



وزارة التربية والتعليم
Ministry of Education
المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للف الثاني الثانوي

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل السابع: الاحتمالات

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Algebra 2

الرياضيات - الصف الثاني الثانوي
مصادر المعلم للأنشطة الصفية
أعدّ النسخة العربية: شركة العبيكان للأبحاث والتطوير

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبع الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب، حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم.

وقد تم تخصيص صفحة أو أكثر لكل نوع من هذه التدريبات؛ لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء في داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وتشمل هذه التدريبات الأنواع التالية:

تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

ولأهمية حل المسألة تم تخصيص صفحتين من تدريبات إعادة التعليم لكل درس من دروس حل المسألة؛ للتركيز على كيفية اختيار الخطة وتنفيذها، بالإضافة إلى مجموعة من التدريبات المناسبة لتطبيق تلك الخطة.

تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات غالباً على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس، وتتضمن تدريبات إضافية وسائل تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى المتوسط.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات على التوسُّع في مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى فوق المتوسط.

ملحق الإجابات:

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقاً بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصفّرة.

المقدمة	4
الدرس 7-1 تمثيل فضاء العينة	
تدريبات إعادة التعليم	6
تدريبات المهارات	8
تدريبات حل المسألة	9
التدريبات الإثرائية	10
الدرس 7-2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق	
تدريبات إعادة التعليم	11
تدريبات المهارات	13
تدريبات حل المسألة	14
التدريبات الإثرائية	15
الدرس 7-3 الاحتمال الهندسي	
تدريبات إعادة التعليم	16
تدريبات المهارات	18
تدريبات حل المسألة	19
التدريبات الإثرائية	20
الدرس 7-4 احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة	
تدريبات إعادة التعليم	21
تدريبات المهارات	23
تدريبات حل المسألة	24
التدريبات الإثرائية	25
الدرس 7-5 احتمالات الحوادث المتنافية	
تدريبات إعادة التعليم	26
تدريبات المهارات	28
تدريبات حل المسألة	29
التدريبات الإثرائية	30
ملحق الإجابات	31

تدريبات إعادة التعليم

تمثيل فضاء العينة

تمثيل فضاء العينة : فضاء العينة لتجربة ما هو مجموعة النواتج الممكنة جميعها، ويمكن تمثيله باستعمال القائمة المنظمة أو الجدول أو الرسم الشجري.

مثال

يختار كمال بدلة وقميصاً ورابطة عُقْ مناسباً للعمل وفق قائمة الملابس المجاورة. استعمل الرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة للملابس العمل التي يلبسها كمال.

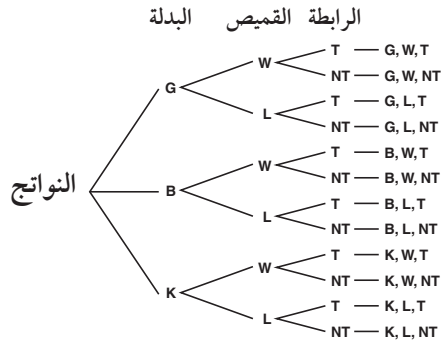
يتكون فضاء العينة من ثلاث مراحل هي:

• لون البدلة (G, B, K)

• لون القميص (W, L)

• الرابطة (T, NT)

مثّل بالرسم الشجري الذي يتكوّن من ثلاث مراحل.



تمارين:

مثّل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي مستعملًا القائمة المنظمة، والجدول، والرسم الشجري.

(1) يمكن أن يلبس فريق كرة السلة قمصانًا زرقاء أو بيضاء مع بناطيل زرقاء أو بيضاء.

(2) مشاهدة طلاب مدرسة مباراة كرة قدم أو كرة سلة على ملاعب الجامعة أو ملاعب النادي الرياضي.

(3) يمكن أن يشرب طفل عصير التفاح أو الحليب من قنينة أو فنجان.

(4) يتكوّن الجزء الأول من اختبار من سؤالين من نوع الصواب أو الخطأ.

7-1

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

تمثيل فضاء العينة

مبدأ العد الأساسي: يمكن إيجاد عدد النواتج الممكنة لتجربة ما، بضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة.

مثال

يتكوّن نمط لوحة سيارة من ثلاثة أحرف إنجليزية متبوعًا بثلاثة أرقام على ألا يكون الحرف **O** أحد الحروف المستعملة، ولا يكون الرقم **0** أحد الأرقام المستعملة في اللوحة. ويمكن استعمال أي حرف آخر، أو أي رقم أكثر مرة في اللوحة الواحدة.

ما عدد اللوحات التي يمكن تكوينها بهذا النمط؟

استعمل مبدأ العد الأساسي.

عدد النواتج الممكنة	الرقم الثالث	الرقم الثاني	الرقم الأول	الحرف الثالث	الحرف الثاني	الحرف الأول
11390625	$\times 9$	$\times 9$	$\times 9$	$\times 25$	$\times 25$	25

لذا يمكن عمل 11390625 لوحة من هذا النمط.

تمارين:

أوجد عدد النواتج الممكنة في كلٍّ من الحالات الآتية:

- (1) زُيّنَت غرفةٌ باختيار واحدٍ من كل صنفٍ .
(2) يتكوّن طعام الغداء في مطعمٍ من اختيارٍ واحدٍ من كل صنفٍ.

وجبات الطعام	عدد الخيارات
الطبق الرئيس	3
الطبق الجانبي	4
الخضراوات	2
السلطة	2
الحلوى	2
العصائر	3

ديكور غرفة النوم	عدد الخيارات
لون الدهان	8
مجموعة الفراش	6
السجاد	5
الإضاءة	3
الستائر	5

- (3) يريد عادل أن يزّين حديقة منزله، فوجد في كُتَيْبًا حول مخططات الحدائق والساحات؛ أربعة أنواعٍ من البلاط وثلاثة أنواعٍ من الأرضية و5 أنواعٍ من أطقم المقاعد، وسوف يطلب نوعًا واحدًا من كل صنفٍ من الأصناف المذكورة.

تدريبات المهارات

7-1

تمثيل فضاء العينة

مثل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي مستعملًا القائمة المنظمة والجدول والرسم الشجري.

(1) حصول سليم على وظيفة في الرياض أو جدة في فندق أو مطعم.

(2) التحاق سامي في مخيم كرة السلة أو كرة القدم مستشارًا أو إداريًا.

(3) يمكن أن يشتري عامر ساعة أو نظارة بـ 100 ريال أو 200 ريال.

أوجد عدد النواتج الممكنة في كلٍّ من الحالات الآتية:

(4) تشتري عائلة بيتًا، وعليها أن تختار بديلاً واحدًا
(5) يختار فراس اشتراكًا تلفزيونيًا، ويتعين عليه أن يختار بديلاً واحدًا من كل فئة.

عدد البدائل	الفئة
16	باقات القنوات
3	نظام التسجيل
3	مدة الاتفاقية
2	اتفاقية الصيانة
2	الهاتف
2	الإنترنت

عدد البدائل	الفئة
4	الموقع
5	المساحة
3	الحديقة الأمامية
3	الساحة الخلفية والبركة

(6) يوجد في متجر لبيع الهدايا 4 أنواع مختلفة من الدّمى، و 8 أنواع من الحلوى و 5 تصميمات مختلفة من البالونات و 3 ألوان من الورود، وتتكوّن الهدية من اختيار واحد من كل من هذه الأصناف الأربعة.

(7) يلبس سمير زيًا يتكون من بنطال وقميص وجاكيت وجورب وحذاء. ويوجد لديه 6 بناطيل و 6 قمصان و جاكيتان و 6 أزواج من الجوارب و 3 أزواج من الأحذية.

7-1

تدريبات حل المسألة

تمثيل فضاء العينة

(1) لوازم مدرسية: تتسوق هند لشراء متطلبات

مدرسية. إذا كان لديها بديل واحد من كل مما يأتي: 6 حقائب مدرسية و 8 دفاتر ملاحظات. 3 حافظات أقلام. و 3 أنواع من أقلام الرصاص و 8 أنواع من أقلام الحبر. و 4 أنواع من الآلات الحاسبة، فما عدد البدائل المختلفة المتاحة لهند؟

(4) لدى فريق كرة سلة (14) لاعباً؛ منهم 3 لاعبو وسط، و 4 هجوم، واثنان في الهجوم المساند، و 3 هدافين، واثنان صانعا ألعاب. ما عدد النواتج الممكنة لاختيار لاعب من كل صنف؟

(5) الاستئجار في الإجازات: تصف نشرّة سياحية إمكانية

الاستئجار في الإجازات في جدة والطائف. ويمكن اختيار الإقامة مدة أسبوع أو أسبوعين في الطائف في شقة فيها غرفة نوم واحدة أو غرفتا نوم. ويمكنك الإقامة مدة أسبوع أو أسبوعين أو ثلاثة أسابيع في جدة، في شقة فيها غرفتا نوم أو ثلاث غرف نوم على الشاطئ أو بعيدة عنه. (a) ما عدد النواتج الممكنة في الطائف؟

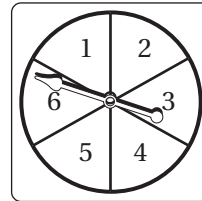
(b) ما عدد النواتج الممكنة في جدة؟

(2) حاسوب محمول: تريد سامية أن تشتري حاسوباً

محمولاً، ولديها بديل واحد من كل مما يأتي: 3 أحجام لمشغل القرص الصلب، و 3 سرعات لوحدة المعالجة المركزية، و 4 ألوان للجهاز، وقياسان للشاشة. ونوعين من الكفالة. و 4 حقائب. إذا رغبت سامية في شراء جهاز أزرق اللون مع أطول مدة كفالة. فما عدد الخيارات المتاحة لها؟

(3) القرص الدوّار يُستعمل المؤشر في الشكل أدناه في

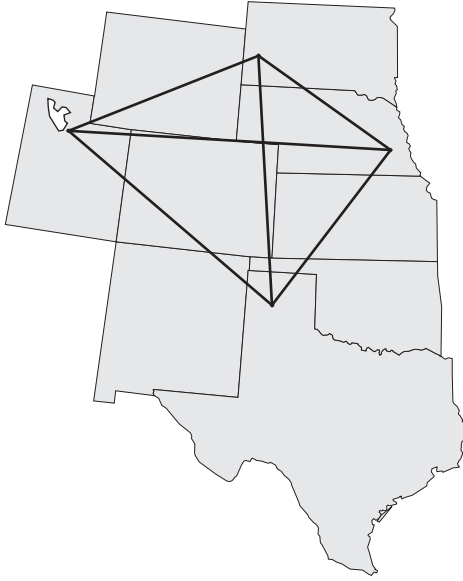
القرص الدوّار. إذا أدير المؤشر 4 مرات، فما عدد النواتج الممكنة؟



7-1

التدريبات الإثرائية

مسألة مندوب المبيعات المتجول

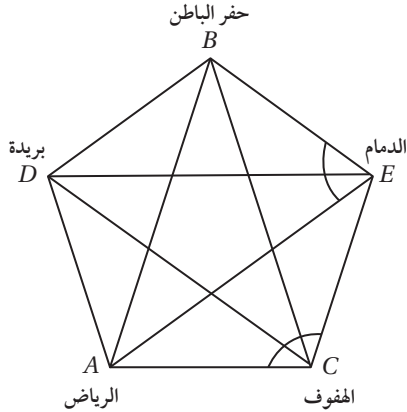


يُخطِّط مندوب مبيعاتٍ لبيع منتج في عدة مدن مختلفة. ويرغب أن يحدّد أقصر مسارٍ يسلكه لزيارة كل مدينة والعودة إلى المكان الذي بدأ منه. فكيف يجد المندوب أقصر مسار يسلكه ليسافر إلى كل مدينة؟

تُسمى هذه المسألة مسألة مندوب المبيعات المتجول، ويبدو أنها بسيطة، ولكن ثبت أن إيجاد حلٍّ فعال لهذه المسألة صعب جدًّا في الحقيقة. أمّا الآن فقد تمّ التوصل إلى حلٍّ باستعمال الحاسوب، ويتمثل في البحث عن جميع الحلول الممكنة للمسألة. يبحث الحاسوب عن جميع التوافيق الممكنة لزيارة المدن، ويحسب طول كل توفيق، ثم يجد المسافة الأقصر. وعلى الرغم من مساعدة الحاسوب، إلّا أنه من غير الواضح أنه قد توصل إلى الحل العام الأكثر فاعلية.

مثال

أوجد عدد الطرق التي يمكن أن يزور بها شخص 5 مدنٍ مختلفة، ثم يعود إلى المدينة الأولى.



إذا بدأ شخص من إحدى المدن، فإنه يبقى 4 مدن أخرى عليه أن يزورها. ثم 3 مدنٍ وبعدها مدينتان وأخيرًا مدينة واحدة. بعد ذلك يتعين أن يعود إلى المدينة الأساسية لذا:

$$\text{الأولى} \quad \text{الثانية} \quad \text{الثالثة} \quad \text{الرابعة} \\ 4 \quad \cdot \quad 3 \quad \cdot \quad 2 \quad \cdot \quad 1 = 24$$

يوجد 24 طريقة مختلفة لزيارة 5 مدنٍ.

تمارين:

أوجد عدد عناصر فضاء العينة لزيارة n من المدن على أن يعود إلى المدينة الأولى.

$$n = 8 \quad (3)$$

$$n = 3 \quad (2)$$

$$n = 7 \quad (1)$$

$$n = 4 \quad (6)$$

$$n = 12 \quad (5)$$

$$n = 11 \quad (4)$$

7-2

تدريبات إعادة التعليم

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 2 \cdot 1$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

الاحتمال باستعمال التباديل: التبديل تنظيم مجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً ولإيجاد عدد تباديل عناصر مجموعة، استعمل المضروب. يكتب **المضروب** باستعمال العدد والرمز!، وفيما يلي قوانين التباديل:

${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$	عدد تباديل n من العناصر المتميزة مأخوذة r في كل مرة.
$\frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_k!}$	عدد تباديل n من العناصر فيها عنصر مكرر r_1 من المرات، وآخر مكرر r_2 من المرات وهكذا.
$\frac{n!}{n} \text{ أو } (n-1)!$	عدد تباديل n من العناصر مرتبة على دائرة دون نقطة مرجع ثابتة.

مثال

تكوّن لجنة ما من 12 عضواً. ويُراد اختيار رئيس ونائب رئيس لها عشوائياً. ما احتمال اختيار سامي وعامر هذين المنصبين؟

أوجد عدد النواتج الممكنة. أوجد عدد النواتج المرغوبة (التي تتكون منها الحادثة)

$$2! = 2$$

$${}_{12}P_2 = \frac{12!}{(12-2)!} = \frac{12!}{10!} = 12 \cdot 11 = 132$$

$$\frac{\text{"عدد النواتج المرغوبة"}}{\text{"عدد النواتج الكلي"}} = \frac{2}{132} = \frac{1}{66}$$

تمارين:

(1) **كتب:** لديك كتاب مقرر لكل من المواضيع الآتية: التفسير، اللغة العربية، اللغة الإنجليزية، الكيمياء، الرياضيات، التاريخ. إذا اخترت 4 كتب منها عشوائياً ورتبتها على رف. فما احتمال أن يكون كتاب الرياضيات الأول من اليمين وكتاب الكيمياء الثاني من اليمين؟

(2) **نواد:** اختار نادي الخدمة الاجتماعية أربعة من أعضائه عشوائياً لحضور كل واحد منهم اجتماعاً من الاجتماعات الأربعة في الرياض ومكة وجدة والخبر. إذا كان عدد أعضاء النادي 20 عضواً، فما احتمال اختيار فهد، وفيصل، وعبدالله وزيد هذه الاجتماعات؟

(3) **أرقام هواتف:** ما احتمال تكوين رقم الهاتف 2223357. من الأرقام: 2, 3, 2, 5, 2, 7, 3؟

(4) **غداء:** تتكوّن مجموعة من 4 طلاب من الصف الأول الثانوي و4 طلاب من الصف الثاني الثانوي. فإذا جلسوا حول منضدة مستديرة عشوائياً. فما احتمال أن يكون الترتيب التالي: أول ثانوي - ثاني ثانوي - أول ثانوي - ثاني ثانوي... وهكذا؟

$$\frac{4}{35}$$

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

الاحتمال باستعمال التوافيق.

