ضرب العبارات النسبية وقسمتها

Multiplying and Dividing Rational Expressions

مثال (تبسيط عبارة نسبية)

بسط العبارة وحدد متى تكون غير معرفة $\frac{4y(y-3)(y+4)}{y(y^2-y-6)}$

مثال :

ما قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x^2(x^2-5x-14)}{4x(x^2+6x+8)}$ غير معرفة

$\mathcal{A}$ -2,-4 $\mathcal{B}$ 0,-2,-4 $\mathcal{C}$ -2,7 $\mathcal{D}$ 0,-2,-4,7

مثال :

بسط العبارة $\frac{\frac{x^2-9x+20}{x^2+10x+21}}{\frac{x^2-x-12}{6x+42}}$

ورقة عمل

① بسط العبارة $\frac{x^2-5x-24}{x^2-64}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

② حدد قيم x التي تجعل العبارة $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$

$\mathcal{A}$ -7,4 $\mathcal{B}$ 4,7 $\mathcal{C}$ -7,4,7 $\mathcal{D}$ -4,7

③ بسط $\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

④ بسط $\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x2+3x-18}}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

جمع العبارات النسبية وطرحها

Adding & Subtracting Rational Expressions

مثال :

بسط $\frac{x-1}{x^2-x-6} - \frac{4}{5x+10}$

مثال :

بسط $\frac{1-\frac{y}{x}}{\frac{1}{y}+\frac{1}{x}}$

ورقـة عمـل

① بـسط $\frac{4x}{x^2+9x+18}+\frac{5}{x+6}$

② بـسط $\frac{3a+2}{a^2-16}-\frac{7}{6a+24}$

③ بـسط $\frac{4+\frac{2}{x}}{3-\frac{2}{x}}$

④ بـسط $\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{1+\frac{4}{y}}$

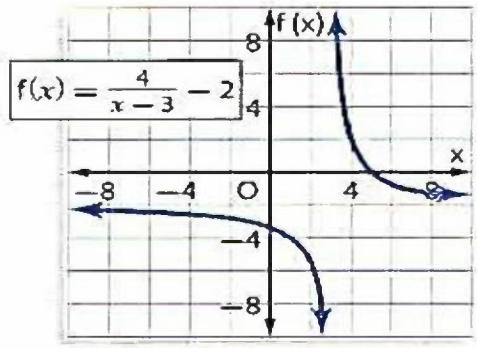
تمثيل دوال المقلوب بيانيا

Graphing Reciprocal Function

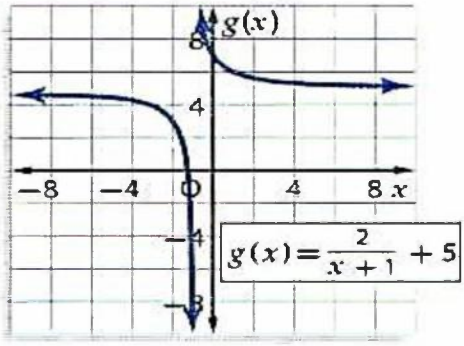
التمثيل البياني لدالة المقلوب $(f(x)=\frac{1}{a(x)})$ غير متصلة عند القيمة المستثناة من مجالها ويكون له خط تقارب عندها وهو المستقيم الذي يقترب منه التمثيل البياني

حدد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

(2A



(2B



. . . . . .

. . . . . .

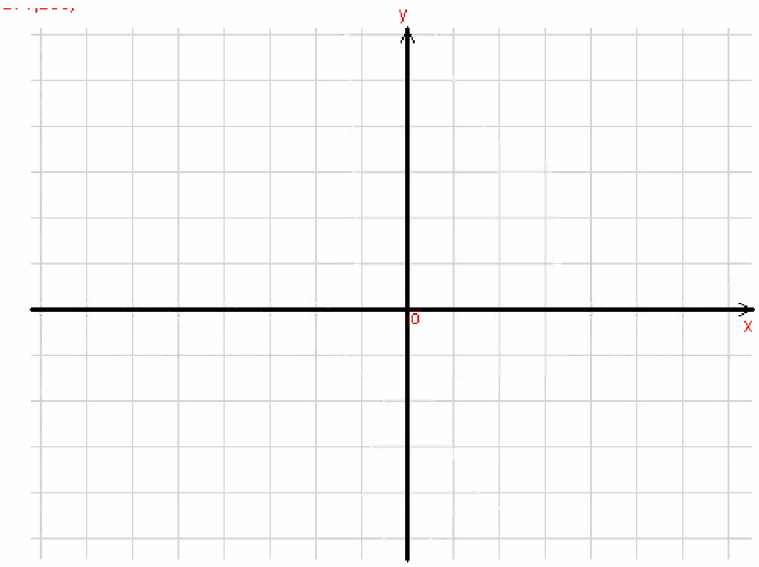
. . . . . .

. . . . . .

العدد بعد الكسر يمثل الإزاحة على المحور y

مثال :

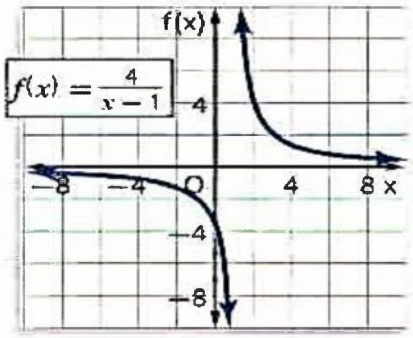
مثل الدالة وحدد المجال والمدى $g(x)=\frac{1}{3(x-1)}-2$



