب كل عبارة أسية على الصورة الجذرية، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية.

$$300^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$15^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

$$11^{\frac{1}{7}} \quad (1)$$

$$\sqrt[4]{2p^5} \quad (6)$$

$$\sqrt[3]{3a^5b^2} \quad (5)$$

$$\sqrt{47} \quad (4)$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$(0.0004)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$216^{\frac{1}{3}} \quad (8)$$

$$-27^{\frac{2}{3}} \quad (7)$$

4-6

تدريبات إعادة التعليم

الأسس النسبية

تبسيط العبارات: يمكنك تطبيق جميع خصائص وقوانين الأسس التي تعلمتها سابقاً على الأسس النسبية. وعندما تبسط عبارات تحتوي على أسس نسبية، أبقِ على الأسس النسبية، واكتب العبارة بأسس موجبة، وأي أسس في المقام يتعين أن تكون صحيحة موجبة. عندما تبسط عبارات جذرية قد تستعمل أسساً نسبية، ولكن إجابتك النهائية يتعين أن تكون بالصورة الجذرية وبأصغر دليل ممكن للجذر.

بسط $\sqrt[4]{144x^6}$

مثال 2

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{144x^6} &= (144x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= (2^4 \cdot 3^2 \cdot x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= (2^4)^{\frac{1}{4}} \cdot (3^2)^{\frac{1}{4}} \cdot (x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = 2x \cdot (3x)^{\frac{1}{2}} = 2x\sqrt{3x}\end{aligned}$$

بسط $y^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{3}{8}}$

مثال 1

$$y^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{3}{8}} = y^{\frac{2}{3} + \frac{3}{8}} = y^{\frac{25}{24}}$$

تمارين:

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$p^{\frac{4}{5}} \cdot p^{\frac{7}{10}} \quad (3)$$

$$\left(y^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} \quad (2)$$

$$x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{6}{5}} \quad (1)$$

$$\left(s^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{4}{3}} \quad (6)$$

$$x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \quad (5)$$

$$\left(m^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{2}{5}} \quad (4)$$

$$\sqrt[6]{128} \quad (9)$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}} \quad (8)$$

$$\frac{p}{p^{\frac{1}{3}}} \quad (7)$$

$$\sqrt{32} \cdot 3\sqrt{16} \quad (12)$$

$$\sqrt[5]{288} \quad (11)$$

$$\sqrt[4]{49} \quad (10)$$

تدريبات المهارات

4-6

الأسس النسبية

اكتب كل عبارة أسية على الصورة الجذرية، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية فيما يأتي.

$$8^{\frac{1}{5}} \quad (2)$$

$$3^{\frac{1}{6}} \quad (1)$$

$$\sqrt[4]{15^3} \quad (4)$$

$$\sqrt{51} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{37} \quad (6)$$

$$12^{\frac{2}{3}} \quad (5)$$

$$\sqrt[3]{6xy^2} \quad (8)$$

$$(c^3)^{\frac{3}{5}} \quad (7)$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$81^{\frac{1}{4}} \quad (10)$$

$$32^{\frac{1}{5}} \quad (9)$$

$$16^{\frac{3}{2}} \quad (12)$$

$$27^{\frac{1}{3}} \quad (11)$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (14)$$

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{5}{3}} \quad (13)$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$m^{\frac{2}{9}} \cdot m^{\frac{16}{9}} \quad (16)$$

$$c^{\frac{12}{5}} \cdot c^{\frac{3}{5}} \quad (15)$$

$$p^{\frac{1}{5}} \cdot p^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$\left(q^{\frac{1}{2}}\right)^3 \quad (17)$$

$$\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}} \quad (20)$$

$$x^{\frac{6}{11}} \cdot x^{\frac{4}{11}} \quad (19)$$

$$\frac{n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{6}} \cdot n^{\frac{1}{2}}} \quad (22)$$

$$\frac{y^2}{y^{\frac{1}{4}}} \quad (21)$$

$$\sqrt[8]{49a^8} \quad (24)$$

$$\sqrt[12]{64} \quad (23)$$

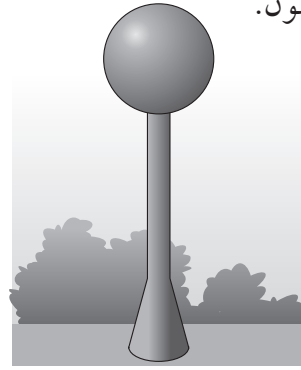
4-6

تدريبات حل المسألة

الأسس النسبية

(1) **تربيع المكعب:** طول ضلع مكعب (s). ما طول ضلع المربع الذي تكون القيمة العددية لمساحته تساوي القيمة العددية لحجم هذا المكعب؟ اكتب إجابتك مستعملًا الأسس النسبية.

(2) **برج الماء:** يُخزّن ماء الشرب في بعض المدن في أبراج للماء. ويبلغ ارتفاع برج الماء في إحدى المدن 218 قدمًا، ويتسع إلى نصف مليون جالون. أرادت بلدية المدينة بناء



برج جديد للماء تعادل سعة كرتة 10 أمثال سعة كرة البرج القديم. كم مرة يساوي نصف قطر الكرة الجديدة نصف قطر الكرة القديمة؟ اكتب إجابتك مستعملًا الأسس النسبية.

(3) **بالونات:** يُنفخ بالون كروي الشكل بالهواء، وكان حجمه كدالة في الزمن $9\pi t^2$. ما طول نصف قطر البالون كدالة في الزمن (t)؟ اكتب إجابتك مستعملًا الأسس النسبية.

(4) **خلايا:** ينمو عدد الخلايا في مزرعة بصورة أسية. وعدد الخلايا في المزرعة كدالة في الزمن يُعطى بالعلاقة $N\left(\frac{6}{5}\right)^t$ ، حيث t الزمن بالساعات، و N عدد الخلايا الأصلي الذي بدأت به المزرعة. (a) أصبح عدد الخلايا بعد 3 ساعات 1728 خلية، ما قيمة N؟

(b) ما عدد الخلايا في المزرعة بعد 20 دقيقة؟

(c) كم كان عدد الخلايا في المزرعة بعد مرور 2.5 ساعة؟

4-6

التدريبات الإثرائية

صيغ هندسية محدودة الاستعمال

تتضمن كثير من الصيغ الهندسية عبارات جذرية.

ارسم أشكالاً لتوضيح الصيغ الهندسية المعطاة في هذه الصفحة، ثم أوجد قيمة كل صيغة عند القيم المعطاة للمتغيرات. قرب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

- (1) مساحة مثلث متطابق الضلعين (A). طول كل من

ضلعية المتطابقين a ، وطول الضلع الثالث c ،

$$A = \frac{c}{4} \sqrt{4a^2 - c^2} \text{ هي:}$$

أوجد A عندما $a = 6$ و $c = 7$.

- (2) مساحة مثلث متطابق الأضلاع (A) طول ضلعه a ،

$$A = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} \text{ هي:}$$

أوجد A عندما $a = 8$

- (3) مساحة خماسي منتظم (A) طول ضلعه a ،

$$A = \frac{a^2}{4} \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \text{ هي:}$$

أوجد A عندما $a = 4$.

- (4) مساحة سداسي منتظم (A) طول ضلعه a تعطى

$$A = \frac{3a^2}{2} \sqrt{3} \text{ بالعلاقة:}$$

أوجد A عندما $a = 9$.

- (5) حجم رباعي سطوح منتظم (V) طول حرفه a ،

$$V = \frac{a^3}{12} \sqrt{2} \text{ هي:}$$

أوجد V عندما $a = 2$.

- (6) مساحة السطح المنحني لمخروط قائم (S) ارتفاعه h

$$S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} \text{ وطول نصف قطر قاعدته } r \text{، هي:}$$

أوجد S عندما $r = 3$ و $h = 6$

- (7) قاعدة هيرون لحساب مساحة مثلث (A) باستعمال

$$s = \frac{a+b+c}{2} \text{ حيث } s \text{ نصف محيطه. و } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ هي أطوال أضلاع المثلث، هي:}$$

أطوال أضلاع المثلث، هي:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

أوجد A عندما $a = 3$ و $b = 4$ و $c = 5$

4-7

تدريبات إعادة التعليم

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل المعادلات الجذرية: تستخدم الخطوات الآتية في حل المعادلات التي تحتوي على متغيرات تحت الجذر. وقد تحتاج أحياناً إلى إجراء بعض العمليات الجبرية قبل استخدام هذه الخطوات.

الخطوة 1: افصل الجذر في أحد طرفي المعادلة.

الخطوة 2: للتخلص من الجذر، ارفع طرفي المعادلة لأس يساوي دليل الجذر.

الخطوة 3: حل المعادلة الناتجة.

الخطوة 4: تحقق من حلك في المعادلة الأصلية للتأكد من أنك لم تحصل على جذور دخيلة.

حل المعادلة $\sqrt{3x+1} = \sqrt{5x}-1$ مثال 2

المعادلة الأصلية $\sqrt{3x+1} = \sqrt{5x}-1$

بتربيع الطرفين $3x+1 = 5x-2\sqrt{5x}+1$

بالتبسيط $2\sqrt{5x} = 2x$

فصل الجذر في طرف المعادلة $\sqrt{5x} = x$

بتربيع الطرفين $5x = x^2$

بطرح $5x$ من الطرفين $x^2 - 5x = 0$

بالتحليل إلى العوامل $x(x-5) = 0$

$x = 0, x = 5$

تحقق

اذن $x=0$ ليس حلاً، $\sqrt{3(0)+1} = 1, \sqrt{5(0)} - 1 = -1$

اذن $x=5$ هو الحل، $\sqrt{3(5)+1} = 4, \sqrt{5(5)} - 1 = 4$

حل المعادلة $2\sqrt{4x+8}-4=8$ مثال 1

المعادلة الأصلية $2\sqrt{4x+8}-4=8$

بجمع 4 للطرفين $2\sqrt{4x+8}=12$

فصل الجذر في طرف المعادلة $\sqrt{4x+8}=6$

بتربيع الطرفين $4x+8=36$

بطرح 8 من الطرفين $4x=28$

بقسمة الطرفين على 4 $x=7$

تحقق

$2\sqrt{4(7)+8}-4 \stackrel{?}{=} 8$

$2\sqrt{36}-4 \stackrel{?}{=} 8$

$2(6)-4 \stackrel{?}{=} 8$

$8=8$

تمارين:

حل كل معادلة مما يأتي:

(3) $\sqrt{5-x}-4=6$

(2) $8+\sqrt{x+1}=2$

(1) $2\sqrt{3x+4}+1=15$

(6) $10-\sqrt{2x}=5$

(5) $\sqrt{21}-\sqrt{5x-4}=0$

(4) $\sqrt{12-x}=0$

(9) $(9x-11)^{\frac{1}{2}}=x+1$

(8) $4\sqrt[3]{2x+11}-2=10$

(7) $\sqrt{4+7x}=\sqrt{7x-9}$

4-7

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل المتباينات الجذرية: المتباينة الجذرية هي متباينة تحتوي متغيرًا في الصورة الجذرية، ولحل متباينة جذرية، اتبع الخطوات الآتية:

- الخطوة 1:** إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا، فعَيِّن قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالبًا.
الخطوة 2: حل المتباينة جبريًا.
الخطوة 3: اختبر القيم للتأكد من صحة الحل.

حل المتباينة $5 - \sqrt{20x+4} \geq -3$

مثال

بما أن ما تحت الجذر التربيعي يتعيَّن أن يكون موجبًا أو صفرًا. فحل أولاً $20x + 4 \geq 0$.
 $20x + 4 \geq 0$
 $20x \geq -4$
 $x \geq -\frac{1}{5}$

الآن حل المتباينة $5 - \sqrt{20x+4} \geq -3$ المتباينة الأصلية $5 - \sqrt{20x+4} \geq -3$ فصل الجذر في طرف المتباينة $\sqrt{20x+4} \leq 8$ بتربيع الطرفين $20x + 4 \leq 64$ بطرح 4 من الطرفين $20x \leq 60$ بقسمة الطرفين على 20 $x \leq 3$

يتضح أن الحل هو $x \leq 3$ و $x \geq -\frac{1}{5}$. اختبر بعض القيم في المتباينة الأصلية.