التوافيق: هو تنظيم من العناصر، حيث يكون الترتيب فيه غير مهم.

عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة يرمز له بالرمز ${}_nC_r$ ، ويمكن إيجادها باستعمال القانون

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

مثال

حصل ياسر على 15 ميدالية في مباريات كرة القدم التي لعبها، ولديه مكان يتسع لعرض 9 ميداليات

منها فقط، فإذا اختار الميداليات التسع عشوائياً، فما احتمال اختيار أول 9 ميداليات حصل عليها؟

الخطوة 1: بما أن الترتيب غير مهم، فإن عدد النواتج الممكنة يساوي:

$${}_{15}C_9 = \frac{15!}{(15-9)!(9!)} = 5005$$

الخطوة 2: يوجد ناتج واحد مرغوب وهو (اختيار أول 9 ميداليات)

"عدد النواتج المرغوبة"

الخطوة 3: احتمال اختيار الميداليات التسع يساوي: "عدد النواتج الكلي"

$$= \frac{1}{5005}$$

تمارين:

(1) آيس كريم: يمكن أن تختار ليلي من بين 20 نكهة مختلفة من الآيس كريم عند شرائها علبة آيس كريم تتسع لـ 3 ملاعق. فإذا اختارت النكهات عشوائياً، فما احتمال أن تكون النكهات الثلاث التي اختارتها هي: الفانيليا، الشوكولاتة، والفراولة؟

(2) أطفال: 9 أطفال في حضانية. إذا اختارت المربية 4 أطفال للعب على الأرجح عشوائياً، فما احتمال اختيار سالم وبندر ومحمد وحسن؟

(3) بطاقات مصورة: لدى خالد 20 بطاقة مصورة من 20 دولة مختلفة. ويريد أن يقدم 10 منها هدية لصديقه. إذا اختار البطاقات عشوائياً، فما احتمال أن يختار البطاقات التي تحمل صوراً من فرنسا وألمانيا والأرجنتين والكويت والإمارات ومصر والهند واليابان وإسبانيا وتركيا؟

(4) القاطرات السريعة: يتعين الكشف على 12 مطعمًا جديدًا من قبل طبيب أمانة المنطقة. 4 منها في غرب المدينة و4 في شرق المدينة و4 في وسط المدينة. ويختار الطبيب 4 مطاعم كل أسبوع للكشف عليها عشوائياً. فما احتمال اختيار المطاعم الأربعة في غرب المدينة في أحد الأسابيع؟

تدريبات المهارات

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

- (1) **معرض:** تعرض إحدى المدارس أعمال الطلاب في المدخل الرئيس للمدرسة. في صفٍّ يحتوي على 12 لوحةً فنيةً مرتبةً عشوائيًا، ما احتمال أن تكون لوحة جميل و لوحة سالم في المكانين السادس والسابع؟
- (2) **تنظيم:** إذا اصطفَّ 18 طالبًا في صفٍّ واحدٍ في تجربة طوارئ الحريق عشوائيًا، فما احتمال أن يكون رائد هو الأول وبشار الأخير في الصف؟
- (3) **اختيار:** ترشح 10 طلابٍ للفوز بثلاث منحٍ دراسيةٍ. ما احتمال أن يحصل سالم وطارق وعمر على هذه المنح؟
- (4) **حماية:** تحتوي ملصقات موقف للسيارات على أعدادٍ مكونةٍ من 5 أرقامٍ مختارةٍ عشوائيًا من الأرقام 1 إلى 9 دون تكرار. ما احتمال أن يكون أحد هذه الأعداد العشوائية 54321؟
- (5) **اجتماع:** رتب وائل 15 مقعدًا في دائرة؛ استعدادًا لأول لقاء تعارفٍ في النادي. إذا اختار الأشخاص مقاعدهم عشوائيًا، فما احتمال أن يجلس وائل على المقعد الأقرب إلى الباب؟
- (6) **لعبة دوامة الخيل:** يوجد في مدينة الألعاب لعبة دوامة الخيل، وتحتوي على 12 حصانًا في الحلقة الخارجية، إذا اختار 12 شخصًا أحصنتهم عشوائيًا، فما احتمال أن يجلسوا وفق الترتيب الهجائي؟
- (7) **ترويج:** يروج هاشم لفرقة في الألعاب البهلوانية، وقد اتصل بـ 10 مسارح للسيرك. إذا وافقت 4 مسارح منها على مقابلته، فما احتمال أن تكون هذه المسارح هي أكبر 4 مسارح في البلد؟
- (8) **عرض المواهب:** إذا اختار أحد نوادي لغة الإشارة 10 من بين 15 عضوًا لعرض مواهبهم في احتفالٍ عامٍّ، فما احتمال أن يكون هؤلاء العشرة الذين تمَّ اختيارهم هم العشرة الأكبر سنًا في النادي؟

تدريبات حل المسألة

الاحتمال باستعمال التبديل والتوافيق

(4) بطاقات: إذا وضعت خمس بطاقات كُتبت عليها الأرقام من 1 إلى 5 في صفٍّ، فما احتمال أن تكون البطاقة التي تحمل الرقم 1 الأولى من اليسار والتي تحمل الرقم 5 الثانية من اليسار؟

1	5	2	3	4
---	---	---	---	---

(5) هندسة: تقع النقاط: A, B, C, D, E في المستوى نفسه، ولا تقع أي ثلاثٍ منها على المستقيم نفسه. (a) ما عدد كل المستقيبات التي يمكن تحديدها من هذه النقاط؟

(b) ما احتمال اختيار \overleftrightarrow{AB} من بين جميع المستقيبات المتكونة عشوائياً؟

(1) الأعداد العشوائية: مولد الأعداد العشوائية برنامج حاسوبي ينتج أعداداً عشوائية. ما احتمال أن ينتج عدداً أقل من 1000 عند إنتاج أعدادٍ مكونة من 5 أرقام؟ (إرشاد: $00125 = 125$)

(2) برامج: يمكن أن يختار أحد طلاب السنة الأولى 4 مسابقات في كل فصل من بين 17 مساقاً، ولا يمكن أن يُعيد الطالب دراسة المساق في السنة نفسها. ما احتمال أن يختار الطالب اللغة الإنجليزية، والتاريخ، I، والجبر واللغة الإنجليزية II في الفصل الأول، وأن يختار التاريخ II واللغة الإنجليزية III، والهندسة وعلم الأحياء في الفصل الثاني؟

(3) الأمم المتحدة: يتكوّن مجلس الأمن الدولي من 5 أعضاء دائمين و 10 أعضاء غير دائمين. والمملكة العربية السعودية من الأعضاء البالغ عددهم 192 عضواً في هيئة الأمم المتحدة، وهي ليست عضواً دائماً في مجلس الأمن. ما احتمال أن تكون المملكة العربية السعودية عضواً في مجلس الأمن؟

التدريبات الإثرائية

إيجاد التوافق باستعمال مثلث باسكال

عاش بليز باسكال (Blaise Pascal) من 19 يونيو 1623 إلى 19 أغسطس 1662

وهو رياضي وفيلسوف وفيزيائي فرنسي، إحدى إسهاماته

في الرياضيات الترتيب الهندسي لمعاملات ذات الحدين،

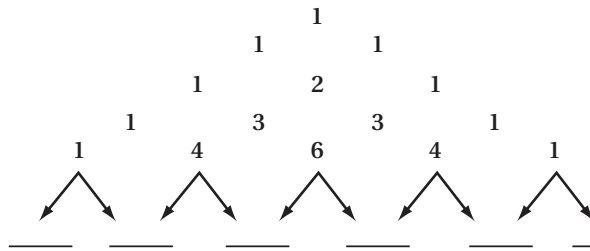
والذي يُسمّى مثلث باسكال. ومن المعلوم أن العالم

العربي الإسلامي أبو بكر محمد بن الحاسب الكرخي

قد توصل إلى هذا المثلث من قبل. وينشأ كل صف في المثلث

بجمع الحدود في الصف السابق له. انظر الشكل المجاور.

ستجد أن الصف الأول يتكون من العدد 1، ويُشار إليه بـ "الصف الصفري 0". وأن ضلعي المثلث من الواحدات بشكل قطري.



انظر إلى الصف الفارغ في الشكل، واجمع كل مُدخلتين في الصف السابق لتجد مدخلات هذا الصف (انظر الأسهم)؛ لذا فإن الصف التالي سيكون: (1, 5, 10, 10, 5, 1). اكتب هذه الأعداد في الأماكن المحددة لها.

إحدى استعمالات القيم في مثلث باسكال هي إيجاد عدد التوافق. فمثلاً القيمة C_2^5 هي المدخلة 2 في الصف 5. تذكر أن كل صف يبدأ بالمدخلة 0 (وقيمتها 1 دائماً)، المدخلة 2 في الصف 5 هي 10؛ لذلك فإن $C_2^5 = 10$.

تمارين:

استعمل مثلث باسكال أعلاه للإجابة عما يأتي.

(1) اكتب الصفوف الثلاثة التالية في مثلث باسكال.

1 5 10 10 5 1

(2) استعمل مثلث باسكال لإيجاد C_3^7 .

(3) ما العلاقة بين قيمتي C_1^7 و C_6^7 ؟

(4) ما عدد أطباق البيتزا التي تحتوي على 3 إضافات تُختار من بين 8 إضافات ممكنة؟

(5) ما احتمال أن تحتوي البيتزا في السؤال 4 على الفلفل، والنقانق، والبصل؟

تدريبات إعادة التعليم

7-3

الاحتمال الهندسي

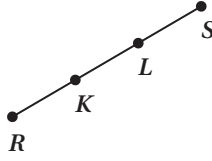
الاحتمالات والأطوال: الاحتمالات التي تتضمن قياسات هندسية تسمى الاحتمالات الهندسية.

أحد أنواع القياس هو الطول.

انظر إلى القطعة المستقيمة \overline{RS}

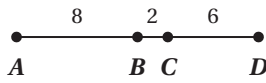
إذا اخترت نقطة M على القطعة المستقيمة عشوائياً، فإن

$$P(\overline{KL} \text{ على } M \text{ وقوع}) = \frac{KL}{RS}$$



اخترت النقطة X على القطعة \overline{AD} عشوائياً. أوجد احتمال وقوع X على \overline{AB} .

مثال



نسبة احتمالات الأطوال

$$AD = 8 + 2 + 6 = 16, AB = 8$$

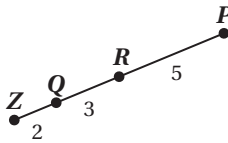
بالتبسيط

$$\begin{aligned} P(\overline{AB} \text{ على } X \text{ وقوع}) &= \frac{AB}{AD} \\ &= \frac{8}{16} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

تمارين:

إذا اخترت النقطة M على \overline{ZP} عشوائياً. فأوجد كلاً مما يأتي:

$$(1) P(\overline{ZQ} \text{ على } M \text{ وقوع})$$



$$(2) P(\overline{QR} \text{ على } M \text{ وقوع})$$

$$(3) P(\overline{RP} \text{ على } M \text{ وقوع})$$

$$(4) P(\overline{QP} \text{ على } M \text{ وقوع})$$

(5) الإشارات الضوئية: يستغرق اللون الأخضر 30 ثانية في إشارة ضوئية دورتها دقيقتان، واللون الأصفر 3 ثوانٍ،

واللون الأحمر دقيقة و 27 ثانية. ما احتمال أن يكون لون الإشارة أخضر عند وصولك إليها؟

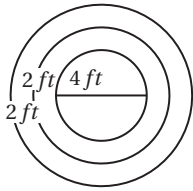
تدريبات إعادة التعليم

الاحتمال الهندسي

الاحتمالات والمساحة: يمكن أن تتضمن الاحتمالات الهندسية المساحات. عند تحديد الاحتمالات الهندسية المتعلقة بالأهداف في لعبة رمي السهام، افترض أن الجسم يصل إلى نقطة داخل منطقة الهدف، وأن احتمالات وصوله إلى النقط الواقعة داخل منطقة الهدف متساوية.

مثال

أُلقيت قطعة نقود في بركة قاعدتها مرصوفة ببلاط ملون على هيئة ثلاث دوائر متحدة في المركز. إذا كان قطر الدائرة المركزية (الداخلية) 4 أقدام ويزداد قطر كل دائرة تليها 4 أقدام، فما احتمال وقوع قطعة النقود في الدائرة المركزية؟



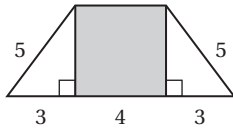
$$P = \frac{\text{"مساحة الدائرة المركزية"}}{\text{"مساحة قاعدة البركة"}} = \frac{4\pi}{36\pi} = \frac{1}{9}, 0.11, 11\% \text{ حوالي}$$

تمارين:

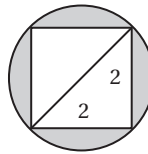
(1) **الهبوط:** يريد مظلي أن يهبط في مركز هدف دائري مصمم داخل حقل مستطيل الشكل، بعده 120 ياردة و30 ياردة، إذا كان نصف قطر الهدف الدائري 10 ياردات، فما احتمال هبوط المظلي داخل الهدف؟

(2) **الساعات:** يراقب جميل عقرب الثواني في ساعته العادية في أثناء تحرّكه بمحاذاة الأرقام. ما احتمال أن يكون عقرب الثواني في أي وقتٍ معطى بين العددين 2 و3 اللذين يدلّان على الساعات؟

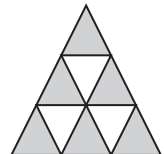
اختيرت نقطة في كل من الأشكال الآتية عشوائيًا. أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.



(5)



(4)

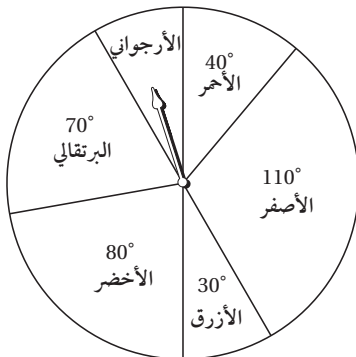


(3)

استعمل القرص ذا المؤشر الدّوار في الشكل المجاور؛ لإيجاد كلِّ ممّا يأتي:
(إذا استقر المؤشر على الخط الفاصل بين قطاعين فإنه يُعاد تدويره)

(6) (استقرار المؤشر على الأحمر) P

(7) (استقرار المؤشر على الأزرق) P



تدريبات المهارات

7-3

الاحتمال الهندسي

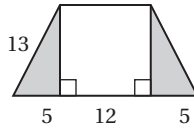
إذا أُختيرت النقطة X على \overline{LP} عشوائيًا. فأوجد احتمال كلٍّ من الحادثتين الآتيتين.

