

الفصل ٦

كثيرات الحدود



الفهرس

٧



٦



٥



٤



١٠



٩



٨



حدّد إذا كانت كل من العبارتين الآتيتين وحيدة حدّ، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسّر إجابتك.

$$(٢) \frac{ب^٣ ج^٢}{٢}$$

نعم، حاصل ضرب عدد في متغيرين.

$$(١) \frac{٢١}{ب٧}$$

لا؛ تتضمن هذه العبارة متغيرًا في المقام.

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$(٣) (-٥س٢ص) (٣س٤) - ١٥س٦ص$$

$$(٥) (٣أ٤د) (-٢أ٢) - ٦أ٣د٤$$

$$(٧) (-١٥س٤ص) (-\frac{١}{٣}س٣ص) - ٥س٢ص٧$$

$$(٩) (-١٨م٢ن) (-\frac{١}{٦}م٢ن) - ٥٤م٥ن٤$$

$$(١١) (\frac{٢}{٣}ب) (\frac{٤}{٩}ب)$$

$$(١٣) (٤, ٠ك٣) (٠, ٦٤ك٩)$$

$$(٤) (٢أب٢ن) (٤أ٣ب٢ن) - ٨أ٤ب٤ن٤$$

$$(٦) (٤ج٣هـ) (-٢ج٥) - ٨ج٤هـ$$

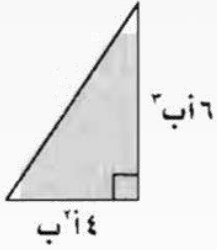
$$(٨) (-٣س٣ص) (٣س٤ص) - ٣س٤ص٣ع$$

$$(١٠) (٢, ٠أ٣ب) (٤, ٠أ٤ب٦)$$

$$(١٢) (\frac{١}{٤}أ٣د) (\frac{١}{٦}أ٢د٦)$$

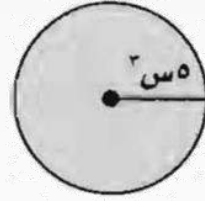
$$(١٤) [٢(٤)]^٢ = ٦٥٥٣٦$$

هندسة: عبّر عن مساحة كل شكل فيما يأتي على صورة وحيدة حدّ.



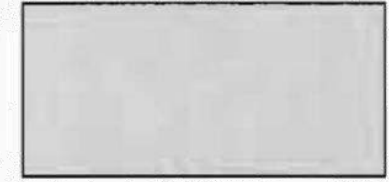
(١٧)

١٢ ب٣٤



(١٦)

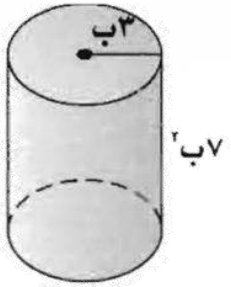
٢٥ س٦ ط



(١٥)

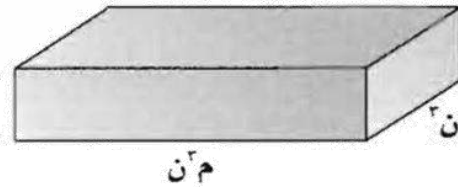
١٨ ب٦

هندسة: عبّر عن حجم كل مجسم فيما يأتي على صورة وحيدة حدّ.



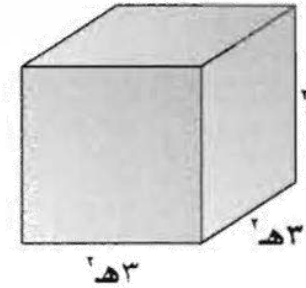
(٢٠)

٦٣ ب٤ ط



(١٩)

م٤ ن٥



(١٨)

٢٧ ه٦



(٢١) إذا أمكن إعداد لوحة بأربعة مفاتيح كهربائية بطرق عددها 2^4 . ولوحة بخمسة مفاتيح عدد طرقها يساوي مثلي هذا العدد، فبكم طريقة يمكن إعداد لوحة ذات خمسة مفاتيح؟

$$2^5 = 32 \text{ طريقة}$$



بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضًا، أن المقام لا يساوي صفرًا .

ص

$$(٣) \frac{س٢ ص٢}{س٢ ص٢}$$

$$٣٦ أ ب٣$$

$$(٢) \frac{أ٤ ب٦}{أ٣ ب٢}$$

$$٤٠٩٦ = ٤٨$$

$$(١) \frac{٨٨}{٤٨}$$

$$(٦) \frac{٨ ص٧ ع٦}{٤ ص٦ ع٥} ٢ ص ع$$

$$\frac{٥ د٢}{٤}$$

$$(٥) \frac{٥ ج٢ د٢}{٤ ج٢ د}$$

م ن

$$(٤) \frac{م٥ ن ب}{م٤ ب}$$

$$(٩) \frac{١ -}{٦ س٣} \frac{٤ س٢ -}{٢٤ س٥}$$

$$\frac{١٠ ل٣٦}{٦٤ ب١٢ ر٦}$$

$$(٨) \left(\frac{٥ ل٦}{٣ ب٦ ر٣} \right) ٢$$

$$\frac{٦٤ ن٩ ج٣}{١٨ ه٢٧}$$

$$(٧) \left(\frac{٤ ن٣ ج٢}{٣ ه١} \right) ٢$$



$$\frac{1}{144} \quad (12) \quad 2^{-12} \quad \frac{ب}{ك^2 ر^3} \quad (11) \quad \frac{1}{س^0 ص^0} \quad (10) \quad س^3 (ص^0) (س^8)$$

$$\frac{2^2 ر^3 س^2}{11 ر^2 س^3} \quad (15) \quad \frac{81}{256} \quad (14) \quad \frac{4}{3} \quad (13) \quad \frac{49}{9} \quad 2^{-\left(\frac{3}{7}\right)}$$

$$\frac{1}{س^3 ص^0} \quad (18) \quad \frac{2 ج^4 ن^7}{8 ج^3 د^2 ن^4} \quad (17) \quad \frac{3}{4} \quad (16) \quad \frac{15 ن^1 ه^1}{3 ه^0}$$

$$\frac{ر}{27} \quad (21) \quad \frac{ر^4}{3(ر^3)} \quad (20) \quad \frac{2-ان^1 ه^0 س^4}{2-ان^3 ه^0 س^0} \quad (19) \quad \frac{ج^1 ه^2}{9} \quad \frac{6 ف^2 ج^3 ه^0}{54 ف^2 ج^0 ه^0}$$

$$\frac{6-ان^2 ه^4}{س^9}$$



$$\frac{٤٤}{٧٤٠}$$

$$\frac{٣- (٢-٢)ب}{٤٥٢ب} \quad (٢٤)$$

$$\frac{ل}{١٥٤}$$

$$\frac{٤- (٣-١)ل}{٣٤٣ل} \quad (٢٣)$$

$$\frac{٢م}{٢ن}$$

$$\frac{٥-٢-٢م}{١- (٣-٤)ن} \quad (٢٢)$$

$$\frac{٩س٢}{٤ص٢ع٦}$$

$$\frac{٢- (٢ص٢ع)}{٣٣ص٤ع٢} \quad (٢٧)$$

$$\frac{٨ج}{٤٧د٢ه}$$

$$\frac{١- (٣-٣)د}{٤- (٣-٤)ه} \quad (٢٦)$$

$$\frac{١٠ل}{٢٥ر}$$

$$\frac{٥- (٣-١)ر}{٢- (٣-٤)ر} \quad (٢٥)$$

(٢٨) تحاليل طبية: سحب فني مختبر عينة دم. فإذا علمت أن ١ ملم^٣ من الدم يحتوي على ٢٢٢ خلية بيضاء، ٢٢ خلية حمراء، فما نسبة خلايا الدم البيضاء إلى خلايا الدم الحمراء؟

$$\frac{١}{٤٨٤}$$



حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود.

$$(٣) \quad ٦ج^٢ه^٣ك$$

نعم؛ وحيدة حد

$$(٢) \quad \frac{١}{٥}ص^٣ + ص^٢ - ٩$$

نعم؛ ثلاثية حدود

$$(١) \quad ٧أ^٢ب + ٣ب^٢ - أ^٢ب$$

نعم؛ ثنائية حد

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(٥) \quad ٣ج^٢ه^٣ + ج^٣ه$$

$$(٤) \quad س + س^٣ - ٢س^٢ + س^٣$$

$$(٧) \quad ٥ن^٢م - ٢م^٢ + ن^٢م^٤ + ن^٢$$

$$(٦) \quad ٢س^٢ص - ٣ص^٣ + س^٢$$

$$(٩) \quad ١٠ر^٢ن + ٤رن^٢ - ٥ر^٣ن^٢$$

$$(٨) \quad ٣أ^٢ب + ٢أ^٥ج + ب^٣ج^٢$$



اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصيغة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها.

$$(11) \quad 10s - 7 + s^4 + 4s^3$$

$$s^4 + 4s^3 + 10s - 7$$

$$(10) \quad 8s^2 - 15 + 5s^0$$

$$5s^0 + 8s^2 - 15$$

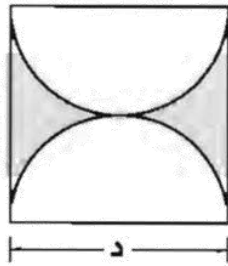
$$(13) \quad 4s + 2s^0 - 6s^3 + 2$$

$$2s^0 - 6s^3 + 4s + 2$$

$$(12) \quad 13s^2 - 5 + 6s^3 - s$$

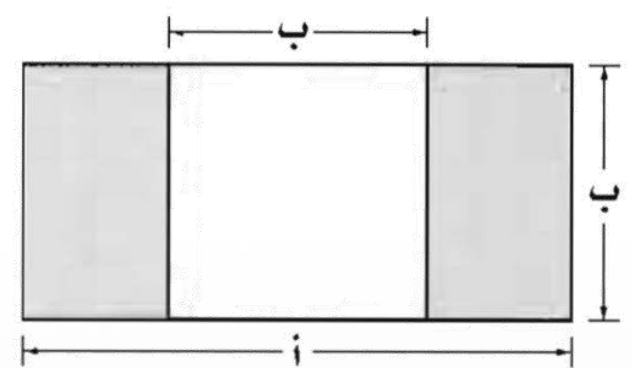
$$6s^3 + 13s^2 - s - 5$$

هندسة: اكتب كثيرة الحدود التي تعبر عن مساحة المنطقة المظللة لكل مما يأتي:



(15)

$$d^2 - \frac{1}{4}d^2$$



(14)

$$b^2 - 2b^2$$

(١٦) نقود: اكتب كثيرة حدود تمثل مبلغاً يتكون من: ن ورقة من فئة ١٠ ريالات، م ورقة من فئة ٥٠ ريالاً، هـ ورقة من فئة ١٠٠ ريال.

$$١٠٠هـ + ٥٠م + ١٠ن$$

(١٧) الجاذبية: يُعبر عن ارتفاع كرة قُدِّفَتْ من ارتفاع ٢ م عن الأرض وبسرعة ٣٢ م/ث بالعلاقة:
ع = ٢ + ٣٢ن - ٥ن^٢، حيث ن الزمن بالثواني. فما ارتفاع الكرة بعد ٧ ثوانٍ باستعمال هذه العلاقة؟ فسّر ذلك.

١٩- م. الارتفاع سالب؛ لأن العبارة لم تأخذ بعين الاعتبار أنه عند الارتفاع صفر ستصطدم الكرة بالأرض وترتد.



أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(1) \quad (1 - 7ص) + (5 + 4ص)$$

$$-3ص + 4$$

$$(3) \quad (3 + 2ك) - (2 + 8ك + 4ك^2)$$

$$4ك^2 + 6ك - 1$$

$$(5) \quad (5 + 7أ) - (2 + 6أ + 5أ^2)$$

$$-5أ^2 + 1أ + 3$$

$$(7) \quad (س^3 - 3س + 1) - (س^3 + 7 - 12س)$$

$$9س - 6$$

$$(2) \quad (س^2 + 3س) - (س^2 + 5س)$$

$$-2س$$

$$(4) \quad (7 + 5م - 2م^2) + (2م^2 + 6م)$$

$$3م^2 + 11م + 7$$

$$(6) \quad (1 - 3ب + 2ب^2) + (9 + ب - 4ب^2)$$

$$-2ب^2 + 3ب + 10$$

$$(8) \quad (س^2 + 2س + 4) - (1 + 6س^2)$$

$$-5س^2 + 2س + 3$$



$$(10) (ل٣ - ٢ل٥ + ٥-) + (١ - ل٤ - ٢ل٦)$$

$$٦ - ل٧ - ٢ل٦$$

$$(12) (٥ + ٢ب٩ + ب) - (ب٢ + ٨ - ٢ب٥)$$

$$١٣ - ب + ٢ب٤ -$$

$$(14) (٣ - س٢ + ٢س-) - (٦ - س + ٢س٨)$$

$$٣ - س - ٢س٩$$

$$(16) (٢ - م + ٢م) + (١٠ + م٣ - ٢م٤)$$

$$٨ + م٢ - ٢م٥$$

$$(9) (ص٤ + ٢ص٢ - ٨) - (٨ - ص٢ + ٢ص٧) - (٤ - ص)$$

$$١٢ - ص٣ + ٢ص٣ -$$

$$(11) (٤ + ه٤ - ٢ه٣) + (٣ - ه٢ - ٢ه٤)$$

$$١ + ه٣ - ٢ه٧$$

$$(13) (د - ٢ - ٢د٥) + (٢ + د٢ + ٢د٤)$$

$$د + ٢د٩$$

$$(15) (١ + ٢ه٨ + ه٤) - (١ - ه٧ + ٢ه٣)$$

$$٢ - ه٣ + ٢ه٥ -$$



$$(18) (7n^2 + n - 2) + (n^2 - 7 - 2n)$$

$$8n^2 - 3n - 5$$

$$(17) (5s^2 - 2s - 5) - (6s^2 + 2s - 5)$$

$$-s^2 + 4s - 1$$

$$(20) (9j^2 + j + 9) + (-3j^2 - j - 4)$$

$$6j^2 - 3j$$

$$(19) (3k^2 - 2k + 6) - (-4k + k^2 - 3)$$

$$k^3 - 3k^2 + 8k + 9$$

$$(21) (2s^2 + 6s - 3) + (4s + 8s - 6) + (3e - s - 3) + (4e + 5s - 4)$$

(22) عمل: تمثل كثيرة الحدود $s^3 - 7s^2 + 1500s - 10800$ ربح شركة مبيعات لإحدى السلع بدلالة سعر القطعة الواحدة s . وتمثل كثيرة الحدود $s^3 - 3s^2 + 450s - 5000$ ربح الشركة لسلعة أخرى لها السعر نفسه. اكتب كثيرة حدود تمثل ربح الشركة من السلعتين معاً.