تمارين:

حل كل متباينة مما يأتي:

$$\sqrt{10x+9} - 2 > 5 \quad (3) \quad 3\sqrt{2x-1} + 6 < 15 \quad (2) \quad \sqrt{c-2} + 4 \geq 7 \quad (1)$$

$$9 - \sqrt{6x+3} \geq 6 \quad (6) \quad \sqrt{2x+8} - 4 > 2 \quad (5) \quad 8 - \sqrt{3x+4} \geq 3 \quad (4)$$

$$\sqrt{2x+12} + 4 \geq 12 \quad (8) \quad 2\sqrt{5x-6} - 1 < 5 \quad (7)$$

4-7

تدريبات المهارات

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x} + 3 = 7 \quad (2)$$

$$\sqrt{x} = 5 \quad (1)$$

$$v^{\frac{1}{2}} + 1 = 0 \quad (4)$$

$$5\sqrt{j} = 1 \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{2w} = 4 \quad (6)$$

$$18 - 3y^{\frac{1}{2}} = 25 \quad (5)$$

$$\sqrt{3n + 1} = 5 \quad (8)$$

$$\sqrt{b - 5} = 4 \quad (7)$$

$$2 + \sqrt{3p + 7} = 6 \quad (10)$$

$$\sqrt[3]{3r - 6} = 3 \quad (9)$$

$$(2d + 3)^{\frac{1}{3}} = 2 \quad (12)$$

$$\sqrt{k - 4} - 1 = 5 \quad (11)$$

$$4 - (1 - 7u)^{\frac{1}{3}} = 0 \quad (14)$$

$$(t - 3)^{\frac{1}{3}} = 2 \quad (13)$$

$$\sqrt{g + 1} = \sqrt{2g - 7} \quad (16)$$

$$\sqrt{3z - 2} = \sqrt{z - 4} \quad (15)$$

حل كل متباينة مما يأتي:

$$5 + \sqrt{c - 3} \leq 6 \quad (18)$$

$$4\sqrt{x + 1} \geq 12 \quad (17)$$

$$-\sqrt{2a + 4} \geq -6 \quad (20)$$

$$-2 + \sqrt{3x + 3} < 7 \quad (19)$$

$$4 - \sqrt{3x + 1} > 3 \quad (22)$$

$$2\sqrt{4r - 3} > 10 \quad (21)$$

$$-3\sqrt{11r + 3} \geq -15 \quad (24)$$

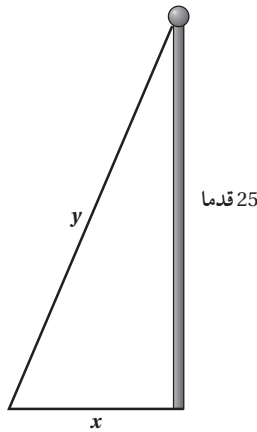
$$\sqrt{y + 4} - 3 \geq 3 \quad (23)$$

4-7

تدريبات حل المسألة

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

- (4) **حبال:** رُبط طرفا جبل في قاعدة سارية وقمتها على صورة الشكل التالي. وكان $x + y = 50$ ، اعتماداً على نظرية فيثاغورس، المسافة $y = \sqrt{x^2 + 25^2}$. ما قيمة x ؟

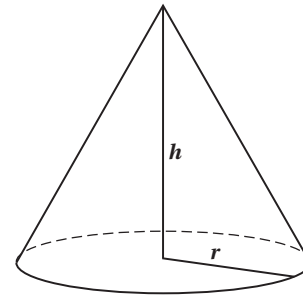


- (5) **مدى:** تتابع وكالة الفضاء الأمريكية "ناسا" أكثر من 300 كويكب تمر قريبة من الأرض. افترض أن الأرض تمثل نقطة الأصل في مستوى إحداثي، فيكون مسار الكويكب وفق العلاقة $x > 0$, $y = \frac{17}{x}$. حيث كل وحدة تقابل مليون ميل. ويقول راصد فلكي أنه يمكن مشاهدة الكويكب في المنظار الفلكي عندما يكون ضمن مسافة $\frac{145}{12}$ مليون ميل عن الأرض. (a) اكتب عبارة تعطي بُعد الكويكب عن الأرض بدلالة x .

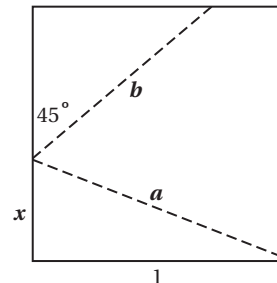
- (b) ما قيم x التي تجعل الكويكب ضمن مدى المنظار الفلكي للراصد؟

- (1) **لوحات:** ينفق رسام $(8n^{\frac{2}{3}} + 400)$ ريالاً لرسم n لوحة. كم لوحة يمكنه رسمها بمبلغ 1200 ريال؟

- (2) **المساحة الجانبية:** المساحة الجانبية لمخروط ارتفاعه h ونصف قطر قاعدته r تُعطى بالصيغة $L = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$. إذا كانت المساحة الجانبية تساوي 65π وحدة مربعة، وطول نصف قطر القاعدة 5 وحدات، فأوجد ارتفاع المخروط.



- (3) **الأوريغامي (ORIGAMI):** يريد صلاح أن يطوي ورقة مربعة الشكل لعمل مثلث متطابق الأضلاع، ويريد أن يحدد x على ضلع الورقة ليقوم بطي الورقة حول الخط المتقطع الميّن بالشكل حيث $a = b$.



- وباستعمال معلوماته السابقة في الهندسة يعلم صلاح أن $a = \sqrt{1+x^2}$ و $b = \sqrt{2}(1-x)$. وعليه أن يحل المعادلة $\sqrt{1+x^2} = \sqrt{2}(1-x)$. فما قيمة x ؟

التدريبات الإثرائية

4-7

جداول الصواب

العمليات الأساسية في الرياضيات هي: الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة، وإيجاد قيمة جذر، وإيجاد قيمة قوة. وفي المنطق، العمليات الأساسية هي: النفي (\sim)، و (\wedge)، أو (\vee)، يتضمن (\rightarrow).

إذا كانت P و q عبارتين، فإن $\sim P$ تعني نفي العبارة P ، و ($q \wedge p$) تعني p و q ، و ($q \vee p$) تعني p أو q ، و ($p \rightarrow q$) تعني أن العبارة p تتضمن العبارة q . وعمليات المنطق معروفة في جداول تسمى جداول الصواب. والجداول التالية تمثل العمليات: $\sim P$ و $p \wedge q$ و $p \vee q$ و $p \rightarrow q$ على الترتيب من اليسار إلى اليمين.

لاحظ في جدول الصواب للعبارة $\sim P$ أنه توجد حالتان ممكنتان للعبارة P هما: صواب (T) وخطأ (F). ويبيّن الجدول أنه عندما تكون p خطأ تكون $\sim P$ صائبة.

p	$\sim p$	p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \rightarrow q$
T	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T	F	T	T	F	F
		F	T	F	F	T	T	F	T	T
		F	F	F	F	F	F	F	F	T

يمكنك أن تحدد الشروط والحالات التي تكون فيها عبارة مركبة صائبة، مستعملاً المعلومات المتوافرة في الجداول السابقة.

مثال

ما الشروط التي تجعل العبارة $(\sim p \vee q)$ صائبة.

اعمل جدول الصواب للعبارة، مستعملاً المعلومات المتوافرة في جدول الصواب للعبارة $p \vee q$ السابقة لإكمال العمود الأخير في الجدول.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

يدل جدول الصواب على أن العبارة $p \wedge q \sim p$ صائبة في جميع الحالات باستثناء الحالة التي تكون فيها p صائبة و q خطأ.

استعمل جداول الصواب لتحديد الشروط التي تكون عندها كل من العبارات الآتية صائبة.

$$\sim p \vee \sim q \quad (1) \quad (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p) \quad (2)$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \quad (3) \quad (\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim(p \vee q) \quad (4)$$

ملحق الإجابات

التاريخ:

الاسم:

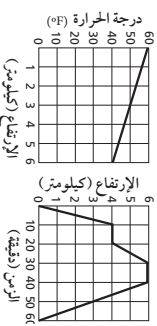
4-1 تدريبات حل المسألة

العمليات على الدوال

- 4 هندسة، صممت مجموعة مهندسين آلة تدبيس ورقه، وكانت سرعة غرز التدبيس (s) (بالأقدام لكل ثانية) بدلالة طول ذراع الآلة (l) (بالوصف) تعطى بالعلاقة $4l + 3l = 40$ ، و $l = 4$ ، وحددت مجموعة أخرى من المهندسين عدد الأوراق N التي يمكن تدبيسها بدلالة السرعة (s) بالدالة $N(s) = \frac{s-10}{3}$.
ما الدالة التي تعطى N بدلالة s؟
ما الدالة التي تعطى $N[s(e)] = 10 + e$ ؟

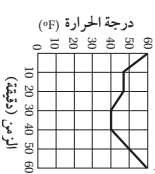
5 معطاد، ركب أحد ومضعب معطادًا يسير بالهواء

الساخن لمدة ساعة واحدة، ليكن $T(A)$ درجة حرارة الهواء الخارجى بدلالة ارتفاع المعطاد (A)، و $A(t)$ الدالة التي تعطي ارتفاع المعطاد بدلالة الزمن (t).



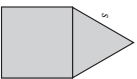
- a ما الدالة التي تعطي درجة حرارة الهواء (T) بدلالة الزمن (t)؟
 $T[A(t)]$

- b ارسم الدالة التي حصلت عليها في التمرين 4 معطدًا على الشكلين السابقين اللذين يمثلان الدالتين $A(t)$ و $T(A)$.



1 المساحة، يريد خالد إيجاد مساحة الشكل التالي الكون

من مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه (s) ومربع طول ضلعه (s). الدالة التي تعطي مساحة المثلث هي: s^2
 $f(s) = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2$ ، والدالة التي تعطي مساحة المربع هي $g(s) = s^2$ ما الدالة $h(s)$ التي تعطي مساحة الشكل كاملاً بدلالة s؟



$$h(s) = (f + g)(s) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + 1\right)s^2$$

- 2 أبعاد، قوت شرت شركة حاسوب ضبط الأبعاد والتضخمات لتبقى لديها القدرة على المنافسة. الدالة p(t) تعطي سعر البيع بالريال للحاسوب من التينة A بدلالة الزمن (t). والدالة D(t) تعطي قيمة خصم خاص لتجميع الزبائن الدائمين، فكم ريالاً سيبلغ زبون دائم ثمنًا لشراء حاسوب من التينة A بدلالة الزمن (t)؟
 $(p - D)(t)$

- 3 حجم، قيس درجة حرارة حجم وكانت 2000F، بدأت الحظم تبرد بحيث أن درجة حرارتها بعد زمن (t) تعطى بالدالة $T(t)$. إذا كانت C(t) دالة تعطي درجة الحرارة السليوية بدلالة الدرجة التغيرها، في الدالة التي تعطي حرارة الحظم بالدرجات السليوية بدلالة الزمن (t)؟
 $C[T(t)]$

التاريخ:

الاسم:

4-1 تدريبات المهارات

العمليات على الدوال

- أوجد $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \circ g)(x)$ و $(g \circ f)(x)$ في كل ما يأتي:
- 1 $f(x) = x + 5$ ، $g(x) = x - 4$
 $2x + 1; 9$ ، $f(x) = x + 5$
 $x^2 + x - 20$ ، $g(x) = x - 4$
 $x + 5$ ، $x \neq 4$
 $3x^3 + 5$ ، $x \neq 0$ ، $f(x) = 3x^2$ ، $g(x) = \frac{3x^3}{x}$ ، $x \neq 0$
 $15x$ ، $x \neq 0$ ، $g(x) = \frac{3x^3}{5}$ ، $x \neq 0$
- 2 $f(x) = 3x + 1$ ، $g(x) = 2x - 3$
 $6x^2 - 2; x + 4$ ، $6x^2 - 7x - 3$
 $3x + 1$ ، $x \neq \frac{3}{2}$
 $2x - 3$ ، $x \neq 5$
 $3x^3 - 5$ ، $x \neq 0$ ، $f(x) = 3x^2$ ، $g(x) = \frac{3x^3}{x}$ ، $x \neq 0$
- 3 $f(x) = x^2$ ، $g(x) = 4 - x$
 $x^2 - x + 4$ ، $x^2 + x - 4$
 $x - 4$ ، $x \neq 4$
 $x^2 - x + 4$ ، $x^2 + x - 4$
 $4x^2 - x^3$ ، $x \neq \frac{x^2}{4}$ ، $x \neq 4$

أوجد $g \circ f$ و $f \circ g$ لكل زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكنًا:

- 5 $f = \{(0, 0), (4, -2)\}$ ، $g = \{(0, 4), (-2, 0), (5, 0)\}$
6 $f = \{(0, -3), (1, 2), (2, 2)\}$ ، $g = \{(-3, 1), (2, 0)\}$
7 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
8 $f = \{(6, 6), (-3, -3), (1, 3)\}$ ، $g = \{(-3, 6), (3, 6), (6, -3)\}$
9 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
10 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
11 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
12 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
13 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
14 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
15 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
16 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
17 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
18 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
19 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
20 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
21 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
22 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
23 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
24 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
25 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
26 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
27 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
28 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
29 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
30 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
31 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
32 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
33 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
34 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
35 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
36 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
37 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
38 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
39 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
40 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
41 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
42 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
43 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
44 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
45 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
46 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
47 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
48 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
49 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
50 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
51 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
52 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
53 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
54 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
55 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
56 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
57 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
58 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
59 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
60 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
61 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
62 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
63 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
64 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
65 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
66 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
67 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
68 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
69 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
70 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
71 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
72 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
73 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
74 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
75 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
76 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
77 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
78 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
79 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
80 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
81 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
82 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
83 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
84 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
85 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
86 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
87 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
88 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
89 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
90 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
91 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
92 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
93 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
94 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
95 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
96 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
97 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
98 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
99 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$
100 $f = \{(1, -4), (2, -1)\}$ ، $g = \{(1, 3), (2, 1)\}$

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والتجديرة

9

المصفف، الثاني الثانوي

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والتجديرة

8

المصفف، الثاني الثانوي

الاسم: التاريخ:

4-2 تدريبات إعادة التعليم العلاقات والدوال العكسية

إيجاد الدالة العكسية

تكون كل من العائلتين عكسية للأخرى، إذا وقطع إذا كان كل زوج مرتب مثل (a, b) ينتمي لإحدهما، فإن الزوج (b, a) ينتمي للأخرى.	العلاقات العكسية
افرض أن $f^{-1} \circ f(a) = b$ ، إذا وقطع $f^{-1}(b) = a$ كان $a = f^{-1}(b)$	خصائص الدوال العكسية

أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ ، ثم مثل $f(x)$ ودالتها العكسية بيانياً.

مثال

الخطوة 1: ضع زيداً من $f(x)$ في الدالة الأصلية.

$$f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$$

الخطوة 2: بدل y مع x مع بعضهما

$$x = \frac{5}{2}y - \frac{1}{5}$$

الخطوة 3: حل المعادلة السابقة في y .

$$x = \frac{5}{2}y - \frac{1}{5}$$

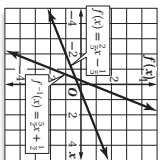
$$5x = 2y - 1$$

$$5x + 1 = 2y$$

$$\frac{1}{2}(5x + 1) = y$$

$$y = \frac{1}{2}(5x + 1)$$

إذن، الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ هي $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(5x + 1)$



المكسبة لـ $r = \frac{1}{5}$ و $\frac{2}{5}$
بغريب الطرفين بالعدد 5
بجمع العدد 1 للطرفين
بقسمة الطرفين على 2

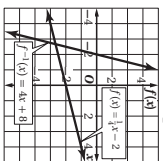
تعاريف:

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يلي، ثم رسم منحنى الدالة ومنحنى الدالة العكسية.

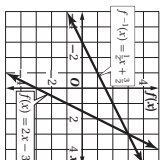
$$f(x) = \frac{1}{4}x - 2 \quad (3)$$

$$f(x) = 2x - 3 \quad (2)$$

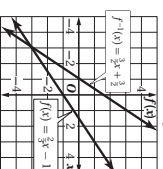
$$f(x) = \frac{2}{3}x - 1 \quad (1)$$



$$f^{-1}(x) = 4x + 8$$



$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$



$$f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$$

الاسم: التاريخ:

4-1 التدريبات الإثرائية قيم عظمى محلية

بين منحنى الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 - 9x$ المجاور وجود

قيمة عظمى محلية للدالة بين القمتين

$f(-2)$ و $f(-1)$ ، ويمكنك الحصول على قيمة أكثر

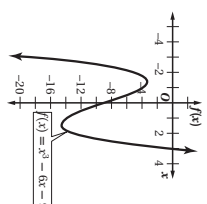
قرناً لهذه القيمة العظمى المحلية بمقارنة القيم في الجدول

المجاور.

القيمة العظمى المحلية هي -3.3 لأرب جزء من

عشرة.

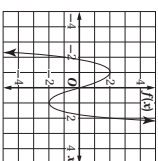
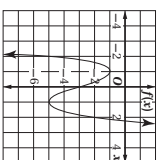
x	$f(x)$
-2	-5
-1.5	-3.375
-1.4	-3.344
-1.3	-3.397
-1	-4



أوجد قيمة عظمى محلية لكل دالة مثلاً فيما يلي مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 3 \quad (2)$$

$$f(x) = x(x^2 - 3) \quad (1)$$

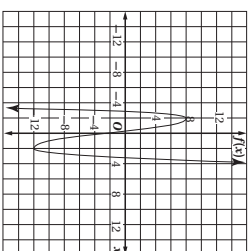
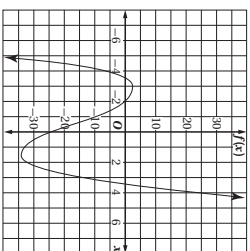


عظمى محلية = -1.0

عظمى محلية = 2.0

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 12x - 24 \quad (4)$$

$$f(x) = x^3 - 9x^2 - 2 \quad (3)$$



عظمى محلية = 3.3

عظمى محلية = 8.4

الاسم: التاريخ:

الاسم: التاريخ:

التاريخ:

الاسم:

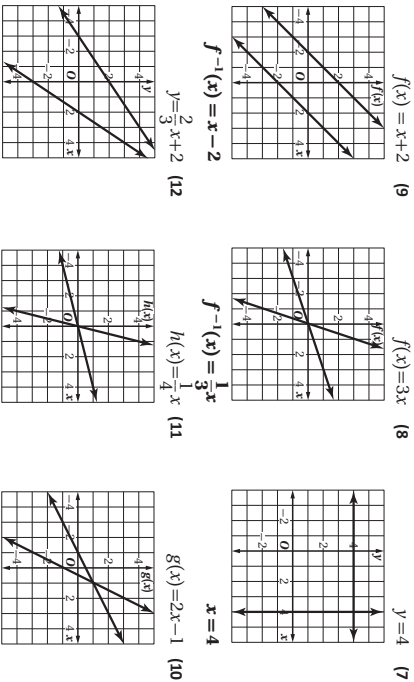
4-2 تدريبات المهارات

العلاقات والدوال العكسية

أوجد الدالة العكسية لكل دالة عا يأتي:

- 1) $\{(-7, 1), (0, 5), (5, -1)\}$
- 2) $\{(1, -7), (5, 0), (-1, 5)\}$
- 3) $\{(0, -9), (5, -3), (6, 6), (8, -3)\}$
- 4) $\{(-10, -2), (-7, 6), (-4, -2), (-4, 0)\}$
- 5) $\{(-9, 0), (-3, 5), (6, 6), (-3, 8)\}$
- 6) $\{(-4, 1), (-4, 3), (0, -8), (8, -9)\}$
- 7) $\{(1, -4), (3, -4), (-8, 0), (-9, 8)\}$
- 8) $\{(12, -4), (7, 0), (-1, 9), (-5, 10)\}$
- 9) $f(x) = x + 2$
- 10) $f(x) = 3x$
- 11) $f(x) = x - 2$
- 12) $h(x) = \frac{1}{4}x$
- 13) $g(x) = 2x - 1$
- 14) $g(x) = 2x$
- 15) $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$
- 16) $g(x) = 6x - 2$
- 17) $f(x) = 2x$
- 18) $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$
- 19) $g(x) = \frac{1}{6}x + 3$
- 20) $g(x) = \frac{1}{2}x$

أوجد الدالة العكسية لكل دالة عا يأتي، ثم مثل الدالتين الأصلية والعكسية بيانياً.



حدد إن كانت كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا في كل زوج عا يأتي، اكتب (نعم) أو (لا).

- 1) $f(x) = 5x - 5$
- 2) $g(x) = \frac{1}{5}x + 1$
- 3) $f(x) = 8x - 10$
- 4) $g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$
- 5) $f(x) = 5x - 5$
- 6) $g(x) = \frac{1}{5}x + 1$
- 7) $f(x) = 8x - 10$
- 8) $g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$
- 9) $f(x) = 5x - 5$
- 10) $g(x) = \frac{1}{5}x + 1$
- 11) $f(x) = 8x - 10$
- 12) $g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$
- 13) $f(x) = 5x - 5$
- 14) $g(x) = \frac{1}{5}x + 1$
- 15) $f(x) = 8x - 10$
- 16) $g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$
- 17) $f(x) = 5x - 5$
- 18) $g(x) = \frac{1}{5}x + 1$
- 19) $f(x) = 8x - 10$
- 20) $g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والتجديرة

13

المصف: الثاني الثانوي

التاريخ:

الاسم:

4-2 تدريبات إعادة التعليم

العلاقات والدوال العكسية

التحقق من الدالة العكسية

تكون كل من الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان:

$$f(g(x)) = x \text{ و } g(f(x)) = x$$

مثال 1

$$\begin{aligned} \text{حدد إن كانت } f(x) = 2x - 7 \text{ و } g(x) = \frac{1}{2}(x + 7) \text{ كل منهما دالة عكسية للأخرى أم لا.} \\ f(g(x)) = f\left(\frac{1}{2}(x + 7)\right) \\ = 2\left(\frac{1}{2}(x + 7)\right) - 7 \\ = x + 7 - 7 \\ = x \end{aligned}$$

إذن، الدالتان $f(x)$ و $g(x)$ كل منهما عكسية للأخرى.

مثال 2

$$\begin{aligned} \text{حدد إن كانت } f(x) = 4x + \frac{1}{3} \text{ و } g(x) = \frac{1}{4}x - 3 \text{ كل منهما دالة عكسية للأخرى أم لا.} \\ f(g(x)) = f\left(\frac{1}{4}x - 3\right) \\ = 4\left(\frac{1}{4}x - 3\right) + \frac{1}{3} \\ = x - 12 + \frac{1}{3} \\ = x - 11\frac{2}{3} \end{aligned}$$

وبما أن $f(g(x)) \neq x$ فإن الدالتين ليست كل منهما عكسية للأخرى.

تقارن:

حدد إن كانت كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا في كل زوج عا يأتي، اكتب (نعم) أو (لا).