(1) $P(\overline{LN} \text{ على } X)$

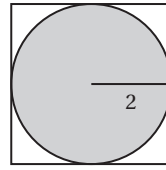


(2) $P(\overline{MO} \text{ على } X)$

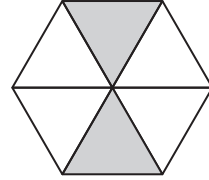
إذا أُختيرت نقطة في كلٍّ من الأشكال الآتية عشوائيًا، فأوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.



(5)



(4)

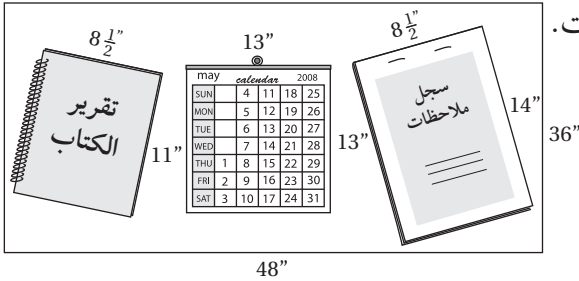


(3)

(6) أعمال مكتبية: يبين الشكل المجاور سطح مكتب طالب في البيت.

إذا رُمي سهمٌ على سطح المكتب، فما احتمال أن

يسقط على تقرير الكتاب؟



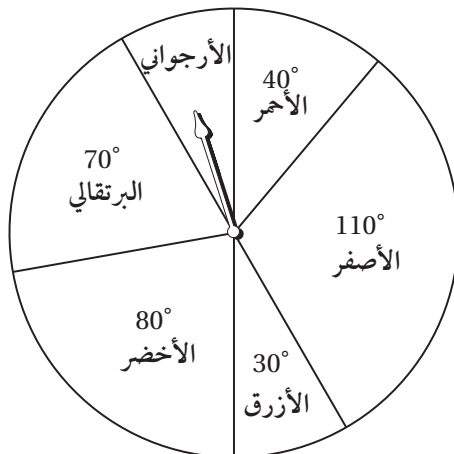
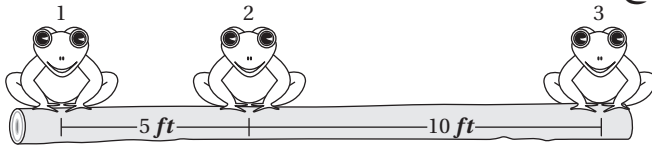
(7) ضفادع: تقف ثلاثة ضفادع على جذع شجرة طوله 15 قدمًا.

البعد بين الضفدعين الأول والثاني 5 أقدام، ويبعد الضفدع

الثالث 10 أقدام عن الثاني. إذا قفز ضفدعٌ رابع على

الجذع، فما احتمال أن يكون موضعه بين الضفدعين

الأول والثاني؟



استعمل القرص ذا المؤشر الدّوار لإيجاد كلٍّ ممّا يأتي:

(إذا استقر المؤشر على الخط الفاصل بين قطاعين فإنه يُعاد تدويره).

(8) استقرار المؤشر على اللون الأصفر P

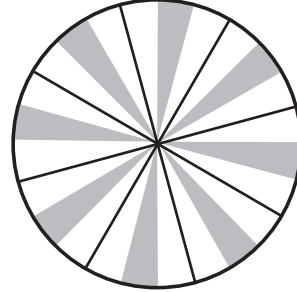
(9) استقرار المؤشر على اللون البرتقالي P

7-3

تدريبات حل المسألة

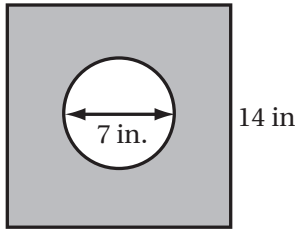
الاحتمال الهندسي

(1) رمي سهم، كل قطاع في هذا القرص له الزاوية المركزية نفسها. واحتمالات استقرار السهم على نقط القرص متساوية. فإذا رُمي سهمٌ على القرص، فما احتمال أن يستقر السهم في قطاع مُظلل؟

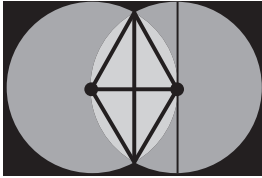


(2) القرص الدوار: تطلب سميرة ومريم وليلى طبقاً يحتوي على 4 شطائر من مطعم في نهاية كل أسبوع عمل؛ لذا فإن إحداهن ستحصل على شطيرة إضافية. وبما أن سميرة تعمل طوال ساعات العمل الأسبوعية، وتعمل كل من مريم وليلى نصف ساعات العمل الأسبوعية، فقد قررت الفتيات استعمال القرص الدوار لتحديد مَنْ تحصل على الشطيرة الإضافية، على أن تكون فرصة حصول سميرة عليها 50% و فرصة حصول كل من مريم وليلى عليها 25%. صمم هذا القرص الدوار.

(3) أمطار: غطاء خزان مربع الشكل تتوسطه فتحة دائرية كما في الشكل أدناه. ما احتمال أن تسقط قطرة المطر داخل الخزان، إذا سقطت على وجهه العلوي، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



(4) إضاءة: أضيئت منصة مستطيلة الشكل بمصدرين ضوئيين يضيئان منطقتين دائريتين منها. طولاً نصف قطري الدائرتين متساويان، وكل دائرة تمر بمركز الأخرى. إذا كانت المنصة تحيط بالدائرتين كما في الشكل أدناه، وألقى أحد المشاهدين باقة زهور على المنصة، افترض أن فرصة سقوط الباقة في أي مكان من المنصة هي نفسها. (إرشاد: استعمل المثلثات المتطابقة الأضلاع المرسومة في الدائرة).



(a) ما احتمال أن تستقر الباقة في المنطقة المضاءة من المنصة؟

(b) ما احتمال أن تستقر الباقة في منطقة تداخل الإضاءتين؟

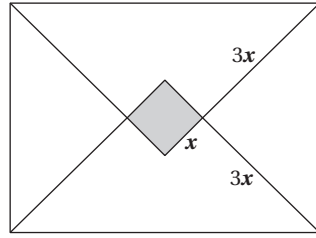
التدريبات الإثرائية

7-3

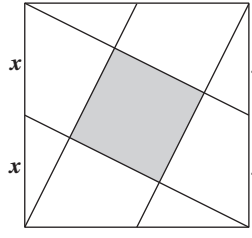
احتمالات المضلعات

تحتوي كل مسألة في هذه الصفحة على مضلع منتظم - واحد أو أكثر -؛ لإيجاد احتمال أن تكون نقطة تُختار عشوائياً واقعة في المنطقة المظللة، تحتاج إلى إيجاد نسبة مساحة المنطقة المظللة إلى المساحة الكلية، ويمكنك التعويض عن المتغيرات بأعداد إذا رغبت في ذلك.

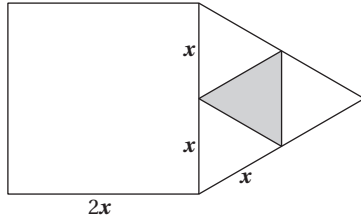
أوجد احتمال أن تقع نقطة تُختار عشوائياً في المنطقة المظللة في كل شكل مما يأتي، وافترض أن المضلعات التي تبدو منتظمة هي منتظمة فعلاً، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



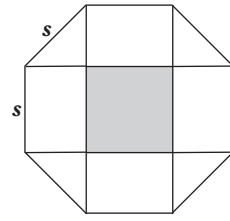
(2)



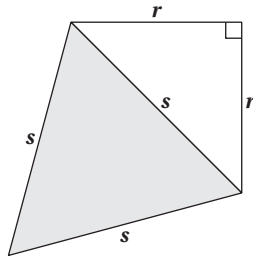
(1)



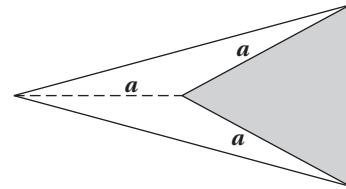
(4)



(3)



(6)



(5)

تدريبات إعادة التعليم

احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

الحوادث المستقلة، وغير المستقلة: تتكون الحادثة المركبة من حادثتين أو أكثر من الحوادث البسيطة، ويمكن أن تكون مستقلة أو غير مستقلة. وتكون الحادثتان مستقلتين إذا كان احتمال إحداها لا يؤثر في احتمال الأخرى. وتكون الحادثتان غير مستقلتين إذا كانت إحداها تؤثر بطريقة ما في احتمال حدوث الأخرى.

وفيما يأتي قانونا الضرب لحساب الاحتمالات

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$	احتمال حادثتين مستقلتين
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B A)$	احتمال حادثتين غير مستقلتين

$P(B|A)$ الاحتمال المشروط ويقرأ احتمال وقوع الحادثة B شرط وقوع الحادثة A .

مثال

وضع معلم التربية البدنية البدنية 10 كرات حمراء و 8 كرات زرقاء في كيس. إذا سحب طالب كرة حمراء، فإنه يلعب كرة سلة، وإذا سحب الطالب كرة زرقاء، فإنه يتدرب على الوثب الطويل. افترض أن مهنداً سحب كرة وأعادها إلى الكيس، ثم سحب مرة أخرى. ما احتمال أنه سحب كرة زرقاء في المرتين؟

لتكن B تمثل كرة زرقاء فإن:

$$P(B \cap B) = P(B) \cdot P(B)$$

$$P(B) = \frac{4}{9}$$

$$= \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9}$$

$$= \frac{16}{81}$$

لذا فإن احتمال أن يسحب مهند كرتين لونهما أزرق هو $\frac{16}{81}$ أو حوالي 20%.

تمارين:

حدّد ما إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلتين في كلّ مما يأتي، ثم أوجد الاحتمال:

(1) سُحبت بطاقة تحمل الرقم 10 من مجموعة بطاقات عددها 60 منها 15 حمراء و 15 سوداء و 15 خضراء و 15 زرقاء، ورُقمت كل مجموعة من 1 إلى 15. ثم أُلقيت قطعة نقود وظهرت الكتابة على وجهها العلوي.

(2) أدير مؤشر قرص يتكون من أربعة قطاعات متطابقة مرقمة من 1 إلى 4، فاستقر على القطاع 1، ثم أُلقي مكعب أرقام وظهر على وجهه العلوي 1.

(3) سُحبت كرة حمراء من كيسٍ يحتوي على كرتين لونهما أزرق وخمسين لوناً أحمر دون إرجاع، ثم سُحبت كرة حمراء ثانية.

(4) سُحبت كرة حمراء من كيسٍ يحتوي على كرتين لونهما أزرق وخمسين لوناً أحمر ثم أُعيدت. ثم سُحبت كرة حمراء مرة ثانية.

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

الاحتمال المشروط: يُستعمل الاحتمال المشروط لإيجاد احتمالات الحوادث غير المستقلة، ويُستعمل إذا علمت معلومات إضافية عن الحادثة أيضًا. والاحتمال المشروط للحادثة B إذا علم A هو:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

حيث $P(A) \neq 0$

يعمل عشرة طلاب في مطعم الجامعة، ويسحب كلٌّ منهم بطاقة من 10 بطاقاتٍ مرقمةٍ بالأعداد من

مثال

1 إلى 10 عشوائيًا. ويقوم الطلاب الذين يسحبون البطاقات ذات الأعداد الفردية بتقديم الأطباق

الرئيسية، والذين يسحبون البطاقات ذات الأعداد الزوجية يُقدِّمون أطباق الحلوى. إذا قدَّم سامر

طبق حلوى، فما احتمال أن يكون قد سحب العدد 10؟

بما أن سامرًا قد قدَّم طبق الحلوى، فإنه يكون قد سحب عددًا زوجيًا.

افترض أن A حادثة سحب عددٍ زوجيٍّ

وأن B حادثة سحب العدد 10.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

الاحتمال المشروط

$$P(A) = \frac{1}{2} = 0.5, P(A, B) = \frac{1}{10} = 0.1$$

بالتبسيط

$$= \frac{0.1}{0.5}$$

$$= 0.2$$

احتمال أن يسحب سامر العدد 10 يساوي 0.2 أو 20%.

تمارين:

(1) سُحبت كرة زرقاء من كيسٍ يحتوي على 3 كراتٍ حمراء و9 كراتٍ زرقاء دون إرجاع عشوائيًا. ما احتمال أن تكون الكرة الثانية زرقاء؟

(2) أُلقي مكعب أرقام. إذا كان العدد الظاهر على الوجه العلوي أقل من 5، فما احتمال أن يكون هو العدد 2؟

(3) محيط شكل رباعيٍّ 16، وأطوال أضلاعه جميعها أعدادٌ زوجيةٌ. ما احتمال أن يكون الشكل الرباعي مربعًا؟

(4) قرصٌ مقسَّم إلى 8 قطاعاتٍ متطابقةٍ مرقمةٍ من 1 إلى 8. وقد أُدير المؤشر. ما احتمال أن يستقر على القطاع رقم 6، إذا علم أنه استقر على قطاعٍ ذي رقمٍ زوجيٍّ.

تدريبات المهارات

7-4

احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

حدد ما إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلتين. في كلِّ ممَّا يأتي، ثم أوجد الاحتمال.

(1) أُلقي مكعباً أرقام وظهر العدد 6 على وجه كلِّ منهما.

(2) يحتوي كيس على 13 بطاقة حمراء و 13 سوداء و 13 خضراء و 13 صفراء، ورُقِّمت بطاقات كل لون بالأرقام من 1 إلى 13، وقد سُحبت بطاقة تحمل الرقم 10 دون إرجاع، ثم سُحبت بطاقة ثانية تحمل الرقم 10.

(3) يحتوي صندوق على 8 جوارب زرقاء و 6 سوداء. سُحب جورب أزرق دون إرجاع، ثم سُحب جورب أزرق آخر.

أوجد احتمال كلِّ ممَّا يأتي:

(4) أُختيرت كرة خضراء من كيس يحتوي على 4 كرات صفراء و 3 خضراء و 9 زرقاء عشوائياً دون إرجاع. إذا سُحبت كرة ثانية عشوائياً، فما احتمال أن تكون خضراء؟

(5) أُلقي مكعب أرقام. إذا كان العدد الظاهر على وجه المكعب هو أحد الأعداد من 2 إلى 5، فما احتمال أن يكون العدد الظاهر على وجه الكعب 4؟

(6) أدير قرصٌ يحتوي على ألوان الطيف السبعة. أوجد احتمال أن يستقر المؤشر على اللون الأزرق، إذا عُلِم أنه استقر على أحد الألوان الثلاثة الأساسية.