$$2s^3 - 1000s^2 + 1950s - 15800$$



ضرب وحيدة حد في كثيرة الحدود

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(١) $٢هـ - (٧هـ - ٤هـ)$

$١٤هـ - ٨هـ$

(٣) $٥جك - (٣جك + ٢ك)$

$١٥جك + ١٠جك$

(٥) $\frac{١}{٤}م - (٨م + ٧)$

$٢م - \frac{١}{٤}م + \frac{٧}{٤}م$

(٢) $٦ل ك - (٣ل + ٤ك)$

$١٨ل ك + ٢٤ل ك$

(٤) $٣رن - (٢ن + ٣ر)$

$٦رن - ٩ر$

(٦) $\frac{٢}{٣}ن - (٩ن + ٣ن + ٦)$

$٦ن - ٢ن - ٤ن$



بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(٨) \quad ٥هـ - (٣+هـ٧) + (٢-هـ٢) + ١٩هـ + ٢$$

$$-٤هـ + ٣هـ + ١٩هـ$$

$$(٧) \quad ٧ل - ٢ل(٤-٣) + ٧$$

$$-٦ل + ١٥$$

$$(١٠) \quad ٢- (٣م + ٥م + ٦) + (٣م + ٢م + ١) + ٣م$$

$$٩م - ٧م - ١٢$$

$$(٩) \quad ٦ن(٣-٢) - ٥(٢ن + ٩-٣) + ٣$$

$$٢ن - ٦٣ن + ١٥$$

$$(١١) \quad ٣ج - (٧ج - ٢) + ٣(ج + ٢ + ١) - ٣(٥ج + ٣)$$

$$-٣ج + ٣ج + ٣$$



حُلِّ كُلُّ مِنَ الْمَعَادَلَاتِ الْآتِيَةِ:

$$٣ - (١٣) \quad (٢-و٢)٢=٥+(٢+و٣)٣$$

$$٨ \quad (١٢) \quad (٢+ن٣)٣=٣+(١-ن٢)٥$$

$$\frac{١}{٤} - (١٥) \quad ٩-(٣+ب)٤=(١+ب٣)٨$$

$$\frac{١}{٢} \quad (١٤) \quad ١+(٨+ن٦)٢=٥-(٣+ن٨)٤$$

$$٤ - (١٧) \quad ٤-(٢+و)٤=٨+(٥-و)٨$$

$$\frac{٣}{٢} \quad (١٦) \quad ٢+(٢+ن)ن=١-(٤+ن)ن$$

(١٨) نظرية الأعداد: ما ناتج جمع مثلي العدد الصحيح س مع ثلاثة أمثال العدد الصحيح الذي يليه؟

$$٥س+٣$$



١٩) استثمارات، خَطَّط مالك عند تقاعده عن العمل لاستثمار ٥٠٠٠٠٠ ريال في التجارة. فاستثمر س ريال منها في تجارة أقلام يصل ربحها إلى ٤٪ في السنة، وباقي المبلغ في تجارة أدوات مكتبية أخرى يصل ربحها إلى ٥٪ في السنة.

(أ) اكتب عبارة تمثل المبلغ المستثمر في تجارة الأدوات المكتبية الأخرى. $500000 - س$

(ب) اكتب كثيرة حدود بأبسط صورة للمبلغ الكلي (ك) لاستثمار مالك بعد سنة. (إرشادات القيمة الكلية للمبلغ (أ) بعد سنة واحدة ومعدل ربح (ر) تساوي (أ+ أر) ريال) $ك = 525000 - 0,01س$

(ج) إذا كان المبلغ الذي وضعه مالك في تجارة الأقلام هو ٥٠٠٠ ريال، فكم سيصبح بعد سنة واحدة؟

٥٢٤٥٠ ريالاً



أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(١) (٦ + ك)(٥ + ك) \quad ك^٢ + ١١ك + ٣٠$$

$$(٣) (٦ - ن)(٤ - ن) \quad ن^٢ - ١٠ن + ٢٤$$

$$(٥) (٤ + ب)(٤ - ب) \quad ٤ب^٢ - ١٠ب - ٢٤$$

$$(٧) (٤ - أ٧)(٣ - أ٦) \quad ٢أ٤٢ - ٢أ٤٥ + ١٢$$

$$(٩) (ب - أ٢)(ب - أ٣) \quad ٢أ٦ - ٢أ٥ + ب^٢$$

$$(١١) (٨ - م)(٥ + م) \quad (٨ - م^٢ + ٤م)$$

$$٤٠ - م^٣ + ٩م^٢ + ١٢م$$

$$(٢) (٧ + س)(٤ + س) \quad س^٢ + ١١س + ٢٨$$

$$(٤) (٥ + أ)(٦ - أ) \quad ٣٠ - أ - ٢أ$$

$$(٦) (٩ - س٢)(٤ + س٢) \quad ٤س^٢ - ١٠س - ٣٦$$

$$(٨) (٢ - س٢)(٤ - س٥) \quad ١٠س^٢ - ١٨س + ٨$$

$$(١٠) (٤ج + ه٣)(٢ج + ه٣)$$

$$٨ج^٢ + ١٨ج + ٩ه٣$$

$$(١٢) (٣ + ن)(٧ + ن + ٤ن)$$

$$٢١ + ١٩ن + ٧ن^٢ + ٣ن^٣$$



$$(2 - d + d^2)(3 + d^3) \quad (14)$$

$$6 - d + d^2 + d^3 + d^6$$

$$(4 + r + r^2)(2 + r^3) \quad (16)$$

$$8 + r + r^2 + r^3 + r^6$$

$$(2 - n + n^2)(3 + n + n^2) \quad (18)$$

$$6 - n + n^2 + n^3 + n^6$$

$$(5 - v + v^2)(2 + v + v^2) \quad (20)$$

$$10 - v + v^2 + v^3 + v^6$$

$$(4 + h + h^2)(3 + h^3) \quad (13)$$

$$12 + h + h^2 + h^3 + h^6$$

$$(4 + k + k^2)(2 + k^3) \quad (15)$$

$$8 + k + k^2 + k^3 + k^6$$

$$(9 + n + n^2)(1 - n + n^2) \quad (17)$$

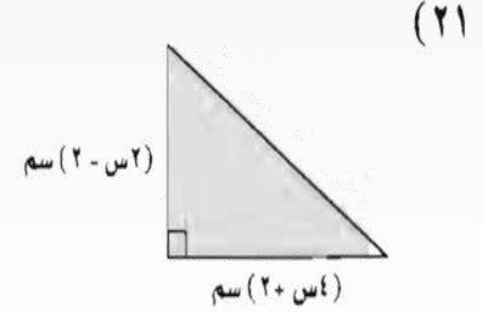
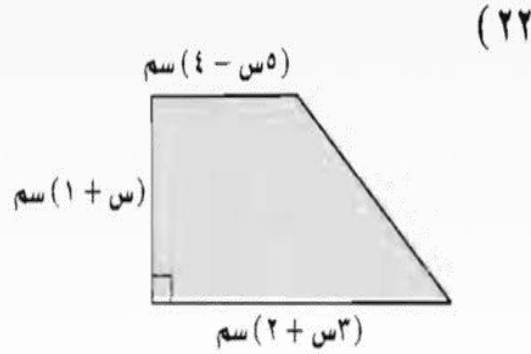
$$9 - n + n^2 + n^3 + n^6$$

$$(3 + s + s^2)(3 - s + s^2) \quad (19)$$

$$9 - s + s^2 + s^3 + s^6$$



هندسة: اكتب عبارة تمثل مساحة كل شكل مما يأتي:



(٤س^٢ + ٣س - ١) وحدة مربعة

(٤س^٢ - ٢س - ٢) وحدة مربعة

س^٢ + ٦س + ٨

(٢٣) نظرية الأعداد: ما حاصل ضرب العددين الصحيحين الزوجيين التاليين للعدد الصحيح الزوجي س؟

(٢٤) هندسة: حجم هرم قاعدته مستطيلة الشكل هو ثلث حاصل ضرب مساحة القاعدة في ارتفاعه. اكتب عبارة تمثل حجم هرم مساحة قاعدته ٣س^٢ + ١٢س + ٩ أمتار مربعة، وارتفاعه س + ٣ أمتار.

(س^٣ + ٧س^٢ + ١٥س + ٩) مترًا مكعبًا

أوجد ناتج كل مما يأتي:

(٣) $(س - ١٠)^2$

$س^2 - ٢٠س + ١٠٠$

(٢) $(٨ + ل)^2$

$ل^2 + ١٦ل + ٦٤$

(١) $(٩ + ن)^2$

$ن^2 + ١٨ن + ٨١$

(٦) $(٦ + ب)(٦ - ب)$

$٣٦ - ب^2$

(٥) $(٧ + ل)^2$

$ل^2 + ١٤ل + ٤٩$

(٤) $(١١ - ر)^2$

$ر^2 - ٢٢ر + ١٢١$

(٩) $(٢ - و)^2$

$٤ - ٤و + و^2$

(٨) $(٤ + م)^2$

$١٦ + ٨م + م^2$

(٧) $(١ - هـ)^2$

$١ - ٢هـ + هـ^2$

(١٢) $(٣ + ج - هـ)(٣ - ج - هـ)$

$٩ - ٦ج - ٦هـ + ج^2 + هـ^2$

(١١) $(٧ + د)(٧ - د)$

$٤٩ - د^2$

(١٠) $(٣ + ك)(٣ - ك)$

$٩ - ك^2$



(١٥) (٥ر + س)²

$$٢٥ر² + ١٠رس + ٢س²$$

(١٤) (أ + ل٦)²

$$أ² + ١٢أل + ٣٦ل²$$

(١٣) (٥ن + ٤ل)(٥ن - ٤ل)

$$١٦ل² - ٢٥ن²$$

(١٨) (و - ل٧)²

$$و² - ١٤ول + ٤٩ل²$$

(١٧) (ك - ٦ص)²

$$ك² - ١٢كص + ٣٦ص²$$

(١٦) (٦هـ - م)²

$$٣٦هـ² - ١٢هـم + م²$$

(٢١) (٥ك + ن٦)²

$$٢٥ك² + ٦٠كن + ٣٦ن²$$

(٢٠) (٤ل + ن٦)²

$$٣٦ن² + ٤٨نل + ١٦ل²$$

(١٩) (٤ب - ل٧)²

$$٣٦هـ² - ١٢هـم + م²$$

(٢٤) (٩س + ٢ص)²

$$٨١س² + ٣٦صس + ٤ص²$$

(٢٣) (٨هـ + ٣د)(٨هـ - ٣د)

$$٦٤هـ² - ٩د²$$

(٢٢) (٦ب + أ٧)(٦ب - أ٧)

$$١٦ب² - ٥٦بل + ٤٩ل²$$



$$(27) (4m^3 - 2n^2)^2$$

$$16m^6 - 16m^3n^2 + 4n^4$$

$$(26) (5a^2 - 2b)^2$$

$$25a^4 - 20a^2b + 4b^2$$

$$(25) (3l^2 + 2m)^2$$

$$9l^4 + 12l^2m + 4m^2$$

$$(30) (3s^3 + 2l)^2$$

$$9s^6 + 12s^3l + 4l^2$$

$$(29) (2b^2 - j)^2$$

$$4b^4 - 4b^2j + j^2$$

$$(28) (6b^3 - j)^2$$

$$36b^6 - 12b^3j + j^2$$

(31) هندسة: يريد جمال تكبير مربع بحيث يصبح طول ضلع المربع الجديد أكبر من مثلي طول ضلع المربع الأصلي ل بمقدار ١. فما ثلاثية الحدود التي تمثل مساحة المربع الجديد؟

$$4l^2 + 4l + 1$$



الفصل ٧

التحليل و المعادلات التربيعية



الفهرس

١٣



١٢



١١



١٦



١٥



١٤



حلّل كل وحيدة حد فيها يأتي تحليلًا تامًّا:

(١) ٣٠ د°

$2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(٢) ٧٢ م ل

$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(٣) ٨١ ب^٢ ج^٣

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(٤) ١٤٥ أ ب ج^٣

$5 \times 29 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(٥) ١٦٨ ن ك^٢ ر

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(٦) ١٢١ س^٢ ص^٢ ع^٢

$1 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$

(٧) ١٤ ف^٢ ج^٢

$1 \times 2 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

(٨) ٧٧ و^٤

$1 \times 7 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$



أوجد (ق.م.أ) لكل مجموعة وحيدات حد مما يأتي:

(١٠) $٧٢ر٢ن١، ٣٦رن٣، ٣٦رن٢$

(٩) $٢٤فج٠، ٥٦ف٣ج٠ ٨فج٠$

(١٢) $٢٨ك٣ن١، ٤٥لر١ ١$

(١١) $١٥أ٢ب، ٣٥أ٢ب ٥أ٢ب$

(١٤) $٨٨أ٣د، ٤٠أ٢د، ٣٢أ٢د$

(١٣) $٤٠سص١، ٥٦س٣ص١، ١٢٤س٢ص٢$

$٨أ٢د$

$٤سص٢$



(١٥) هندسة: مستطيل بعدها عددان كليّان ومساحته ٨٤ سم^٢.

(أ) ما أقل قيمة لمحيطه؟ ٣٨ سم

(ب) ما أكبر قيمة لمحيطه؟ ١٧٠ سم

(١٦) زخرفة: يريد حاتم زخرفة حائط باستعمال بلاطات مربعة الشكل ومتساوية الأبعاد؛ لتغطية منطقة مستطيلة بعدها:
٩٦ سم، ٧٢ سم.

