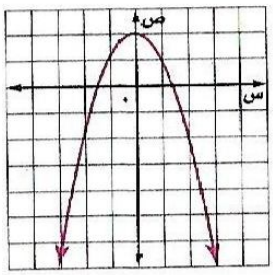
الفصل الثامن: الدوال التربيعية

٨-١ تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

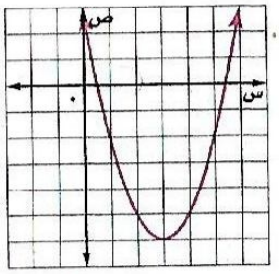
استعمل جدول القيم لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجالها ومداها.

١) ص = $-س^{٢} + ٢$



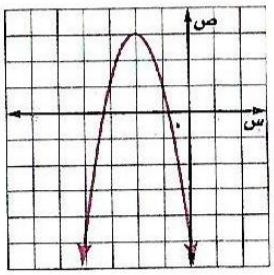
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ ٢}

٢) ص = $س^{٢} - ٦س + ٣$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≥ -٦}

٣) ص = $-٢س^{٢} - ٨س - ٥$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ ٣}

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

٤) ص = $س^{٢} - ٩$

(٠، -٩)؛ س = ٠ ،
المقطع الصادي = -٩

٥) ص = $-٢س^{٢} + ٨س - ٥$

(٢، ٣)؛ س = ٢ ،
المقطع الصادي = -٥

٦) $٤س^{٢} - ٤س + ١$

(٠,٥ ، ٠)؛ س = ٠,٥ ،
المقطع الصادي = ١

بيّن ما إذا كان لكل معادلة فيما يأتي قيمة عظمى أم صغرى، ثم حدِّدها، وحدّد مجال الدالة ومداها.

٧) ص = $٥س^{٢} - ٢س + ٢$

صغرى؛ (٠,٢ ، ١,٨)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ ١,٨}

٨) ص = $-س^{٢} + ٥س - ١٠$

عظمى؛ (٢,٥ ، $-٣,٧٥$)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≥ ٣,٧٥}

٩) ص = $\frac{٣}{٢}س^{٢} + ٤س - ٩$

صغرى؛ ($-١\frac{١}{٣}$ ، $-١١\frac{٢}{٣}$)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ $-١١\frac{٢}{٣}$}

١٠) **كرة:** تُمثّل المعادلة ع = $-٠,٠٠٥ س^{٢} + س + ٣$ مسارَ كرةٍ قذفها لاعب في الهواء، حيث (ع) ارتفاع الكرة بالأقدام، وَ (س) المسافة الأفقية التي تقطعها الكرة.

أ) ما معادلة محور التماثل؟ س = ١٠٠

ب) ما القيمة العظمى للارتفاع الذي تصله الكرة؟ ٥٣ قدمًا

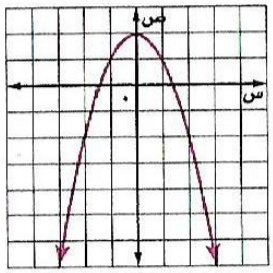
جـ) إذا التقط اللاعب الكرة من ارتفاع ٣ أمتار من مستوى سطح الأرض، فما المسافة الأفقية التي تبعدها الكرة عن موضع سقوطها على الأرض؟ ٢٠٠ قدم

الفصل الثامن: الدوال التربيعية

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

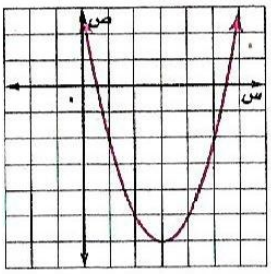
استعمل جدول القيم لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجالها ومداها.