(7) عِظائر: أراد خليل أن يشتري عصيراً من إحدى محلات العصائر. إذا كان في جيبه قطعتان من فئة الريال، و3 قطع من فئة نصف الريال، فما احتمال أن يسحب أولاً قطعة من فئة نصف الريال، ثم يسحب قطعة من نصف الريال ثانية؟

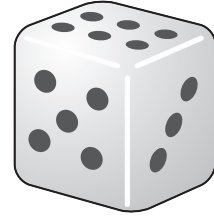
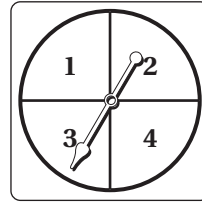
(8) مقالات: يسحب طلاب صف مشعل في حصة اللغة الإنجليزية بطاقات من بين بطاقات كُتب عليها أسماء الطلاب لقراءة مقالاتهم عشوائياً. سحب راشد أولاً، ثم سحب صديقه حسن ثانياً. إذا كان في الصف 20 طالباً، فما احتمال أن يسحب كلُّ منهما اسم الآخر؟

تدريبات حل المسألة

احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

(1) قيادة: احتمال أن يحصل شخص ما على مخالفة سرعة هو 0.35. واحتمال أن يقود شخص سيارة حمراء 0.15. إذا أُختير سائق عشوائياً، فما احتمال أن يكون قد حصل على مخالفة سير ويقود سيارة ليست حمراء؟


(2) ألعاب: أدير القرص الدوّار المقسّم إلى 4 قطاعات متطابقة ومرقمة من 1 إلى 4. وألقي مكعب أرقام،



ما احتمال أن يستقر مؤشر القرص على عدد زوجي، وأن يظهر عدد زوجي على وجه المكعب؟

(3) بطاقات: سُحبت ثلاث بطاقات دون إرجاع من كيس فيه 13 بطاقة حمراء و 13 خضراء و 13 صفراء، وبطاقات كل لون مرقمة بالأرقام من 1 إلى 13. ما احتمال أن تكون الأولى حمراء والثانية خضراء والثالثة صفراء؟

(4) يوم ميلاد: بما أنه يوجد 365 يوماً في السنة الواحدة، فإن احتمال أن يكون يوم ميلاد شخص في يوم معين من السنة يساوي 0.00273 تقريباً.




APRIL 2008						
Sunday	Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday
		1	2	3 	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

ما احتمال أن يكون لشخصين يوم الميلاد نفسه؟

7-4

التدريبات الإثرائية

التنبؤ بحالة الطقس

اليوم	الأحوال	درجات الحرارة F° الصغرى / العظمى
الاثنين	شمس 	70/50
الثلاثاء	مطر 	68/54
الأربعاء	غائم جزئياً 	62/53

عندما تسمع الراصد الجوي يقول إن فرصة نزول

المطر غداً 60%. فإن هذا يعني أن

$$P(\text{أن تمطر غداً}) = \frac{60}{100}$$

لاحظ أن هذا يعني أيضاً

$$P(\text{لا تمطر غداً}) = \frac{40}{100}$$

ولكن سقوط المطر غداً يعتمد على عددٍ من العوامل.

مثل: إذا أمطرت اليوم، إذا تكوّنت الغيوم ليلاً، أو إذا

أمطرت اليوم في مدينة شرقاً. إن النشرة الجوية تنبؤات

بما يمكن أن يحدث، وهي ليست صحيحة دائماً.

إنها مستقلة عن حالة الطقس؛ لأن التنبؤ ليس له تأثير على الطقس.

مثال 1

يقول الراصد الجوي في إحدى الصحف: إن فرصة نزول الأمطار 40% وتوقعات هذا الراصد

صحيحة في 75% من المرات.

(a) ما احتمال أن يكون تنبؤ الراصد صحيحاً وأن ينزل المطر؟

$$\text{بما أن الحادثتين مستقلتان، فإن الاحتمال هو: } \frac{40}{100} \cdot \frac{75}{100} = \frac{3000}{10000} = \frac{3}{10}$$

(b) ما احتمال أن يكون تنبؤ الراصد خطأً ولن ينزل المطر؟

احتمال أن يكون تنبؤ الراصد خطأً 25%، بينما احتمال ألا ينزل المطر 60%. بما أن الحادثتين مستقلتان، فإن الاحتمال هو:

$$\frac{25}{100} \cdot \frac{60}{100} = \frac{1500}{10000} = \frac{15}{1000}$$

تمارين:

يقول راصد في محطة تلفزيونية: إن فرصة تشكل الغيوم 40%، ويقول أيضاً: إذا تشكلت الغيوم، فإن فرصة نزول المطر

60%، إذا كان الراصد مصيباً في 55% من المرات، فأوجد الاحتمالات الآتية.

(1) عدم تشكّل الغيوم وعدم نزول المطر.

(2) عدم تشكّل الغيوم وإصابة الراصد.

(3) تشكّل الغيوم والراصد لم يُصب.

(4) تشكّل الغيوم، وسوف تمطر، والراصد مصيب.

تدريبات إعادة التعليم

احتمالات الحوادث المتنافية

الحوادث المتنافية: إذا لم يكن وقوع حادثتين ممكنًا في الوقت نفسه، وليس لهما نواتج مشتركة، فإنهما تسميان حادثتين متنافيتين. وفيما يأتي قانونا الجمع في الاحتمالات.

احتمال حادثتين متنافيتين	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
احتمال حادثتين غير متنافيتين	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

مثال يوجد في خزانة مكتبة 15 رواية و 20 ديوان شعر و 14 كتاب تاريخ و 12 كتاب علوم. إذا أُختير أحد

الكتب من الخزانة عشوائيًا، فما احتمال اختيار كتاب في التاريخ أو العلوم؟

افترض أن H تمثل اختيار كتاب تاريخ،

وأن S تمثل اختيار كتاب علوم

$$P(H \cup S) = P(H) + P(S)$$

$$= \frac{14}{61} + \frac{12}{61}$$

$$= \frac{26}{61}$$

أو حوالي 43%

تمارين:

حدّد ما إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كلّ ممّا يأتي، ثم أوجد الاحتمال إلى أقرب جزء من مئة.

(5) **حديقة طيور:** اختيار ببغاء أو بطاقة من حديقة طيور تحتوي على 15 ببغاء و 25 بطاقة و 9 صقور و 3 نعامة بطريقة عشوائية.

(6) **ألعاب:** ظهور 6 على الوجه العلوي أو ظهور عدد زوجي عند رمي مكعب أرقام.

(7) **جوائز:** تُقدّم مدرسة هدية لطالب في كلّ شهر، حيث يختارها عشوائيًا من بين 9 بطاقات دعوة إلى مطاعم المنطقة،

أو من 8 أقراص مدججة (CD) أو من 6 أقراص رقمية (DVD) أو من 5 بطاقات مشتريات من المركز التجاري. ما احتمال أن يختار الطالب CD أو DVD؟

(8) **لجان طلابية:** بناءً على الجدول التالي. ما احتمال أن يكون أحد الطلاب في اللجان الطلابية من الصف الثاني الثانوي أو في لجنة الخدمات؟

اللجان	الأول الثانوي	الثاني الثانوي	الثالث الثانوي
خدمات	4	5	6
إعلام	3	2	2
رياضة	4	8	6
علاقات إدارية	1	1	4

7-5

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

احتمالات الحوادث المتنافية

احتمال الحادثتين المتتامتين: تتضمن متممة الحادثة A جميع النواتج في الفضاء العيني غير المتضمنة في الحادثة A .

احتمال متممة حادثة ما	$P(A) = 1 - P(\text{متممة } A)$
-----------------------	---------------------------------

مثال

توجد 100 صورة فوتوغرافية في معرض مدرسة، 3 صور منها لياسر. سيتم اختيار صورة واحدة عشوائياً لعرضها في مكتب مدير المنطقة التعليمية، فما احتمال ألا يتم اختيار أي واحدة من صور ياسر؟

افترض أن A تمثل اختيار صورة واحدة من صور ياسر.

بعد ذلك أوجد احتمال متممة A .

$$P(A) = 1 - P(\text{ليس } A) \quad \text{احتمال المتممة (ليس } A \text{ تعني متممة } A)$$

$$= 1 - \frac{3}{100} \quad \text{بالتعويض}$$

$$= \frac{97}{100} \quad \text{بالتبسيط}$$

$$= 0.97$$

احتمال ألا يتم اختيار إحدى صور ياسر يساوي 97%.

تمارين:

أوجد احتمال كل حادثة مما يأتي:

(1) إذا كان احتمال أن تطلب إليك والدتك أن تنظف غرفتك اليوم بعد عودتك من المدرسة يساوي $\frac{4}{5}$. فما احتمال ألا تطلب إليك ذلك؟

(2) يوجد في صندوق 100 بطاقة؛ 20 بطاقة منها حمراء، و70 سوداء، و10 خضراء، إذا سُحبت بطاقة واحدة من الصندوق عشوائياً، فما احتمال ألا تكون خضراء؟

(3) عند إلقاء قطعة نقدٍ، ما احتمال عدم ظهور كتابة على وجهها العلوي؟

(4) ما احتمال عدم ظهور الرقم 6 عند إلقاء مكعبين مرقمين من 1 إلى 6؟

تدريبات المهارات

احتمالات الحوادث المتنافية

حدّد ما إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كلّ مما يأتي، ثم أوجد الاحتمال في صورة نسبة مئوية إلى أقرب عُشرٍ إذا كان ذلك ضروريّاً.

(1) رمي مكعبين مرقمين وظهور عددين متماثلين على وجهي المكعبين أو مجموع العددين 6.

(2) سحب بطاقة تحمل الرقم 2 أو لونها أسود من كيسٍ فيه 13 بطاقة حمراء و 13 سوداء و 13 زرقاء و 13 خضراء وبطاقات من كل لونٍ مرقمة من 1 إلى 13.

(3) رمي مكعبي الأرقام، وظهور عددين على الوجهين مجموعهما 8 أو 12.

أوجد احتمال كل حادثةٍ مما يأتي:

(4) إذا كانت فرصة اختيار طالب رئيساً للجنة طلابية تساوي 1 من 200، فما احتمال عدم اختياره؟

(5) إذا كانت فرصتك في تسجيل هدفٍ من رمية حرة 40%، فما احتمال ألاّ تسجل هدفاً من الرمية الحرة؟

(6) إذا أُدير مؤشر قرص دوّار مقسّم إلى 6 مناطق متطابقة و مرقمة من 1 إلى 6، فما احتمال ألاّ يستقرّ المؤشر على الرقم 5؟

(7) في وعاء 250 قطعة نقود؛ عشرة منها من فئة ربع الريال، والبقية من فئة 10 هللات. إذا سحبنا جمانة قطعة نقود واحدة، فما احتمال ألاّ تكون من فئة ربع الريال؟

تدريبات حل المسألة

احتمالات الحوادث المتنافية

(1) تطوع: يبين الجدول الآتي أعداد الطلبة المتطوعين للعمل، وصفوفهم في مدرسة ما.

الصف	العمل داخل المدرسة	العمل خارج المدرسة	داخل المدرسة وخارجها
الأول الثانوي	25	20	15
الثاني الثانوي	30	20	10

(3) جامعات: يوجد 100 طالب في الصف الثالث الثانوي في مدرسة؛ 89% منهم يخططون للدراسة في جامعات رسمية. إذا أُختير طالبان من طلاب الصف عشوائياً، فما احتمال أن يكون أحدهما على الأقل لا يخطط للدراسة في جامعة رسمية؟

إذا أُختير طالب من بين المتطوعين عشوائياً، فما احتمال أن يكون من الصف الأول الثانوي أو من المتطوعين للعمل داخل المدرسة وخارجها.

(4) تصميم: صممت سوسن ومها لعبة في الرياضيات لطلاب الصف الثالث؛ للتدرب على الحقائق الأساسية. فقررتا أن يستعمل في اللعبة مكعباً أرقام، وعلى اللاعبين أن يجدا مجموع العددين الظاهرين على وجهي المكعبين. وقد كوّنت سوسن ومها الجدول الآتي للمساعدة على إيجاد الاحتمالات.

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

(2) النوادي المدرسية الصيفية: يبين الجدول الآتي أنواع النشاطات والصفوف، وعدد المشاركين الذين تتراوح أعمارهم بين 7-9 سنوات.

العمر	السباحة	الرسم	المطالعة
7	40	35	25
8	30	21	14
9	20	44	11

يُلقي كل لاعب المكعبين عندما يأتي دوره.

إذا أُختير أحد المشاركين عشوائياً، فما احتمال أن يمارس نشاط الرسم أو أن يكون عمره 8 سنوات؟

(a) ما احتمال الحصول على رقمين متساويين أو رقمين مجموعهما 7؟

(b) ما احتمال الحصول على رقمين مجموعهما عدد زوجي أو عدم ظهور الرقم 2؟

التدريبات الإثرائية

الإحصاءات السكانية

يُشير مصطلح الإحصاءات السكانية إلى خصائص المجتمع مثل العمر، والجنس، ومستوى التعليم، والدخل، والوظيفة ومتغيرات أخرى. وتُعدُّ هذه البيانات جزءاً مهماً من أبحاث التسويق التي تُستعمل من قِبَل المؤسسات الإعلانية واستطلاعات الرأي، ويمكن تصنيف بعض الناس في أكثر من فئةٍ واحدةٍ أحياناً. وتكون الحوادث التي تبحث فيها متنافيةً أحياناً.

افترض أن استطلاعاً أُجري، وأفرز النتائج المبينة في الجدول الآتي، استعمل هذه البيانات للإجابة عن الأسئلة الآتية.

أصوات المرشح B	أصوات المرشح A	العمر و الجنس
32	19	18-30 ذكر
18	31	18-30 أنثى
12	51	31-45 ذكر
20	43	31-45 أنثى
35	42	46-60 ذكر
42	20	46-60 أنثى
21	45	60+ ذكر
18	27	60+ أنثى

(1) اذكر حادثتين متنافيتين.

(2) أوجد احتمال أن يصوّت ذكر من الفئة العمرية 60 - 46 للمرشح A.

(3) أوجد احتمال أن تصوّت أنثى للمرشح A.

(4) أوجد احتمال أن يكون أحد الذين انتخبوا المرشح B أنثى ومن الفئة العمرية 30 - 18.

(5) ما الفئات التي يتعين أن يركّز المرشح A جهود حملته الانتخابية عليها؟

(6) ما الفئات التي يتعين أن يركّز المرشح B جهود حملته الانتخابية عليها؟

ملحق الإجابات

الاسم: _____ التاريخ: _____

7-1 تدريبات إعادة التعليم

تمثيل فضاء العينة

مبدأ العد الأساسي: يمكن إيجاد عدد النتائج الممكنة لتجربة ما، بضرب عدد النتائج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة.

مثال

يتكوّن نمط لوحة سيارة من ثلاثة أحرف إنجليزية يتبناها بدلاً من O أحد الحروف المستعملة، ولا يكون الرقم 0 أحد الأرقام المستعملة في اللوحة. ويمكن استعمال أي حرف آخر، أو أي رقم آخر مرة في اللوحة الواحدة.

ما عدد اللوحات التي يمكن تكوينها بهذا النمط؟

استعمل مبدأ العد الأساسي.

عدد النتائج الممكنة	الرقم الثالث	الرقم الثاني	الحرف الثالث	الحرف الثاني	الحرف الأول
11390625	×9	×9	×25	×25	25

لذا يمكن عمل 11390625 لوحة من هذا النمط.

تعاريف:

أوجد عدد النتائج الممكنة في كل من الحالات الآتية:

- رُشيت غرفة باختيار واحد من كل صنف .
- يتكوّن طعام الغداء في مطعم من اختيار واحد من كل صنف.

ديكور غرفة النوم	عدد الخيارات	وجبات الطعام	عدد الخيارات
لون الدحان	8	الطبق الرئيس	3
مجموعة الفراش	6	الطبق الجانبي	4
السجاد	5	الحفريات	2
الإضاءة	3	السلطة	2
الستائر	5	الحلوى	2
		العصائر	3

288

3600

3) يريد عادل أن يزين حديقة منزله، فوجد في كُتيبًا حول عطلات الحدائق والمساحات، أربعة أنواع من البلاط وثلاثة أنواع

من الأرضية ورك أنواع من ألصق القاع، وسوف يطلب نوعًا واحدًا من كل صنف من الأصناف المذكورة. 60

المصف: ١٠٧، الثاني: الثاني 7 الفصل ١٠٧ اجتماعات

الاسم: _____ التاريخ: _____

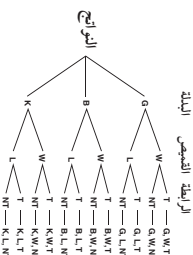
7-1 تدريبات إعادة التعليم

تمثيل فضاء العينة

تمثيل فضاء العينة: فضاء العينة لتجربة ما هو مجموعة النتائج الممكنة جميعها، ويمكن تمثيله باستعمال القائمة المنظمة أو الجدول أو الرسم الشجري.