(أ) ما أطول ضلع بلاطة يمكن استعمالها دون قص أي بلاطة؟ ٢٤ سم

(ب) كم بلاطة سيحتاج من هذا النوع؟ ١٢ بلاطة



حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية:

(١) $٦٤ - ٤٠ أ ب$

$(٨ - ٥ أ ب)$

(٤) $١٥ أ د + ٣٠ أ د$

$(١٥ أ د (١ + ٢ أ د))$

(٧) $٣٠ س ص + ٣٥ س ص$

$(٥ س ص (٦ س + ٧ ص))$

(١٠) $٨ ل ر - ٢٤ ل ر + ١٦ ل ر$

$(٨ ل ر (٣ ر - ٣ ر + ٢))$

(١٣) $٨ + ٢ س + ٤ س + ٢ س$

$(٢ + س) (٤ + س)$

(١٦) $٢٠ - ١٥ ص + ٨ س - ٣ ص$

$(٢ س + ٥) (٤ - ٣ ص)$

(٢) $١٦ + ٤ ر$

$(٤ + ر)$

(٥) $٢٤ ب + ٣٢ أ$

$(٤ أ + ٣ ب)$

(٨) $٦ أ د - ٩ أ د$

$(٣ أ د (٢ - ٣ أ د))$

(١١) $٥ س ص + ١٠ س ص + ٢٥ س$

$(٥ س (س ص + ٢ س ص + ٥))$

(١٤) $٩ + ٦ أ + ٣ أ + ٢ أ$

$(٣ + أ) (٣ + ٢ أ)$

(١٧) $١٢ - ١٨ ل + ٤ م + ٦ م ل$

$(٢ - ل) (٦ + ٣ م ل)$

(٣) $٦ ر ن - ٣ ر ن$

$(٣ ر ن (٢ ر - ن))$

(٦) $٣٦ س ص - ٤٨ س ص$

$(١٢ س ص (٣ ص - ٤ س))$

(٩) $٧٥ ب ج + ٦٠ ب ج$

$(١٥ ب ج (٥ ب + ٤))$

(١٢) $٩ أ س + ١٨ ب س + ٢٤ ج س$

$(٣ س (٣ أ س + ٦ ب س + ٨ ج))$

(١٥) $٦ - ٢ ب + ١٢ ب - ٢ ب$

$(٣ - ب) (٢ + ٤ ب)$

(١٨) $١٢ أ - ١٥ أ ب + ١٦ أ + ٢٠ ب$

$(٤ - أ) (٤ - أ ب)$



حلُّ كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل.

$$0 = (2 + \text{ص})(3 - \text{ص}) \quad (21)$$

$$-2, 3$$

$$0 = (4 + \text{ب})\text{ب} \quad (20)$$

$$-4, 0$$

$$0 = (\text{س} - 32) \quad (19)$$

$$0, 32$$

$$0 = (4 - \text{ص} 3)(8 + \text{ص} 4) \quad (24)$$

$$-2, \frac{4}{3}$$

$$0 = (4 - \text{ص})(5 + \text{ص} 2) \quad (23)$$

$$-\frac{5}{2}, 4$$

$$0 = (7 - \text{أ} 3)(6 + \text{أ}) \quad (22)$$

$$-6, \frac{7}{3}$$

$$0 = 9\text{س}^2 = 27\text{س} \quad (27)$$

$$0, 3$$

$$0 = 8\text{ل}^2 - 4\text{ل} \quad (26)$$

$$0, \frac{1}{2}$$

$$0 = 2\text{ع}^2 + 20\text{ع} \quad (25)$$

$$-10, 0$$

$$0 = 8\text{س}^2 - 26\text{س} \quad (30)$$

$$-\frac{13}{4}, 0$$

$$0 = 14\text{س}^2 - 21\text{س} \quad (29)$$

$$-\frac{3}{2}, 0$$

$$0 = 18\text{س}^2 = 15\text{س} \quad (28)$$

$$0, \frac{5}{6}$$



(٣١) علوم فيزيائية: أطلق الطلاب في حصة العلوم لعبة على شكل صاروخ من مستوى الأرض إلى الأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ٢٠ مترًا/ ثانية. والمعادلة $v = 20 - 5t^2$ تمثل ارتفاع الصاروخ (ع) فوق الأرض بعد (ن) ثانية. ما الزمن الذي استغرقه الصاروخ في الهواء قبل العودة إلى الأرض؟

٤ ثانية



المعادلات التربيعية: س^٢ + ب س + ج = ٠

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

(١) أ^٢ + ١٠ أ + ٢٤

(أ + ٤)(أ + ٦)

(٤) ج^٢ - ٢ ج - ٦٣

(ج - ٩)(ج + ٧)

(٧) ب^٢ + ٤ ب - ٣٢

(ب - ٤)(ب + ٨)

(١٠) ع^٢ - ١١ ع + ٣٠

(ع - ٦)(ع - ٥)

(١٣) ك^٢ - ك - ٥٦

(ك - ٨)(ك + ٧)

(١٦) ٤٨ - ١٦ ج + ج^٢

(ج - ٤)(ج - ١٢)

(٢) هـ^٢ + ١٢ هـ + ٢٧

(هـ + ٩)(هـ + ٣)

(٥) و^٢ + و - ٥٦

(و + ٨)(و - ٧)

(٨) ن^٢ - ٣ ن - ٢٨

(ن - ٧)(ن + ٤)

(١١) د^٢ - ١٦ د + ٦٣

(د - ٩)(د - ٧)

(١٤) س^٢ - ٦ س - ٥٥

(س - ١١)(س + ٥)

(١٧) ل^٢ - ٩ ل ك - ١٠ ك^٢

(ل - ١٠ ك)(ل + ك)

(٣) س^٢ + ١٤ س + ٣٣

(س + ١١)(س + ٣)

(٦) ص^٢ + ٤ ص - ٦٠

(ص + ١٠)(ص - ٦)

(٩) ل^٢ + ٤ ل - ٤٥

(ل + ٩)(ل - ٥)

(١٢) س^٢ - ١١ س + ٢٤

(س - ٨)(س - ٣)

(١٥) ر^٢ + ١٨ ر + ٣٢

(ر + ١٦)(ر + ٢)

(١٨) م^٢ - م و - ٥٦ و^٢

(م - ٨ و)(م + ٧ و)

حُلِّ كلِّ معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

$$(21) \quad 0 = 54 - 3ك + 2ك$$

٦٠٩ -

$$(20) \quad 0 = 84 - 5ك + 2ك$$

٧٠١٢ -

$$(19) \quad 0 = 42 + 17س + 2س$$

٣ - ١٤ -

$$(24) \quad 60 - = 17ه - 2ه$$

١٢٠٥

$$(23) \quad 32 = 4ن + 2ن$$

٤٠٨ -

$$(22) \quad 0 = 64 - 12ب - 2ب$$

١٦٠٤ -

$$(27) \quad 5ص = 84 - 2ص$$

١٢٠٧ -

$$(26) \quad 72 = 14ع - 2ع$$

١٨٠٤ -

$$(25) \quad 56 = 26ن - 2ن$$

٢٨٠٢ -

$$(30) \quad 52 - = 17ر + 2ر$$

٤ - ١٣ -

$$(29) \quad 36 + 16 = 2و$$

١٨٠٢ -

$$(28) \quad 18 = 2أ + 80$$

١٠٠٨



(٣١) أوجد جميع قيم (ل) التي تجعل ثلاثية الحدود $س^2 + ل س - ٣٥$ قابلة للتحليل باستعمال الأعداد الصحيحة.

(٣٢) إنشاءات: تخطط شركة إنشاءات لصب خرسانة لجزء من طريق على شكل مستطيل. طوله أكبر من عرضه (ض) بـ ١٦ مترًا.

(أ) اكتب عبارة لمساحة هذا الجزء من الطريق. **ض (ض + ١٦) مترًا مربعًا.**

(ب) أوجد بعديه إذا كانت مساحته ٢٦٠ مترًا مربعًا. **١٠ أمتار، ٢٦ مترًا**

(٣٣) تصميم موقع: لدى جميلة صورة بعداها ١٠ سم \times ١٢ سم. ترغب في تصغير بعديها بالمقدار نفسه، باستعمال الحاسوب؛ لتضعها على موقعها الإلكتروني. بحيث تكون مساحة الصورة $\frac{1}{8}$ مساحة الصورة الأصلية.

(أ) اكتب معادلة تمثل مساحة الصورة المصغر (١٠ - س) (١٢ - س) = ١٥ أو $س^2 - ٢٢ س + ١٠٥ = ٠$.

(ب) أوجد بعدي الصورة المصغرة. **٣ سم \times ٥ سم.**



المعادلات التربيعية: أس^٢ + بس + ج = ٠

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكناً باستعمال الأعداد الصحيحة، فاكتب "أولية".

- (١) $٢ب^٢ + ١٠ب + ١٢$
 $٢(ب + ٢)(ب + ٣)$
- (٢) $٣ج^٢ + ٨ج + ٤$
 $٣(ج + ٢)(ج + ٢)$
- (٣) $٤س^٢ + ٤س - ٣$
 $(٢س + ٣)(٢س - ١)$
- (٤) $٨ب^٢ - ٥ب - ١٥$
 أولية
- (٥) $٦م^٢ + ٧م - ٣$
 $(٣م - ١)(٢م + ٣)$
- (٦) $١٠د^٢ + ١٧د - ٢٠$
 $(٥د + ٢)(٤د - ٥)$
- (٧) $٦أ^٢ - ١٧أ + ١٢$
 $(٣أ - ٤)(٢أ - ٣)$
- (٨) $٨و^٢ - ١٨و + ٩$
 $(٤و - ٣)(٣و - ٣)$
- (٩) $١٠س^٢ - ٩س + ٦$
 أولية
- (١٠) $١٥ن^٢ - ن - ٢٨$
 $(٥ن - ٧)(٣ن + ٤)$
- (١١) $١٠س^٢ + ٢١س - ١٠$
 $(٢س + ٥)(٥س - ٢)$
- (١٢) $٩ر^٢ + ١٥ر + ٦$
 $٣(٣ر + ٢)(٣ر + ١)$
- (١٣) $١٢ص^٢ - ٤ص - ٥$
 $(٢ص + ١)(٦ص - ٥)$
- (١٤) $١٤ك^٢ - ٩ك - ١٨$
 $(٢ك - ٣)(٧ك + ٦)$
- (١٥) $٨ع^٢ + ٢٠ع - ٤٨$
 $٤(٤ع + ٦)(٢ع - ٣)$
- (١٦) $١٢ك^٢ + ٣٤ك - ٢٨$
 $٢(٣ك - ٢)(٢ك + ٧)$
- (١٧) $١٨هـ^٢ + ١٥هـ - ١٨$
 $٣(٢هـ + ٣)(٣هـ - ٢)$
- (١٨) $١٢ل^٢ - ٢٢ل - ٢٠$
 $٢(٣ل + ٢)(٢ل - ٥)$

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل.

$$٠ = ٣ + ك١٠ - ٢ك٨ \quad (٢١)$$

$$\frac{٣}{٤}, \frac{١}{٢}$$

$$٢٩ = ١٠ + ٢ج١٠ \quad (٢٤)$$

$$\frac{٥}{٢}, \frac{٢}{٥}$$

$$٢٠ + ك١٦ = ك١٥ + ٢ك١٢ \quad (٢٧)$$

$$\frac{٤}{٣}, \frac{٥}{٤}$$

$$٤ + أ١١ = أ١٠ + ٢أ١٨ \quad (٣٠)$$

$$\frac{١}{٦}, \frac{٤}{٣}$$

$$٢ = ن١٥ - ٢ن٢ \quad (٢٠)$$

$$\frac{٢}{٥}, \frac{١}{٣}$$

$$٦ + ر٤ = ر٢١ - ٢ر١٠ \quad (٢٣)$$

$$\frac{٣}{١٠}, \frac{٢}{٢}$$

$$١٥ + ع٦ = ع٩ \quad (٢٦)$$

$$\frac{٥}{٣}, \frac{١}{٣}$$

$$١٢ - أ٦ = أ١٦ - ٢أ٨ \quad (٢٩)$$

$$\frac{٣}{٤}, \frac{٢}{٢}$$

$$٠ = ١٦ - ه٢ + ٢ه٣ \quad (١٩)$$

$$\frac{٨}{٣}, \frac{٢}{٢}$$

$$٤ = ب٥ - ٢ب٦ \quad (٢٢)$$

$$\frac{٤}{٣}, \frac{١}{٢}$$

$$٢ - ص٧ = ص٦ \quad (٢٥)$$

$$\frac{٢}{٣}, \frac{١}{٢}$$

$$١٢ - س١ = س٢ \quad (٢٨)$$

$$\frac{١}{٤}, \frac{١}{٣}$$



(٣١) غوص: غطس لؤي في بركة سباحة من لوح غطس على ارتفاع ٣ م بسرعة ابتدائية إلى الأعلى مقدارها ٢ م / ثانية. أوجد الزمن (ن) بالثواني، الذي يحتاج إليه ليصل إلى الماء. استعمل معادلة الحركة الرأسية $l = 5n^2 + c.n + l_0$ ، حيث (ل) الارتفاع بالمتر، (ن) الزمن بالثواني (ع) السرعة الابتدائية للأعلى م / ثانية، (ل) الارتفاع الابتدائي بالمتر. (إرشاد: لتكن $l = 0$ تمثل سطح البركة).

ثانية واحدة.



المعادلات التربيعية : الفرق بين مربعين

حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية".

$$(3) \quad 16l^2 - 36$$

$$(4l + 6)(4l - 6)$$

$$(6) \quad 36j^2 - 49h^2$$

$$(6j + 7h)(6j - 7h)$$

$$(9) \quad 24a^2 - 54b^2$$

$$6(2a + 3b)(2a - 3b)$$

$$(12) \quad 36e^3 - 9e$$

$$9e(2e + 1)(2e - 1)$$

$$(15) \quad 3n^4 - 48n^2$$

$$3n^2(n + 4)(n - 4)$$

$$(2) \quad 81r^2$$

$$(9r + 9)(r - 9)$$

$$(5) \quad 144f^2$$

$$(12f + 3f)(12f - 3f)$$

$$(8) \quad 32v^2 - 8v$$

$$8v(2v + 2)(2v - 2)$$

$$(11) \quad 9d^2 - 32$$

أولية

$$(14) \quad 100b^3 - 36b$$

$$4b(5b + 3)(5b - 3)$$

$$(1) \quad 100k^2$$

$$(10k + 10)(10k - 10)$$

$$(4) \quad 4s^2 + 25$$

أولية

$$(7) \quad 121m^2 - 144l^2$$

$$(11m - 12l)(11m + 12l)$$

$$(10) \quad 32n^2 - 18w$$

$$2(4n - 3w)(4n + 3w)$$

$$(13) \quad 45k^3 - 20k$$

$$5k(3k + 2)(3k - 2)$$



حلّ كلّاً من المعادلات الآتية بالتحليل، وتحقّق من صحة حلك.

$$\frac{5}{\sqrt{v}} \pm \bullet = 50 - \text{ب}^2 \quad (18) \quad 98$$

$$\frac{3}{8} \pm$$

$$9 = \text{ك}^2 \quad (17) \quad 64$$

$$\frac{9}{2} \pm$$

$$81 = \text{ص}^2 \quad (16) \quad 4$$

$$\frac{4}{\sqrt{v}} \pm \bullet = \text{و}^2 - \frac{17}{49} \quad (21)$$

$$\frac{8}{11} \pm$$

$$\bullet = \frac{64}{121} - \text{ن}^2 \quad (20)$$

$$\frac{4}{9} \pm$$

$$\bullet = \text{ك}^2 - 162 \quad (19) \quad 32$$

$$\bullet = \text{ج}^2 - 147 \quad (24) \quad 75$$

$$\bullet, \frac{4}{3} \pm$$

$$\bullet = \text{هـ}^2 - 48 \quad (23) \quad 27$$

$$30 \pm$$

$$\bullet = \text{س}^2 - 25 \quad (22) \quad \frac{1}{36}$$

$$\bullet, \frac{7}{5} \pm$$



(٢٥) تآكل؛ تتكسر الصخور وتسقط من ارتفاع ١٢٥ مترًا منحدرًا في اتجاه الأرض. وتُعطى المسافة (ف) التي تقطعها الصخرة في (ن) ثانية في أثناء سقوطها بالمعادلة $f = ٥n^2$. كم ثانية تحتاج الصخرة لترتطم بالأرض؟

٥ ثوانٍ

(٢٦) حوادث؛ رأى عادل وسعيد آثار الإطارات على الشارع لمسافة ١٥٠ قدمًا، فقال عادل: إن هذه الآثار تدل على أن السائق يقود السيارة دون السرعة القصوى المسموح بها على الطريق، والتي تبلغ ٦٥ ميلًا/ساعة. وقال سعيد: إن السرعة ستكون ٧٠ ميلًا/ساعة. استعمل المعادلة $\frac{1}{4}e^2 = f$ ، حيث (ع) سرعة السيارة، و(ف) طول آثار الإطارات؛ لتبين أيهما كلامه صحيح.