١) ص = $-س^{٢}+٢$



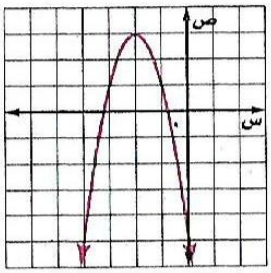
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≥ ٢}

٢) ص = $س^{٢}-٦س+٣$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ −٦}

٣) ص = $-٢س^{٢}-٨س-٥$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≥ ٣}

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

٤) ص = $س^{٢}-٩$

(٠، −٩)؛ س = ٠ ،
المقطع الصادي = −٩

٥) ص = $-٢س^{٢}+٨س-٥$

(٢، ٣)؛ س = ٢ ،
المقطع الصادي = −٥

٦) $٤س^{٢}-٤س+١$

(٥ ,٠ ,٠)؛ س = ٠,٥ ،
المقطع الصادي = ١

بيّن ما إذا كان لكل معادلة فيما يأتي قيمة عظمى أم صغرى، ثم حدِّدها، وحدّد مجال الدالة ومداها.

٧) ص = $٥س^{٢}-٢س+٢$

صغرى؛ (٢ ,٠ ,١,٨)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ ١,٨}

٨) ص = $-س^{٢}+٥س-١٠$

عظمى؛ (٥ ,٢ ,−٣,٧٥)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≥ ٣,٧٥}

٩) ص = $\frac{٣}{٢}س^{٢}+٤س-٩$

صغرى؛ $(-\frac{١}{٣}١، -١١\frac{٢}{٣})$؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = $\{ص | ص \leq -١١\frac{٢}{٣}\}$

١٠) **كرة:** تُمثّل المعادلة ع = $-٠,٠٠٥ س^{٢}+س+٣$ مسارَ كرةٍ قذفها لاعب في الهواء، حيث (ع) ارتفاع الكرة بالأقدام، وَ (س) المسافة الأفقية التي تقطعها الكرة.

أ) ما معادلة محور التماثل؟ س = ١٠٠

ب) ما القيمة العظمى للارتفاع الذي تصله الكرة؟ ٥٣ قدمًا

جـ) إذا التقط اللاعب الكرة من ارتفاع ٣ أمتار من مستوى سطح الأرض، فما المسافة الأفقية التي تبعدها الكرة عن موضع سقوطها على الأرض؟ ٢٠٠ قدم

٨-٢ حُلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملًا.

١) $س^٢ - ٢٤ + جـ$ ، ١٤٤

٢) $س^٢ + ٢٨س + جـ$ ، ١٩٦

٣) $س^٢ + ٤٠س + جـ$ ، ٤٠٠

٤) $س^٢ + ٣س + جـ$ ، $\frac{٩}{٤}$

٥) $س^٢ - ٩س + جـ$ ، $\frac{٨١}{٤}$

٦) $س^٢ - س + جـ$ ، $\frac{١}{٤}$

حُلّ كل معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا.

٧) $س^٢ - ١٤س + ٢٤ = ٠$
١٢، ٢

٨) $س^٢ + ١٢س = ١٣$
-١٣، ١

٩) $س^٢ - ٣٠س + ٥٦ = -٢٥$
٢٧، ٣

١٠) $س^٢ + ٨س + ٩ = ٠$
-٦، ٦، -١، ٤

١١) $س^٢ - ١٠س + ٦ = -٧$
٨، ٥، ١، ٥

١٢) $س^٢ + ١٨س + ٥٠ = ٩$
-١٥، ٣، -٢، ٧

١٣) $٣س^٢ + ١٥س - ٣ = ٠$
-٢، ٥، ٢، ٠

١٤) $٤س^٢ - ٧٢ = ٢٤س$
-٢، ٢، ٢، ٨

١٥) $٩، ٠س^٢ + ٤، ٥س - ٤ = ٠$
$\frac{-٢}{٦}$، $\frac{٢}{٣}$

١٦) $٤، ٠س^٢ + ٨، ٠س = ٢، ٠$
-٢، ٢، ٢، ٠

١٧) $\frac{١}{٢}س^٢ - س - ١٠ = ٠$
-٤، ٥

١٨) $\frac{١}{٤}س^٢ + س - ٢ = ٠$
-٧، ١، ١، ١

١٩) **نظرية الأعداد:** عددان زوجيان متتاليان، حاصل ضربهما ٧٢٨، فما هما؟ ٢٦، ٢٨

٢٠) **عمل:** يُصمّم محمود صناديق المجوهرات والتحف، وتُمثّل الدالة ص = $س^٢ + ٥٠س + ١٨٠٠$ ربحه (ص) بعد (س) شهرًا في أول سنتين من العمل.