مثال

فائمة ملابس كمال
 (1) البنّال: رمادي، أسود، كحلي
 (2) القمصان: أبيض، أزرق فاتح
 (3) ربطات العنق: مختلفة، غير مختلفة



- لون القميص (W, B, G)
- لون البدلة (G, B, K)
- لون الربطة (T, NT)

مثّل بالرسم الشجري الذي يتكوّن من ثلاث مراحل.

تعاريف:

مثّل فضاء العينة لكل تجربة بما يأتي مستعملًا القائمة المنظمة، والجدول، والرسم الشجري.

1) يمكن أن يلعب فريق كرة السلة قمصانًا زرقاء أو بيضاء مع تنطيل زرقاء أو بيضاء.

يظهر	النتيجة	يظهر	يظهر
أزرق	ب	أزرق	ب
أبيض	ب	أزرق	ب
أبيض	ب	أزرق	ب

كرة القدم	النتيجة	كرة القدم	النتيجة
أ	ب	أ	ب
ب	ب	أ	ب
ب	ب	أ	ب

2) مشاهدة طلاب مدرسة مباراة كرة قدم أو كرة سلة على ملعب الجامعة أو ملعب النادي الرياضي.

النتيجة	النتيجة	النتيجة	النتيجة
أ	ب	أ	ب
ب	ب	أ	ب
ب	ب	أ	ب

3) يمكن أن يشرّب طفل عصير التفاح أو الحليب من قنينة أو قنجان.

النتيجة	النتيجة	النتيجة	النتيجة
أ	ب	أ	ب
ب	ب	أ	ب
ب	ب	أ	ب

4) يتكوّن الجزء الأول من اختيار من سؤالين من نوع الصور أو الألغاز.

المصف: ١٠٧، اجتماعات 6 الفصل ١٠٧ اجتماعات

الاسم: التاريخ:

7-2 تدريبات إعادة التعليم

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

الاحتمال باستعمال التباديل، التباديل تنظم مجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً لإيجاد عدد تباديل عناصر مجموعة، السعبل المقصود بـ "يكتب المضروب باستعمال العدد والرموز"، وفيما يلي قوانين التباديل:

$n!$	عدد تباديل n من العناصر المتمايزة مأخوذة في كل مرة.
$n! = n(n-1) \dots 1$	عدد تباديل n من العناصر فيها عنصر مكرر r_1 من المرات، وآخر مكرر r_2 من المرات وهكذا.
$\frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_k!}$	عدد تباديل n من العناصر مرتبة على دائرة دون نقطة مرجع ثابتة.
$\frac{n!}{n!}$ أو $(n-1)!$	

مثال

تتكوّن لجنة ما من 12 عضواً، فكم عدد الاختيار رئيس ونائب رئيس لها عضوياً. ما احتمال اختيار سامي وعلم هذين العامين؟

أوجد عدد التوافيق الممكنة.

$${}_{12}P_2 = \frac{12!}{(12-2)!} = \frac{12!}{10!} = 12 \cdot 11 = 132$$

$$2! = 2$$

احتمال اختيار سامي وعلم يساوي "عدد التوافيق المرجعية" "عدد التوافيق الكلية"

$$\frac{2}{132} = \frac{1}{66}$$

تعاريف:

1) كتب، لديك كتاب مؤرر لكل من المواضيع الآتية: التفسير، اللغة العربية، اللغة الإنجليزية، الكيمياء، الرياضيات، التاريخ. إذا اخترت 4 كتب منها عضوياً ورتبتها على رف. فما احتمال أن يكون كتاب الرياضيات الأول من اليمين وكتاب الكيمياء الثاني من اليمين؟

$$\frac{1}{15}$$

2) لواء، اختار نادي الخدمة الاجتماعية أربعة من أعضائه عضوياً ليمسور كل واحد منهم اجتماعاً من الاجتماعات الأربعة في الرياض ومكتبة وجدة والميزر. إذا كان عدد أعضائه النادي 20 عضواً، فما احتمال اختيار فيله، وفيلس، وعبدالله وزيد هذه الاجتماعات؟

$$\frac{1}{4845}$$

3) أرقام هواتف، ما احتمال تكوين رقم الهاتف 2223357 من الأرقام: 2, 3, 2, 5, 2, 7, 3

$$\frac{1}{420}$$

4) عداء، تتكوّن مجموعة من 4 طلاب من الصف الأول الثانوي و4 طلاب من الصف الثاني الثانوي، فإذا جلسوا حول منضدة مستديرة عضوياً. فما احتمال أن يكون الترتيب التالي: أول ثانوي - ثاني ثانوي - أول ثانوي - ثاني ثانوي... وهكذا؟

$$\frac{4}{35}$$

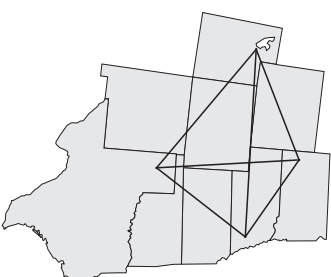
الصف: الثاني الثانوي الفصل: ٧، الاختبارات 11

الاسم: التاريخ:

7-1 التدريبات الإثرائية

مسألة مندوب المبيعات المتجول

تخطط مندوب مبيعات لبيع منتج في عدة مدن مختلفة، ويرغب أن يجتاز أقصر مسار يسلكه لزيارة كل مدينة والعودة إلى المكان الذي بدأ منه. فكيف يجد المندوب أقصر مسار يسلكه لزيارة كل مدينة؟



تُسمى هذه المسألة مسألة مندوب المبيعات المتجول، ويبدو أنها بسيطة، ولكن ثبت أن إيجاد حلٍ وقّال هذه المسألة صعب جداً في الحقيقة. أمّا الآن فقد تمّ التوصل إلى حل باستخدام الحاسوب، ويتمثل في البحث عن جميع الحلول الممكنة للمسألة: يبحث الحاسوب عن جميع التوافيق الممكنة لزيارة المدن، ويحسب طول كل توفيق، ثم يجد المسألة الأقصر. وعلى الرغم من مساعدة الحاسوب، إلا أنه من غير الواضح أنه قد توصل إلى الحل العام الأكثر فاعلية.

مثال

أوجد عدد الطرق التي يمكن أن يزور بها شخص 5 مدن مختلفة، ثم يعود إلى المدينة الأولى.

إذا بدأ شخص من إحدى المدن، فإنه يبقى 4 مدن أخرى عليه أن يزورها.

ثم 3 مدن وبعد مدنتان وأخيراً مدينة واحدة. بعد ذلك

يعين أن يعود إلى المدينة الأساسية لما:

$$\frac{4!}{1} = 24$$

يوجد 24 طريقة مختلفة لزيارة 5 مدن.

تعاريف:

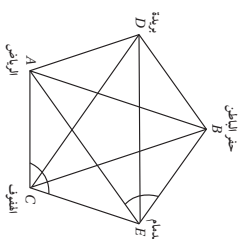
أوجد عدد عناصر فضاء العينة لزيارة n من المدن على أن يعود إلى المدينة الأولى.

$$n = 3 \quad (2) \quad n = 7 \quad (1)$$

$$n = 8 \quad (3) \quad n = 2 \quad (2) \quad n = 11 \quad (4)$$

$$n = 4 \quad (6) \quad n = 12 \quad (5) \quad n = 3628800$$

$$n = 6 \quad (39916800)$$



الصف: الثاني الثانوي الفصل: ٧، الاختبارات 10

الاسم: التاريخ:

7-2 تدريبات المهارات الاحتمال باستعمال التبديل والتوافيق

1) معروض، تعرض إحدى المدارس أعمار الطلاب في المدخل الرئيس للمدرسة. في صفٍّ يتجوزي على 12 لوحة فنية موزعةً عشوائيًا، ما احتمال أن تكون لوحة جميل و لوحة سالم في المكانين السادس والسابع؟

$$\frac{1}{132}$$

2) تنظيم، إذا اصطف 18 طالبًا في صفٍّ واحد في تجربة طوارئ الحريق عشوائيًا، فما احتمال أن يكون رائد هو الأول وبنار الأخير في الصف؟

$$\frac{1}{306}$$

3) اختيار، ترشح 10 طلاب للترشح بثلاث مناصب دراسية. ما احتمال أن يحصل سالم وطارق وعمر على هذه المنصب؟

$$\frac{1}{120}$$

4) حديدية، تحتوي مبيعات موقف للسيارات على أعداد مكوّنة من 5 أرقام مختارة عشوائيًا من الأرقام 1 إلى 9 دون تكرار. ما احتمال أن يكون أحد هذه الأعداد العشرية 954321؟

$$\frac{1}{15120}$$

5) اجتماعي، ربّ وائل 15 مقعدًا في دائرة، استعدادًا لأول لقاء يعارفي في النادي. إذا اختار الأشخاص مقاعدهم عشوائيًا، فما احتمال أن يجلس وائل على المقعد الأقرب إلى الباب؟

$$\frac{1}{15}$$

6) لعبة دوامة الخط، يوجد في مدينة الألعاب لعبة دوامة الخيل، ويتجوزي على 12 حصانًا في الحلقة الخارجية، إذا اختار شخصًا احصتهم عشوائيًا، فما احتمال أن يجلسوا وفق الترتيب المحدّثي؟

$$\frac{1}{39916800}$$

7) ترويض، يربح هاشم الفرق في الألعاب البهلوانية، وقد اتصل بـ 10 مساح للسيرك. إذا وافتت 4 مساح منها على مقابله، فما احتمال أن تكون هذه المساح هي أكبر 4 مساح في البلد؟

$$\frac{1}{210}$$

8) عرض للعصبة، إذا اختار أحد نوادي كرة الإشارة 10 من بين 15 عضوًا لعرض مواهبهم في احتفال عامٍّ، فما احتمال أن يكون هؤلاء العشرة الذين تمّ اختيارهم هم العشرة الأكبر سنًا في النادي؟

$$\frac{1}{3003}$$

الصف: الثاني الثانوي 13 الفصل ٧، الاحتمالات

الاسم: التاريخ:

7-2 تدريبات إعادة التعليم الاحتمال باستعمال التبديل والتوافيق (تكملة)

الاحتمال باستعمال التوافيق.

التوافيق، هي تنظيم من العناصر، حيث يكون الترتيب فيه غير مهمّ.

عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة من r في كل مرة يرمز له بالرمز C_r^n ، ويمكن إيجادها باستعمال القانون

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

مثال حصل بأسر على 15 ميدالية في مباريات كرة القدم التي لعبها، ولديه مكان يتسع لمرضى 9 ميداليات منها فقط، فإذا اختار الميداليات التسع عشوائيًا، فما احتمال اختيار أول 9 ميداليات حصل عليها؟

$$15C_9 = \frac{15!}{(15-9)!(9)!} = 5005$$

الخطوة 2: يوجد ناتج واحد مرغوب وهو (اختيار أول 9 ميداليات)

الخطوة 3: احتمال اختيار الميداليات التسع يساوي: "عدد النواتج المرغوبة"

$$= \frac{1}{5005}$$

تفادي:

1) آيس كريم، يمكن أن تختار ليل من بين 20 نكهة مختلفة من الآيس كريم عند شرائها عليه آيس كريم تسع لـ 3 ملائق، فإذا اختارت النكهات عشوائيًا، فما احتمال أن تكون النكهات الثلاث التي اختارها هي: الفانيليا، الشوكولاتة، والفراولة؟

$$\frac{1}{1140}$$

2) أنفوس، 9 أطفال في حفلة. إذا اختارت الربة 4 أطفال للعب على الأرجح عشوائيًا، فما احتمال اختيار سالم وبنار ومحمد وحسن؟

$$\frac{1}{126}$$

3) بطاقات مسوّدة، لدى خالد 20 بطاقة مسوّدة من 20 دولة مختلفة. ويريد أن يقدم 10 منها هدية لصديقه. إذا اختار البطاقات عشوائيًا، فما احتمال أن يجار البطاقات التي تحمل صورًا من فرنسا وألمانيا والأرجنتين والكويت والإمارات ومصر والهند واليابان وإسبانيا وتركيا؟

$$\frac{1}{184756}$$

4) العاطلات السريعة، يتجنّب الكشف على 12 معلمًا جديدًا من قبل طبيب أمانة المنطقة، 4 منها في غرب المدينة و 4 في شرق المدينة و 4 في وسط المدينة، ويختار الطبيب 4 معاصم كل أسبوع للكشف عليها عشوائيًا. فما احتمال اختيار المعلم الأربعة في غرب المدينة في أحد الأسابيع؟

$$\frac{1}{495}$$

الصف: الثاني الثانوي 12 الفصل ٧، الاحتمالات

الاسم: التاريخ:

7-2 التدرّيات الإثرائية

إيجاد التوافيق باستعمال مثلث باسكال

عاش بلير باسكال (Blaise Pascal) من 19 يونيو 1623 إلى 19 أغسطس 1662 وهو رياضي وفيلسوف وفيزيائي فرنسي، إحدى إسهاماته في الرياضيات الترتيب الهندسي لمعاملات ذات الحدين، والذي يُسمّى مثلث باسكال. ومن المعلوم أن العالم العربي الإسلامي أبو بكر محمد بن الحاسب الكرخي قد توصل إلى هذا المثلث من قبل، وبينما كل صف في المثلث بجميع الحدود في الصف السابق له، انظر الشكل المجاور.

ستجد أن الصف الأول يكون من العدد 1، ويُشار إليه بـ "الصف الصفري" C_0 . وأن صفّي المثلث من الواحدات يشكل قطري.

انظر إلى الصف الفارغ في الشكل، واجمع كل مُدخلين في الصف السابق لتجد مدخلات هذا الصف (انظر الأسهم)؛ لذا فإن الصف التالي سيكون: (1, 5, 10, 10, 5, 1). اكتب هذه الأعداد في الأماكن المحددة قد.

إحدى استعمالات القيم في مثلث باسكال هي إيجاد عدد التوافيق، فمثلاً القيمة C_2 هي المدخلة 2 في الصف 5. نذكر أن كل صف يبدأ بالمدخلة 0 (وقيمتها 1 مثلاً)، المدخلة 2 في الصف 5 هي 10؛ لذلك فإن $C_2 = 10$.

تمارين:

استعمل مثلث باسكال أعلاه لإجابة عما يأتي.

1 اكتب الصفوف الثلاثة التالية في مثلث باسكال.

1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1		
1	7	21	35	35	21	7	1	
1	8	28	56	70	56	28	8	1

2 استعمل مثلث باسكال لإيجاد C_3 .

35

3 ما العلاقة بين قيمتي C_6 و C_4 ؟

مساويتان.