عادل؛ ٦٠ ميلًا/ساعة



حدّد إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّها.

$$(٣) \quad ٢٥ + ص٢ - ٢٠ص$$

نعم؛ $(٥ - ص)٢$

$$(٢) \quad ١ + ر٦ - ٩ر٢$$

نعم؛ $(١ - ر٣)٢$

$$(١) \quad ٦٤ + م١٦ + م٢$$

نعم؛ $(٨ + م)٢$

$$(٦) \quad ١٦ + ك٥٦ - ٢ك٤٩$$

نعم؛ $(٤ - ك٧)٢$

$$(٥) \quad ١٦ + ب٤ - ٢ب٢٥$$

لا

$$(٤) \quad ٩ + ل٢٤ + ل٢١٦$$

نعم؛ $(٣ + ل٤)٢$

حلّل كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية".

$$(٩) \quad ١٨ + ك٦٠ - ٢ك٥٠$$

$٢(٥ - ك٣)٢$

$$(٨) \quad ٣٥ - س١١ + س٢٦$$

$(٥ - س٣)(٧ + س٢)$

$$(٧) \quad ١٤٧ - ل٢٣$$

$٣(٧ - ل)(٧ + ل)$

$$(١٢) \quad ١٢ + ك٣٨ + ٢ك٣٠$$

$٢(٥ + ك٣)(٣ + ك٢)$

$$(١١) \quad ١٨ - د٢٦$$

$٦(٣ - د٢)$

$$(١٠) \quad ١٢ - ت٢ - ١٤ت٣ + ٦ت٤$$

$٢(٣ - ت)(٢ + ت٣)$



$$(15) \quad 9^2 - 30 - 25$$

أولية

$$(14) \quad 12^2 - 60 + 75$$

$$3(2^2 - 5)$$

$$(13) \quad 15^2 - 24 - 6$$

$$3(5 - 8)$$

$$(18) \quad 16^2 + 72 + 81$$

$$(4 + 9)^2$$

$$(17) \quad 9 - 8^2$$

$$7(2 - 2)(2 + 2)(1 + 2)$$

$$(16) \quad 7^2 - 28$$

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل.

$$(21) \quad 0 = \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

2

$$(20) \quad 0 = 2 + 20 + 50$$

$$\frac{1}{5}$$

$$(19) \quad 49 - 28 = 4$$

$$\frac{7}{2}$$

$$(24) \quad 25 = 36 + 12 + 2$$

$$1 - 11$$

$$(23) \quad 0 = \frac{9}{25} + \frac{7}{5} - 2$$

$$\frac{3}{5}$$

$$(22) \quad 0 = \frac{1}{9} + \frac{2}{3} + 2$$

$$\frac{1}{3}$$

$$(27) \quad 13 = 9 + 6 - 2$$

$$\sqrt{13} \pm 3$$

$$(26) \quad 3 = (9 + 2)$$

$$\sqrt{3} \pm 9$$

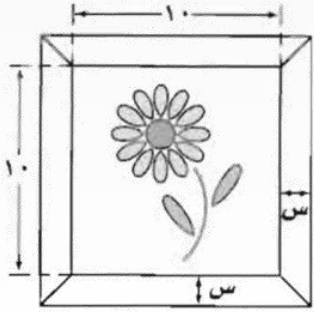
$$(25) \quad 64 = 16 + 8 - 2$$

$$12, 4$$



(٢٨) هندسة: صيغة مساحة الدائرة $M = \pi r^2$ ، حيث r نصف القطر. إذا تزايد نصف القطر بمقدار ١ سم تصبح مساحة الدائرة ١٠٠ ط سم^٢. فما نصف القطر الأصلي للدائرة؟

٩ سم.



(٢٩) إطار صورة: وضعت عائشة إطارًا حول صورة بعدها ١٠ سم، ١٠ سم، فإذا كانت مساحة الإطار ٦٩ سم^٢. فما عرض الإطار؟

١,٥ سم.



الفصل ٨

الدوال التربيعية



الفهرس

٢١



٢٠



١٩

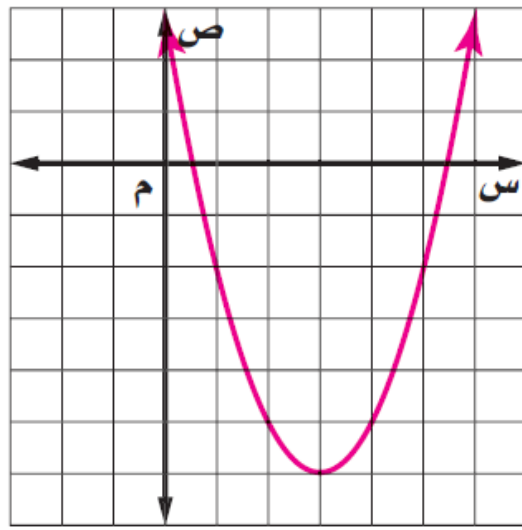


١٨



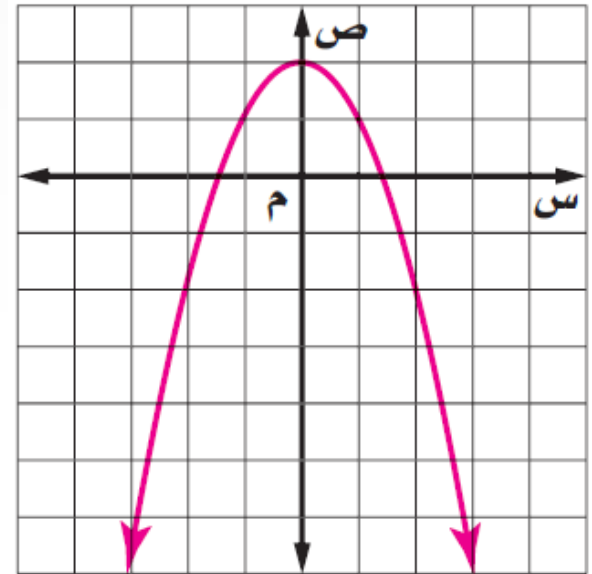
استعمل جدول القيم لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانياً، وحدد مجالها ومداهها.

$$(٢) \text{ ص} = \text{س}^2 - ٦\text{س} + ٣$$



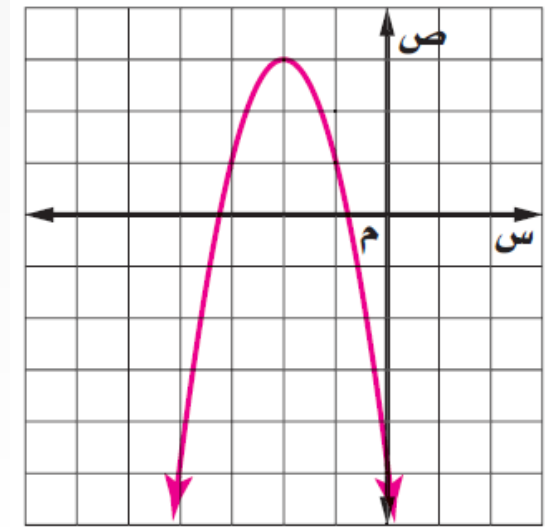
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = $\{ \text{ص} \mid \text{ص} \leq -٦ \}$

$$(١) \text{ ص} = -\text{س}^2 + ٢$$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = $\{ \text{ص} \mid \text{ص} \geq ٢ \}$

$$(3) \text{ ص} = -2\text{س}^2 - 8\text{س} - 5$$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = $\{ \text{ص} \mid \text{ص} \geq 3 \}$



أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

$$(٥) \text{ ص} = -٢س + ٨س - ٥$$

$$(٤) \text{ ص} = ٢س - ٩$$

$$(٢، ٣)؛ \text{ ص} = ٢،$$

المقطع الصادي = -٥

المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛

$$\text{المدى} = \{ \text{ص} \mid \text{ص} \geq ٣ \}$$

$$(٦) \text{ ص} = ٤س - ٤س + ١$$

$$(٥، ٠، ٠)؛ \text{ ص} = ٥، ٠،$$

المقطع الصادي = ١



بين ما إذا كان لكل معادلة فيما يأتي قيمة عظمى أم صغرى، ثم حددها، وحدد مجال الدالة ومداهما.

$$(8) \quad 10 - 5s + s^2 = \text{ص}$$

عظمى؛ (3, 75 - , 2, 5)؛

المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛

المدى = $\{\text{ص} \mid \text{ص} \geq 3, 75\}$

$$(7) \quad 2 + 2s - 5s^2 = \text{ص}$$

صغرى؛ (1, 8, 0, 2)؛

المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛

المدى = $\{\text{ص} \mid \text{ص} \leq 1, 8\}$

$$(9) \quad 9 - 4s + \frac{3}{2}s^2 = \text{ص}$$

صغرى؛ $(1 \frac{1}{3} - , 1 \frac{1}{3} -)$ ؛

المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛

المدى = $\{\text{ص} \mid \text{ص} \leq 1 \frac{1}{3} -\}$



١٠) كرة: تُمثّل المعادلة $e = -0.005s^2 + s + 3$ مسارَ كرةٍ قذفها لاعب في الهواء، حيث (ع) ارتفاع الكرة بالأقدام، و (س) المسافة الأفقية التي تقطعها الكرة.

(أ) ما معادلة محور التماثل؟ $s = 100$

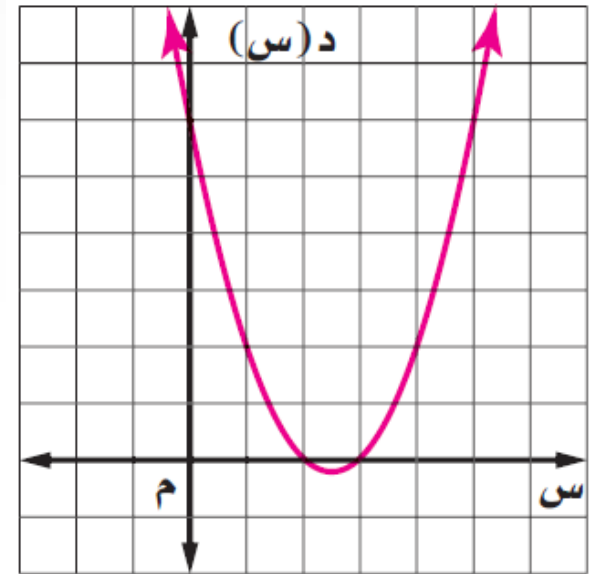
(ب) ما القيمة العظمى للارتفاع الذي تصله الكرة؟ 53 قدمًا

(ج) إذا التقط اللاعب الكرة من ارتفاع 3 أمتار من مستوى سطح الأرض، فما المسافة الأفقية التي تبعتها الكرة عن موضع سقوطها على الأرض؟ 200 قدم



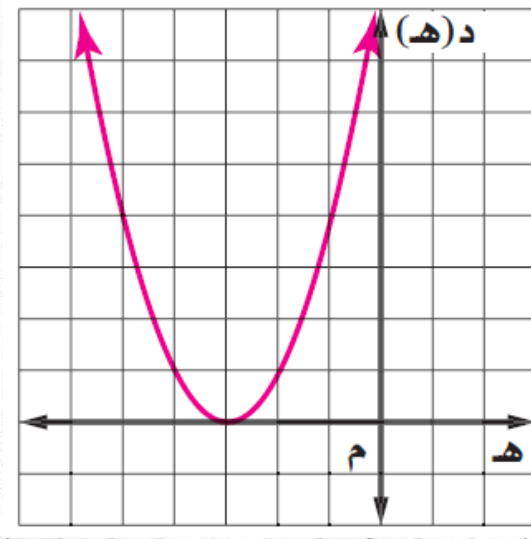
حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

(١) $٥س^٢ - ٦ = ٠$



٢، ٣

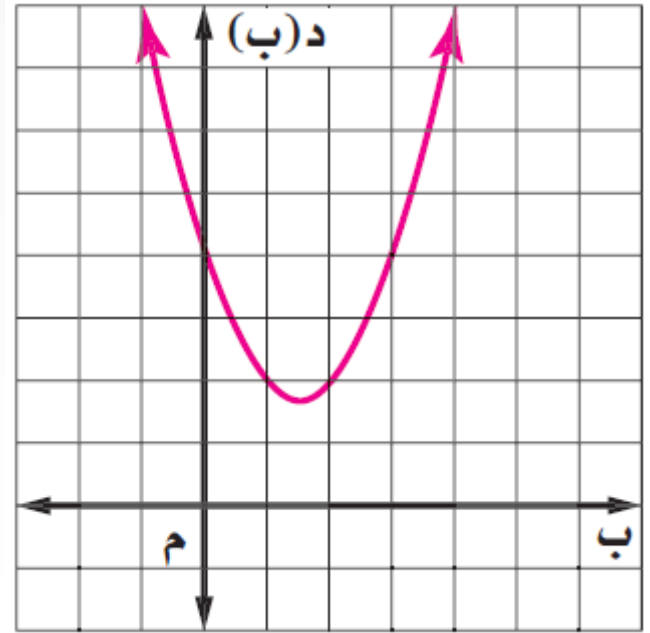
(٢) $٦هـ^٢ + ٩ = ٠$



٣ -

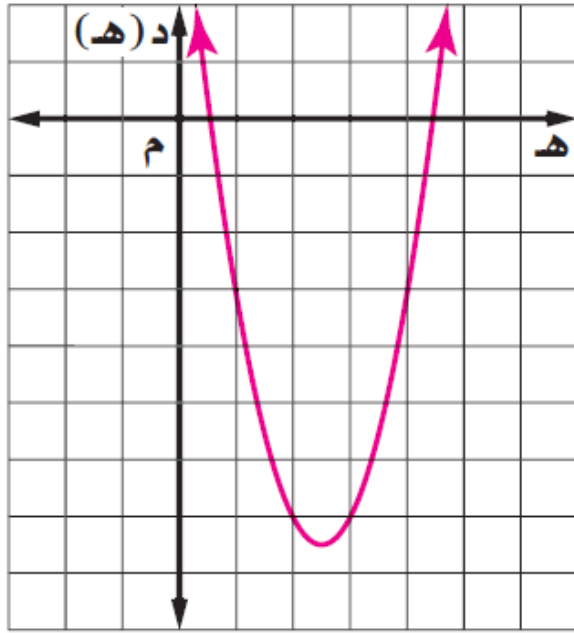


$$(۳) \quad ۰ = ۴ + ۳ب - ۲ب^۲$$



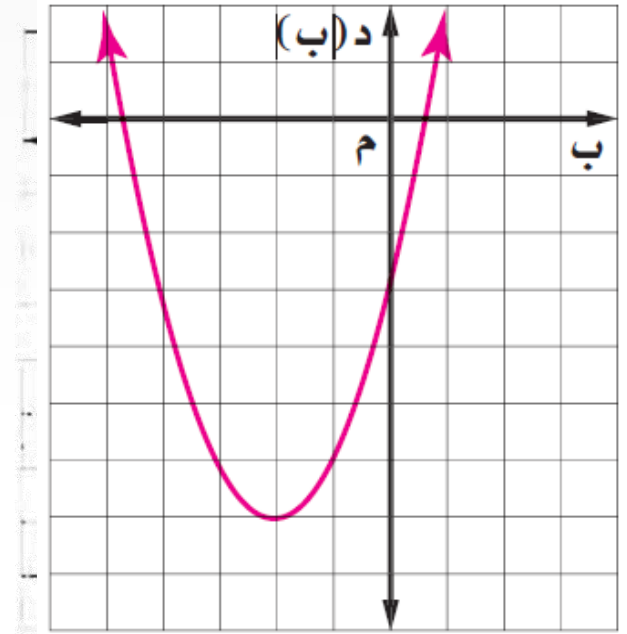
حلّ المعادلات الآتية بيانياً، وإذا لم تكن الجذور أعداداً صحيحة، فقُدِّرها إلى أقرب جزء من عشرة.