أ) اكتب معادلة تُمثّل الشهر الذي يكون ربح محمود فيه ٢٤٠٠ ريال. $س^٢ + ٥٠س + ١٨٠٠ = ٢٤٠٠$

ب) استعمل طريقة إكمال المربع؛ لتحديد الشهر الذي يحصل فيه محمود على ٢٤٠٠ ريال. الشهر العاشر

٢١) **فيزياء:** سقطت صخرة من علو ٢٥٦ قدمًا، وتُمثّل الدالة ع = $-١٦ن^٢ + ٣٢ن + ٢٥٦$ ارتفاع الصخرة (ع) بعد (ن) ثانية من سقوطها. ما الزمن الذي تستغرقه الصخرة للوصول إلى الأرض؟ (إرشاد: عوّض ع = ٠) ١، ٥ ثانية

٨-٥ حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

حُلّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقرّبًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا.

١) $س^٢ + ٢س - ٣ = ٠$
$-٣، ١$

٢) $س^٢ + ٨س + ٧ = ٠$
$-٧، -١$

٣) $س^٢ - ٤س + ٦ = ٠$
$\varnothing$

٤) $س^٢ - ٦س + ٧ = ٠$
$٦, ١، ٤, ٤$

٥) $٢س^٢ + ٩س - ٥ = ٠$
$-٥، \frac{١}{٢}$

٦) $٢س^٢ + ١٢س + ١٠ = ٠$
$-٥، -١$

٧) $٢س^٢ - ٩س = -١٢$
$\varnothing$

٨) $٢س^٢ - ٥س = ١٢$
$-١\frac{١}{٢}، ٤$

٩) $٣س^٢ + س = ٤$
$١، -١\frac{١}{٣}$

١٠) $٣س^٢ - ١ = -٨س$
$-٨, ٢، ١, ٠$

١١) $٤س^٢ + ٧س = ١٥$
$-٣، ١\frac{١}{٤}$

١٢) $٦, ١س^٢ + ٢س + ٢, ٥ = ٠$
$\varnothing$

أوجد قيمة المميز لكل معادلة فيما يأتي، ثم حدِّد عدد حلولها الحقيقية.

١٣) $س^٢ + ٨س + ١٦ = ٠$
٠، حل حقيقي واحد

١٤) $س^٢ + ٣س + ١٢ = ٠$
-٣٩، لا توجد حلول حقيقية

١٥) $٢س^٢ + ١٢س = -٧$
٨٨، حلان حقيقيان

١٦) $٢س^٢ + ١٥س = -٣٠$
-١٥، لا توجد حلول حقيقية

١٧) $٤س^٢ + ٩ = ١٢س$
٠، حل حقيقي واحد

١٨) $٣س^٢ - ٢س = ٣, ٥$
٤٦، حلان حقيقيان

١٩) **فيزياء:** سقطت قطعة من الطوب من ارتفاع ٣٠ قدمًا إلى الأرض، بسرعة ابتدائية مقدارها ١٠ أقدام في الثانية.

أ) اكتب معادلة لإيجاد زمن وصول قطعة الطوب إلى الأرض. استعمل نموذج الحركة الرأسية:
$ع = -١٦ن^٢ + ع_٠ ن + ل_٠$، حيث (ع) ارتفاع الجسم بعد (ن) ثانية، و$(ع_٠)$ السرعة الابتدائية، و$(ل_٠)$ الارتفاع الابتدائي. (إرشاد: بما أن الجسم يُلقى إلى الأسفل فالسرعة الابتدائية سالبة). $ع = -١٦ن^٢ - ١٠ن + ٣٠$

ب) ما المدة الزمنية التي تستغرقها قطعة الطوب حتى تصل إلى الأرض؟ ١, ١ ثانية تقريبًا