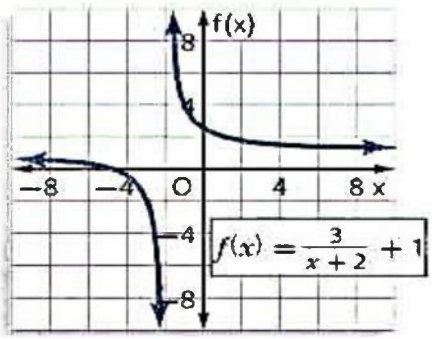
ورقة عمل

حدد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

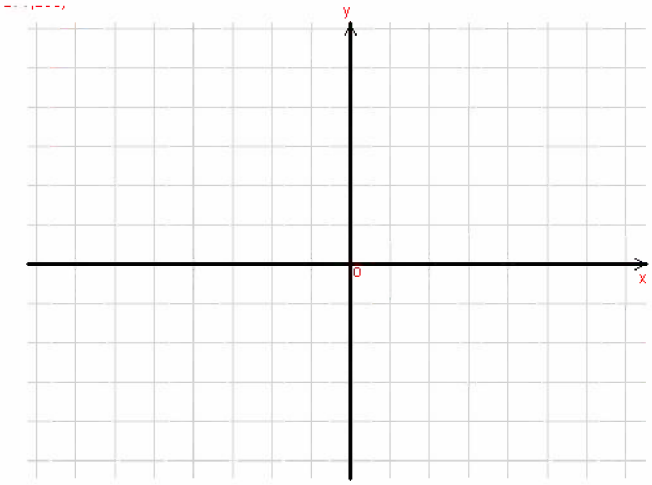
(1



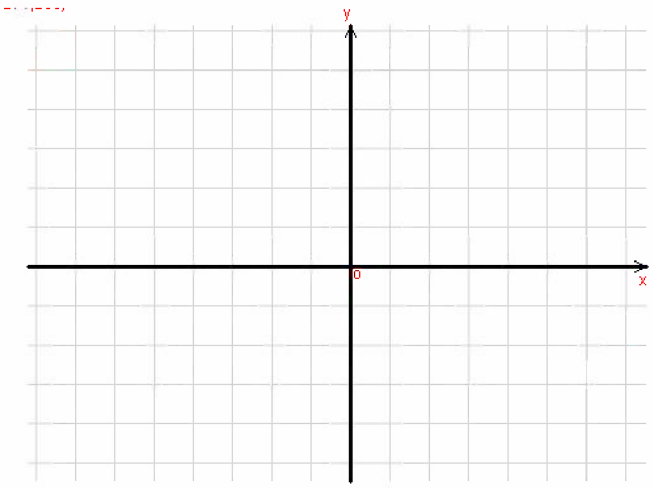
(2



② مثل الدالة بيانيا $f(x) = \frac{5}{x}$ وحدد مجالها والمدى



③ مثل بيانيا $f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4$ وحدد المجال والمدى



تمثيل الدوال النسبية بيانيا

Graphing Rational Functions

$$f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$$

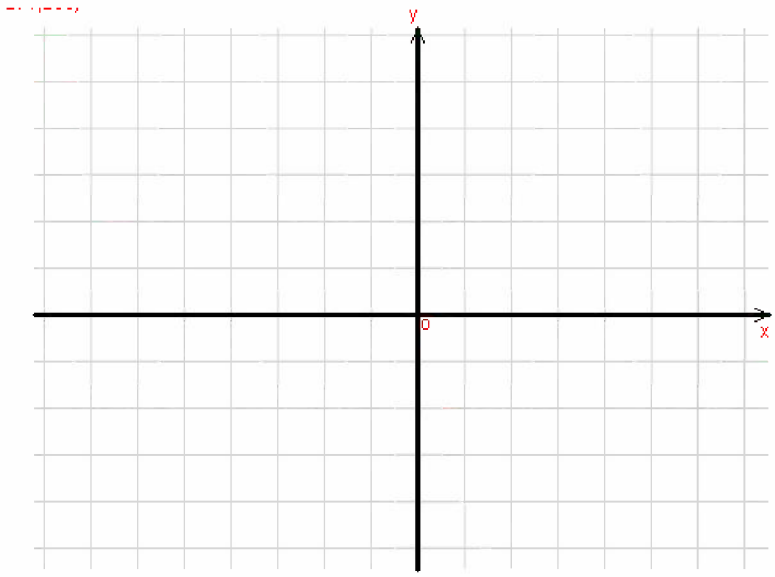
درجة البسط أكبر من درجة المقام (لا يوجد خط تقارب أفقي)

= = أقل = = (خط التقارب الأفقي $y=0$)

= = تساوي = = (خط التقارب الأفقي = $\frac{\text{المعامل الرئيسي}}{\text{المعامل الرئيسي}}$)

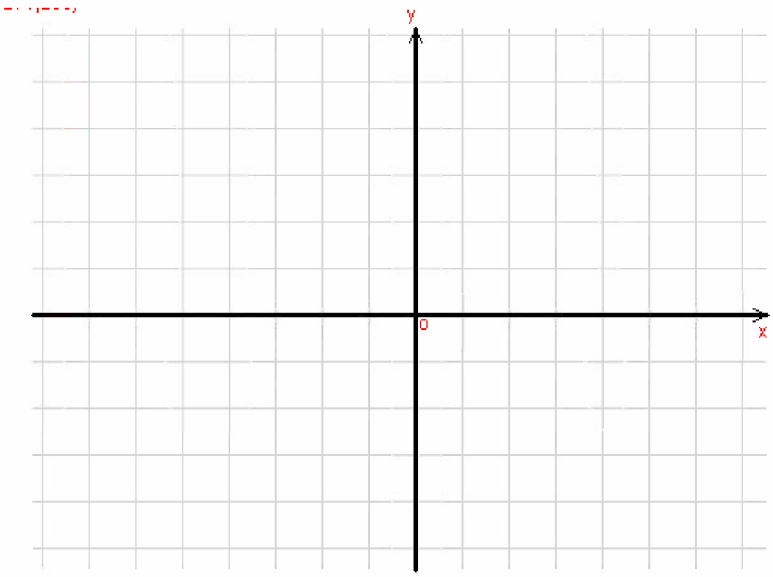
مثال :