- 1) $f(x) = \frac{1}{2}x - 10$
- 2) $f(x) = \frac{1}{4}x + 5$
- 3) $g(x) = 2x + \frac{1}{10}$
- 4) $g(x) = 4x - 20$
- 5) $f(x) = -2x + 3$
- 6) $f(x) = 8x - 12$
- 7) $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
- 8) $g(x) = \frac{1}{8}x + 12$
- 9) $f(x) = 4x + \frac{1}{2}$
- 10) $f(x) = 2x - \frac{3}{5}$
- 11) $g(x) = \frac{1}{10}(5x + 3)$
- 12) $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8}$
- 13) $f(x) = 9 + \frac{3}{2}x$
- 14) $f(x) = 4x - \frac{4}{5}$
- 15) $g(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{5}$
- 16) $g(x) = 20 - 2x$
- 17) $f(x) = 4x - \frac{1}{2}$
- 18) $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8}$
- 19) $f(x) = 10 - \frac{x}{2}$
- 20) $g(x) = 20 - 2x$

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والتجديرة

12

المصف: الثاني الثانوي

الاسم: التاريخ:

الاسم: التاريخ:

(تتمه)

4-3 تدريبات إعادة التعليم

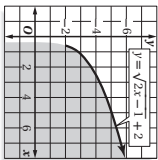
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

متباينات الجذر التربيعي، المتباينة التي تحتوي الجذر التربيعي تسمى متباينة الجذر التربيعي. استعمال معبر واثق حول دوال الجذر التربيعي، والمتباينات بيانياً، في تحليل متباينات الجذر التربيعي.

مثال 1 مثل المتباينة $2 + \sqrt{2x-1} \leq y$ بيانياً.

مثل المعادلة المرتبطة بالمتباينة: $y = \sqrt{2x-1} + 2$
المنحنى متضمن في حل المتباينة كما هو في الشكل المجاور.
يتضمن مجال الدالة القيم $x \geq \frac{1}{2}$

لأنه لا يكون التحليل الباقى للمتباينة واقعاً على يمين المستقيم $x = \frac{1}{2}$



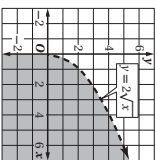
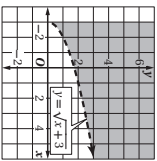
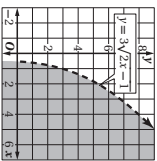
تعاريف:

مثل كل متباينة بيانياً:

(3) $y < 3\sqrt{2x-1}$

(2) $y > \sqrt{x+3}$

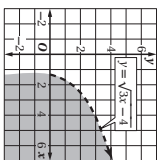
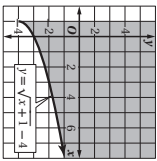
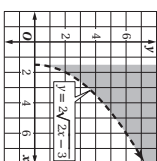
(1) $y < 2\sqrt{x}$



(6) $y > 2\sqrt{2x-3}$

(5) $y \geq \sqrt{x+1} - 4$

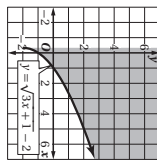
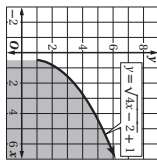
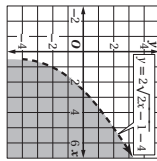
(4) $y < \sqrt{3x-4}$



(9) $y < 2\sqrt{2x-1} - 4$

(8) $y \leq \sqrt{4x-2} + 1$

(7) $y \geq \sqrt{3x+1} - 2$



الفصل 4: المتباينات والدوال العكسية والتجديرة

17

المصف: الثاني الثانوي

الاسم: التاريخ:

الاسم: التاريخ:

4-3 تدريبات إعادة التعليم

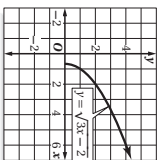
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

دوال الجذر التربيعي، الدالة التي تحتوي على الجذر التربيعي تسمى دالة الجذر التربيعي، وجعلها جميع القيم التي يكون عندها ما تحت الجذر موجباً أو صفراً.

مثال مثل الدالة $y = \sqrt{3x-2}$ بيانياً، وأوجد مجالها ومداها.

بأن ما تحت الجذر التربيعي لا يكون سالباً، فإن مجال الدالة هو $3x-2 \geq 0$ ، ومنه يكون $x \geq \frac{2}{3}$. ومقطع المنحنى مع المحور x هو $\frac{2}{3}$ ، والذي هو $0 \geq y$.

صمم جدولاً لبعض قيم y ، واستعمله في تحليل الدالة.



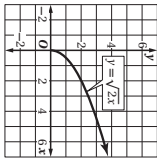
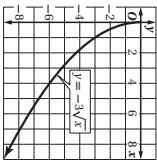
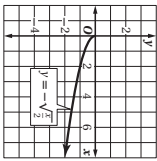
x	y
$\frac{2}{3}$	0
1	1
2	2
3	$\sqrt{7}$

تعاريف:
مثل كل دالة بيانياً، وأوجد مجالها ومداها.

(3) $y = -\sqrt{\frac{x}{2}}$

(2) $y = -3\sqrt{x}$

(1) $y = \sqrt{2x}$



المجال: $x \geq 0$ ، المدى: $y \leq 0$

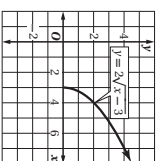
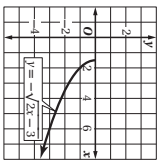
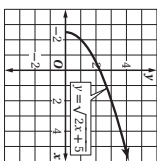
المجال: $x \geq 0$ ، المدى: $y \leq 0$

المجال: $x \geq 0$ ، المدى: $y \geq 0$

(6) $y = \sqrt{2x+5}$

(5) $y = -\sqrt{2x-3}$

(4) $y = 2\sqrt{x-3}$



المجال: $x \geq -\frac{5}{2}$ ، المدى: $y \geq 0$

المجال: $x \geq \frac{3}{2}$ ، المدى: $y \leq 0$

المجال: $x \geq 3$ ، المدى: $y \geq 0$

الفصل 4: المتباينات والدوال العكسية والتجديرة

16

المصف: الثاني الثانوي

الاسم: التاريخ:

4-3 تدريبات حل المسألة

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

(4) مسافات، يقف مدرب قرب فريق دُرّاجات على جانب طريق

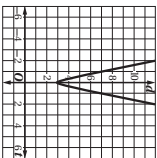
يراقب أحد الدراجين اللذين يبدآنهم أثناء سيرة على

الطريق، والمسافة بين المدرب والدراج تُعطى بالعلاقة

$d = \sqrt{9 + 36t^2}$ ، مثل هذه الدالة بيانيًا، وأوجد المسافة

بين المدرب والدراج بعد 3 ثواني. قرب إجابتك لأقرب

جزء من متر.



18.25 مترًا

(5) النجوم، تتناسب كثافة الضوء المنبعث من مصدر

عكسيًا مع مربع المسافة، ويأرموز $d^2 = \frac{k}{f}$ ،

حل المعادلة لإيجاد d بدلالة f

$$d = \sqrt{\frac{k}{f}}$$

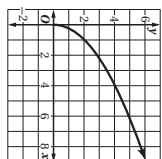
الاسم: التاريخ:

4-3 تدريبات المهارات

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

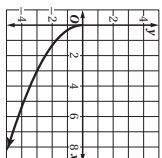
مثل كل دالة بيانيًا، وأوجد مجالها ومداها

(1) $y = \sqrt{2x}$



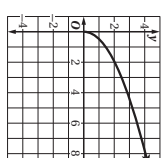
المجال: $x \geq 0$ ،
المداي: $y \geq 0$

(2) $y = -\sqrt{3x}$



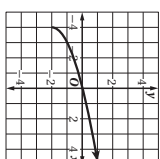
المجال: $x \geq 0$ ،
المداي: $y \leq 0$

(1) $y = \sqrt{2x}$



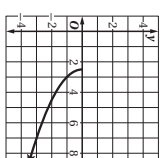
المجال: $x \geq 0$ ،
المداي: $y \geq 0$

(6) $y = \sqrt{x + 4} - 2$



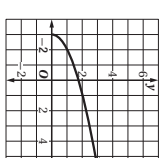
المجال: $x \geq -4$ ،
المداي: $y \geq -2$

(5) $y = -\sqrt{2x - 5}$



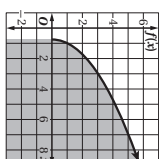
المجال: $x \geq 2.5$ ،
المداي: $y \leq 0$

(4) $y = \sqrt{x + 3}$

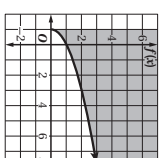


المجال: $x \geq -3$ ،
المداي: $y \geq 0$

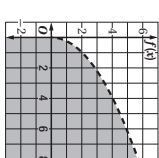
(9) $f(x) \leq \sqrt{4x - 3}$



(8) $f(x) \geq \sqrt{x + 1}$



(7) $f(x) < \sqrt{4x}$



مثل كل متباينة بيانيًا:

الاقصم 4: العلاقات والدوال العكسية والتجريدية

19

الاقصم 4: العلاقات والدوال العكسية والتجريدية

18

الاقصم 4: العلاقات والدوال العكسية والتجريدية

الاسم: التاريخ:

4-4 تدريبات إعادة التعليم الجذر التوحي

تبسيط الجذور

الجذر التربيعي	لاي عددين حقيقيين a, b ، إذا كان $b^2 = a^2$ فإن a جذر تربيعي لـ b
الجذر التوحي	لاي عددين حقيقيين a, b ، وأي عدد صحيح موجب n إذا كان $a^n = b^n$ ، فإن a جذر n عددياً لـ b .
	إذا كان n عدداً زوجياً، و $b > 0$ ، فإن b له جذر حقيقي واحد موجب، وجذر حقيقي واحد سالب، الجذر الموجب هو الجذر الرئيس.
	إذا كان n عدداً فردياً، و $b > 0$ ، فإن b له جذر حقيقي واحد موجب.
	إذا كان n عدداً زوجياً، و $b < 0$ ، فإنه لا يوجد للعدد b جذور حقيقية.
	إذا كان n عدداً فردياً، و $b < 0$ ، فإنه يوجد للعدد b جذر حقيقي واحد سالب.

مثال 2 تبسيط $-\sqrt[3]{(2a-1)^6}$

$-\sqrt[3]{(2a-1)^6} = -\sqrt[3]{[(2a-1)^2]^3} = -(2a-1)^2$

مثال 1 تبسيط $\sqrt{49x^8}$

$\sqrt{49x^8} = \sqrt{(7x^2)^2} = 7x^2$

x^2 عدد موجب، فلا داعي لأخذ القيمة المطلقة

تدريبات:

تبسيط كل ما يأتي:

1	$\sqrt[3]{-343}$	2	$\sqrt[3]{243p^{10}}$	3	$\sqrt[3]{144p^6}$
4	$\pm \sqrt{4a^{10}}$	5	$\sqrt[3]{243p^{10}}$	6	$-\sqrt[3]{m^6n^9}$
7	$\sqrt[3]{-b^{12}}$	8	$\sqrt[3]{16a^{10}b^8}$	9	$\sqrt[3]{121x^6}$
10	$\sqrt[3]{4k^4}$	11	$\pm \sqrt{169r^4}$	12	$-\sqrt[3]{-27p^6}$
13	$-\sqrt{625r^2z^4}$	14	$\sqrt[3]{36r^4}$	15	$\sqrt{100x^2y^4z^6}$
16	$-\sqrt{-0.027}$	17	$-\sqrt{-0.36}$	18	$\sqrt[3]{0.64p^{10}}$
19	$\sqrt[3]{(2x)^8}$	20	$\sqrt[3]{(11y^2)^4}$	21	$\sqrt[3]{(5a^2b)^6}$
22	$\sqrt{(3x-1)^2}$	23	$\sqrt[3]{(m-5)^6}$	24	$\sqrt{36x^2-12x+1}$
					$ 6x-1 $

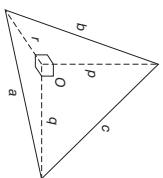
الفصل 4: المتطابقات والدوال العكسية والجذور

21

المصف: الثاني الثانوي

الاسم: التاريخ:

4-3 التدرينات الإثباتية قراءة في الجبر



الرأس O

إذا تشابهت مثلثان رياضيتان في البنية فيقال أنهما متماثلتان.