4 ما عدد أطباق البيتزا التي تحتوي على 3 إضافات تُختار من بين 8 إضافات ممكنة؟

56

5 ما احتمال أن تحتوي البيتزا في السؤال 4 على التلّيل، والتفاح، والبصل؟

$$\frac{1}{56}$$

الصف: الثاني، التادوي

15

الفصل ٧، ١٠ اجتماعات

الاسم: التاريخ:

7-2 تدريبات حل المسألة

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

14 بطاقات، إذا وضعت خمس بطاقات كُتبت عليها الأرقام من 1 إلى 5 في صفٍّ، فما احتمال أن تكون البطاقة التي تحمل الرقم 1 الأولى من اليسار والتي تحمل الرقم 5 الثانية من اليسار؟

$$\frac{1}{100}$$

2 بومع، يمكن أن يُختار أحد طلاب السنة الأولى 4 مسابقات في كل فصل من بين 17 مسابقاً، ولا يمكن أن يُعيد الطالب دراسة المسابق في السنة نفسها. ما احتمال أن يُختار الطالب للعبة الإبحارية، والتاريخ، والجبر واللعبة الإنجليزية II في الفصل الأول، وأن يُختار التاريخ II واللعبة الإنجليزية III والفدسية وعلم الأحياء في الفصل الثاني؟

$$\frac{1}{1701700}$$

10

5 هندسة، تقع النقاط: A, B, C, D, E في المستوي نفسه، ولا تقع أي ثلاث منها على المستقيم نفسه. ا) ما عدد كل المستقيمات التي يمكن تحديدها من هذه النقاط؟

b) ما احتمال اختيار \overline{AB} من بين جميع المستقيمات المتكونة عضوياً؟

$$\frac{1}{10}$$

3 الأمم المتحدة، يتكوّن مجلس الأمن الدولي من 5 أعضاء دائمين و 10 أعضاء غير دائمين. والمملكة العربية السعودية من الأعضاء الدائغ عددهم 192 عضواً في هيئة الأمم المتحدة، وهي ليست عضواً دائماً في مجلس الأمن. ما احتمال أن تكون المملكة العربية السعودية عضواً في مجلس الأمن؟

$$\frac{10}{187}$$

المصف: الثاني، التادوي

14

الفصل ٧، ١٠ اجتماعات

الاسم: التاريخ: (تتمه)

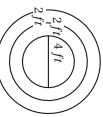
7-3 تدريبات إعادة التعليم الاحتمال الهندسي

الاحتمالات والمساحة: يمكن أن تتضمن الاحتمالات الهندسية المساحات. عند تحديد الاحتمالات الهندسية المتعلقة بالأهداف في لعبة رمي السهام، افترض أن الجسم يصل إلى نقطة داخل منطقة الهدف، وأن الاحتمالات وصوله إلى النقط الواقعة داخل منطقة الهدف متناسبة.

ألقيت قطعة نقود في بركة قاعدتها مربعة يبلغ طول ملون على هيئة ثلاث دوائر متحدة في المركز.

إذا كان قطر الدائرة المركزية (الداخلية) 4 أقدام ويزداد قطر كل دائرة تبليها 4 أقدام، فما احتمال وقوع

قطعة النقود في الدائرة المركزية؟



$$\begin{aligned} \text{"مساحة الدائرة المركزية"} &= (\text{وقع قطعة النقود في الدائرة المركزية}) P \\ \text{"مساحة قاعدة البركة"} &= \frac{4\pi}{36\pi} \\ &= \frac{1}{9}, 0.11, 11\% \text{ حوالي} \end{aligned}$$

تقاربن:

1) المهووس: يريد مطيأ أن يهبط في مركز هدف دائري معصم داخل حقل مستطيل الشكل، بعدد 120 ياردة و30 ياردة، إذا كان نصف قطر الهدف الدائري 10 ياردين، فما احتمال هبوط المطيأ داخل الهدف؟

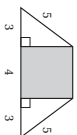
$$\frac{\pi}{36} \approx 0.09 \text{ أو } 9\% \text{ تقريباً}$$

2) امساعات، يراقب جبل عقرب الثواني في ساعته العادية في أثناء تحركه بمحاذاة الأرقام.

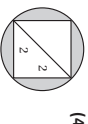
ما احتمال أن يكون عقرب الثواني في أي وقت معطى بين العددين 2 و3 اللذين يدلان على الساعات؟

$$\frac{1}{12}, 0.08\bar{3}, 8\% \text{ تقريباً}$$

اخيرت نقطة في كل من الأشكال الآتية عشوائياً. أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظلمة.



(1)



(2)



(3)

$$0.57 \approx \frac{4}{7} \text{ أو } 57\% \text{ تقريباً}$$

$$0.36 \approx \frac{\pi}{3} \text{ أو } 36\% \text{ تقريباً}$$

$$0.67\bar{3}, 67\frac{2}{3}\%$$

استعمل القرص وال مؤشر الدوار في الشكل الجاور لإيجاد كل ما يلي:

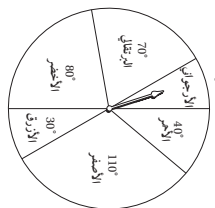
(أ) استقر المؤشر على الخط الفاصل بين قطاعين كانه يهاد تدويره

(ب) استقر المؤشر على الأحمر

$$0.11 \text{ تقريباً}, \frac{1}{9}$$

(ج) استقر المؤشر على الأزرق

$$0.08\bar{3}, \frac{1}{12}$$



الفصل ٧، الاحتمالات

17

الصفحة: الثاني، الثاني

الاسم: التاريخ:

7-3 تدريبات إعادة التعليم الاحتمال الهندسي

الاحتمالات والأطوال: الاحتمالات التي تتضمن قياسات هندسية تسمى الاحتمالات الهندسية.

أحد أنواع القياس هو الطول.

انظر إلى القطعة المستقيمة RS.

إذا اخيرت نقطة M على القطعة المستقيمة عشوائياً، فإن

$$\frac{KM}{KL} = \frac{RS}{KL} = P(\text{وقع } M \text{ على } KL)$$

اخيرت النقطة X على القطعة AD عشوائياً، أوجد احتمال وقوع X على AB.



نسبة احتمالات الأطوال

$$AD=8+2+6=16, AB=8$$

بالنسبة

$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

تقاربن:

إذا اخيرت النقطة M على ZP عشوائياً، فأوجد كلا ما يلي:

$$P(\text{وقع } M \text{ على } ZQ) = \frac{1}{5}, 0.2, 20\%$$

$$P(\text{وقع } M \text{ على } QR) = \frac{3}{10}, 0.3, 30\%$$

$$P(\text{وقع } M \text{ على } RP) = \frac{1}{2}, 0.5, 50\%$$

$$P(\text{وقع } M \text{ على } QP) = \frac{4}{5}, 0.8, 80\%$$

(5) الإحصاءات العمومية: يستغرق اللون الأخضر 30 ثانية في إشارة ضوئية دورياً دقيقتان، واللون الأصفر 3 ثوانٍ، واللون الأحمر دقيقة و 27 ثانية. ما احتمال أن يكون لون الإشارة أخضر عند وصولك إليها؟

$$0.25, 25\%, \frac{1}{4}$$

الفصل ٧، الاحتمالات

16

الصفحة: الثاني، الثاني

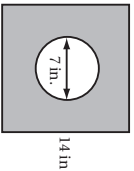
التاريخ:

الاسم:

7-3 تدريبات حل المسألة

الاحتمال الهندسي

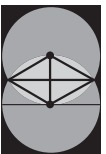
(3) أعطوا قطعا خزان مربع الشكل ترمسقه فتحة دائرية كما في الشكل أدناه. ما الاحتمال أن تسقط قطر المظرة داخل الخزان، إذا سقطت على وجهه العلوي، تقريبا إجابته إلى أقرب جزء من مئة.



$$\pi \approx 3.14 \text{ أو حوالي } 19.63\%$$

(4) إصاعة، أقيمت منصبة مستطيلة الشكل بمصدرين ضوئيين يضيئان مطلقين دائريين منها. طول نصف قطر المداورتين مساويان، وكل دائرة تمر مركز الأخرى. إذا كانت المنصبة تحيط بالمداورتين كما في الشكل أدناه، وألقى أحد المشاهدين بكرة زهر على المنصبة، افترض أن فرصة سقوط البكرة في أي مكان من المنصبة هي نفسها.

(إرشاد: استعمل المثلثات المتطابقة لإصلاح المرسومة في الدائرة).

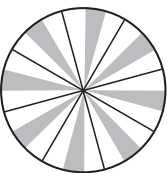


- (a) ما احتمال أن تستقر البكرة في المنطقة المظادة من المنصبة؟
0.842
- (b) ما احتمال أن تستقر البكرة في منطقة بداخل الإصاعين؟
0.205

المفصل ١٧، احتمالات

19

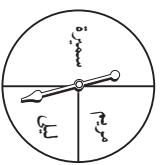
(1) رمي سهم، كل قطاع في هذا القرص له الزاوية المركزية نفسها. راحلات استقر السهم على نقطة القرص متساوية، فإذا رمي سهم على القرص، فما احتمال أن يستقر السهم في قطاع مُظلل؟



$$\frac{1}{3}, 0.33, 33\%$$

(2) القرص الدوار، تطلب سيرة ومريم رلى حلقا يجتري على 4 شطائر من مطعم في نهاية كل أسبوع عمل؛ لذا فإن إحداهن ستحصل على شطيرة إضافية، وبناءً على سيرة تعمل طوال ساعات العمل الأسبوعية، وتعمل كل من مريم ولى نصف ساعات العمل الأسبوعية، فقد قررت اللقيات استعمال القرص الدوار لتحديد من تحصل على الشطيرة الإضافية، عل أن تكون فرصة حصول سيرة عليها 50% و فرصة حصول كل من مريم ولى عليها 25%. صمم هذا القرص الدوار.

إجابة ممكنة



المفصل ١٧، التفاضل التفاضلي

التاريخ:

الاسم:

7-3 تدريبات المهارات

الاحتمال الهندسي

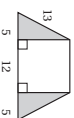
إذا أُختيرت النقطة X على \overline{MP} عشوائيًّا، فأوجد احتمال كل من الحادتين الآتيتين.



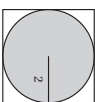
$$P(\overline{LN} \text{ على } X) \approx 42\%$$

$$P(\overline{MO} \text{ على } X) \approx 75\%$$

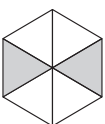
إذا أُختيرت نقطة في كل من الأشكال الآتية عشوائيًّا، فأوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.



(5)



(4)



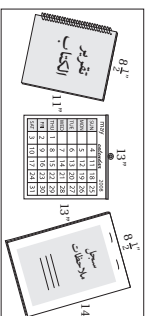
(3)

$$\frac{5}{17} \approx 0.29 \text{ أو } 29\% \text{ تقريبا}$$

$$\frac{\pi}{4} \approx 0.79 \text{ أو } 79\% \text{ تقريبا}$$

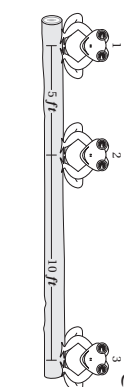
$$\frac{1}{3} \approx 0.33 \text{ أو } 33\% \text{ تقريبا}$$

(6) أفعال مكتملة: يبين الشكل المجاور سطح مكتب طالب في البيت. إذا رمي سهم على سطح المكتب، فما احتمال أن يسقط على تقرير الكتاب؟



$$0.054 \approx 5.4\% \text{ أو } 5.4\% \text{ تقريبا}$$

(7) ضفدع، تقف ثلاثة ضفادع على جلع شجرة طوله 15 قدما. البعد بين الضفدعين الأول والثاني 5 أقدام، ويبعد الضفدع الثالث 10 أقدام عن الثاني. إذا قفز ضفدع رابع على الجلع، فما احتمال أن يكون موضعه بين الضفدعين الأول والثاني؟



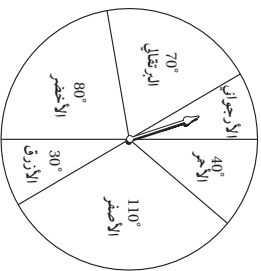
$$\frac{1}{3} \approx 0.33 \text{ أو } 33\% \text{ تقريبا}$$

استعمل القرص ذا المؤشر الدوار لإيجاد كل مما يلي:

(8) استقر المؤشر على الخط الفاصل بين قطاعين فإنه يُعاد تدويره.

$$P \approx 30.6\%$$

$$P \approx 19.4\%$$



المفصل ١٧، احتمالات

18

المفصل ١٧، التفاضل التفاضلي

الاسم: التاريخ:

7-4 تدريبات إعادة التعليم

احتمالات الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة

الأحداث المستقلة، وغير المستقلة، تتكون الحادثة المركبة من حادثتين أو أكثر من الأحداث البسيطة، ويمكن أن تكون مستقلة أو غير مستقلة، وتكون الأحداثان مستقلتين إذا كان احتمال إحداها لا يؤثر في احتمال الأخرى، وتكون الحداثتان غير مستقلتين إذا كانت إحداها تؤثر بطريقة ما في احتمال حدوث الأخرى.

وفي باقي قانونا لبرنسيك لحساب الاحتمالات

احتمال حادثتين مستقلتين	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
احتمال حادثتين غير مستقلتين	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B A)$

وضوح معلم التربية البدنية 10 كرات خراف 8 مرات زرقاء في كيس. إذا سحب طالب كرة خراف، فإنه يلمس كرة سلة، وإذا سحب الطالب كرة زرقاء، فإنه يتدرب على الوثب الطويل.

افترض أن مهملًا سحب كرة وأعادها إلى الكيس، ثم سحب مرة أخرى. ما احتمال أنه سحب كرة زرقاء في المراتين؟

لكن B تمل كرة زرقاء فإن:

$$P(B \cap B) = P(B) \cdot P(B)$$

$$= \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$$

لذا فإن احتمال أن يسحب مهمل كرة زرقاء في المراتين هو $\frac{16}{81}$ أو حوالي 20%.

تعالين.

حدد ما إذا كانت الحداثتان مستقلتين أو غير مستقلتين في كل ما يلي، ثم أوجد الاحتمال:

1) سُحبت بطاقة تحمل الرقم 10 من مجموعة بطاقات عددها 60 منها 15 خراف و 15 خضراء و 15 زرقاء، وُرُقَّت كل مجموعة من 1 إلى 15. تم أُلقيت قطعة نقود وظورت الكتابة على وجهها العلوي.

$$\frac{1}{30}, \text{ مستقلة,}$$

2) أدير مؤشر قرص يتكون من أربعة قطاعات متطابقة مرقمة من 1 إلى 4، فاستقر على القطاع 1، ثم أُلقي مكعب أرقام وظفر على وجهه العلوي 1.

$$\frac{1}{24}, \text{ مستقلة,}$$

3) سُحبت كرة خراف من كيس يحتوي على كرتين لونها أزرق وخمس لونها أخضر دون إرجاع، ثم سُحبت كرة خراف ثانية.

$$\frac{10}{21}, \text{ غير مستقلة,}$$

4) سُحبت كرة خراف من كيس يحتوي على كرتين لونها أزرق وخمس لونها أخضر ثم سُحبت كرة خراف مرة ثانية.

$$\frac{25}{49}, \text{ مستقلة,}$$

الفصل ٧، الاحتمالات

21

الصفحة: الثاني، الثاني

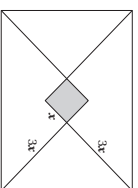
الاسم: التاريخ:

7-3 التدرجات الإثرائية

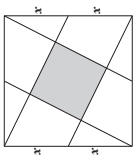
احتمالات المضلعات

تجري كل مسألة في هذه الصفحة على مضلع منتظم - واحد أو أكثر - لإيجاد احتمال أن تكون نقطة مختار عشوائياً واقعة في المنطقة المظلمة، تحتاج إلى إيجاد نسبة مساحة المنطقة المظلمة إلى المساحة الكلية، ويمكنك التعرض عن المفاهيم بأعداد إذا رغبت في ذلك.