مثل الدالة $f(x)=\frac{x^2-x-6}{x+1}$ بيانيا



مثال : نقطة الانفصال

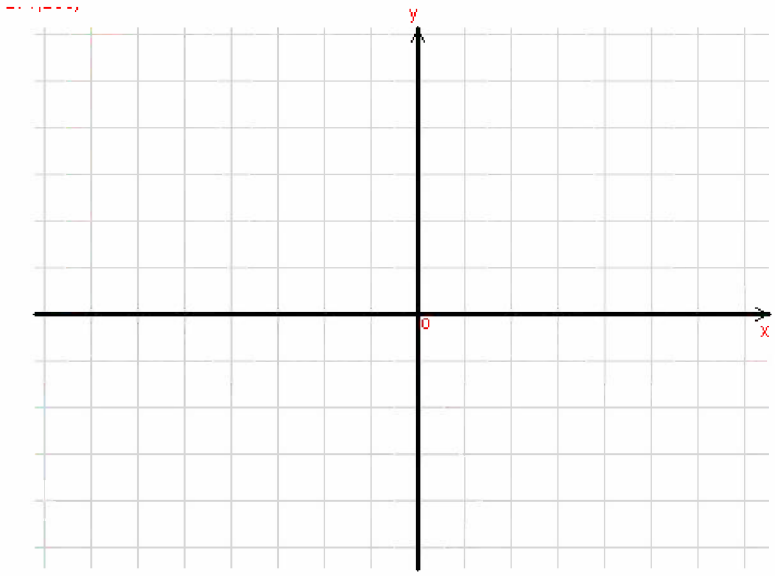
مثل الدالة التالية $f(x)=\frac{x^2+4x-5}{x+5}$



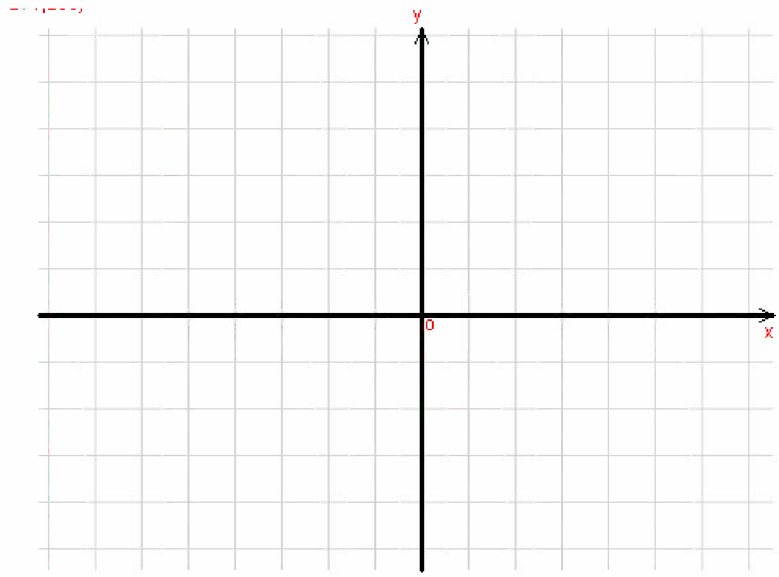
ورقة عمل

مثل الدالتين بيانيا

① $f(x) = \frac{x^2-2}{x+5}$



② $f(x) = \frac{x^2-4x-5}{x-1}$



دوال التغيير

Variation Function

التغيير الطردي : تتغير y طرديا مع x اذا وجد عدد ثابت $k \neq 0$ بحيث $y = kx$

مثال :

اذا كانت r تتغير طرديا مع t وكانت $r = -20$ عندما $t = 4$ فأوجد قيمة r عندما $t = -9$

.....

.....

.....

التغيير العكسي : : تتغير y عكسيا مع x اذا وجد عدد ثابت $k \neq 0$ بحيث $xy = k$

مثال :

اذا كانت x تتغير عكسيا مع y وكانت $x = 24$ عندما $y = 4$ فأوجد قيمة x عندما $y = 12$

.....

.....

.....

التغيير المركب : اذا كانت y تتغير طرديا مع x وعكسيا مع z $k \neq 0$ فإن $y = \frac{kx}{z}$

مثال : اذا كانت p تتغير طرديا مع r وتتغير عكسيا مع t وكانت $t = 20$ عندما $p = 4$ و $r = 2$ فأوجد قيمة t عندما $r = 10$ و $p = -5$

.....

.....

.....

ورقة عمل

① اذا كانت y تتغير طرديا مع x وكانت $y = 12$ عندما $x = 8$ فأوجد قيمة y عندما $x = 14$

.....

.....

.....

.....

.....

② اذا كانت y تتغير عكسيا مع x وكانت $y = -18$ عندما $x = 16$ فأوجد قيمة x عندما $y = 9$

.....

.....

.....

.....

.....