واستعمال المثلث إحدى الطرق للاستكشاف، ودراسة النظريات الجديدة.

والعبارات المرفقة التالية تبين المثلث ثلاثي الأبعاد لنظرية فيثاغورس.

1) افرض أن لديك جسماً رباعي السطح فيه ثلاثة أوجه متعامدة تتلقي في الرأس O .

2) وافرض أنك تريد معرفة ارتباط المساحات C, B, A للأوجه الثلاثة المتعامدة بمساحة السطح الرابع (D) المقابل للرأس O .

3) من الطبيعي أن تتوقع صيغة مماثلة لنظرية فيثاغورس $x^2 + y^2 = z^2$ ، وتكون صحيحة للحالات المشابهة ذات البعدين.

4) اتكشفت الصيغة في حالة الأشكال ثلاثية الأبعاد، عليك أن تقترح صيغة، وتبرهن صحتها.

5) الافتراض أن المثلثان متقوران لأن:

$$D^3 = A^3 + B^3 + C^3 \text{ و } D^2 = A^2 + B^2 + C^2$$

بالرجوع إلى العبارات المرفقة السابقة، أجب عن الأسئلة التالية:

1) استعمال العبارة رقم 1 والشكل العلوي، اكتب تعريفاً من عندك للشكل رباعي السطح.

شكل ثلاثي الأبعاد بأربعة أوجه.

2) استعمال العبارة رقم 2 والشكل العلوي، ما أطوال أضلاع كل سطح في الشكل رباعي السطح؟

3) أعد كتابة العبارة رقم 1 لتتناسب وضعاً مماثلاً ذا بعدين.

مثلاً هـ مثلثان متماثلان واثبتان في الرأس C

4) بالرجوع إلى الشكل العلوي، اكتب عبارات للمساحات A و B و C المذكورة في العبارة رقم 2.

$$A = \frac{1}{2}pr, B = \frac{1}{2}pq, C = \frac{1}{2}rq$$

5) اكتب عبارات للمتغيرات a و b و c بدلالة p و q و r ، ولتكشف حالة مماثلة ذات ثلاثة أبعاد، استعمال نظرية فيثاغورس للحصول على هذه العبارات.

$$a^2 = q^2 + r^2, b^2 = r^2 + p^2, c^2 = p^2 + q^2$$

6) أي افتراض في العبارة رقم 5 يبدو أكثر معقولة؟ تبرر إجاباتك.

تابع تمارين التمارين.

الفصل 4: المتطابقات والدوال العكسية والجذور

20

المصف: الثاني الثانوي

التاريخ: _____

الاسم: _____

4-4 تدريبات المهارات

الجذر النوني

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يلي مقربة لثلاث منازل عشرية.

- | | | | | | |
|--------|------------------|-----|---------|-------------------|-----|
| 6.164 | $\sqrt[3]{38}$ | (2) | 15.166 | $\sqrt[3]{230}$ | (1) |
| 2.366 | $\sqrt[3]{5.6}$ | (4) | -12.329 | $-\sqrt[3]{152}$ | (3) |
| -6.055 | $\sqrt[3]{-222}$ | (6) | 4.448 | $\sqrt[3]{88}$ | (5) |
| 3.466 | $\sqrt[3]{500}$ | (8) | -0.764 | $-\sqrt[3]{0.34}$ | (7) |

بسط كلا مما يلي:

- | | | | | | |
|----------------|-----------------------|------|----------------------|------------------------|------|
| 12 | $\sqrt{144}$ | (10) | ±9 | $\pm\sqrt{81}$ | (9) |
| | $\sqrt{-5^2}$ | (12) | 5 | $\sqrt{(-5)^2}$ | (11) |
| | ليس عددًا حقيقيًا | | | | |
| $-\frac{2}{3}$ | $-\sqrt{\frac{4}{9}}$ | (14) | 0.6 | $\sqrt{0.36}$ | (13) |
| -3 | $-\sqrt[3]{27}$ | (16) | -2 | $\sqrt[3]{-8}$ | (15) |
| 2 | $\sqrt[3]{32}$ | (18) | 0.4 | $\sqrt[3]{0.064}$ | (17) |
| y | $\sqrt{y^2}$ | (20) | 3 | $\sqrt[4]{81}$ | (19) |
| $8 x^3 $ | $\sqrt[4]{64x^6}$ | (22) | 5c | $\sqrt[3]{125c^3}$ | (21) |
| m^4p^2 | $\sqrt[4]{m^8p^4}$ | (24) | -3a ² | $\sqrt[3]{-27a^6}$ | (23) |
| $2 w v^2$ | $\sqrt[3]{16w^4v^8}$ | (26) | -10p ² t | $-\sqrt[3]{100p^4t^2}$ | (25) |
| a + b | $\sqrt{(a + b)^2}$ | (28) | 9c ² | $\sqrt{(-3c)^4}$ | (27) |

الفصل 4 : العلاقات والدوال العكسية والجذرية

23

المصف : التلميذ الثاني

التاريخ: _____

الاسم: _____

4-4 تدريبات إعادة التعليم

الجذر النوني

تقريب الجذور باستعمال الآلة الحاسبة

(تتمه)

العدد غير النسبي	هو العدد الذي لا يمكن التعبير عنه بكسر عشري متناهي أو دوري.
------------------	---

الجذور مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt[3]{4}$ أمثلة للأعداد غير النسبية. ويستعمل تقريب الكسور العشرية في تقريب قيم الأعداد غير النسبية في التطبيقات عادة ، ويمكنك إيجاد هذه القيم التقريبية بسهولة بواسطة الآلة الحاسبة.

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة $\sqrt[3]{18.2}$ مقربة لأقرب جزء من ألف.

مثال $\sqrt[3]{18.2} \approx 1.767$

تعارفين:

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يلي مقربة إلى أقرب جزء من ألف.

- | | | | | | |
|-------------------|------|------------------|------|-------------------|------|
| $\sqrt[3]{0.054}$ | (3) | $\sqrt{1050}$ | (2) | $\sqrt[3]{62}$ | (1) |
| 0.378 | | 32.404 | | 7.874 | |
| $\sqrt[3]{8600}$ | (6) | $\sqrt[3]{5280}$ | (5) | $-\sqrt[3]{5.45}$ | (4) |
| 136.382 | | 72.664 | | -1.528 | |
| $\sqrt[3]{100}$ | (9) | $\sqrt[3]{-15}$ | (8) | $\sqrt{0.095}$ | (7) |
| 2.512 | | -2.466 | | 0.308 | |
| $\sqrt{0.05}$ | (12) | $\sqrt[3]{3200}$ | (11) | $\sqrt[6]{856}$ | (10) |
| 0.224 | | 56.569 | | 3.081 | |
| $-\sqrt[3]{500}$ | (15) | $\sqrt{0.60}$ | (14) | $\sqrt[3]{12500}$ | (13) |
| -4.729 | | 0.775 | | 111.803 | |
| $\sqrt[3]{75}$ | (18) | $\sqrt[3]{4200}$ | (17) | $\sqrt[3]{0.15}$ | (16) |
| 8.660 | | 4.017 | | 0.531 | |

19) الانزلاق، تستعمل شريطة السر الصيغة $2\sqrt{5L}$ لتحديد سرعة سيارة (L) بالأميال لكل ساعة، عندما تنزل مسافة (L) بالقدم. قدر سرعة سيارة بالأميال لأقرب جزء من عشرة إذا انزلت مسافة 300 ft قبل أن تتوقف.

77.5 mi/h

20) رحلات الفضاء، تُقدر المسافة الأقبية (d) بالأميال من محطة فضائية تدور على ارتفاع (h) ميلًا فوق سطح الأرض بالمعادلة $d = \sqrt{8000h + h^2}$. ما المسافة الأقبية المقدره من محطة تدور على ارتفاع 150 ميلًا فوق سطح الأرض؟

1106 mi

الفصل 4 : العلاقات والدوال العكسية والجذرية

22

المصف : التلميذ الثاني

التاريخ:

الاسم:

4-4 التدرّيات الإثرائية

تقريب الجذور التربيعية

لديك الفكر ك التالي :

$$\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 = a^2 + \frac{2ab}{2a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$= a^2 + b + \frac{b^2}{4a^2}$$

افترض أن قيمة a كبيرة جدًا مقارنة بقيمة b . عندها تكون القيمة $\frac{b^2}{4a^2}$ صغيرة جدًا، لدرجة أنه يمكن إهمالها في التقريب.

$$\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 \approx a^2 + b$$

$$a + \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 + b}$$

افترض أن عددًا يمكن التعبير عنه على الصورة $b + a^2$ ، حيث $b > a$ ، فإن القيمة التقريبية للجذر التربيعي للمقدّر $a^2 + b$ تساوي $a + \frac{b}{2a}$. وكذلك يمكنك التوصل إلى القيمة التقريبية

$$a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b}$$

$$\sqrt{622} \approx a \pm \frac{b}{2a} \text{ لتقريب قيمتي } \sqrt{101} \text{ و } \sqrt{622}$$

$$\sqrt{622} = \sqrt{625 - 3} = \sqrt{25^2 - 3} \quad \text{b)}$$

$$b = 3 \text{ و } a = 25$$

$$\sqrt{622} \approx 25 - \frac{3}{2(25)}$$

$$\approx 24.94$$

تمارين:

استعمل الصيغة السابقة لتقريب كل قيمة مما يأتي إلى أقرب جزء من مئة. تحقق من إجاباتك مستعملًا الآلة الحاسبة.

$$20.05 \quad \sqrt{402} \quad (3) \quad 9.95 \quad \sqrt{99} \quad (2) \quad 25.02 \quad \sqrt{626} \quad (1)$$

$$8.94 \quad \sqrt{80} \quad (6) \quad 14.93 \quad \sqrt{223} \quad (5) \quad 40.05 \quad \sqrt{1604} \quad (4)$$

$$59.79 \quad \sqrt{3575} \quad (9) \quad 50.05 \quad \sqrt{2505} \quad (8) \quad 69.93 \quad \sqrt{4890} \quad (7)$$

$$16.12 \quad \sqrt{260} \quad (12) \quad 17.03 \quad \sqrt{290} \quad (11) \quad 1200.46 \quad \sqrt{1441100} \quad (10)$$

$$a > b \text{ يُبين أن } a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b} \text{ حيث } a > b$$

$$\left(a - \frac{b}{2a}\right)^2 = a^2 - b + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\frac{b^2}{4a^2}; \left(a - \frac{b}{2a}\right)^2 \approx a^2 - b; a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b}$$

الفصل 4 : العلاقات والدوال العكسية والجذرية

المصف: الثاني الثانوي

25

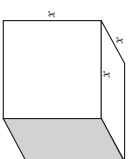
التاريخ:

الاسم:

4-4 تدرّيات حل المسألة

الجذر التوحي

(1) مكعبات، تريد سمود بناء مخزن مكعب الشكل سعة 1728 قدمًا مكعبًا. كم ستكون أبعاد المخزن؟



$$12ft \times 12ft \times 12ft$$

$$\text{a) إذا كان طول الصندوق } 2ft \text{، فما زمن اهترازة؟}$$

$$1.57s$$

$$\text{b) إذا كان زمن اهترازة صندوق } 1.74s \text{، فما طول الصندوق بالأقدام.}$$

$$2.5ft$$

(2) افعل: قمل المعادلة $a = \sqrt[3]{P}$ حالة خاصة لتقانون كيلر

المات المتعلق بكرة الكراكب. حيث a معدل بعد

الكركب عن الشمس بالوحدات الفلكية، و P الفترة

الزمنية بالسنوات لدورة الكركب. إذا كانت دورة

كوكب المشتري تستغرق 12 سنة، فما بعده عن الشمس

بالوحدات الفلكية؟

$$5.24 \text{ وحدة فلكية.}$$

(3) هامش الربيع: تبلغ تكاليف سلعة لدى تاجر جملة

D ريالًا، وبيعها لتاجر توزيع بربح 8%. وبيعها لتاجر

التوزيع لتاجر تجزئة بربح 6%. وبيعها لتاجر التجزئة

للمستهلك بربح 2%. ما السعر الذي يشتري به

المستهلك؟ وإذا اشترى المستهلك السلعة ببيع

80 ريالًا، وكانت تكلفتها على تاجر الجملة

29.15 ريالًا، فما نسبة الربح 8%.

$$D(1 + \frac{P}{100})^3; 40\%$$

الفصل 4 : العلاقات والدوال العكسية والجذرية

المصف: الثاني الثانوي

24

الاسم: التاريخ:

4-5 تدريبات إعادة التعليم

العمليات على العبارات الجذرية

العمليات على الجذور، يمكن جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات تحتوي على جذور، ويكون جذران متشابهين إذا كان لهما الدليل نفسه، وما تحت الجذر نفسه.

