مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا، وأوجد مقطع المحور y، وحدِّد مجالها، ومداها، ثم استعمل تمثيلها البياني لتقدير قيمة المقدار العددي المعطى إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك:

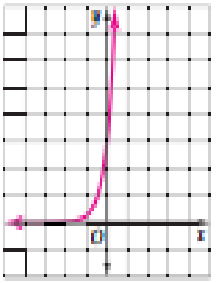
1) $y = 3.11^x$، $3\,(11)^{-0.3}$

2) $y = \left(\frac{1}{12}\right)^x$، $\left(\frac{1}{12}\right)^{0.5}$

3: المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى = $\{y \mid y > 0\}$

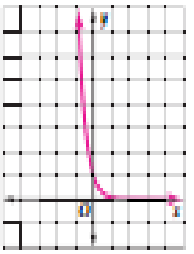
$3(11)^{-0.3} \approx 1.9$



1: المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى = $\{y \mid y > 0\}$

$\left(\frac{1}{12}\right)^{0.5} \approx 0.3$



مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا، وحدِّد مجالها، ومداها.

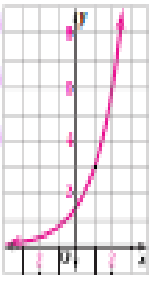
3) $y = 1.5(2)^x$

4) $y = 4(3)^x$

5) $y = 3(0.5)^x$

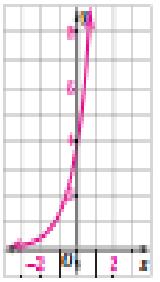
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى هو (R^+)



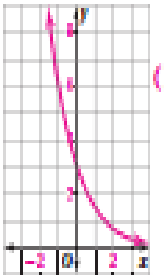
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى هو (R^+)



المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى هو (R^+)



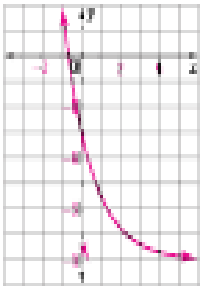
6) $y = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x - 8$

7) $y = -2\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$

8) $y = \frac{1}{2}(3)^{x+4} - 5$

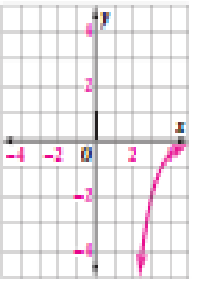
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى = $\{y \mid y > -8\}$



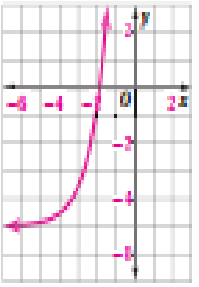
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى = $\{y \mid y < 0\}$



المجال مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

المدى = $\{y \mid y > -5\}$



9) أحياء، تحوي عينة مخبرية 12000 خلية بكتيرية، ويتضاعف عددها يوميًّا.

a) اكتب دالة أسية تمثّل عدد الخلايا البكتيرية بعد x يوم. $y = 12000\,(2)^x$

b) ما عدد الخلايا البكتيرية بعد 6 أيام؟ 768000 خلية

10) جامعات، بلغ عدد طلاب السنة الرابعة في إحدى الجامعات 4000 طالب عام 1429 هـ، ويُتوقّع زيادة العدد بنسبة 5% سنويًّا. اكتب دالة أسية تمثل عدد طلاب السنة الرابعة في الجامعة y بعد t سنة من عام 1429 هـ.

$y = 4000\,(1.05)^t$

2-2 حل المعادلات والمتباينات الأسية

حُلَّ كل معادلة مما يأتي:

1) $4^{x+35} = 64^{x-3}$ $x = 22$

2) $\left(\frac{1}{64}\right)^{0.5x-3} = 8^{6x-2}$ $x = \frac{4}{5}$

3) $3^{x-4} = 9^{x+28}$ $x = -60$

4) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x+2} = 64^{x-1}$ $x = \frac{1}{5}$

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} = 16^{3x+1}$ $x = -\frac{1}{13}$

6) $3^{4x-2} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1}$ $x = 0$

7) $400 = \left(\frac{1}{20}\right)^{2x+3}$ $x = -\frac{10}{7}$

8) $10^{2x+7} = 1000^{x}$ $x = 7$

اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ للتمثيل البياني المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