③ اذا كانت a تتغير طرديا مع b وعكسيا مع c وكانت $b = 16$ عندما $c = 2$ و $a = 4$ فأوجد قيمة b عندما $a = 8$ و $c = -3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حل المعادلات والمتباينات النسبية

Solving Rational Equation & Inequalities

مثال :

حل كل معادلة وتحقق من صحة الحل

① $\frac{5}{y-2}+2=\frac{17}{6}$

② $\frac{1}{p-2}=\frac{2p+1}{p^2+2p-8}+\frac{2}{p+4}$

مثال :

حل كلا من المتباينتين التاليتين

① $\frac{5}{x}+\frac{6}{5x}>\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3x}+\frac{7}{x}<\frac{5}{9}$

ورقة عمل

حل المعادلات وتحقق من صحة الحل

① $\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$

② $\frac{5}{x+2}-\frac{3}{x-2}=\frac{12}{x^2-4}$

حل المتباينات وتحقق من صحة الحل

① $3-\frac{4}{x}>\frac{5}{4x}$

② $\frac{x-2}{x+2}+\frac{1}{x-2}>\frac{x-4}{x-2}$

المتتابعات بوصفها دوال

Sequences as Function

المتتابعة مجموعة من الأعداد مرتبة في نمط محدد ويسمى كل عدد في المتتابعة حداً ،

$$a_1 \ , \ a_2 \ , \ a_3$$

المتتابعة الحسابية : بإضافة قيمة ثابتة إلى الحد الذي يسبقه (الأساس)

مثال :

بين ان كانت كل متتابعة حسابية ام لا

① $7,12,16,20, \ldots \ldots$ ② $-6,3,12,21, \ldots .$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

مثال :

أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية $18,11,4, \ldots \ldots \ldots \ldots$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

المتتابعة الهندسية : بضرب الحد السابق له في عدد ثابت (الأساس)

مثال :

بين ان كانت كل متتابعة هندسية أم لا

① $-8,2,-0.5,0.125 \ldots \ldots \ldots .$ ② $1,3,7,15, \ldots \ldots \ldots$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

مثال :

أوجد الحدين التاليين في المتتابعة الهندسية $7,21,63, \ldots \ldots .$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقة عمل

بين ان كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا

① $8, -2, -12, -22, \ldots\ldots$ ② $-19, -12, -5, 2, 9 \ldots\ldots$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

أوجد الحدود الأربع التالية في المتتابعة الحسابية $6, 18, 30 \ldots\ldots\ldots$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

حدد اذا كانت المتتابعة في كل مما يلي هندسية أم لا

① $4, 12, 36, 108 \ldots\ldots$ ② $7, 14, 21, 28, \ldots\ldots\ldots$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

أوجد الحدود الثلاث التالية في المتتابعة الهندسية $250, 50, 10, 2 \ldots\ldots\ldots$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

Arithmetic Sequences & Series

الحد النوني في المتتابعة الحسابية $\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1)d}$

مثال :

أوجد الحد a_{20} علما بأن $a_1 = 15 , d = -8$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية

$$\boldsymbol{S_n = \frac{n}{2}\,[2a_1 + (n-1)d]} \qquad \boldsymbol{S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)}$$

مثال : أوجد مجموع المتسلسلة

① $2 + 4 + 6 + \cdots \ldots \ldots + 100$ ② $n = 16 , a_n = 240 , d = 8$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

رمز المجموع $\sum_{k=1}^{n} f(k)$

عدد الحدود $n - k + 1$

مثال : أوجد $\sum_{m=9}^{21} (5m + 6)$

$\boxed{\mathcal{A}}$ 972 $\boxed{\mathcal{B}}$ 1053 $\boxed{\mathcal{C}}$ 1281 $\boxed{\mathcal{D}}$ 1701

ورقة العمل

① أوجد قيمة الحد a_{18} في المتتابعة $12,25,38,,,,,,$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

② أكتب صيغة الحد النوني $13,19,25,\ldots\ldots$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

③ أوجد مجموع حدود المتسلسلة

$\boxed{\mathcal{A}}$ $a_1 = 12\,, a_n = 188\,, d = 4$ $\boxed{\mathcal{B}}$ $4 + 8 + 12 + \cdots\ldots\ldots + 200$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

④ أوجد $\sum_{k=1}^{12}(3k + 9)$

$\boxed{\mathcal{A}}$ 45 $\boxed{\mathcal{B}}$ 78 $\boxed{\mathcal{C}}$ 342 $\boxed{\mathcal{D}}$ 410

المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

Geometric Sequences & Series

الحد النوني في المتتابعة الهندسية $\boldsymbol{a_n = a_1\, r^{n-1}}$ حيث n عدد طبيعي

مثال :

أوجد معادلة الحد النوني $a_3 = 16\ ,\ r = 4$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

المجموع الجزئي في متسلسلة هندسية

$$\boldsymbol{S_n = \frac{a_1 - a_1\, r^n}{1-r}} \quad \text{أو} \quad \boldsymbol{S_n = \frac{a_1 - a_n\, r}{1-r}}$$

مثال :

أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية $r = 3\ ,\ n = 10\ ,\ a_1 = 2$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

مثال :

أوجد مجموع الحدود $\sum_{k=4}^{12} \frac{1}{4}.3^{k-1}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقة عمل

① أكتب الحد النوني للمتتابعة الهندسية $-4, 16, -64 \ldots\ldots\ldots$

.....

.....

.....

② أوجد مجموع الحدود $\sum_{k=1}^{8} 4(\frac{1}{2})^{k-1}$

.....

.....

.....

③ أوجد a_1 عندما تكون $r = \frac{1}{2}$, $a_n = 4$, $S_n = 1020$

.....

.....

.....