$$(٥) \quad ٢هـ^٢ + ٥ = ١٠هـ$$



٤, ٤, ٠, ٦

$$(٤) \quad ٣ = ٤ب + ٢ب^٢$$

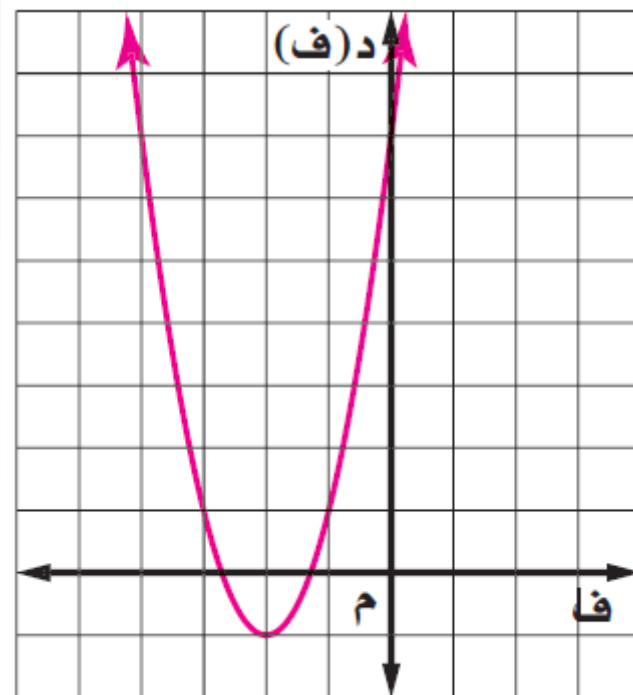


٠, ٦, ٤, ٦-



$$٦) \quad ٧- = ٢ف^٢ + ٨ف$$

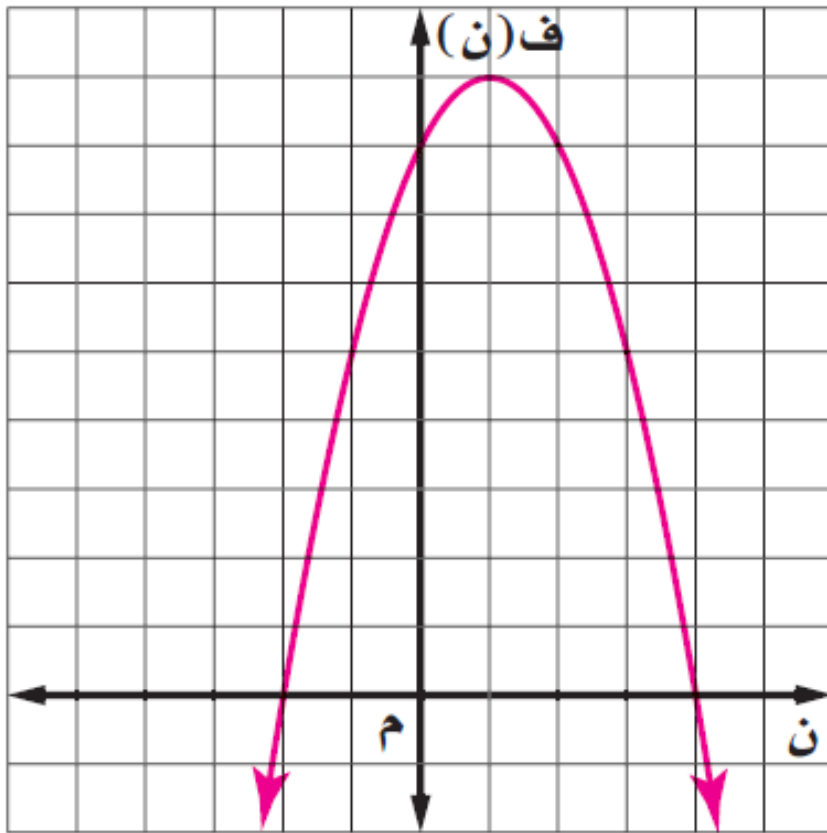
١-، ٣-، ٦٢، ٧-



(٧) نظرية الأعداد: عددان مجموعهما ٢، وحاصل ضربهما -٨، يمكن استعمال المعادلة التربيعية $-n^2 + 2n + 8 = 0$ لتحديد هذين العددين.

(أ) مثل الدالة $f(n) = -n^2 + 2n + 8$ بيانياً، وحدد المقطعين السينيين. -٢، ٤

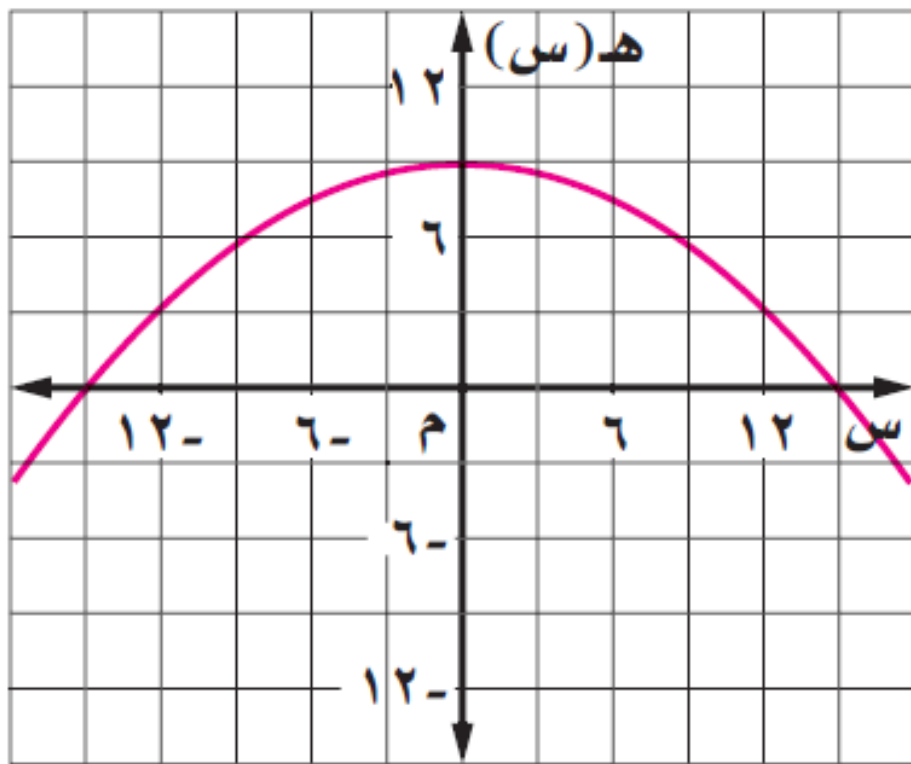
(ب) ما العددان؟ -٢، ٤



(٨) تصميم: جسر مشاة معلق بدعامة على شكل قطع مكافئ، وتُمثل الدالة $h(s) = -\frac{1}{25}s^2 + 9$ ارتفاع الدعامة بالأقدام، وتُمثل (س) نقطة منتصف الجسر.

(أ) مثل الدالة بيانيًا، وحدد المقطعين السينيين. -١٥، ١٥

(ب) ما طول الممر الواصل بين الدعامتين؟ ٣٠ قدمًا



حُلِّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملاً.

$$(١) \text{ س}^٢ - ٢٤\text{س} + \text{جـ}$$

١٤٤

$$(٢) \text{ س}^٢ + ٢٨\text{س} + \text{جـ}$$

١٩٦

$$(٣) \text{ س}^٢ + ٤٠\text{س} + \text{جـ}$$

٤٠٠

$$(٤) \text{ س}^٢ + ٣\text{س} + \text{جـ}$$

 $\frac{٩}{٤}$

$$(٥) \text{ س}^٢ - ٩\text{س} + \text{جـ}$$

 $\frac{٨١}{٤}$

$$(٦) \text{ س}^٢ - \text{س} + \text{جـ}$$

 $\frac{١}{٤}$ 

حل كل معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقرباً الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً.

$$(9) \quad 25 - = 56 + 30س - 2س$$

٢٧، ٣

$$(8) \quad 13 = 12س + 2س$$

١، ١٣-

$$(7) \quad 0 = 24 + 14س - 2س$$

١٢، ٢

$$(12) \quad 9 = 50 + 18س + 2س$$

٢، ٧-، ١٥، ٣-

$$(11) \quad 7 - = 6 + 10س - 2س$$

٨، ٥، ١، ٥

$$(10) \quad 0 = 9 + 8س + 2س$$

١، ٤-، ٦، ٦-

$$(15) \quad 0 = 4 - 5س، 4 + 9س، 0$$

$\frac{2}{3}$ ، ٦، $\frac{2}{6}$ -

$$(14) \quad 24س = 72 - 4س$$

٨، ٢، ٢، ٢-

$$(13) \quad 0 = 3 - 15س + 3س$$

٠، ٢، ٥، ٢-

$$(18) \quad 0 = 2 - 14س + 2س$$

١، ٥، ٥، ٥-

$$(17) \quad 0 = 10 - 2س - 1س$$

٥، ٤-

$$(16) \quad 0، 2 = 8س + 8س، 2س$$

٠، ٢، ٢، ٢-



١٩) نظرية الأعداد: عددان زوجيان متتاليان، حاصل ضربهما ٧٢٨، فما هما؟ ٢٦، ٢٨

٢٠) عمل: يُصمّم محمود صناديق المجوهرات والتحف، وتُمثّل الدالة $ص = س^2 + ٥٠س + ١٨٠٠$ ربحه (ص) بعد (س) شهرًا في أول سنتين من العمل.

(أ) اكتب معادلة تُمثّل الشهر الذي يكون ربح محمود فيه ٢٤٠٠ ريال. $٢٤٠٠ = ١٨٠٠ + ٥٠س + س^2$

(ب) استعمل طريقة إكمال المربع؛ لتحديد الشهر الذي يحصل فيه محمود على ٢٤٠٠ ريال.

الشهر العاشر

٢١) فيزياء: سقطت صخرة من علو ٢٥٦ قدمًا، وتُمثّل الدالة $ع = -١٦ن^2 + ٣٢ن + ٢٥٦$ ارتفاع الصخرة (ع) بعد (ن) ثانية من سقوطها. ما الزمن الذي تستغرقه الصخرة للوصول إلى الأرض؟ (إرشاد: $ع = ٠$)

١, ٥ ثانية



حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

حُلّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا.

$$(١) \quad ٠ = ٣ - ٢س + ٢س$$

١، ٣ -

$$(٢) \quad ٠ = ٧ + ٨س + ٢س$$

١ -، ٧ -

$$(٣) \quad ٠ = ٦ + ٤س - ٢س$$

∅

$$(٤) \quad ٠ = ٧ + ٦س - ٢س$$

٤، ٤، ١، ٦

$$(٥) \quad ٠ = ٥ - ٩س + ٢س$$

١ -، ٥ -، $\frac{1}{3}$

$$(٦) \quad ٠ = ١٠ + ١٢س + ٢س$$

١ -، ٥ -

$$(٧) \quad ١٢ - = ٢س - ٩س$$

∅

$$(٨) \quad ١٢ = ٢س - ٥س$$

٤، ١ -، $\frac{1}{3}$

$$(٩) \quad ٤ = ٣س + ٢س$$

١، ١ -، $\frac{1}{3}$

$$(١٠) \quad ٨س = ١ - ٣س$$

٠ -، ١، ٢، ٨ -

$$(١١) \quad ١٥ = ٤س + ٧س$$

١ -، ٣، $\frac{1}{4}$

$$(١٢) \quad ٠ = ٢، ٥ + ٢س + ٢س$$

∅

أوجد قيمة المميز لكل معادلة فيما يأتي، ثم حدّد عدد حلولها الحقيقية.

$$(15) \quad 2s^2 + 12s - 7 = 0$$

٨٨، حلان حقيقيان

$$(14) \quad s^3 + 3s^2 + 12 = 0$$

٣٩-، لا توجد حلول حقيقية

$$(13) \quad s^2 + 8s + 16 = 0$$

٠، حل حقيقي واحد

$$(18) \quad 3s^3 - 2s^2 = 5, 3$$

٤٦، حلان حقيقيان

$$(17) \quad 4s^2 + 9 = 12s$$

٠، حل حقيقي واحد

$$(16) \quad 2s^2 + 15s - 30 = 0$$

١٥-، لا توجد حلول حقيقية



١٩) فيزياء: سقطت قطعة من الطوب من ارتفاع ٣٠ قدمًا إلى الأرض، بسرعة ابتدائية مقدارها ١٠ أقدام في الثانية.