أوجد احتمال أن تقع نقطة مختار عشوائياً في المنطقة المظلمة في كل شكل ما يلي، وافترض أن المضلعات التي تبدو منتظمة هي منتظمة فعلاً، تقريباً إجابات إلى أقرب جزء من مئة.



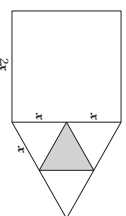
(1)



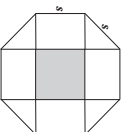
(2)

$$0.04, \approx \frac{1}{24} \text{ أو } 4\% \text{ تقريباً}$$

$$0.20, \approx \frac{1}{5} \text{ أو } 20\%$$



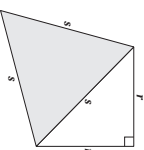
(3)



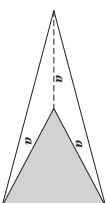
(4)

$$0.08, \approx \frac{\sqrt{3}}{16 + 4\sqrt{3}} \text{ أو } 8\% \text{ تقريباً}$$

$$0.21, \approx \frac{1}{2 + 2\sqrt{2}} \text{ أو } 21\% \text{ تقريباً}$$



(5)



(6)

$$0.63, \approx \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} \text{ أو } 63\% \text{ تقريباً}$$

$$0.46, \approx \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \text{ أو } 46\% \text{ تقريباً}$$

الفصل ٧، الاحتمالات

20

الصفحة: الثاني، الثاني

الاسم: التاريخ:

7-4 تدريبات المهارات

احتمالات الأحداث المستقلة والحوادث غير المستقلة

حدد ما إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلتين. في كلِّ مثالٍ، ثم أوجد الاحتمال.

(1) ألقي مكعباً أرقاماً وظهر العدد 6 على وجه كل منهما.

$$\text{مستقلة، } \frac{1}{36}$$

(2) يخبري كيسي على 13 بطاقة حواء و 13 سوداء و 13 خضراء، و وضعت بطاقات كل لون بالترتيب من 1 إلى 13، وقد سُحبت بطاقة تحمل الرقم 10 دون إرجاع، ثم سُحبت بطاقة ثانية تحمل الرقم 10.

$$\text{غير مستقلة، } \frac{1}{221}$$

(3) يخبري صندوق على 8 جوارب زرقاء و 6 سوداء، سُحبت جورباً أزرق دون إرجاع، ثم سُحبت جورباً أزرق آخر.

$$\text{غير مستقلة، } \frac{4}{13}$$

أوجد احتمال كلِّ ما يأتي:

(4) أُخبرت كرة خضراء من كيسي تحتوي على 4 كرات صفراء و 3 خضراء و 9 زرقاء عشوائياً دون إرجاع. إذا سُحبت كرة ثانية عشوائياً، فما الاحتمال أن تكون خضراء؟

$$\frac{2}{15}$$

(5) ألقي مكعباً أرقام، إذا كان العدد الظاهر على وجه المكعب هو أحد الأعداد من 2 إلى 5، فما الاحتمال أن يكون العدد الظاهر على وجه المكعب 4؟

$$\frac{1}{4}$$

(6) أدير قرص يحتوي على ألوان الطيف السبعة. أوجد احتمال أن يستقر المؤشر على اللون الأزرق، إذا علم أنه استقر على أحد الألوان الثلاثة الأساسية.

$$\frac{1}{3}$$

(7) عطار، أراد تحليل أن يشتري عصيراً من إحدى علات العصائر. إذا كان في جيبه قطعتان من فئة الريال، و 3 قطع من فئة نصف الريال، فما الاحتمال أن يسحب أولاً قطعة من فئة نصف الريال، ثم يسحب قطعة من نصف الريال ثانية؟

$$\frac{3}{10}$$

(8) مقالات، يسحب طلاب صفٍّ مشمل في حصّة اللغة الإنجليزية بطاقات من بين بطاقات كُتبت عليها أسماء الطلاب لقراءة مقالاتهم عشوائياً. سحب رائد أولاً، ثم سحب صديقه حسن ثانياً. إذا كان في الصف 20 طالباً، فما الاحتمال أن يسحب كل منهما اسم الآخر؟

$$\frac{1}{380}$$

المصف، انتاني، التادوي الفصل ٧، الاختصارات 23

الاسم: التاريخ:

7-4 تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

احتمالات الأحداث المستقلة والحوادث غير المستقلة

الاحتمال المشروط: يُستعمل الاحتمال المشروط لإيجاد احتمالات الحوادث غير المستقلة، ويُستعمل إذا علمت معلومات إضافية عن الحادثة أيضاً. والاحتمال المشروط للحادثة B إذا علم A هو:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

حيث $P(A) \neq 0$

يعمل عشرة طلاب في مطعم الجامعة، ويسحب كل منهم بطاقة من 10 بطاقات مرقمة بالأعداد من

مثال

1 إلى 10 عشوائياً، ويقوم الطلاب الذين يسحبون البطاقات ذات الأعداد الفردية بتقديم الأطباق

الرئيسية، والذين يسحبون البطاقات ذات الأعداد الزوجية يُقدّمون أطباق الحلوى. إذا قدّم سائر

طبق حلوى، فما الاحتمال أن يكون قد سحب العدد 10؟

بما أن سائراً قد قدّم طبق الحلوى، فإله يكون قد سحب عدداً زوجياً.

افترض أن A حادثة سحب عدد زوجي.

وأن B حادثة سحب العدد 10.

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \\ P(B|A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ \text{الاحتمال المشروط} & \\ P(A) &= \frac{1}{2} = 0.5, P(A \cap B) = \frac{1}{10} = 0.1 \\ \text{بالتبسيط} & \\ &= \frac{0.1}{0.5} \\ &= 0.2 \end{aligned}$$

احتمال أن يسحب سائر العدد 10 يساوي 0.2 أو 20%.

تعالون:

(1) سُحبت كرة زرقاء من كيسي تحتوي على 3 كرات حواء و 9 كرات زرقاء دون إرجاع عشوائياً. ما الاحتمال أن يكون الكرة الثانية زرقاء؟

$$\frac{8}{11}$$

(2) ألقي مكعب أرقام، إذا كان العدد الظاهر على الوجه العلوي أقل من 5، فما الاحتمال أن يكون هو العدد 2؟

$$\frac{1}{4}$$

(3) يحيط شكل رباعي 16، وأطوال أضلاعه جميعها أعداد زوجية. ما احتمال أن يكون الشكل الرباعي مربعاً؟

$$\frac{1}{4}$$

(4) قرص مقسّم إلى 8 قطاعات متطابقة مرقمة من 1 إلى 8. وقد أدير المؤشر. ما احتمال أن يستقر على القطاع رقم 6، إذا علم أنه استقر على قطاع ذي رقم زوجي.

$$\frac{1}{4}$$

المصف، انتاني، التادوي الفصل ٧، الاختصارات 22

الاسم: التاريخ:

7-4 التنبؤات الإثرائية

التنبؤ بجاة الطقس

الرمز	الأحوال	درجات المراهقة
الشمس	شمس	70/50
الغيوم	مطر	68/54
الرياح	غيوم جزئيًا	62/53

عندما تسمح الراصد الجوي بقول إن فرصة نزول المطر غداً 60%. فإن هذا يعني أن $P(\text{أن تمطر غداً}) = \frac{60}{100}$ (أن تمطر غداً) P . لاحظ أن هذا يعني أيضًا $\frac{40}{100} = P(\text{لا تمطر غداً})$. ولكن سقوط المطر غداً يعتمد على عدد من العوامل. أمطر اليوم في مدينة شرقاً. إن النسبة المئوية لتنبؤات بإمكان أن يحدث، وهي ليست صحيحة دائماً. إنها مستقلة عن حالة الطقس؛ لأن التنبؤ ليس له تأثير على الطقس.

يقول الراصد الجوي في إحدى الصحف: إن فرصة نزول الأمطار 40% وتوقعات هذا الراصد صحيحة في 75% من المرات.

ما احتمال أن يكون تنبؤ الراصد صحيحاً وأن ينزل المطر؟
بأن الاحداثين مستقلتان، فإن الاحتمال هو: $\frac{40}{100} \cdot \frac{75}{100} = \frac{3000}{10000} = \frac{3}{10}$

ما احتمال أن يكون تنبؤ الراصد خطأ ولن ينزل المطر؟
احتمال أن يكون تنبؤ خطأ 25%، بينما احتمال ألا ينزل المطر 60%. بأن الحادتين مستقلتان، فإن الاحتمال هو: $\frac{25}{100} \cdot \frac{60}{100} = \frac{1500}{10000} = \frac{15}{1000}$

تعالين،

يقول راصد في محطة تلفزيونية: إن فرصة تشكل الغيوم 40%، ويقول أيضًا: إذا تشكلت الغيوم، فإن فرصة نزول المطر 60%. إذا كان الراصد مصيباً في 55% من المرات، فأوجد الاحتمالات الآتية.

- عدم تشكل الغيوم وعدم نزول المطر.
- عدم تشكل الغيوم وإصابة الراصد.
- تشكل الغيوم والراصد لم يصب.
- تشكل الغيوم، وسقط قطر، والراصد مصيب.

الصفحة: التالي التالي الفصل ١٧، الاحتمالات 25

الاسم: التاريخ:


7-4 تدريبات حل المسألة

احتمالات الزوائد المستقلة والوحدات غير المستقلة

(3) بطاقات، سُحبت ثلاث بطاقات دون إرجاع من كيس فيه 13 بطاقة حمراء و 13 خضراء و 13 صفراء، وطاقات كل لون مرقمة بالأرقام من 1 إلى 13. ما احتمال أن تكون الأولى حمراء والثانية خضراء والثالثة صفراء؟

تقريباً 0.04

(4) يوم ميلاد، بما أنه يوجد 365 يوماً في السنة الواحدة، فإن احتمال أن يكون يوم ميلاد شخص في يوم معين من السنة يساوي 0.00273 تقريباً.

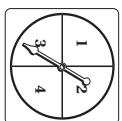
APRIL 2008						
Sunday	Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday
		1	2	3 	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

ما احتمال أن يكون لشخصين يوم الميلاد نفسه؟
تقريباً 0.000005

(1) قيادة، احتمال أن يحصل شخص ما على مخالفة سرعته هو 0.35. واحتمال أن يتورط شخص سيارة حمراء 0.15. إذا أُختير سائق عشوائياً، فما احتمال أن يكون قد حصل على مخالفة سير وقرعة سيارة ليست حمراء؟

0.2975

(2) ألعاب، أدير القرص الدوار المقسم إلى 4 قطاعات متطابقة ومرقمة من 1 إلى 4. والتي مكعب أرقام،



ما احتمال أن يستقر مؤشر القرص على عدد زوجي، وأن يظهر عدد زوجي على وجه المكعب؟

$\frac{1}{4}$

الصفحة: التالي التالي الفصل ١٧، الاحتمالات 24

الاسم: التاريخ:

7-5 تدريبات إعادة التعليم

احتمالات الأحداث المتنافية

احتمال الواحدتين المتنافيتين: نتكهن منقسم الحادثة A جميع النتائج في الفضاء العي غير المتضمنة في الحادثة A.

احتمال متضمنة حادثة ما	$P(A)$	$1 - P(A)$	متضمنة A
------------------------	--------	------------	----------

نوجد 100 صورة فوتوغرافية في معرض مدرسة، 3 صور منها لاسر، سيتم اختيار صورة واحدة

عشر أيضًا لمرضاها في مكتب مدير المنطقة التعليمية، فما احتمال ألا يتم اختيار أي واحدة من صور لاسر؟

افترض أن A تعني اختيار صورة واحدة من صور لاسر.

بعد ذلك أوجد احتمال متضمنة A.

$P(A) = 1 - P(A)$

$P(A) = 1 - \frac{3}{100}$

$P(A) = \frac{97}{100}$

$P(A) = 0.97$

احتمال ألا يتم اختيار إحدى صور لاسر يساوي 97%.

تعاين:

أوجد احتمال كل حادثة ما يأتي:

1) إذا كان احتمال أن تطلب إليك والدتك أن تطفئ غرفتك اليوم بعد عودتك من المدرسة يساوي $\frac{4}{7}$ ، فما احتمال ألا تطلب إليك ذلك؟

0.2

2) يوجد في صندوق 100 بطاقة، 20 بطاقة منها حمراء و70 سوداء، وإذا سُحبت بطاقة واحدة من الصندوق عشوائيًّا، فما احتمال ألا تكون خضراء؟

0.90

3) عند إلقاء قطعة نقود، ما احتمال عدم ظهور ككرة على وجهها العلوي؟

0.5

4) ما احتمال عدم ظهور الرقم 6 عند إلقاء مكعبين مرقعين من 1 إلى 6؟

0.69 تقريبًا

المصف، الثاني، الثاني، الفصل ٧، الاحتمالات 27

الاسم: التاريخ:

7-5 تدريبات إعادة التعليم

احتمالات الأحداث المتنافية

الحوادث المتنافية: إذا لم يكن وقوع حادثين معكًا في الوقت نفسه، وليس لهما توافق مشترك، فلهما تسميتان حادثين متنافيتين. وفيما يلي قانونا الجمع في الاحتمالات.

احتمال حادثين متنافيين	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
------------------------	-----------------------------

احتمال حادثين غير متنافيين	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
----------------------------	---

نوجد في خزانة مكتبة 15 رواية و20 ديوان شعر و14 كتاب تاريخ و12 كتاب علوم، إذا أُختير أحد الكتب من الخزانة عشوائيًّا، فما احتمال اختيار كتاب في التاريخ أو العلوم؟

افترض أن H تعني اختيار كتاب تاريخ،

وأن S تعني اختيار كتاب علوم

$P(H \cup S) = P(H) + P(S)$

$P(H \cup S) = \frac{14}{61} + \frac{12}{61}$

$P(H \cup S) = \frac{26}{61}$

$P(H \cup S) = 43\%$

أو حوالي 43%

تعاين:

حدد ما إذا كانت الحالتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كل ما يأتي، ثم أوجد الاحتمال إلى أقرب جزء من مئة.

5) حديقة طيور: اختيار ببناء أو بطّة من حديقة طيور تحتوي على 15 ببناء و25 بطّة و9 صقور و3 نعلمات بطريقة عشوائية.

غير متنافية، 0.5

6) أتعب، ظهور 6 على الوجه العلوي أو ظهور عدد زوجي عند رمي مكعب أرقام.

7) جوائز: تُقدّم مدرسة جندية للطالب في كل شهر، حيث يختارها عشوائيًّا من بين 9 بطاقات دعوة إلى معالهم المنطقة، أو من 8 أفراد مدعو (CD) أو من 6 أفراد رفضة (DVD) أو من 5 بطاقات مستندات من المركز التجاري، ما احتمال أن يختار الطالب CD أو DVD؟

متنافية، 0.5

8) لجنة طلابية: بناء على الجدول التالي، ما احتمال أن يكون أحد الطلاب في اللجان الطلابية من الصف الثاني الثانوي أو في لجنة الخدمات؟

اللجان	الأول الثانوي	الثاني الثانوي	الثالث الثانوي
خدمات	4	5	6
إعلام	3	2	2
رياضة	4	8	6
علاقات إدارية	1	1	4

غير متنافية، 0.57

المصف، الثاني، الثاني، الفصل ٧، الاحتمالات 26

الاسم: التاريخ:

الاسم: التاريخ:

7-5 تدريبات حل المسألة احتمالات الأحداث المتنافية

(3) جامعات، يوجد 100 طالب في الصف الثالث الثانوي في مدرستك، 89% منهم يخططون للدراسة في جامعات رسمية، إذا أُختير طالبان من طلاب الصف عشوائيًا، فما الاحتمال أن يكون أحدهما على الأقل لا يخطط للدراسة في جامعة رسمية؟

0.21

(4) تسميم، صممت سوسن ومها لعبة في الرياضيات لطلاب الصف الثالث، للتدريب على الحقائق الأساسية، فتقرر أن يستعمل في اللعبة مكعباً أرقام، وعلى اللاعبين أن يجدا مجموع العددين الظاهرين على وجهي المكعبين. وقد كونت سوسن ومها الجدول الآتي للمساعدة على إيجاد الاحتمالات.