تستعمل خصائص الضرب والتقسيم في ضرب الجذور، ولإيجاد ناتج $(a\sqrt{b} + c\sqrt{d})(a\sqrt{b} + c\sqrt{d})$ استعمل خاصية التوزيع. ولإضاق النقام استعمل المرافق. تُعد كل من ثنائي الحد اللتين على الصورة $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ ، حيث a, b, c, d أعداد نسبية، مرافقة للأخرى، وحاصل ضرب المقدار بمرافقه عدد نسبي دائمًا.

مثال 1: بسط $2\sqrt{50} - 4\sqrt{500} - 6\sqrt{125}$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{50} - 4\sqrt{500} - 6\sqrt{125} &= 2\sqrt{5^2 \cdot 2} + 4\sqrt{10^2 \cdot 5} - 6\sqrt{5^2 \cdot 5} \\ &= 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 10 \cdot \sqrt{5} - 6 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{2} + 40\sqrt{5} - 30\sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{2} + 10\sqrt{5} \end{aligned}$$

مثال 3: بسط $\frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

$$\begin{aligned} \frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} &= \frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \cdot \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \\ &= \frac{6-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{6-5\sqrt{5}+5} \\ &= \frac{3^2-(\sqrt{5})^2}{9-5} \\ &= \frac{6-5\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

مثال 2: بسط $(2\sqrt{3}-4\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})$

$$\begin{aligned} (2\sqrt{3}-4\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2}) &= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \\ &= 6 + 4\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 16 \\ &= -10 \end{aligned}$$

تقارن:

بسط كلاهما يأتي:

$\sqrt{300} - \sqrt{27} - \sqrt{75}$	(3)	$\sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{45}$	(2)	$3\sqrt{2} + \sqrt{50} - 4\sqrt{8}$	(1)
$\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$		$\frac{4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}$		0	
$2\sqrt{3}(\sqrt{15} + \sqrt{60})$	(6)	$\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12})$	(5)	$\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{24}$	(4)
$18\sqrt{5}$		$2 + 2\sqrt[3]{3}$		$6\sqrt[3]{9}$	
$(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})(2\sqrt{8} + \sqrt{5})$	(9)	$(6\sqrt{3} - 4\sqrt{2})(3\sqrt{3} + \sqrt{2})$	(8)	$(2 + 3\sqrt{7})(4 + \sqrt{7})$	(7)
$17 - 8\sqrt{10}$		$46 - 6\sqrt{6}$		$29 + 14\sqrt{7}$	
$\frac{13\sqrt{3} - 23}{11}$		$\frac{5 - 3\sqrt{3}}{1 + 2\sqrt{3}}$	(12)	$5 + 3\sqrt{2}$	(11)
		$\frac{4 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$		$\frac{5\sqrt{48} + \sqrt{75}}{5\sqrt{3}}$	(10)

الأنشطة: 4: العلاقات والحوال المتكسبة والجذرية

الاسم: التاريخ:

4-5 تدريبات إعادة التعليم

العمليات على العبارات الجذرية

تبسيط الجذور

لاي عددين حقيقيين a و b وأي عدد صحيح $n > 1$:	لاي عددين حقيقيين a و b وأي عدد صحيح $n > 1$:
خاصية ضرب الجذور	خاصية ضرب الجذور
(1) إذا كان n عددًا زوجيًا، فإن $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.	(1) إذا كان n عددًا زوجيًا، فإن $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.
(2) إذا كان n عددًا فرديًا، فإن $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.	(2) إذا كان n عددًا فرديًا، فإن $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.

اتبع الخطوات التالية لتبسيط الجذور التربيعية:

- حلل ما تحت الجذور إلى مربعات ما أمكن ذلك.
- استعمل خاصية ضرب الجذور لفصل المربعات الكاملة.
- بسط كل جذر.

لاي عددين حقيقيين a و b ، وأي عدد صحيح	لاي عددين حقيقيين a و b ، وأي عدد صحيح
خاصية قسمة الجذور	خاصية قسمة الجذور
(1) إذا كان n عددًا زوجيًا، فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ إذا كانت جميع الجذور موجبة.	(1) إذا كان n عددًا زوجيًا، فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ إذا كانت جميع الجذور موجبة.
(2) إذا كان n عددًا فرديًا، فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ إذا كانت جميع الجذور موجبة.	(2) إذا كان n عددًا فرديًا، فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ إذا كانت جميع الجذور موجبة.

لتخلص من الجذور في النقام والكسور من المقادير تحت الجذور، ضرب كلا من البسط والنقام بمقدار يسجل إيجاد الجذر الدقيق (نطاق النقام).

مثال 2: بسط $\sqrt{\frac{8x^3}{45r^5}}$

$$\sqrt{\frac{8x^3}{45r^5}} = \frac{\sqrt{8x^3}}{\sqrt{45r^5}} = \frac{\sqrt{2x^3}}{\sqrt{9 \cdot 5r^5}} = \frac{\sqrt{2x^3}}{3\sqrt{5r^5}} = \frac{\sqrt{2x^3}}{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{r^5}} = \frac{\sqrt{2x^3}}{3\sqrt{5} \cdot r^2 \sqrt{r}} = \frac{\sqrt{2x^3}}{3\sqrt{5}r^2 \sqrt{r}}$$

خاصية قسمة الجذور

بالتحليل إلى مربعات

خاصية الضرب

بالتبسيط

نطاق النقام

بالتبسيط

مثال 1: بسط $\sqrt[3]{-16a^5b^7}$

$$\sqrt[3]{-16a^5b^7} = \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot b^4} = -2ab\sqrt[3]{2a^2b^4}$$

تقارن:

بسط كلاهما يأتي:

$5x^2y^3\sqrt{3y}\sqrt{75x^4y^7}$	(3)	$2a^2b^5\sqrt[4]{2a}\sqrt[4]{32a^9b^{20}}$	(2)	$15\sqrt[5]{6}$	(5)
$\frac{pq\sqrt[3]{25p^2}}{10}$	(6)	$\frac{ a^3b\sqrt{2b} }{14}\sqrt{\frac{a^6b^3}{98}}$	(5)	$\frac{6\sqrt{5}}{25}\sqrt{\frac{36}{125}}$	(4)

الأنشطة: 4: العلاقات والحوال المتكسبة والجذرية

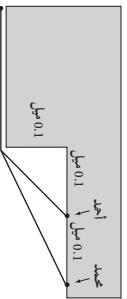
التاريخ:

الاسم:

4-5 تدريبات حل المسألة

العمليات على العبارات الجذرية

- (4) سباق، يريد محمد أن يسابق مع أخيه الأصغر أحمد. وبعد عدو من السباقات توصل إلى أن السباق العادل بينهما يتحمل في قطعيها مسافات مختلفة. انطلق محمد واحد من نقطة واحدة، وركضا 0.2 ميلا معا، ثم اتجاها مسارين مختلفين. وبينما الشكل التالي يغطي النهاية المختلفين لها، وعند وصولها تبين أن كلا منها استغرق وقتا مقداره 4 دقائق منذ انطلاق السباق.



نقطة البداية 0.2 ميل

إذا حافظ كل من محمد وأحمد خلال السباق على معدل

سرته ثابتا. فكم دقيقة سيستغرق كل منهما لقطع مسافة ميل واحد؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

$$\begin{aligned} & \text{أحمد:} \\ & 0.8 - 4\sqrt{0.02} \\ & 0.02 \\ & \text{أو } 20\sqrt{2} - 40\sqrt{0.05} \\ & 0.8 - 4\sqrt{0.05} \\ & \text{محمد:} \\ & -0.01 \\ & 80\sqrt{5} - 40\sqrt{5} \end{aligned}$$

- (1) مكعبات، بيلك عمر صندوقا على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 20 بوصة، 35 بوصة، 40 بوصة. وتريد أن يصنع صندوقا جديدا مكعب الشكل له حجم الصندوق السابق نفسه، فما طول ضلع الصندوق الجديد؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

10³/28 بوصة

(2) هيرايه، سيرة موجه تتنقل عبر خريطة مغطى

بالعبارة \sqrt{t} حيث t قوة عند الخط، و a كثافة مادة الخط. اكتب العبارة في أبسط صورة بإتساق القام.

$$\frac{\sqrt{t}}{a}$$

(3) افارة، افرض أن شدة إضاءة ضوء I_1 عندما كان مصدره

على بُعد d_1 ، وشدة إضاءة ضوء I_2 عندما كان مصدره على بُعد d_2 . هذه الكميات ترتبط بالعلاقة:

$$\frac{I_1}{d_1^2} = \frac{I_2}{d_2^2}$$

افرض أن I_1 تساوي 50 وحدة، و I_2 تساوي 24 وحدة. فما قيمة $\frac{d_2^2}{d_1^2}$ ؟ اكتب إجابتك في أبسط

صورة.

$$\frac{5\sqrt{3}}{6}$$

التاريخ:

الاسم:

4-5 تدريبات المهارات

العمليات على العبارات الجذرية

بسط كلا ما يلي:

$$5\sqrt{3} \quad \sqrt{75} \quad 2\sqrt{6} \quad \sqrt{24} \quad (1)$$

$$-2\sqrt{3} \quad -\sqrt{48} \quad 2\sqrt{2} \quad \sqrt{16} \quad (3)$$

$$2|ab|\sqrt{4} \quad \sqrt[4]{64a^4b^4} \quad 6 \quad 20x^2\sqrt{2x} \quad 4\sqrt{50x^5} \quad (5)$$

$$\frac{5}{6}r^2\sqrt{t} \quad \sqrt[25]{\frac{25}{36}r^2t} \quad 8 \quad -2f^3\sqrt[3]{a^2f^2} \quad \sqrt[3]{-8df^5} \quad (7)$$

$$\frac{\sqrt[3]{6}}{3} \quad \sqrt[3]{\frac{2}{9}} \quad (10) \quad -\frac{\sqrt{21}}{7} \quad -\sqrt{\frac{3}{7}} \quad (9)$$

$$45 \quad (3\sqrt{3})(5\sqrt{3}) \quad (12) \quad \frac{8\sqrt{10}g^2}{5z} \quad \sqrt[28]{\frac{2g^3}{5z}} \quad (11)$$

$$8\sqrt{2} \quad \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50} \quad (14) \quad 48\sqrt{15} \quad (4\sqrt{12})(3\sqrt{20}) \quad (13)$$

$$\sqrt{5} \quad 8\sqrt{5} - \sqrt{45} - \sqrt{80} \quad (16) \quad 6\sqrt{3} \quad \sqrt{12} - 2\sqrt{3} + \sqrt{108} \quad (15)$$

$$(2 + \sqrt{3})(6 - \sqrt{2}) \quad (18) \quad \sqrt{3} \quad 2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{12} \quad (17)$$

$$12 - 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} - \sqrt{6} \quad (20) \quad -4 \quad (1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) \quad (19)$$

$$15 + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{7} - \sqrt{14} \quad (22) \quad 8 - 4\sqrt{3} \quad (\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 \quad (21)$$

$$\frac{21 + 3\sqrt{2}}{47} \quad \frac{3}{7 - \sqrt{2}} \quad (24) \quad \frac{12 - 4\sqrt{2}}{7} \quad \frac{4}{3 + \sqrt{2}} \quad (23)$$

$$\frac{40 + 5\sqrt{6}}{58} \quad \frac{5}{8 - \sqrt{6}} \quad (24)$$

الفصل 4 : العلاقات والدوال العكسية والجذرية

29

المصفف : الثاني الثانوي

الفصل 4 : العلاقات والدوال العكسية والجذرية

28

المصفف : الثاني الثانوي

الاسم: _____ التاريخ: _____

4-6 تدريبات إعادة التعليم الأسس النسبية

الأسس النسبية والجذور

تعريف $b^{\frac{1}{n}}$	لاي عدد حقيقي b ، وأي عدد صحيح موجب n ، يكون $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ ما عدا عندما $b < 0$ و n عدد صحيح زوجي.
تعريف $b^{\frac{m}{n}}$	لاي عدد حقيقي b ، $b \neq 0$ ، وأي عددين صحيحين m و n ، $n > 1$ ، $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m = \sqrt[n]{b^m}$ ما عدا عندما $b < 0$ و n عدد صحيح زوجي.