المتسلسلات الهندسية غير المنتهية

Infinite Geometric Series

المتسلسلة الهندسية غير المنتهية هي التي لها عدد لانهائي من الحدود وإذا كان مجموعها عدد حقيقي فإنها تكون **متقاربة** . أما اذا كان لا يوجد مجموع فهي **متباعدة**

اذا كان $|r| < 1$ فإن المتسلسلة الهندسية **متقاربة**

مثال :

حدد أي المتسلسلتين متقارب وأيهما متباعد

① $2 + 3 + 4.5 + \cdots \ldots$ ② $100 + 50 + 25 + \cdots ..$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

مجموع المتسلسلة الهندسية المتقاربة اللانهائي

$$S = \frac{a_1}{1 - r}$$

مثال :

أوجد

① $4 - 2 + 1 - 0.5 + \cdots ..$ ② $\sum_{k=1}^{\infty} 12\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

مثال :

أكتب $0.\overline{21}$ على صورة كسر اعتيادي

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقة عمل

حدد أي المتسلسلتين متقاربة وأيهما متباعدة

① $16-8+4-\cdots\ldots\ldots$ ② $1+1+1+\cdots\ldots$

أوجد قيمة ما يلي

① $440+220+110+\cdots\ldots\ldots$ ② $\sum_{k=1}^{\infty}(-2).(0.5)^{k-1}$

أكتب $0.\overline{35}$ على صورة كسر اعتيادي

نظرية ذات الحدين

The Binomial Theorem

قانون التوافيق $${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

نظرية ذات الحدين $$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k \; a^{n-k} \; b^k$$

مثال :

أوجد مفكوك $(y-4z)^4$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

مثال :

أوجد الحد السادس في مفكوك $(c+d)^{10}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقـة عمـل

أوجـد مـفـكـوك

① $(x+3)^5$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

② $(2c-3d)^8$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

أوجـد الـحـد الأخـيـر فـي مـفـكـوك $(5x+y)^5$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

البرهان بالاستقراء الرياضي

Proof by Mathematical Induction

① برهن أن الجملة صحيحة عند $n = 1$

② افرض أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي k

③ برهن أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي التالي $k + 1$

مثال :

برهن أن : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots \ldots + n^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6}$

مثال :

برهن أن $7^n - 1$ يقبل القسمة على 6 لكل عدد طبيعي n

مثال :

أعط مثالا مضاداً يبين خطأ الجملة $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots \ldots + n^2 = \frac{n(3n-1)}{2}$

ورقة عمل

⍟ برهن صحة الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها

① $1+3+5+\cdots..+(2n-1)=n^2$ ② $1+2+3+\cdots....+n=\frac{n(n+1)}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⍟ برهن صحة الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها

① 10^n-1 يقبل القسمة على 9 ② 4^n-1 يقبل القسمة على 3

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⍟ أعط مثالا مضاداً يبين خطأ الجملة

① 3^n+1 يقبل القسمة على 4 ② 2^n+3^n يقبل القسمة 4

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمثيل فضاء العينة

Representing Sample Spaces

فضاء العينة لتجربة ما هو مجموعة جميع النواتج الممكنة

مثال :

ألقيت قطعة نقد مرتين مثل فضاء العينة لهذه التجربة باستعمال القائمة المنظمة والرسم الشجري

.....القائمة المنظمة..... الرسم الشجري

.....

.....

مثال : (مبدأ العد)

توجد في السيارات الجديدة إضافات عديدة موضحة في الجدول فما عدد النواتج الممكنة لاختيار سيارة من بينها

الإضافات	عدد البدائل
اللون الخارجي	11
اللون الداخلي	7
مواد المقاعد	2
المحرك	2
الإطارات	4
الأبواب	3

ورقة العمل

⍟مثل فضاء العينة عندما يضرب اللاعب ركلة جزاء فإنه يسجل هدفا G أو لا يسجل O

أفرض أن اللاعب ضرب ركلة الجزاء مرتين

.....القائمة المنظمة..... الرسم الشجري

.....

.....

⍟ أوجد عدد النواتج الممكنة في رمي مكعب مرقم أربع مرات

⍟كم وجبة ممكن الحصول عليها من الجدول أمامك

قائمة المأكولات	عدد البدائل
المقبلات	8
الحساء	4
السلطة	6
الطبق الرئيسي	12
الحلوى	9

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

Probability with Permutation & Combinations

التباديل $_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ وهو مجموع عناصر فضاء العينة بدون تكرار

مثال :

يتكون مجلس إدارة شركة كبرى من 10 أعضاء فإذا كان فيصل ومحمد ومهند أعضاء في مجلس الإدارة فما احتمال أن يتم اختيار هؤلاء الثلاث رئيسا ونائبا للرئيس وأمينا للسر على الترتيب

.....

.....

.....

التباديل مع التكرار $\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \ldots \ldots r_k!}$ حيث n عدد العناصر يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وأخر r_2 من المرات وهكذا

مثال :

ما احتمال ان يكون 55652113 رقما لهاتف مكون من 8 أرقام هي 5,1,6,5,2,1,5,3 ؟

.....

.....

.....

التوافيق : $_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\ r!}$ وهو ترتيب العناصر حيث يكون الترتيب غير مهم

مثال :

يريد مدرب كرة طائرة اختيار 6 لاعبين من بين 10 لاعبين هم أعضاء الفريق ما احتمال اختيار اللاعبين محمد وعبدالله وعيسى وخالد وفيصل وطلال ؟

.....

.....

.....

ورقة عمل

⍟ تستعمل الأرقام من 1 الى 9 دون تكرار لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 6 منازل فما عدد البطاقات الجامعية الممكنة

.....

.....

.....

⍟ يتكون عدد من الأرقام 5,6,6,3,3,3,1 ما احتمال أن يكون هذا العدد 5663133

.....

.....

.....

⍟ اشترك 15 طالبا من الصف الثاني ثانوي في مسابقة ثقافية اذا اختير منهم 4 طلاب عشوائيا فما احتمال أن يكونو ماجد وعبدالعزيز وخالد وفوزي

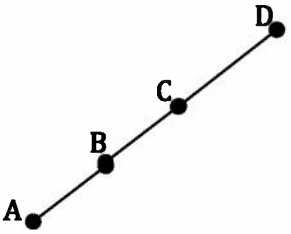
.....