(أ) اكتب معادلة لإيجاد زمن وصول قطعة الطوب إلى الأرض. استعمل نموذج الحركة الرأسية:

$$e = 16n^2 + c \cdot n + l, \text{ حيث } (e) \text{ ارتفاع الجسم بعد } (n) \text{ ثانية، و } (c) \text{ السرعة الابتدائية، و } (l) \text{ الارتفاع}$$

الابتدائي. (إرشاد: بما أن الجسم يُلقى إلى الأسفل فالسرعة الابتدائية سالبة).

$$e = 16n^2 - 10n + 30$$

(ب) ما المدة الزمنية التي تستغرقها قطعة الطوب حتى تصل إلى الأرض؟

١, ١ ثانية تقريبًا



الفصل ٩

تبسيط العبارات الجذرية



الفهرس

٢٤



٢٣



٢٢



٢١



٢٧



٢٦



٢٥



تبسيط العبارات الجذرية

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{3} \sqrt{4} \quad \sqrt{6} \times \sqrt{8} \quad (٣)$$

$$\sqrt{15} \sqrt{2} \quad \sqrt{60} \quad (٢)$$

$$\sqrt{6} \sqrt{2} \quad \sqrt{24} \quad (١)$$

$$\sqrt{27} \text{ ت و } (٦)$$

$$\sqrt{2} \sqrt{90} \quad \sqrt{6} \sqrt{5} \times \sqrt{12} \sqrt{3} \quad (٥)$$

$$\sqrt{2} \sqrt{7} \quad \sqrt{14} \times \sqrt{7} \quad (٤)$$

$$\sqrt{3} \text{ و } \sqrt{3} \text{ ت و } (٣)$$

$$\frac{\sqrt{3} \sqrt{2}}{3} \quad \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \quad (٩)$$

$$\sqrt{108} \text{ اس } \sqrt{3} \text{ ص } \sqrt{2} \text{ ز } (٨)$$

$$\sqrt{50} \sqrt{5} \quad \sqrt{2} \sqrt{2} \sqrt{2} \sqrt{2} \quad (٧)$$

$$\sqrt{6} \text{ اس } \sqrt{3} \text{ ص } \sqrt{2} \text{ ز } \sqrt{3} \text{ ز } (٦)$$

$$\frac{\sqrt{11}}{11} \quad \sqrt{\frac{7}{11}} \times \sqrt{\frac{1}{7}} \quad (١٢)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{8} \quad \sqrt{\frac{5}{32}} \quad (١١)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad \sqrt{\frac{2}{10}} \quad (١٠)$$



$$\frac{\sqrt[3]{أب^3}}{\sqrt[2]{ب^2}} \quad \sqrt[4]{\frac{أ^9ب}{أب^4}} \quad (15)$$

$$\frac{\sqrt[3]{س^2}}{س^2} \quad \sqrt[3]{\frac{18}{س}} \quad (14)$$

$$\frac{\sqrt[3]{ك^6}}{4} \quad \frac{\sqrt[3]{ك^3}}{\sqrt[3]{8}} \quad (13)$$

$$\frac{\sqrt[3]{21} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3}}{26} \quad \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{27} - 1} \quad (18)$$

$$\frac{\sqrt[3]{4} - 12}{3} \quad \frac{8}{\sqrt[3]{3} + 3} \quad (17)$$

$$\frac{\sqrt[3]{3} + 15}{23} \quad \frac{3}{\sqrt[3]{2} - 5} \quad (16)$$

(19) **قفز مظلي**؛ عندما يقفز مظلي من طائرة في الهواء؛ يستغرق في السقوط الحر لمسافة معينة زمنًا يمكن تقديره بالمعادلة

$n = \sqrt[4]{\frac{2f}{9.8}}$ حيث (ن) الزمن بالثانية، (ف) المسافة بالأمتار. فإذا قفز المظلي من طائرة لمسافة 750 مترًا، فما الزمن

الذي يستغرقه في السقوط الحر؟

٤, ١٢ ثانية تقريبًا.



(٢٠) أرصاد جوية: يستعمل الراصدون الجويون المعادلة $n = \sqrt[3]{\frac{q}{216}}$ لتقدير زمن استمرار عاصفة رعديّة، حيث (ن) الزمن بالساعة، (ق) قطر العاصفة بالميل.

(أ) إذا كان قطر العاصفة الرعدية ٨ أميال. فقدر زمن استمرارها. واكتب إجابتك في أبسط صورة، وفي صورة كسر عشري. $5, 1 \text{ ساعة} \approx \frac{\sqrt[3]{8}}{9}$

(ب) إذا هبت عاصفة رعديّة قطرها مثلي قطر العاصفة السابقة، هل ستستمر مثلي زمن تلك العاصفة أيضًا؟ فسّر إجابتك.

لا؛ ستستمر العاصفة نحو ٤, ٤ ساعة أو ٣ أمثال زمن العاصفة الأولى تقريبًا.



العمليات على العبارات الجذرية

٩ - ٢

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(١) \sqrt{30} \sqrt{4} - \sqrt{30} \sqrt{8}$$

$$\sqrt{30} \sqrt{4}$$

$$(٢) \sqrt{5} \sqrt{5} - \sqrt{5} \sqrt{7} - \sqrt{5} \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{5} \sqrt{10}$$

$$(٣) \sqrt{13} \sqrt{7} - \sqrt{13} \sqrt{14} + \sqrt{13} \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{13} \sqrt{5}$$

$$\sqrt{2} \sqrt{14}$$

$$(٤) \sqrt{5} \sqrt{14} + \sqrt{20} \sqrt{4} + \sqrt{45} \sqrt{2}$$

$$(٥) \sqrt{10} \sqrt{4} + \sqrt{90} \sqrt{10} - \sqrt{40} \sqrt{5}$$

$$(٦) \sqrt{18} \sqrt{3} - \sqrt{50} \sqrt{3} + \sqrt{32} \sqrt{2}$$

$$(٨) \sqrt{32} \sqrt{3} - \sqrt{20} \sqrt{3} + \sqrt{18} \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \sqrt{6} + \sqrt{2} \sqrt{6}$$

$$(٩) \sqrt{\frac{2}{7}} \sqrt{14} - \sqrt{14} \sqrt{7}$$

$$\frac{\sqrt{14} \sqrt{6}}{7}$$

$$(٧) \sqrt{300} \sqrt{3} + \sqrt{18} \sqrt{3} + \sqrt{27} \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \sqrt{13} + \sqrt{2} \sqrt{3}$$

$$(١٢) \sqrt{12} \sqrt{4} - \sqrt{40} \sqrt{2} - \sqrt{50} \sqrt{3} + \sqrt{10} \sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3} \sqrt{3} - \sqrt{10} \sqrt{3}$$

$$(١١) (\sqrt{18} \sqrt{4} - \sqrt{20} \sqrt{5}) \sqrt{5}$$

$$-\sqrt{10} \sqrt{3}$$

$$(١٠) \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{32} \sqrt{3} + \sqrt{50} \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{17}}{2}$$



$$(18\sqrt{2} - 30\sqrt{3})(6\sqrt{2} + 10\sqrt{3}) \quad (15)$$

$$3\sqrt{2}4$$

$$^2(15\sqrt{2} - 5) \quad (14)$$

$$15\sqrt{2}10 - 40$$

$$(15\sqrt{2} + 10\sqrt{3})6\sqrt{2} \quad (13)$$

$$10\sqrt{2}3 + 15\sqrt{2}2$$

$$(6\sqrt{5} + 10\sqrt{3})(5\sqrt{2} - 3\sqrt{4}) \quad (18)$$

$$2\sqrt{3}0 + 30\sqrt{2}$$

$$(5\sqrt{2} - 6\sqrt{3})(8\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \quad (17)$$

$$10\sqrt{2}5 - 3\sqrt{3}0$$

$$(18\sqrt{2} + 48\sqrt{3})(12\sqrt{2} + 8\sqrt{3}) \quad (16)$$

$$6\sqrt{2}14 + 36$$

(19) سرعة الصوت: تُمثّل المعادلة $20\sqrt{2} + 273 = \sqrt{d}$ سرعة الصوت (ع) بالمتراً/ثانية قرب سطح الأرض، حيث (د) درجة حرارة السطح السيليزية.

(أ) ما سرعة الصوت قرب سطح الأرض عند الدرجتين 15° س، 2° س في أبسط صورة؟

$$2\sqrt{2}40 \text{ م/ث، } 11\sqrt{100} \text{ م/ث}$$

(ب) بكم تزيد سرعة الصوت عند الدرجة 15° س عليها عند الدرجة 2° س؟

$$11\sqrt{100} - 2\sqrt{2}40 \approx 7,75 \text{ م/ث}$$



٢٠ هندسة: مستطيل طوله $(\sqrt[3]{2} + \sqrt{5})$ مترًا، وعرضه $(\sqrt[3]{3} - \sqrt{6})$ مترًا.

(أ) أوجد محيط المستطيل في أبسط صورة.

$$2(\sqrt[3]{2} - \sqrt{22}) \text{ م}$$

(ب) أوجد مساحة المستطيل في أبسط صورة.

$$2(21\sqrt{3} - 192) \text{ م}^2$$



حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل.

٤ (٣) $11 = 3 + \sqrt{4r} \cdot 2$

٤٨ (٢) $\sqrt{s} = \sqrt[3]{4} \cdot 4$

٦٤ - (١) $8 = \sqrt{b}$

٥٣ (٦) $\sqrt[3]{4} = \sqrt{0 - m}$

٩٨ (٥) $7 = 3 - \sqrt{2 + k}$

٣٢ (٤) $2 - \sqrt{a} = 6$

٧٧ (٩) $18 = 0 + \sqrt{10 + s}$

٢٠ (٨) $9 = 2 + \sqrt{11 - 3j}$

٦٢ (٧) $\sqrt{8} = \sqrt{12 + 6n}$

∅ (١٢) $2 - \sqrt{\frac{r}{6}} = 6$

(١١) $\frac{1}{4} = 3 - \sqrt{\frac{s^3}{3}}$

٦٠ (١٠) $2 = 4 - \sqrt{\frac{d^3}{5}}$



$$x + w = \sqrt{x + w} \quad (15)$$

3 - 4

$$s = \sqrt{s^2 - 15} \quad (14)$$

3

$$\sqrt{6 + v} = v \quad (13)$$

3

$$3 + k = \sqrt{k + 24} \quad (18)$$

5, 3

$$2 - m = \sqrt{16 - 5m} \quad (17)$$

5, 4

$$5 - k = \sqrt{k - 17} \quad (16)$$

8

$$s = \sqrt{9 - s^2} \quad (21)$$

3

$$m = \sqrt{28 + m^3} - 4 \quad (20)$$

1 -

$$0 = 3 - t - \sqrt{17 + 4t} \quad (19)$$

2



(٢٢) كهرباء: يحسب فرق الجهد في دائرة كهربائية بالمعادلة $V = \sqrt{P \times R}$ ، حيث (قد) تمثل القدرة الكهربائية بالواط، (م) تمثل المقاومة بالأوم.

(أ) إذا كان فرق الجهد لدائرة كهربائية ١٢٠ فولت، وتنتج الدائرة ١٥٠٠ واط، فما مقاومة الدائرة؟ **٩, ٦ أوم**

(ب) إذا صُمم جهاز كهربائي يعمل على فرق جهد ١١٠ فولت، ومقاومته ١٠ أوم، فما قدرة الجهاز؟ **١٢١٠ واط**

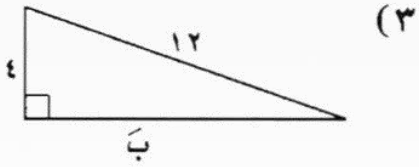
(٢٣) سقوط حر: على افتراض أنه لا توجد مقاومة للهواء، فإنه يمكن استعمال المعادلة $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ في حساب الزمن (ن) بالثواني الذي يستغرقه جسم ليسقط من ارتفاع (ع) قدم.

(أ) إذا قفز مظلي من طائرة في الهواء لمدة ١٠ ثوانٍ قبل أن يفتح مظلته، فكم قدمًا قطع في أثناء ذلك؟ **١٦٠٠ قدم**

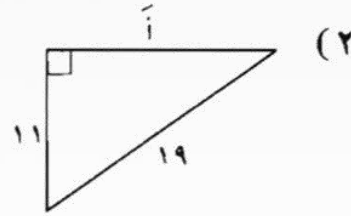
(ب) لنفترض أن مظليًا آخر قفز سقوطًا حرًا لمدة ٦ ثوانٍ، فكم قدمًا قطع في أثناء ذلك في الهواء؟ **٥٧٦ قدمًا**



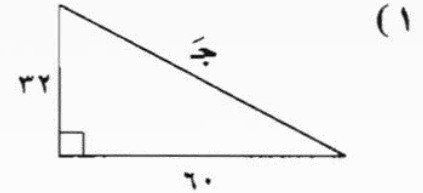
أوجد طول الضلع المجهول في كلٍّ مثلث مما يأتي، وقرّب الحل إلى أقرب جزء من مئة إن كان ذلك ضروريًا.



١١, ٣١



١٥, ٤٩



٦٨



حدد ما إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تُشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية، ثم حدّد إذا كانت تُشكّل ثلاثية فيثاغورس.

(٦) ١١، ٨، ٧ لا، لا

(٥) ٧٥، ٧٢، ٢١ نعم، نعم

(٤) ٢١، ١٨، ١١ لا، لا

(٩) $\sqrt{15}$ ، $2\sqrt{2}$ ، $\sqrt{7}$ نعم، لا

(٨) ١١، $\sqrt{10}$ ، ٩، ٢ نعم، لا

(٧) $\sqrt{161}$ ، ١٠، ٩ لا، لا

(١٠) تخزين: طول باب المخزن في منزل هاشم ٦ أقدام، وعرضه ٣ أقدام. ويريد أن يُخزّن فيه صندوقًا مربعًا طول ضلعه ٧ أقدام. هل يستطيع إدخال الصندوق قطريًا؟ وضح إجابتك.

لا، لأن أكبر طول يمكن أن يدخل خلال الباب هو $\sqrt{45} \approx 6.7$ أقدام



(١١) شاشة تلفاز، يقاس حجم التلفاز بطول قطر شاشته.

(أ) إذا كان بعدا شاشة تلفاز ٢٤ بوصة طولا، و١٨ بوصة عرضا، فما طول قطرها؟

٣٠ بوصة

(ب) قالت هند لزميلتها مها: إن قطر التلفاز في منزلهم ٣٥ بوصة. فإذا كان طول الشاشة ٢١ بوصة، فما عرضها؟

٢٨ بوصة

(ج) أخبرت مها زميلتها هند أن لديها تلفازا صغيرا قطره ٥ بوصات، وبعدا شاشته بوستان في ٣ بوصات. فهل هذه الأبعاد تناسب قطر التلفاز؟ فسّر إجابتك.

لا؛ إذا كان بعدا الشاشة ٢ × ٣ بوصات، فإن القطر يكون ٦١, ٣ بوصات تقريبا.



أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(3) \quad \left(\frac{1}{4}, 4\right), (2, 6)$$

$$(2) \quad (-2, -7), (9, 0)$$

$$(1) \quad (3, 1), (7, 4)$$

$$2, 5 \text{ أو } \frac{5}{2}$$

$$13, 04 \approx 17.0\sqrt{}$$

٥

$$(6) \quad (3, 2\sqrt{3}), (1, 2\sqrt{2})$$

$$(5) \quad (5, 3\sqrt{2}), (3, 3\sqrt{3})$$

$$(4) \quad (6, \frac{1}{3}), (7, 1)$$

$$4, 24 = 2\sqrt{3}$$

$$2, 60 \approx 7\sqrt{}$$

$$1, 67 = \frac{5}{3}$$



في الأسئلة ٧ - ١٢، أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ)، مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما.

$$(٧) (٤، ١-)، (٥، أ)، ف = ١٠ \quad أ = ٤- \text{ أو } ١٢ \quad (٨) (٢، ٥-)، (٧، أ)، ف = ١٥ \quad أ = ٧- \text{ أو } ١١$$

$$(٩) (٦، ٧-)، (٤، أ)، ف = \sqrt{١٨} \quad أ = ٣ \text{ أو } ٩ \quad (١٠) (٤، ١-)، (٨، أ)، ف = \sqrt{٥٠} \quad أ = ٥- \text{ أو } ٣-$$

$$(١١) (٨، ٥-)، (٤، أ)، ف = \sqrt{٨٥} \quad أ = ٦ \text{ أو } ١٠ \quad (١٢) (٧، ٩-)، (٥، أ)، ف = \sqrt{٢٩}$$

$$أ = ١٤- \text{ أو } ٤-$$



أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين مما يأتي:

$$(15) \quad (2, 3), (4, 0)$$

$$(1, 1, 5)$$

$$(14) \quad (2, 7), (8, 3)$$

$$(3, 5)$$

$$(13) \quad (9, 3), (6, 4)$$

$$(7, 5, 3, 5)$$

$$(18) \quad \left(\frac{1}{3}, 2\right), \left(1, \frac{2}{3}\right)$$

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$(17) \quad \left(\frac{1}{4}, 1\right), \left(\frac{1}{4}, 2\right)$$

$$\left(0, 1\frac{1}{4}\right)$$

$$(16) \quad (5, 1), (9, 13)$$

$$(7, 7)$$



١٩) كرة السلة: يقف ثلاثة لاعبين على النحو الآتي: عادل على بُعد ٩ أمتار إلى يمين أحمد، ومتقدمًا عنه بمسافة رأسية مقدارها ١٨ مترًا. وسمير على بُعد ٨ أمتار إلى يسار أحمد، ومتقدمًا عنه بمسافة رأسية مقدارها ١٣ مترًا.

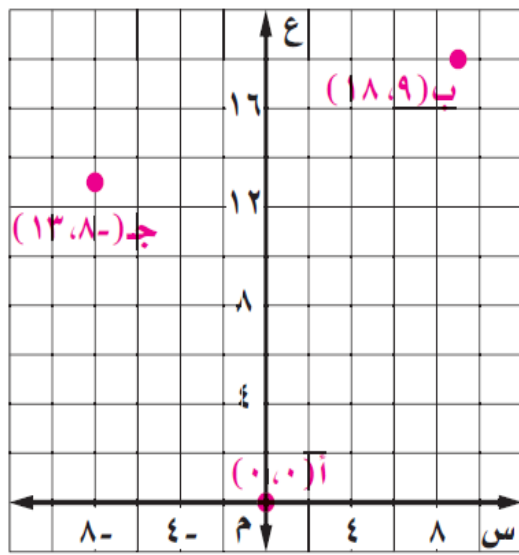
أ) ارسم نموذجًا على ورقة الرسم البياني يُمثل هذا الوضع. وافترض أن اللاعب أحمد يقف في $(٠, ٠)$.

ب) ما المسافة بين أحمد، وكل من عادل وسمير، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة؟

١, ٢٠, ٣, ١٥ مترًا

ج) ما المسافة بين عادل وسمير؟

٧, ١٧ م

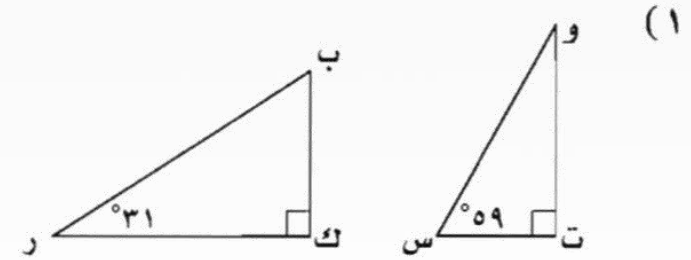
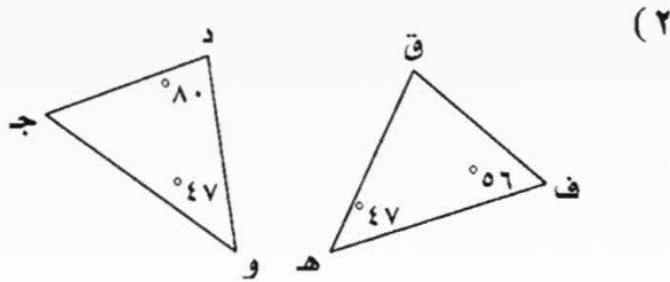


٢٠) خرائط: تسكن هيا وفاطمة في حين متجاورين، وعند تمثيل مواقع سكنهم في مستوى إحداثي طول ضلع كل مربع فيه كيلومتر واحد، كانت هيا عند النقطة $(-9, 1)$ وفاطمة عند النقطة $(5, -4)$. فما المسافة بين موقعيهما؟

١٤,٩ كم



حدّد إذا كان كل زوج من المثلثات في السؤالين الآتيين متشابهًا أم لا. وبرّر إجابتك.



نعم؛ $\Delta ك = \Delta ت = 90^\circ$

$\Delta ب = 180^\circ - (31^\circ + 90^\circ) = 59^\circ = \Delta س$

$\Delta و = 180^\circ - (59^\circ + 90^\circ) = 31^\circ = \Delta ر$

بما أن المثلثين متشابهان، لذا فإن قياساتهما المتناظرة متشابهة.

لا؛ $\Delta ج = 180^\circ - (80^\circ + 47^\circ) = 53^\circ$

بما أن قياسات الزوايا المتناظرة غير متساوية، لذا فإن المثلثين غير متشابهين

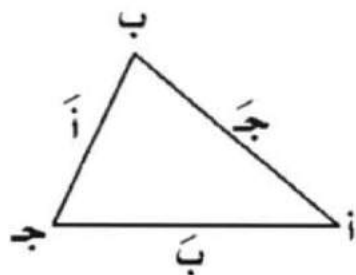
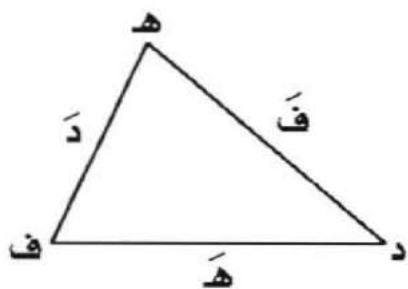
في الأسئلة ٣-١٠، إذا كان \triangle أ ب ج \sim \triangle د هـ ف، فأوجد قياسات العناصر المجهولة.

$$(٣) \quad \text{ج} = ٤, \text{د} = ١٢, \text{ه} = ١٦, \text{ف} = ٨, \text{أ} = ٦, \text{ب} = ٨$$

$$(٤) \quad \text{ه} = ٢٠, \text{أ} = ٢٤, \text{ب} = ٣٠, \text{ج} = ١٥, \text{د} = ١٦, \text{ف} = ١٠$$

$$(٥) \quad \text{أ} = ١٠, \text{ب} = ١٢, \text{ج} = ٦, \text{د} = ٤, \text{ه} = ٨, \text{ف} = ٤, ٢$$

$$(٦) \quad \text{أ} = ٤, \text{د} = ٦, \text{ه} = ٤, \text{ف} = ٣, \text{ج} = ٢, \text{ب} = \frac{٨}{٣}$$



$$(7) \text{ ب} = 15, \text{ د} = 16, \text{ هـ} = 20, \text{ ف} = 10, \text{ أ} = 12, \text{ ج} = \frac{15}{2}$$

$$(8) \text{ أ} = 16, \text{ ب} = 22, \text{ ج} = 12, \text{ ف} = 8, \text{ د} = \frac{32}{3}, \text{ هـ} = \frac{44}{3}$$

$$(9) \text{ أ} = \frac{5}{2}, \text{ ب} = 3, \text{ ف} = \frac{11}{2}, \text{ هـ} = 7, \text{ ج} = \frac{33}{14}, \text{ د} = \frac{35}{6}$$

$$(10) \text{ ج} = 4, \text{ د} = 6, \text{ هـ} = 625, \text{ ف} = 12, \text{ أ} = 2, \text{ ب} = 875, 1$$

(11) قياس: إذا كان طول ظل بناية 20 م، وطول ظل ذلك 90 سنتمترًا في تلك اللحظة، وطولك متر و 80 سنتمترًا، فما ارتفاع البناية؟

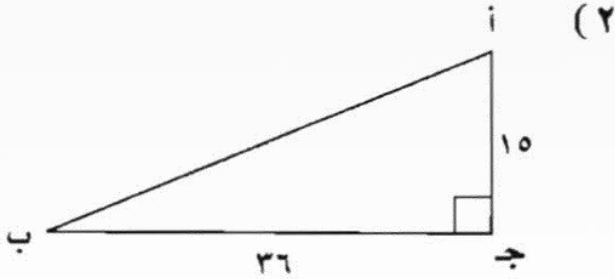
40 م

(12) نماذج: يستعمل المهندسون أشكالاً مثلثية لتدعيم أحد الجسور. فإذا عمل مراد نموذجًا للجسر مقياس الرسم فيه 1 سم لكل 2 م، وكان ارتفاع المثلث في النموذج 5، 4 سم، فما ارتفاع المثلث في التصميم الحقيقي؟

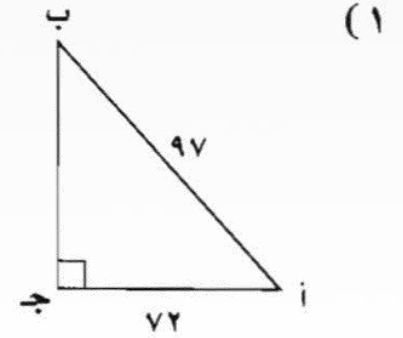
4، 5 م



أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية أ فيما يأتي:



$$\text{جا أ} = \frac{36}{39}, \text{جتا أ} = \frac{15}{39}, \text{ظا أ} = \frac{36}{15}$$



$$\text{جا أ} = \frac{72}{125}, \text{جتا أ} = \frac{97}{125}, \text{ظا أ} = \frac{72}{97}$$

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي مقربة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

(٥) جتا ٨١°

٠,١٥٦٤

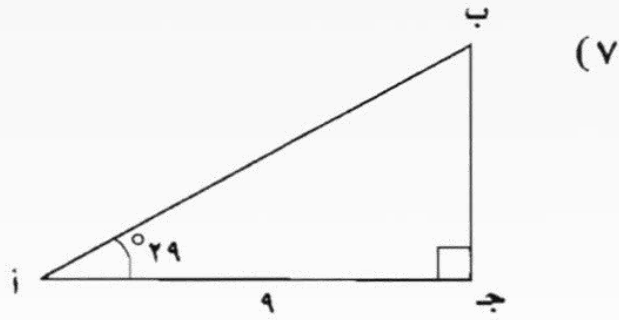
(٤) جا ٥٣°

٠,٧٩٨٦

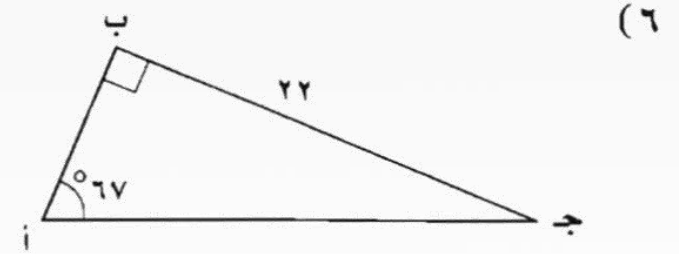
(٣) ظا ٢٦°

٠,٤٨٧٧

حل كل مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقربًا طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة.

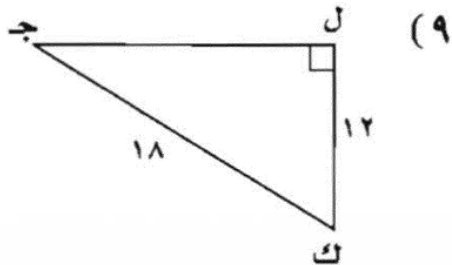


$$\Delta \text{ أ} = 61^\circ, \text{ أ ب} = 3, 10, \text{ ب ج} = 0, 5$$

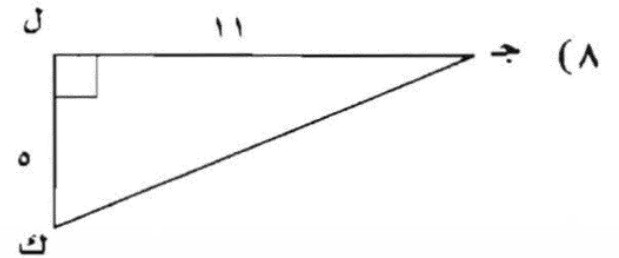


$$\Delta \text{ ب} = 23^\circ, \text{ أ ب} = 9, 23, \text{ أ ج} = 3, 9$$

أوجد ق Δ ج لكل مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقربًا إلى أقرب درجة.

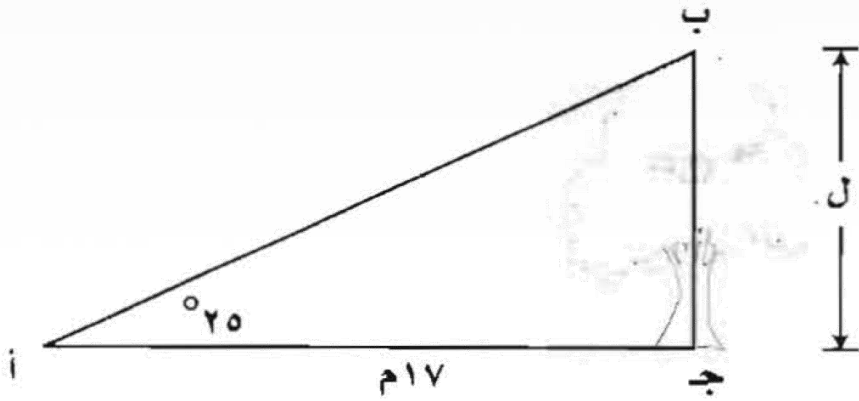


$$24^\circ$$



$$24^\circ$$

(١٠) مسح: إذا كان بعد النقطة أ عن قاعدة الشجرة يساوي ١٧ مترًا، والزاوية المحصورة بين الأرض عند النقطة أ وقمة الشجرة 25° ، فأوجد ارتفاع الشجرة.



٩, ٧ م

الفصل ١٠

الإحصاء و الاحتمالات



الفهرس

٣٠



٢٩



٢٨



٣٢



٣١



حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف أسلوب جمع البيانات المستعمل.

(١) علم النباتات: لتحديد مدى إصابة أشجار غابة بأحد أمراض الأوراق، قسّم مهندس زراعي الغابة إلى ١٠ أقسام، واختار عشوائياً مربعاً طوله ٢٠٠ قدم في كل قسم، وفحص جميع الأشجار في تلك المربعات.

العينة: الأشجار في المربعات المختارة؛ المجتمع: أشجار الغابة جميعها؛ التجربة.

(٢) مالية: لتحديد مدى انتشار الخدمات البنكية عبر الإنترنت في السعودية، قامت مؤسسة أبحاث بإرسال استبانة بالبريد إلى ٥٠٠٠ من المتعاملين مع البنوك؛ لمعرفة ما إذا كانوا يتعاملون مع بنوكهم عبر الإنترنت أم لا، وإن كانوا يتعاملون، فما عدد التعاملات في الشهر؟

العينة: ٥٠٠٠ شخص؛ المجتمع جميع المتعاملين مع البنوك؛ الدراسة المسحية.