مثال 2
أوجد قيمة $\left(\frac{-8}{-125}\right)^{\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned} \text{لاحظ أن } 3 \text{ عدد فردي و } 0 < -125 < -8 \\ \left(\frac{-8}{-125}\right)^{\frac{1}{3}} &= \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{-125}} \\ &= \frac{-2}{-5} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

مثال 1
اكتب $28^{\frac{1}{2}}$ على الصورة الجذرية

$$\begin{aligned} \text{لاحظ أن } 0 < 28 \\ 28^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{28} \\ &= \sqrt{2^2 \cdot 7} \\ &= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{7} \\ &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

تعاريف:

اكتب كل عبارة أسية على الصورة الجذرية، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية.

- | | | | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|
| (1) $11^{\frac{1}{2}}$ | (2) $15^{\frac{1}{3}}$ | (3) $3002^{\frac{3}{2}}$ | (4) $\sqrt[3]{11}$ | (5) $\sqrt[3]{3a^2b^2}$ | (6) $\sqrt[5]{2p^5}$ |
| (7) $-27^{\frac{2}{3}}$ | (8) $216^{\frac{1}{3}}$ | (9) $(0.0004)^{\frac{1}{2}}$ | (10) $\sqrt[3]{47^2}$ | (11) $47^{\frac{2}{3}}$ | (12) 0.02 |

أوجد قيمة كل عبارة ما يأتي:

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

31

المصف: التلميذ الثاني

الاسم: _____ التاريخ: _____

4-5 التدريبات الإثرائية نواتج ضرب خاصة في الجذور

لاحظ أن $3 = (\sqrt{3})(\sqrt{3})$ أو $3 = (\sqrt{3})^2$ ، وعموماً، $x = (\sqrt{x})^2$ حيث $x \geq 0$.
ولاحظ أيضاً أن $\sqrt{36} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$ ، وعموماً، $\sqrt{xy} = (\sqrt{x})(\sqrt{y})$ حيث x و y لا يسا صالين.
يمكنك استخدام هذه الأفكار لإيجاد حواصل الضرب الخاصة الآتية.

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b \\ (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b \\ (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b \end{aligned}$$

مثال 1
أوجد ناتج الضرب: $(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5}) &= (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3 \\ (\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 &= (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2 \cdot 8} + (\sqrt{8})^2 \\ &= 2 + 2\sqrt{16} + 8 = 2 + 2(4) + 8 = 2 + 8 + 8 = 18 \end{aligned}$$

مثال 2
أوجد قيمة: $(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2$

تعاريف:

أوجد ناتج الضرب في كل ما يأتي:

- | | | | |
|--|--|--|----------------------------|
| (1) $(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7})$ | (2) $(\sqrt{10} + \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$ | (3) $(\sqrt{2x} - \sqrt{6})(\sqrt{2x} + \sqrt{6})$ | (4) $(\sqrt{3} - (-7))^2$ |
| (5) $(\sqrt{1000} + \sqrt{10})^2$ | (6) $(\sqrt{y} + \sqrt{5})(\sqrt{y} - \sqrt{5})$ | (7) $(\sqrt{50} - \sqrt{x})^2$ | (8) $50 - 10\sqrt{2x} + x$ |
| (9) $8 - x$ | (10) $y + w$ | (11) 27 | (12) 3 |

يمكنك توسيع الأفكار السابقة لتشمل أنماط مجموع و فرق مكعبين. ادرس النمط التالي، ثم أكمل الأسئلة 9-12.

$$(x^3 - \sqrt[3]{8})(x^3 + \sqrt[3]{8}) = x^3 - \sqrt[3]{8^3} = 8 - x$$

$$(y^3 - \sqrt[3]{27})(y^3 + \sqrt[3]{27}) = y^3 - \sqrt[3]{27^3} = 27 - y$$

$$(w^3 - \sqrt[3]{125})(w^3 + \sqrt[3]{125}) = w^3 - \sqrt[3]{125^3} = 125 - w$$

$$(x^3 - \sqrt[3]{11})(x^3 + \sqrt[3]{11}) = x^3 - \sqrt[3]{11^3} = 11 - x$$

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

30

المصف: التلميذ الثاني

التاريخ:

الاسم:

4-6 تدريبات المهارات الأساس النسبية

اكتب كل عبارة لأسية على الصورة البذرية، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية فيما يلي.

$$\sqrt[9]{8} \quad 8^{\frac{1}{5}} \quad (2) \quad \sqrt[9]{3} \quad 3^{\frac{1}{6}} \quad (1)$$

$$15^{\frac{3}{4}} \quad \sqrt[4]{15^3} \quad (4) \quad 51^{\frac{1}{2}} \quad \sqrt{51} \quad (3)$$

$$37^{\frac{1}{3}} \quad \sqrt[3]{37} \quad (6) \quad (\sqrt[3]{12})^2 \text{ و } \sqrt[3]{12^2} \quad 12^{\frac{2}{3}} \quad (5)$$

$$6^{\frac{1}{3}} 3^{\frac{1}{2}} y^{\frac{2}{3}} \sqrt[2]{6xy^2} \quad (8) \quad c^{\frac{9}{4}} c^4 \quad (c^{\frac{9}{4}})^{\frac{3}{4}} \quad (7)$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يلي:

$$3 \quad 81^{\frac{1}{4}} \quad (10) \quad 2 \quad 32^{\frac{1}{5}} \quad (9)$$

$$64 \quad 16^{\frac{3}{2}} \quad (12) \quad 3 \quad 27^{\frac{1}{3}} \quad (11)$$

$$\frac{8}{27} \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (14) \quad 729 \quad 27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{5}{3}} \quad (13)$$

بسط كل عبارة مما يلي:

$$m^2 \quad m^{\frac{2}{3}} \cdot m^{\frac{16}{9}} \quad (16) \quad c^3 \quad c^{\frac{12}{5}} \cdot c^{\frac{3}{5}} \quad (15)$$

$$p^{\frac{7}{10}} \quad p^{\frac{1}{5}} \cdot p^{\frac{1}{2}} \quad (18) \quad q^2 \quad (q^{\frac{1}{2}})^3 \quad (17)$$

$$\frac{x^{\frac{5}{12}}}{x^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{4}}} \quad (20) \quad \frac{x^{\frac{10}{11}} \cdot x^{\frac{6}{11}} \cdot x^{\frac{4}{11}}}{x^{\frac{1}{4}}} \quad (19)$$

$$\frac{n^{\frac{2}{3}}}{n} \cdot \frac{n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{10}} \cdot n^{\frac{1}{12}}} \quad (22) \quad y^{\frac{1}{4}} \quad y^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{y^{\frac{1}{4}}} \quad (21)$$

$$|a|\sqrt[7]{7} \quad \sqrt[9]{49a^8} \quad (24) \quad \sqrt{2} \quad \sqrt[3]{64} \quad (23)$$

الفصل 4 : العلاقات والدوران العكسية والجذرية

33

المصفف : الثاني الثانوي

التاريخ:

الاسم:

4-6 تدريبات إعادة التعليم الأساس النسبية

تبسيط العبارات، يمكنك تطبيق جميع خصائص وقوانين الأس التي تعلمتها سابقاً على الأسس النسبية. وعندما تبسط عبارات تحتوي على أسس نسبية، أبقِ على الأسس النسبية، واكتب العبارة بأسس موجبة، وأي أسس في المقام يتعين أن تكون صحيحة موجبة.

عندما تبسط عبارات جذرية قد تستعمل أسساً نسبية، ولكن إجاباتك النهائية يتعين أن تكون بالصورة الجذرية وبأصغر دليل ممكن للجذر.

بسط $\sqrt[4]{144x^6}$

مثال 2

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{144x^6} &= (144x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= (2^4 \cdot 3^2 \cdot x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= (2^1)^{\frac{1}{4}} \cdot (3^2)^{\frac{1}{4}} \cdot (x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = 2x \cdot (3x)^{\frac{1}{2}} = 2x\sqrt{3x} \end{aligned}$$

بسط $\frac{2}{x^8} \cdot \frac{3}{x^9}$

مثال 1

$$\frac{2}{x^8} \cdot \frac{3}{x^9} = \frac{2 \cdot 3}{x^{\frac{2}{8} + \frac{3}{9}}} = \frac{25}{x^{\frac{17}{6}}}$$

لغادرين:

بسط كل عبارة فيما يلي:

$$x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{6}{5}} \quad x^2 \quad (1)$$

$$\left(\frac{2}{y^3}\right)^{\frac{3}{4}} \quad y^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$p^{\frac{4}{5}} \cdot p^{\frac{7}{10}} \quad p^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{s^6}\right)^{\frac{4}{5}} \quad s^{\frac{2}{9}} \quad (6) \quad x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \quad (5)$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}} \quad \frac{p}{p^{\frac{1}{3}} \cdot p^{\frac{2}{5}}} \quad (7) \quad \frac{\sqrt[9]{128}}{2\sqrt[3]{2}} \quad (9)$$

$$\sqrt{32} \cdot 3\sqrt[3]{16} \quad (12) \quad \sqrt[3]{288} \quad (11)$$

$$48\sqrt[3]{2} \quad 2\sqrt[5]{9} \quad (10) \quad \sqrt[4]{49} \quad \sqrt{7}$$

الفصل 4 : العلاقات والدوران العكسية والجذرية

32

المصفف : الثاني الثانوي

التاريخ:

الاسم:

4-6 التدرّيات الإثرائية

صينغ هندسية محدودة الاستعمال

تضمن كثير من الصينغ الهندسية عبارات جذرية.

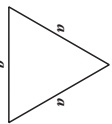
ارسم أشكالاً لتوضيح الصينغ الهندسية المطاة في هذه الصفحة، ثم أوجد قيمة كل صيغة عند القيم المطاة للمتغيرات.

قرب إجاباتك إلى أقرب جزء من مئة.