.....

.....

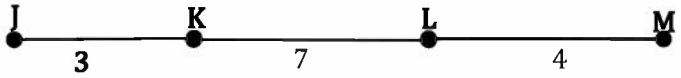
الاحتمال الهندسي

Geometric Probability



اذا اختيرت النقطة E على $\overline{AD}$ فان $P(E \text{ على } \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$

مثال : اذا اختيرت النقطة X عشوائيا على $\overline{JM}$ فأوجد



① $P(X \text{ على } \overline{LM})$ ② $P(X \text{ على } \overline{KM})$

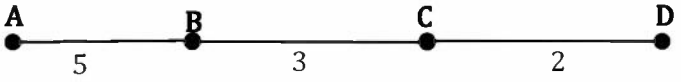
.....

.....

.....

ورقة عمل

اذا اختيرت النقطة X عشوائيا على $\overline{AD}$ فأوجد



① $P(X \text{ على } \overline{BD})$ ② $P(X \text{ على } \overline{BC})$

.....

.....

.....

احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث الغير مستقلة

Probabilities Of Independent & Dependent Event

تتكون الحادثة المركبة من حادثتين بسيطتين أو أكثر

ويمكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة أو غير مستقلة

تكون A و B حادثتين مستقلتين اذا كان حدون A لا يؤثر في احتمال حدوث B

تكون A و B حادثتين غير مستقلتين اذا كان حدون A يغير بطريقة ما احتمال حدوث B

اذا كانت الحادثتان مستقلتين A و B مستقلتين فان $P(A و B) = P(A).P(B)$

مثال :

اذا القيت قطعة نقد ورمي مكعب مرقم مرة واحدة فما احتمال ظهور الشعار والعدد 6 ؟

.....

.....

.....

اذا كانت الحادثتان غير مستقلتان فان $P(A و B) = P(A).P(B/A)$

مثال :

يحتوي صندوق على 52 بطاقة منها 13 زرقاء مرقمة من 1 الى 13 وبالمثل 13 حمراء و13 صفراء و 13 خضراء ما احتمال سحب 3 بطاقات حمراء الواحدة تلو الأخرى اذا كان السحب دون ارجاع

.....

.....

.....

ورقة عمل

⍟ يحتوي صندوق على 52 بطاقة مقسمة الى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية أحمر أسود أخضر وأزرق ورقمت البطاقات لكل لون من 1 الى 13 سحبت بطاقة عشوائيا من الصندوق ثم أعيدت اليه وبعد ذلك سحبت بطاقة ثانية ما احتمال اختيار بطاقتين احداهما حمراء تحمل الرقم 5 والأخرى سوداء تحمل الرقم 4

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⍟ يريد عبدالسلام شراء سلعة ثمنها 20 ﷼ فان كان في جيبه 3 أوراق نقدية من فئة 5 ﷼ و 7 اوراق من فئة 10 ﷼ فأوجد احتمال أن يسحب عشوائيا ورقتين على التوالي من فئة 5 ﷼ على فرض أن فرص حصول الحوادث متساوية

.....

.....

.....

.....

.....

.....

احتمالات الحوادث المتنافية

Probabilities Of Mutually Exclusive Event

اذا كانت الحادثتين **A** و **B** متنافيتين فإن $P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B)$

مثال :

رمي مكعبان متمايزان مرة واحدة ما احتمال أن يظهر العدد نفسه على كل من وجهي المكعبين أو أن يكون مجموع العددين 9

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

اذا كانت الحادثتين **A** و **B** غير متنافيتين فإن $P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ و } B)$

مثال :

يبين الجدول المجاور 30 لوحة رسمها ابراهيم اذا اختار إحدى هذه اللوحات عشوائيا للمشاركة في مسابقة فنية فما احتمال أن يختار لوحة زيتية أو منظر طبيعي

الوسيلة	طبيعة صامتة	مناظر طبيعية	أشكال هندسية
ألوان مائية	4	5	3
ألوان زيتية	1	3	2
ألوان اكريل	3	2	1
ألوان باستيل	1	0	5

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقة عمل

⍟ حصل سامي على جائزة أفضل أداء لموظفي شركة وكانت جائزته أن يختار عشوائيا واحدة من بين 4 بطاقات سفر و 6 كتب و 10 ساعات و 3 حقائب و 7 نظارات ما احتمال أن يربح بطاقة سفر أو كتابا أو ساعة

.....

.....

.....

⍟ بناء على الجدول المجاور اختير طالب في مدرسة ما احتمال أن يكون الطالب من الصف الثاني الثانوي أو في نادي العلوم ؟

النادي	الصف1	الصف 2	الصف 3
الرياضة	12	14	8
العلوم	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
اللغة الانجليزية	11	15	13

.....

.....

.....

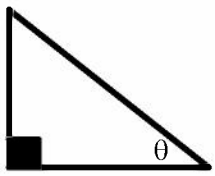
.....

.....

.....

الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

Trigonometric Function in Right Triangle

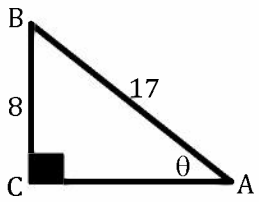


$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

مثال :

اذا كانت θ تمثل زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ



.....

.....

.....

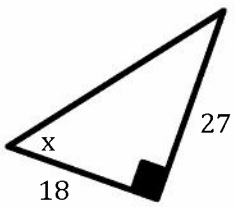
.....

.....

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0

مثال :

أوجد قيمة x



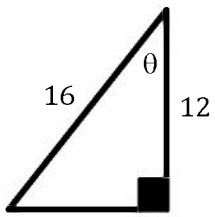
.....