حدّد في كل مما يأتي إن كانت العينة متحيّزة أم غير متحيّزة، وفسّر إجابتك.

(٣) أحذية: أراد مصنع أحذية أن يتحقّق من جودة الأحذية التي ينتجها. فقام بسحب ٢٠ زوجاً من الأحذية من خط التجميع في كل ٢٠ دقيقة لفحصها. **غير متحيّزة؛ لأن أزواج الأحذية اختيرت بطريقة العينة العشوائية المنتظمة.**

(٤) أعمال: لمعرفة أهم الامتيازات في نظر موظفي شركة كبيرة، طُلب إلى جهاز حاسب آلي أن يختار ٥٠ موظفاً عشوائياً. ثم أُجريت لهم مقابلة في قسم شؤون الموظفين.

غير متحيّزة؛ لأن كل موظف له الفرصة نفسها لأن يكون من العينة العشوائية البسيطة.

في السؤال الخامس حدّد العينة والمجتمع الذي اختيرت منه. ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة، وفسّر إجابتك:

(٥) أعمال: يقوم مكتب خدمات عامة بفحص الطلب من مضاعفات العدد ١٠٠ من جملة الطلبات المقدمة إليه؛ لضمان

إنجاز الطلبات بصورة سليمة حسب الأصول. **العينة: كل طلب أعطي رقمًا من مضاعفات العدد ١٠٠ من جملة**

الطلبات المقدمة؛ المجتمع: جميع الطلبات المقدمة لمكتب الخدمات العامة؛ عشوائية منتظمة؛ لأنه يتم الاختيار ضمن فترة محددة.



٦) بيئة: افترض أنك أردت أن تتحقق إذا كان أحد المصانع يلوث بفضلاته بحرًا قريبًا منه، صف طريقة غير متحيزة لفحص المياه، للتأكد من وجود ملوثات.

إجابة ممكنة: أخذ عينات من المياه مقدارها ١٠ أونصات في أوقات مختلفة من اليوم لفحصها، ومقارنة نتائج الفحوصات؛ لمعرفة إذا كانت فضلات المصنع تلوث المياه.

٧) مدارس: افترض أنك أردت معرفة القضايا الأكثر أهمية للمدرسين في إدارة التعليم في منطقتك، صف طريقة غير متحيزة لإجراء مسح لهذه الغاية.

إجابة ممكنة: أحصل على قائمة أسماء المدرسين، وأحدد رقمًا لكل مدرس من مدرسي المنطقة، وأختار ١٠ أرقام عشوائيًا، وأقابل كل واحد من المدرسين الذين تم اختيارهم.



أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هي الأنسب لتمثيل البيانات في كل مما يأتي؟ فسّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس.

(١) آلات حاسبة؛ عدد الآلات الحاسبة البيانية مع طلاب الفصول المختلفة هي:

٢٠، ١٩، ٢٠، ٢٠، ١٨، ١٩، ٢٠، ١٨، ١٩. **المنوال؛ ٢٠**

(٢) ميزانية؛ سجّلت إحدى العائلات قيمة فواتير الكهرباء لعدد من الأشهر فكانت:
١٣٤ ريالاً، ١٢٢ ريالاً، ١٢٨ ريالاً، ١٢٧ ريالاً، ١٣٦ ريالاً، ١٢٠ ريالاً، ١٢٩ ريالاً.

المتوسط الحسابي؛ ١٢٨ ريالاً

(٣) صراف آلي؛ تابع أحد البنوك عدد مستخدمي الصراف الآلي في كل ساعة، فكان:

٤٣، ٤٨، ٥٤، ١٢٠، ٤٤، ٤٢، ٣٩.

الوسيط؛ ٤٤



حدّد صحة كلّ من المعلومات والاستنتاجات لتقرير كلّ دراسة مسحية فيما يأتي:

(٤) واجبات منزلية: سأل مشعل ١٦ طالباً من زملائه في قاعة المكتبة.

السؤال: هل يكلف معلمو المدرسة الطلاب حل واجبات كثيرة؟

النتائج: نعم: ٩٤٪؛ لا: ٦٪.

الاستنتاج: يجب على معلمي المدرسة تقليل الواجبات التي يحدّدونها للطلاب. **الغينة ليست عشوائية؛ فقد تكون**

النتائج غير صحيحة، يريد الطلاب أن تظهر النتائج بهذا الشكل، لذا قد تكون البيانات متحيزة

(٥) تدخين: استطلعت صحيفة آراء ٥٠٠ من البالغين الذين تم اختيارهم عشوائياً في منطقة الرياض.

السؤال: هل تؤيد منع التدخين في المطاعم والأماكن العامة المغلقة في منطقة الرياض؟

النتائج: نعم ٥٨٪، لا: ٤١٪، غير متأكد: ١٪.

الاستنتاج: يجب منع التدخين في الأماكن العامة المغلقة في المملكة العربية السعودية.

تبدو البيانات صحيحة، وقد لا يكون الاستنتاج صحيحة؛ لأن الاستطلاع شمل منطقة واحدة فقط في المملكة.



حدّد إذا كانت طريقة تمثيل النتائج تعطي صورة صحيحة حول نتائج الدراسات المسحية، الآتية. وفسّر إجابتك.

٦) دوام وظيفي: أجرت مؤسسة إعلامية استطلاعاً شمل ٦٠٠ شخص تم اختيارهم عشوائياً من موظفي القطاع العام.

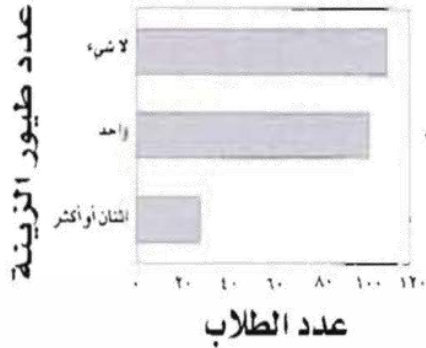
السؤال: هل تؤيد أم تعارض تأخير بدء دوام الموظفين مدة ساعة؟

الاستنتاج: يؤيد موظفو القطاع العام تأخير بداية الدوام لمدة ساعة.



التمثيل البياني مضلل؛ لأن القطاعين معارض بشدة، ومؤيد بشدة، لهما اللون نفسه تقريباً، وفي الحقيقة أكثر الموظفين يعارضون تأخير بدء الدوام لمدة ساعة.

٧) طيور الزينة: استطلع سعيد آراء مجموعة من الطلاب تم اختيارهم عشوائياً من بين طلاب مدرسته، حول عدد طيور الزينة التي يملكونها. وسجّل النتائج، ومثلها بالتمثيل البياني المجاور. استعمل البيانات في كتابة استنتاج حول عدد طيور الزينة التي يملكها الطلاب.



عين العينة والمجتمع في كل من الموقفين الآتين، ثم صف إحصائي العينة و معلمة المجتمع:

(١) هندسة: اختار مهندس مدني عشوائياً ٥ تقاطعات عليها إشارات ضوئية في مدينة الدمام، وحسب وسيط مدة الضوء الأحمر على هذه التقاطعات.

العينة: ٥ تقاطعات عليها إشارة ضوئية. المجتمع: تقاطعات المدينة جميعها التي عليها إشارات ضوئية
إحصائي العينة: وسيط مدة الضوء الأحمر في العينة؛ المَعْلَم: وسيط مدة الضوء الأحمر في كل تقاطعات المدينة.

(٢) كرة قدم: اختارت مؤسسة بحثية ١٠ مباريات من مباريات دوري أبطال آسيا التي لعب فيها أحد الفرق المشهورة. وحسب الوسيط لعدد الحضور في هذه المباريات العشر.

العينة: المباريات العشر التي تم اختيارها.
المجتمع: المباريات جميعها التي لعب فيها هذا الفريق المشهور.
إحصائي العينة: وسيط عدد الحضور في المباريات العشر؛ المَعْلَم: وسيط عدد الحضور للمباريات جميعها التي لعبها هذا الفريق.



أوجد الانحراف المتوسط، لكل مجموعة من البيانات الآتية:

(٣) كرة سلة: سُجِّلَت النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة فكانت:

٧٨، ٨١، ٨٦، ٧٧، ٧٥.

٢٨، ٣

(٤) طقس: سجّل راصد جوي عدد العواصف الرعدية التي وقعت في كل شهر في إحدى المناطق فكانت:

٠، ٤، ٧، ١، ٣، ٥، ٢.

٨٨، ١ تقريبًا



أوجد المتوسط الحسابي، والتباين، والانحراف المعياري مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة، لكل من مجموعات البيانات الآتية:

$$(6) \{2, 5, 8, 11, 4\} \quad \bar{x} = 6;$$

$$s^2 = 10, \quad s \approx 3, 16$$

$$(5) \{6, 11, 16, 9\} \quad \bar{x} = 10, \quad s^2 = \frac{53}{4}$$

$$s \approx 3, 64$$

$$(8) \{1, \frac{5}{4}, 4, \frac{11}{4}, \frac{1}{4}, 3\}$$

$$\bar{x} = 2, 75;$$

$$s^2 = \frac{139}{48}, \quad s \approx 1, 70$$

$$(7) \{4, 23, 8, 16, 7, 9, 1, 22\} \quad \bar{x} = 18,$$

$$s^2 = 29, 075$$

$$s \approx 5, 39$$

$$(10) \{13, 24, 22, 17, 14, 29, 15, 22\}$$

$$\bar{x} = 19, 5;$$

$$s^2 = 27, 75, \quad s \approx 2, 57$$

$$(9) \{145, 166, 171, 150, 188\}$$

$$\bar{x} = 144,$$

$$s^2 = 877, 2$$

$$s \approx 29, 62$$



استعمل مبدأ العدّ الأساسي لإيجاد قيمة كل مما يأتي:

(١) مهام: يرغب أحمد في زيارة ٦ متاجر في طريق عودته إلى بيته من العمل. بكم طريقة يمكن أن يرتب زيارته هذه المتاجر الستة؟

٧٢٠

(٢) اقتراع: ينتظر ٨ أشخاص للإدلاء بأصواتهم في انتخابات مجلس إدارة شركة. بكم طريقة يمكن أن يصطف هؤلاء للإدلاء بأصواتهم؟

٤٠٣٢٠



أوجد قيمة العبارات الآتية:

$$2730 \quad {}_3J^{10} \quad (5)$$

$$120 \quad {}_3J^6 \quad (4)$$

$$990 \quad {}_3J^{11} \quad (3)$$

$$35 \quad {}_3C^7 \quad (8)$$

$$220 \quad {}_3C^{12} \quad (7)$$

$$10 \quad {}_9C^{10} \quad (6)$$

$$1716 \quad {}_3J^{13} \quad (11)$$

$$495 \quad {}_4C^{12} \quad (10)$$

$$35 \quad {}_4C^7 \quad (9)$$

$$16 \quad {}_{10}C^{17} \quad (14)$$

$$136 \quad {}_2C^{17} \quad (13)$$

$$1820 \quad {}_{12}C^{17} \quad (12)$$

$$13 \quad {}_1J^{13} \quad (17)$$

$$1663200 \quad {}_7J^{11} \quad (16)$$

$$1860480 \quad {}_5J^{20} \quad (15)$$

$$3432 \quad {}_7C^{14} \quad (20)$$

$$32760 \quad {}_4J^{10} \quad (19)$$

$$969 \quad {}_{17}C^{19} \quad (18)$$



(٢١) رياضة: بكم طريقة يمكن ترتيب أول خمسة متسابقين يصلون إلى خط النهاية في أحد السباقات الرياضية؟

١٢٠

(٢٢) إجراءات قضائية: يرغب المجلس الأعلى للقضاء في اختيار ٣ قضاة من بين ٨ قضاة للنظر في قضايا جنائية. وكان خمسة من القضاة يحملون درجة الدكتوراه في القانون، و٣ يحملون درجة الماجستير في القانون.

(أ) هل يتضمن اختيار القضاة تباديل أم توافيق؟

توافيق

(ب) بكم طريقة يمكن اختيار القضاة الثلاثة؟

٥٦

(ج) إذا تم اختيار القضاة الثلاثة عشوائياً، فما احتمال أن يكونوا جميعاً من حملة درجة الدكتوراه؟

$$\frac{5}{28} = 18\% \text{ تقريباً}$$



يحتوي كيس على ٥ كرات حمراء، و ٣ بنية، و ٦ صفراء، و كرتين زرقاوين. إذا سُحبت ٣ كرات عشوائياً من الكيس دون إرجاع، فأوجد الاحتمالات الآتية:

$$\frac{1}{84}$$

(٢) ح (حمراء، ثم حمراء، ثم زرقاء)

$$\frac{3}{112}$$

(١) ح (بنية، ثم صفراء، ثم حمراء)

(٤) ح (بنية، ثم بنية، ثم ليست صفراء)

(٣) ح (صفراء، ثم صفراء، ثم ليست زرقاء)

$$\frac{1}{70}$$

$$\frac{3}{28}$$



رُمي مكعب أرقام، وسُحبت بطاقة من كيس فيه ١٠ بطاقات حمراء، و ١٠ بيضاء و ١٠ زرقاء و ١٠ خضراء، وكانت البطاقات من كل لون مرقمة من ١ إلى ١٠. أوجد الاحتمالات الآتية.

(٦) ح (عدد أولي وبطاقة زرقاء) $\frac{1}{8}$

(٥) ح (العدد ٦ وبطاقة تحمل رقم ١٠) $\frac{1}{20}$

(٨) ح (عدد أكبر من ١ وبطاقة ليست خضراء) $\frac{5}{8}$

(٧) ح (عدد أقل من ٣ وبطاقة حمراء) $\frac{1}{12}$



٩) **طقس:** ذكر الراصد الجوي أن فرصة سقوط أمطار يوم الثلاثاء تساوي ٤٠٪، وفرصة سقوط أمطار يوم الأربعاء ٦٠٪. إذا كان الاحتمالان مستقلين، فما احتمال سقوط المطر في اليومين معاً؟

٢٤٪

١٠) **طعام:** وضع حسين في كيس وصفات لأربعة أطباق من المعكرونة، وخمسة أطباق من اللحم بالخضار، وثلاثة أطباق من المقبلات، وثمانية أطباق من الحلوى.

(أ) إذا اختار حسين إحدى الوصفات عشوائياً، فما احتمال أن يختار وصفة معكرونة أو وصفة لحم بالخضار؟

$$\frac{9}{20} = 45\%$$

(ب) إذا اختار حسين إحدى الوصفات عشوائياً، فما احتمال ألا يختار طبق حلوى؟ $60\% = 0,6$

(ج) إذا اختار حسين وصفتين عشوائياً دون إرجاع، فما احتمال أن تكون الأولى وصفة طبق لحم بالخضار، والثانية وصفة طبق حلوى؟