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

يُلقَى كُلُّ لاصِحٍ المكعبين عندما يأتي دوره.

(a) ما احتمال الحصول على رقمين متساويين أو رقمين مجموعهما 7؟

0.333

(b) ما احتمال الحصول على رقمين مجموعهما عدد زوجي أو عدم ظهور الرقم ٢؟

0.7

الفصل ١٧، الاحتمالات

29

الصف، الثاني، الثانوي

الاسم: التاريخ:

الاسم: التاريخ:

7-5 تدريبات المهارات احتمالات الأحداث المتنافية

حدد ما إذا كانت الأحداث متنافيتين أو غير متنافيتين في كل ما يأتي، ثم أوجد الاحتمال في صورة نسبة مئوية إلى أقرب عُشر إذا كان ذلك ضروريًا.

(1) رمي مكعبين معينين وظهر عددين متباينين على وجهي المكعبين أو مجموع العددين 6، غير متنافية؛ 5 أو 18 تقريباً 27.8%

(2) سحب بطاقة تحمل الرقم 2 أو لوناً أسود من كيس فيه 13 بطاقة حمراء و 13 سوداء و 13 خضراء و بطاقات من كل لون مرصعة من 1 إلى 13.

غير متنافية؛ 4 أو 13 تقريباً 30.8%

(3) رمي مكعبين الأرقام، وظهر عددين على الوجهين مجموعهما 8 أو 12، متنافية؛ 1 أو 6 تقريباً 16.7%

أوجد احتمال كل حدث مما يأتي:

(4) إذا كانت فرصة اختيار طالب رئيساً للجنة طلابية تساوي 1 من 200، فما احتمال عدم اختياره؟

199
200 = 0.995

(5) إذا كانت فرصتك تسجيل هدف من رمية حرة 40%، فما احتمال ألا تسجل هدفًا من الرمية الحرة؟

60% أو 0.6

(6) إذا أُدير مؤشر قرص دوار مُقسَّم إلى 6 مناطق متعاقبة ورمقة من 1 إلى 6، فما احتمال ألا يستقر المؤشر على الرقم ٢5 تقريباً 0.83 أو 5/6

(7) في وعاء 250 قطعة نقدية عشرة منها من فئة ربع الريال، والبقية من فئة 10 حلالات. إذا سحبت جائزة قطعة نقد واحدة، فما احتمال ألا تكون من فئة ربع الريال؟

240 أو 0.96
250

الفصل ١٧، احتمالات

28

الصف، الثاني، الثانوي

الاسم: التاريخ:

7-5 التدرجيات الإثرائية الإحصاءات السكانية

يُشير مصطلح الإحصاءات السكانية إلى خصائص المجتمع مثل العمر، والجنس، ومستوى التعليم، والدخل، والوظيفة وميغرات أخرى. وتُعد هذه البيانات جزءاً مهماً من أبحاث التسويق التي تُستعمل من قِبل المؤسسات الاعلانية واستطلاعات الرأي، ويمكن تصنيف بعض الناس في أكثر من فئة واحدة أحياناً. وتكون الحوادث التي تبحث فيها متناهيّة أحياناً.

افترض أن استطلاعاً أُجري، وأُوز النتائج المبينة في الجدول الآتي، استعمل هذه البيانات للإجابة عن الأسئلة الآتية.

أصوات المرشح B	أصوات المرشح A	العمر و الجنس
32	19	18-30 ذكر
18	31	18-30 أنثى
12	51	31-45 ذكر
20	43	31-45 أنثى
35	42	46-60 ذكر
42	20	46-60 أنثى
21	45	60+ ذكر
18	27	60+ أنثى

1) اذكر حادثتين متنافيتين.

التصويت للمرشح A أو التصويت للمرشح B

2) أوجد احتمال أن يصوّت ذكر من الفئة العمرية 60-46 للمرشح A.

0.55

3) أوجد احتمال أن تصوّت أنثى للمرشح A.

0.55

4) أوجد احتمال أن يكون أحد الذين انتخبوا المرشح B أنثى ومن الفئة العمرية 30-18.

0.09

5) ما الفئات التي يتعين أن يترك المرشح A جهوده حمله الانتخابية عليها؟

يتبن على المرشح A أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الماكور من الفئة العمرية 30-18، وعلى الإناث من الفئة

العمرية من 60-46.

6) ما الفئات التي يتعين أن يترك المرشح B جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبن على المرشح B أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الإناث من الفئة العمرية 30-18، والماكور من الفئة

العمرية 45-31، وعلى من هم فوق 60 من الجنس.

المصف، التاني، التادوي

30

المصف، التاني، التادوي

الاسم: التاريخ:

7-5 التدرجيات الإثرائية الإحصاءات السكانية

يُشير مصطلح الإحصاءات السكانية إلى خصائص المجتمع مثل العمر، والجنس، ومستوى التعليم، والدخل، والوظيفة وميغرات أخرى. وتُعد هذه البيانات جزءاً مهماً من أبحاث التسويق التي تُستعمل من قِبل المؤسسات الاعلانية واستطلاعات الرأي، ويمكن تصنيف بعض الناس في أكثر من فئة واحدة أحياناً. وتكون الحوادث التي تبحث فيها متناهيّة أحياناً.

افترض أن استطلاعاً أُجري، وأُوز النتائج المبينة في الجدول الآتي، استعمل هذه البيانات للإجابة عن الأسئلة الآتية.

أصوات المرشح B	أصوات المرشح A	العمر و الجنس
32	19	18-30 ذكر
18	31	18-30 أنثى
12	51	31-45 ذكر
20	43	31-45 أنثى
35	42	46-60 ذكر
42	20	46-60 أنثى
21	45	60+ ذكر
18	27	60+ أنثى

1) اذكر حادثتين متنافيتين.

التصويت للمرشح A أو التصويت للمرشح B

2) أوجد احتمال أن يصوّت ذكر من الفئة العمرية 60-46 للمرشح A.

0.55

3) أوجد احتمال أن تصوّت أنثى للمرشح A.

0.55

4) أوجد احتمال أن يكون أحد الذين انتخبوا المرشح B أنثى ومن الفئة العمرية 30-18.

0.09

5) ما الفئات التي يتعين أن يترك المرشح A جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبن على المرشح A أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الماكور من الفئة العمرية 30-18، وعلى الإناث من الفئة

العمرية من 60-46.

6) ما الفئات التي يتعين أن يترك المرشح B جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبن على المرشح B أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الإناث من الفئة العمرية 30-18، والماكور من الفئة

العمرية 45-31، وعلى من هم فوق 60 من الجنس.

المصف، التاني، التادوي

30

المصف، التاني، التادوي

الاسم: التاريخ:

7-5 التدرّيات الإثرائية الإحصاءات السكانية

يُشير مصطلح الإحصاءات السكانية إلى خصائص المجتمع مثل العمر، والجنس، ومستوى التعليم، والدخل، والوظيفة ومميزات أخرى. وتُعدّ هذه البيانات جزءاً مهماً من أبحاث التمرّيق التي تُستعمل من قِبَل المؤسسات الإعلانية واستطلاعات الرأي، ويمكن تصنيف بعض الناس في أكثر من فئة واحدة أحياناً. وتكون الطرقات التي تبحث فيها متناوبة أحياناً.

افترض أن استطلاعاً أُجري، وأُفرز النتائج المبينة في الجدول الآتي، استعمل هذه البيانات لإجابة عن الأسئلة الآتية.

العمر والجنس	أصوات المرشح A	أصوات المرشح B
18-30 ذكر	19	32
18-30 أنثى	31	18
31-45 ذكر	51	12
31-45 أنثى	43	20
46-60 ذكر	42	35
46-60 أنثى	20	42
60+ ذكر	45	21
60+ أنثى	27	18

1) اذكر حادثتين متنافيتين.

التصويت للمرشح A أو التصويت للمرشح B

2) أوجد احتمال أن يصوّت ذكر من الفئة العمرية 60 - 46 للمرشح A.

0.55

3) أوجد احتمال أن تصوّت أنثى للمرشح A.

0.55

4) أوجد احتمال أن يكون أحد الذين انتخبوا المرشح B أنثى ومن الفئة العمرية 30 - 18.

0.09

5) ما الفئات التي يتبعين أن يركّز المرشح A جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبعين على المرشح A أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الذكور من الفئة العمرية 30 - 18، وعلى الإناث من الفئة العمرية من 60 - 46.

6) ما الفئات التي يتبعين أن يركّز المرشح B جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبعين على المرشح B أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الإناث من الفئة العمرية 30 - 18، والذكور من الفئة العمرية 45 - 31، وعلى من هم فوق 60 من الجنسين.

المصف، الثاني، التادوي الفصل ٧، الاحتمالات 30

الاسم: التاريخ:

7-5 التدرّيات الإثرائية الإحصاءات السكانية

يُشير مصطلح الإحصاءات السكانية إلى خصائص المجتمع مثل العمر، والجنس، ومستوى التعليم، والدخل، والوظيفة ومميزات أخرى. وتُعدّ هذه البيانات جزءاً مهماً من أبحاث التمرّيق التي تُستعمل من قِبَل المؤسسات الإعلانية واستطلاعات الرأي، ويمكن تصنيف بعض الناس في أكثر من فئة واحدة أحياناً. وتكون الطرقات التي تبحث فيها متناوبة أحياناً.

افترض أن استطلاعاً أُجري، وأُفرز النتائج المبينة في الجدول الآتي، استعمل هذه البيانات لإجابة عن الأسئلة الآتية.

العمر والجنس	أصوات المرشح A	أصوات المرشح B
18-30 ذكر	19	32
18-30 أنثى	31	18
31-45 ذكر	51	12
31-45 أنثى	43	20
46-60 ذكر	42	35
46-60 أنثى	20	42
60+ ذكر	45	21
60+ أنثى	27	18

1) اذكر حادثتين متنافيتين.

التصويت للمرشح A أو التصويت للمرشح B

2) أوجد احتمال أن يصوّت ذكر من الفئة العمرية 60 - 46 للمرشح A.

0.55

3) أوجد احتمال أن تصوّت أنثى للمرشح A.

0.55

4) أوجد احتمال أن يكون أحد الذين انتخبوا المرشح B أنثى ومن الفئة العمرية 30 - 18.

0.09

5) ما الفئات التي يتبعين أن يركّز المرشح A جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبعين على المرشح A أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الذكور من الفئة العمرية 30 - 18، وعلى الإناث من الفئة العمرية من 60 - 46.

6) ما الفئات التي يتبعين أن يركّز المرشح B جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبعين على المرشح B أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الإناث من الفئة العمرية 30 - 18، والذكور من الفئة العمرية 45 - 31، وعلى من هم فوق 60 من الجنسين.

المصف، الثاني، التادوي الفصل ٧، الاحتمالات 30

الاسم: التاريخ:

7-5 التدرّيات الإثرائية الإحصاءات السكانية

يُشير مصطلح الإحصاءات السكانية إلى خصائص المجتمع مثل العمر، والجنس، ومستوى التعليم، والدخل، والوظيفة وميغرات أخرى. وتُعدّ هذه البيانات جزءاً مهماً من أبحاث التسويق التي تُستعمل من قِبل المؤسسات الاعلالية واستطلاعات الرأي، ويمكن تصنيف بعض الناس في أكثر من فئة واحدة أحياناً. وتكون الحوادث التي تبحث فيها متناوبة أحياناً.

افترض أن استطلاعاً أُجري، وأُوز النتائج المبينة في الجدول الآتي، استعمل هذه البيانات للإجابة عن الأسئلة الآتية.

أصوات المرشح B	أصوات المرشح A	العمر و الجنس
32	19	ذكر 18-30
18	31	أنثى 18-30
12	51	ذكر 31-45
20	43	أنثى 31-45
35	42	ذكر 46-60
42	20	أنثى 46-60
21	45	ذكر 60+
18	27	أنثى 60+

1) اذكر حادثتين متنافيتين.

التصويت للمرشح A أو التصويت للمرشح B

2) أوجد احتمال أن يصوّت ذكر من الفئة العمرية 60-46 للمرشح A.

0.55

3) أوجد احتمال أن تصوّت أنثى للمرشح A.

0.55

4) أوجد احتمال أن يكون أحد الذين انتخبوا المرشح B أنثى ومن الفئة العمرية 30-18.

0.09

5) ما الفئات التي يتعين أن يترك المرشح A جهوده حمله الانتخابية عليها؟

يتبنّ على المرشح A أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على المذكر من الفئة العمرية 30-18، وعلى الإناث من الفئة العمرية من 60-46.

6) ما الفئات التي يتعيّن أن يترك المرشح B جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبنّ على المرشح B أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الإناث من الفئة العمرية 30-18، والمذكر من الفئة العمرية 45-31، وعلى من هم فوق 60 من الجنسين.

المصنف: التلاميذ الثانوي الفصل ٧، الاحتمالات 30

الاسم: التاريخ:

7-5 التدرّيات الإثرائية الإحصاءات السكانية

يُشير مصطلح الإحصاءات السكانية إلى خصائص المجتمع مثل العمر، والجنس، ومستوى التعليم، والدخل، والوظيفة وميغرات أخرى. وتُعدّ هذه البيانات جزءاً مهماً من أبحاث التسويق التي تُستعمل من قِبل المؤسسات الاعلالية واستطلاعات الرأي، ويمكن تصنيف بعض الناس في أكثر من فئة واحدة أحياناً. وتكون الحوادث التي تبحث فيها متناوبة أحياناً.

افترض أن استطلاعاً أُجري، وأُوز النتائج المبينة في الجدول الآتي، استعمل هذه البيانات للإجابة عن الأسئلة الآتية.

أصوات المرشح B	أصوات المرشح A	العمر و الجنس
32	19	ذكر 18-30
18	31	أنثى 18-30
12	51	ذكر 31-45
20	43	أنثى 31-45
35	42	ذكر 46-60
42	20	أنثى 46-60
21	45	ذكر 60+
18	27	أنثى 60+

1) اذكر حادثتين متنافيتين.

التصويت للمرشح A أو التصويت للمرشح B

2) أوجد احتمال أن يصوّت ذكر من الفئة العمرية 60-46 للمرشح A.

0.55

3) أوجد احتمال أن تصوّت أنثى للمرشح A.

0.55

4) أوجد احتمال أن يكون أحد الذين انتخبوا المرشح B أنثى ومن الفئة العمرية 30-18.

0.09

5) ما الفئات التي يتعين أن يترك المرشح A جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبنّ على المرشح A أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على المذكر من الفئة العمرية 30-18، وعلى الإناث من الفئة العمرية من 60-46.

6) ما الفئات التي يتعيّن أن يترك المرشح B جهوده حملته الانتخابية عليها؟

يتبنّ على المرشح B أن يضاعف جهوده حملته الانتخابية على الإناث من الفئة العمرية 30-18، والمذكر من الفئة العمرية 45-31، وعلى من هم فوق 60 من الجنسين.

المصنف: التلاميذ الثانوي الفصل ٧، الاحتمالات 30