.....

.....

ورقة عمل

① اذا كانت θ تمثل زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ



.....

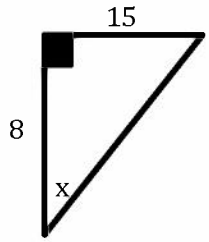
.....

.....

.....

.....

② أوجد قيمة x



.....

.....

.....

الزوايا وقياساتها

Angles & Angle Measure

1 راديان هو قياس الزاوية التي يكون طول قوسها يساوي نصف قطر الدائرة

$$360^\circ = 2\pi$$

للتحويل من راديان الى درجات نضرب $\frac{180^\circ}{\pi}$ للتحويل من درجة الى راديان نضرب $\frac{\pi}{180^\circ}$

مثال :

حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات الى راديان والمكتوبة با لراديان الى درجات

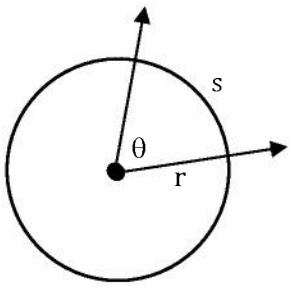
① 120° ② $-\frac{3\pi}{8}$

.....

.....

.....

.....



$s = r\theta$ s طول القوس r نصف القطر θ الزاوية بالراديان

مثال :

اذا كان طول قطر دائرة 9cm فأوجد طول القوس اذا كان قياس الزاوية المركزية التي تقابله 60° قرب الى أقرب جزء من عشرة

.....

.....

.....

.....

ورقة عمل

حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات الى راديان والمكتوبة بالراديان الى درجات

① $\frac{\pi}{4}$ ② 225°

.....

.....

.....

.....

⍟ تحرك لاعب تنس طاولة في مسار على شكل قوس من دائرة اذا كان طول نصف قطر دائرته هو $1.2\,m$ وزاوية دوران اللاعب تساوي 100° فما طول القوس

.....

.....

.....

.....

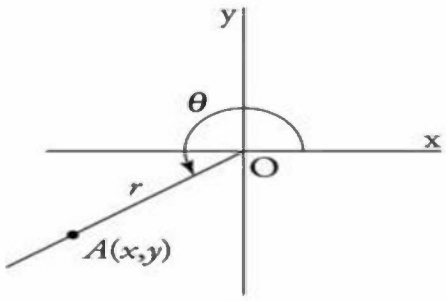
الدوال المثلثية للزوايا

Trigonometric Function Of General Angles

$$sin\theta = \frac{y}{r} \quad cos\theta = \frac{x}{r} \quad tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$csc\theta = \frac{r}{y} \quad sec\theta = \frac{r}{x} \quad cot\theta = \frac{x}{y}$$

حيث $r = \sqrt{x^2 + y^2}$



مثال :

اذا كان ضلع الأنتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة (−6.2) فأوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست للزاوية θ

.....

.....

.....

.....

.....

ورقة عمل

اذا كان ضلع الأنتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة (−2.4) فأوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست للزاوية θ

.....

.....

.....

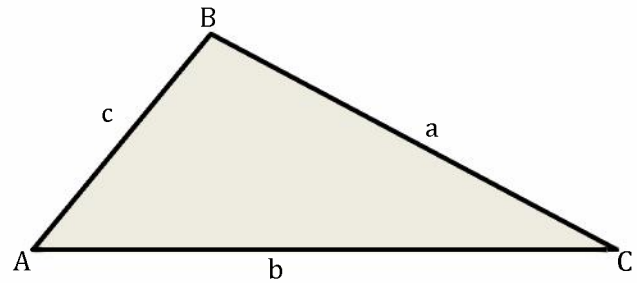
.....

.....

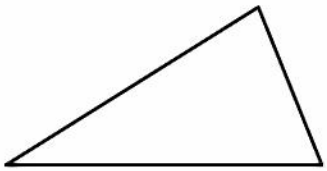
قانون الجيوب

Law Of Sines

المساحة $= \frac{1}{2}\, bc\, \sin A$ المساحة $= \frac{1}{2}\, ac\, \sin B$ المساحة $= \frac{1}{2}\, ab\, \sin C$



⍟ أوجد مساحة ΔABC الذي فيه $c = 22\,m$, $b = 18\,m$, $A = 31^\circ$ مقربة إلى أقرب جزء من عشرة

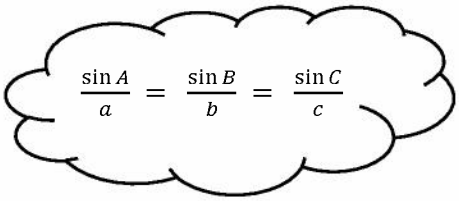


. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



قانون الجيوب

⍟ حل ΔNPQ الذي فيه $n = 5$,$Q = 65^\circ$, $P = 42^\circ$ قرب إلى أقرب جزء من عشرة

. . . . . .

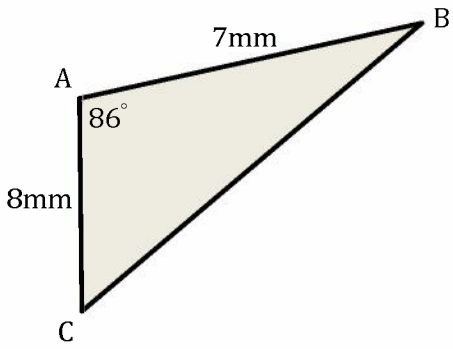
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقة عمل

① أوجد مساحة ΔABC



. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

② حل المثلث ΔFGH الذي فيه $G = 80^\circ$, $H = 40^\circ$, $g = 14$

. . . . . .