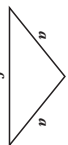
(1) مساحة مثلث متطابق الضلعين a ، وطول الضلع الثالث c ، طول كل من

$$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} \text{، هي:}$$

$$A = \frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2} \text{، أوجد } A \text{ عندما } a = 6 \text{ و } c = 7 \text{،}$$



27.71 وحدة مربعة



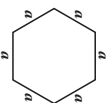
17.06 وحدة مربعة

(4) مساحة سداسي منتظم (A) طول ضلعه a تغطي

$$A = \frac{3a^2}{2}\sqrt{3} \text{، بالعلا:$$

$$A = 9 \text{ عندما } a = 9 \text{،}$$

$$210.44 \text{ وحدة مربعة}$$



(3) مساحة خماسي منتظم (A) طول ضلعه a ، هي:

$$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \text{، أوجد } A \text{ عندما } a = 4 \text{،}$$

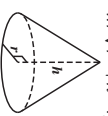
$$27.53 \text{ وحدة مربعة}$$



(6) مساحة السطح المنحني لخروط قائم (S) ارتفاعه h وطول نصف قطر قاعدته r ، هي:

$$S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} \text{، أوجد } S \text{ عندما } r = 3 \text{ و } h = 6 \text{،}$$

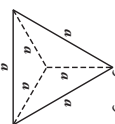
$$63.22 \text{ وحدة مربعة}$$



(5) حجم رباعي سطوح منتظم (V) طول حوافه a ، هي:

$$V = \frac{a^3}{12}\sqrt{2} \text{، أوجد } V \text{ عندما } a = 2 \text{،}$$

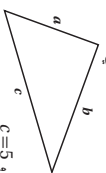
$$0.94 \text{ وحدة مكعبة}$$



(7) قاعدة هيرون لحساب مساحة مثلث (A) باستعمال

$$s = \frac{a+b+c}{2} \text{، حيث } a, b \text{ و } c \text{ هي نصف محيطه.}$$

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{، أوجد } A \text{ عندما } a = 3, b = 4 \text{ و } c = 5 \text{،}$$



6 وحدات مربعة

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

35

الصف: الثاني الثانوي

التاريخ:

الاسم:

4-6 تدريبات حل المسألة

الأسس النسبية

(4) خلايا، ينمو عدد الخلايا في مزرعة بصورة أسية.

وعدد الخلايا في المزرعة كدالة في الزمن t يعطى بالمعادلة $N(t) = N_0 \cdot 2^{kt}$ ، حيث t الزمن بالساعات، و N_0 عدد الخلايا الأصلي الذي بدأت به المزرعة.

(5) أصبح عدد الخلايا بعد 3 ساعات 1728 خلية، ما قيمة N ؟

1000

(6) ما عدد الخلايا في المزرعة بعد 20 دقيقة؟

1063 تقريباً

(7) كم كان عدد الخلايا في المزرعة بعد مرور 2.5 ساعة؟

1577 تقريباً

(1) تبرّع كعب، طول ضلعه مكعب (5)، ما طول ضلع

البرج الذي يكون القيمة العددية لساخه تساوي القيمة

العددية لخطم هذا الكعب؟ اكتب إجاباتك مستعملاً

الأسس النسبية.

$s^{\frac{3}{2}}$

(2) برج 111، يُخزّن ماء الشرب في بعض المدن في أبراج

للإاء، ويبلغ ارتفاع برج الماء في إحدى المدن 218 قدماً،

وتستوعب إلى نصف مليون جالون.

أرادت بلدية المدينة بناء

برج جديد للماء تعادل

سعة كرتيه 10 أفعال سعة

كرة البرج القديم، كم

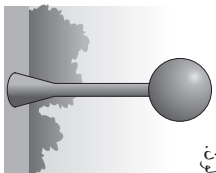
مرة يساوي نصف قطر

الكرة الجديدة نصف

قطر الكرة القديمة؟

اكتب إجاباتك مستعملاً الأسس النسبية.

$10^{\frac{1}{3}}$



(3) بانوقات، يُفتح بارون كروي الشكل بالماء، وكان

حجمه كدالة في الزمن t ، $3\pi t^2$ ، ما طول نصف قطر

البارون كدالة في الزمن (t)؟ اكتب إجاباتك مستعملاً

الأسس النسبية.

$3\left(\frac{t}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

34

الصف: الثاني الثانوي

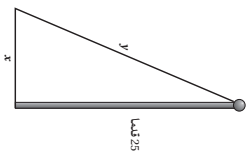
التاريخ:

الاسم:

4-7 تدريبات حل المسألة

حل المعادلات والتبنيات الجذرية

- (4) حبلان، رُبط طرفا حبل في قاعدة سارية وقمتهما على صورة الشكل التالي، وكان $x + y = 50$ ، اعتبر إذا على نظرية فيثاغورس، المسافة $\sqrt{x^2 + 25^2} = y$ ، ما قيمة x ؟



18.75 قسما

- (5) مدى: تتابع وكالة الفضاء الأمريكية "ناسا" أكثر من 300 كويكب غريبة من الأرض. افترض أن الأرض

تُحل نقطة الأصل في مستوى إحداثي، فيكون مسار الكويكب وفق العلاقة $x > 0$ ، $y = \frac{x}{17}$ ، حيث كل وحدة تقابل مليون ميل. ويقول راصد فلكي أنه يمكن مشاهدة الكويكب في المنظار الفلكي عندما يكون ضمن مسافة $\frac{145}{12}$ مليون ميل عن الأرض.

- (a) اكتب عبارة تعطي بُعد الكويكب عن الأرض بدلالة x .

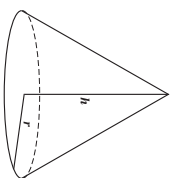
$$\sqrt{x^2 + \frac{289}{x^2}}$$

- (b) ما قيم x التي تجعل الكويكب ضمن مدى المنظار الفلكي الراصد؟

$$\frac{17}{12} \leq x \leq 12$$

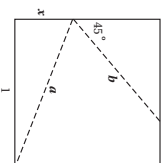
- (1) لوحات، ينتق رسام $(8n^{\frac{2}{3}} + 400)$ ريالاً لرسام n لوحة، كم لوحة يمكنه رسمها بمتبوع 1200 ريال؟ 1000

- (2) المساحة الجوانبية لمرور ارتفاع h ونصف قطر قاعدته r تُعطى بالصيغة $L = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$. إذا كانت المساحة الجوانبية تساوي 65π وحدة مربعة، وطول نصف قطر القاعدة 5 وحدات، فأوجد ارتفاع المخروط.



12 وحدة

- (3) الأوريغامي (ORIGAMI): يريد صلاح أن يطوي ورقة مربعة الشكل لعمل مثلث متساوي الأضلاع، ويريد أن يحدد x على ضلع الورقة ليقيم بطي الورقة حول الخط المتقطع المثلث بالشكل حيث $a = b$.



واستعمل معلوماته السابقة في الهندسة يعلم صلاح أن $x^2 + a = \sqrt{2}(1-x)$ و $a = \sqrt{1+x^2}$ ، عليه أن يحل المعادلة $x^2 + \sqrt{1+x^2} = \sqrt{2}(1-x)$ فما قيمة x ؟ $2 - \sqrt{3}$

المصف: التلميذ الثاني

39

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

التاريخ:

الاسم:

4-7 تدريبات المهارات

حل المعادلات والتبنيات الجذرية

حل كل معادلة ما يأتي:

$$16 \sqrt{x} + 3 = 7 \quad (2)$$

$$25 \sqrt{x} = 5 \quad (1)$$

$$\frac{1}{n^5} + 1 = 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{25} \sqrt[5]{x} = 1 \quad (3)$$

$$32 \sqrt[3]{2w} = 4 \quad (6)$$

$$18 - 3r^{\frac{1}{2}} = 25 \quad (5)$$

$$8 \sqrt{3n+1} = 5 \quad (8)$$

$$21 \sqrt{b-5} = 4 \quad (7)$$

$$3 \cdot 2 + \sqrt{3p+7} = 6 \quad (10)$$

$$11 \sqrt[3]{3r-6} = 3 \quad (9)$$

$$\frac{5}{2} (2d+3)^{\frac{1}{3}} = 2 \quad (12)$$

$$40 \sqrt{k-4} - 1 = 5 \quad (11)$$

$$-9 - 4 - (1-7d)^{\frac{1}{3}} = 0 \quad (14)$$

$$11 (t-3)^{\frac{1}{3}} = 2 \quad (13)$$

$$8 \sqrt{g+1} = \sqrt{2g-7} \quad (16)$$

$$\sqrt{3z-2} = \sqrt{z-4} \quad (15)$$

حل كل متباينة ما يأتي:

$$3 \leq c \leq 4 \quad 5 + \sqrt{c-3} \leq 6 \quad (18)$$

$$x \geq 8 \quad 4\sqrt{x+1} \geq 12 \quad (17)$$

$$-2 \leq a \leq 16 - \sqrt{2a+4} \geq -6 \quad (20)$$

$$-1 \leq x < 26 - 2 + \sqrt{3x+3} < 7 \quad (19)$$

$$-\frac{1}{3} \leq x < 0 \quad 4 - \sqrt{3x+1} > 3 \quad (22)$$

$$r > 7 \quad 2\sqrt{4r-3} > 10 \quad (21)$$

$$-\frac{3}{11} \leq r \leq 2 - 3\sqrt{11r+3} \geq -15 \quad (24)$$

$$y \geq 32 \quad \sqrt{y+4} - 3 \geq 3 \quad (23)$$

المصف: التلميذ الثاني

38

الفصل 4: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

التاريخ:

الاسم:

4-7 التدرجات الإثرائية جداول الصواب

العمليات الأساسية في الرياضيات هي: الجمع، والطرح، والقسمة، وإيجاد قيمة جذره، وإيجاد قيمة قوة. وفي المنطق، العمليات الأساسية هي: النفي (\neg)، و (\wedge)، أو (\vee)، يتضمن (\rightarrow).

إذا كانت P و q عبارتين، فإن $\neg P$ تعني نفي العبارة P و ($q \wedge P$) تعني P و q ، ($q \vee P$) تعني P أو q ، ($P \rightarrow q$) تعني أن العبارة P تتضمن العبارة (q). وعمليات المنطق معروفة في جداول تسمى جداول الصواب. والجداول التالية تمثل العمليات: $\neg P$ و $P \wedge q$ و $P \vee q$ و $P \rightarrow q$ على الترتيب من اليسار إلى اليمين.

لاحظ في جدول الصواب للعبارة $\neg P$ أنه توجد حالتان يمكنتان للعبارة P هما: صواب (T) وخطأ (F). وبيّن الجدول أنه عندما تكون P خطأ تكون $\neg P$ صائبة.

P	$\neg P$	P	q	$P \wedge q$	P	q	$P \vee q$	P	q	$P \rightarrow q$
T	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	F	T	F	F	F
F	T	F	T	F	F	T	T	F	T	T
F	T	F	F	F	F	F	F	F	T	T

يمكنك أن تحدد الشروط والحالات التي تكون فيها عبارة مركبة صائبة، مستعملًا المعلومات الثائرة في الجداول السابقة.

مثال: ما الشروط التي تجعل العبارة ($\neg P \vee q$) صائبة.

اعمل جدول الصواب للعبارة، مستعملًا المعلومات الثائرة في جدول الصواب للعبارة $P \vee q$ السابقة لإكمال العمود الأخير في الجدول.

P	q	$\neg P$	$\neg P \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

يبدل جدول الصواب على أن العبارة $P \wedge q \sim P \vee q$ صائبة في جميع الحالات باستثناء الحالة التي يكون فيها P صائبة و q خطأ.

استعمل جداول الصواب لتحديد الشروط التي تكون عندها كل من العبارات الآتية صائبة.

(1) $\neg P \vee \neg q$ (2) $(P \rightarrow q) \vee (q \rightarrow P)$

دائما هذا الحالة: P صائبة و q صائبة كل الحالات

(3) $(P \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow P)$ (4) $\neg(P \vee q) \rightarrow \neg(P \wedge q)$

كل الحالات عندما تكون P صائبة و q صائبة، وكذلك عندما تكون P خطأ و q خطأ