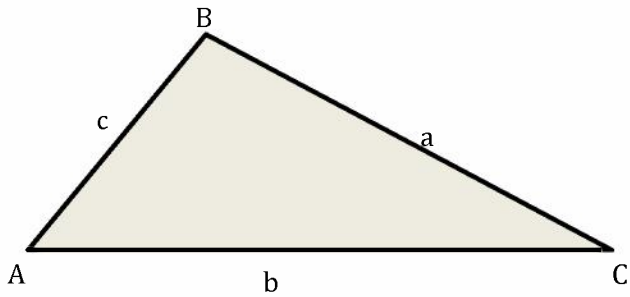
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

قـانـون جيب الـتـمـام

Law Of Cosines



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\,\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac\,\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\,\cos C$$

مـثـال :

حل ΔFGH الـذي فـيـه $G = 82^\circ, f = 6, h = 4$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقـة عمـل

حل الـمـثـلـث الـذي فـيـه $B = 110^\circ \; a = 6 \; , \; c = 3$

. . . . . .

. . . . . .

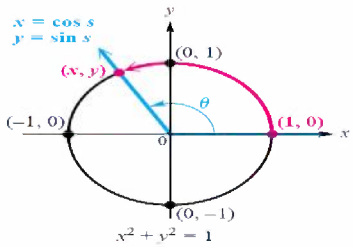
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

الدوال الدائرية

Circular Function



النقطة $P(x.y)$ على دائرة الوحدة يكون $x = \cos\theta$, $y = sin\theta$

معادلة دائرة الوحدة $x^2 + y^2 = 1$

مثال :

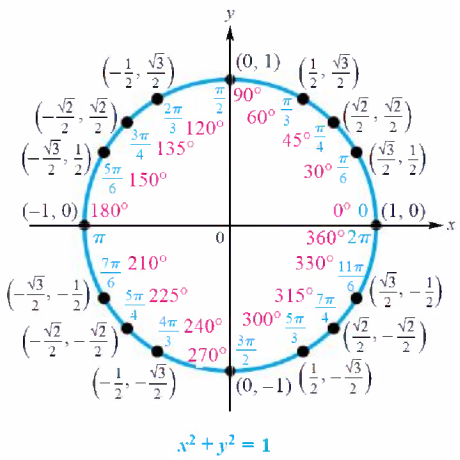
أثبت أن النقطة $P(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ تقع على دائرة الوحدة

ثم أوجد $sin\theta$, $cos\theta$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



ورقة عمل

أثبت أن النقطتين تقعان على دائرة الوحدة ثم أوجد $sin\theta$, $cos\theta$

① $P(\frac{15}{17}, \frac{8}{17})$

② $P(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

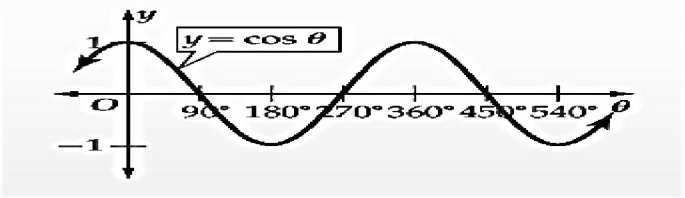
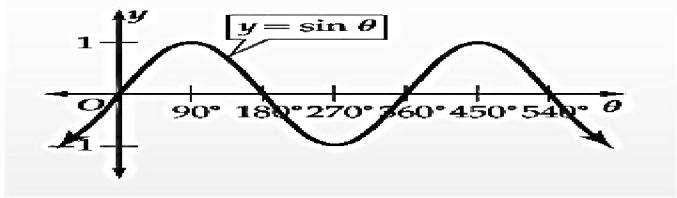
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

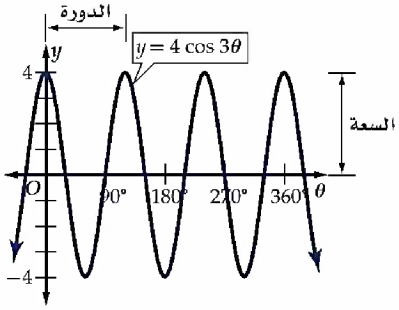
تمثيل الدوال المثلثية بيانيا

Graphing Trigonometric Function

$y = \cos\theta$	$y = \sin\theta$
	

التمثيل البياني يوضح طول دورة وسعة الدالة المثلثية

$y = a\sin b\theta$ ، $x = a\cos b\theta$ حيث **سعتها** $|a|$ **وطول دورتها** $\frac{360^\circ}{|b|}$



مثال :

أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة فيما يأتي

① $y = \cos\frac{1}{2}\theta$ ② $y = 3\ \sin 5\theta$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

ورقة عمل

أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة فيما يأتي

① $y = 4\sin\theta$ ② $y = \frac{1}{2}\cos 3\theta$

. . . . . .

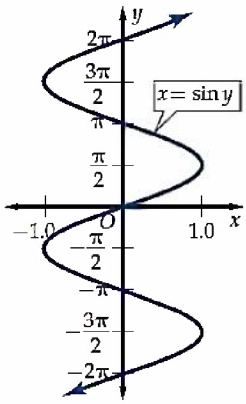
. . . . . .

. . . . . .

الدوال المثلثية العكسية

Inverse Trigonometric Function

التمثيل البياني للدالة العكسية $x = \sin y$



مثال:

أوجد قياس الزاوية بالدرجات والراديان

① $cos^{-1}0$ ② $Arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

.....

.....

.....

ورقة عمل

أوجد قياس الزاوية بالدرجات والراديان

① $sin^{-1}\frac{1}{2}$ ② $Arctan\left(-\sqrt{3}\right)$

.....

.....

.....