9) $(0,5),(4,3125)$ $y = 5(5)^x$

10) $(0,8),(4,2048)$ $y = 8(4)^x$

11) $(0,\frac{3}{4}),(2,36.75)$ $y = 0.75(7)^x$

12) $(0,-0.2),(-3,-3.125)$ $y = -0.2(0.4)^x$

13) $(0,15),\left(2,\frac{15}{16}\right)$ $y = 15\left(\frac{1}{4}\right)^x$

14) $(0,0.7),\left(\frac{1}{2},3.5\right)$ $y = 0.7(25)^x$

حُلَّ كل متباينة مما يأتي:

15) $400 > \left(\frac{1}{20}\right)^{2x+3}$ $x > -\frac{10}{7}$

16) $10^{2x+7} \geq 1000^{x}$ $x \leq 7$

17) $\left(\frac{1}{16}\right)^{3x-4} \leq 64^{x-1}$ $x \geq \frac{11}{9}$

18) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x-6} < 4^{4x+5}$ $x > \frac{8}{11}$

19) $\left(\frac{1}{36}\right)^{x+3} \leq 216^{x-3}$ $x \geq -\frac{7}{5}$

20) $128^{x+2} < \left(\frac{1}{1024}\right)^{2x}$ $x < -\frac{7}{9}$

21) علوم، إذا كان عدد الخلايا البكتيرية في عينة A يساوي 36^{2t+3} خلية عند الزمن t، وعددها في عينة B يساوي 216^{t+18} عند الزمن نفسه، فمتى يصبح عدد الخلايا متساويًا في العينتين؟ $t = 3$

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي على الصورة الأسية:

1) $\log_6 216 = 3$ $6^3 = 216$

2) $\log_2 64 = 6$ $2^6 = 64$

3) $\log_3 \frac{1}{81} = -4$ $3^{-4} = \frac{1}{81}$

4) $\log_{10} 0.00001 = -5$ $10^{-5} = 0.00001$

5) $\log_{32} 5 = \frac{1}{2}$ $25^{\frac{1}{2}} = 5$

6) $\log_{32} 8 = \frac{3}{5}$ $32^{\frac{3}{5}} = 8$

اكتب كل معادلة أسية مما يأتي على الصورة اللوغاريتمية:

7) $5^3 = 125$ $\log_5 125 = 3$

8) $7^0 = 1$ $\log_7 1 = 0$

9) $3^4 = 81$ $\log_3 81 = 4$

10) $3^{-4} = \frac{1}{81}$ $\log_3 \frac{1}{81} = -4$

11) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64} = 3$

12) $7776^{\frac{1}{5}} = 6$ $\log_{7776} 6 = \frac{1}{5}$

أوجد قيمة كل مما يأتي:

13) $\log_3 81 = 4$

14) $\log_{10} 0.0001 = -4$

15) $\log_2 \frac{1}{16} = -4$

16) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$

17) $\log_9 1 = 0$

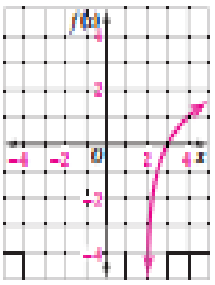
18) $\log_8 4 = \frac{2}{3}$

19) $\log_7 \frac{1}{49} = -2$

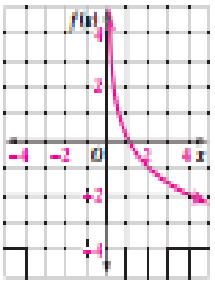
20) $\log_6 6^4 = 4$

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًا:

21) $f(x) = \log_2 (x - 2)$



22) $f(x) = -2 \log_4 x$



23) صوت، تستعمل المعادلة $L = 10 \log_{10} R$ لإيجاد شدة الصوت L بالديسيبل، حيث R الشدة النسبية للصوت. والأصوات التي تزيد شدتها على 120 dB ذات أثر سلبي على الإنسان. ما الشدة النسبية لصوت شدته 120 dB؟ 10^{12}

24) استثمار، استثمر ماجد 100000 ريال في مشروع متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 4%، وتُضاف الأرباح سنويًا إلى رأس المال، إذا كان المبلغ الكلي المتوقع A بعد 5 سنوات من الاستثمار دون أي سحب أو إضافة يُعطى بالمعادلة $\log_{10} A = \log_{10} [100000(1 + 0.04)^5]$، فاكتب المعادلة على الصورة الأسية. $A = 10000(1 + 0.04)^5$

2 - 4 خصائص اللوغاريتمات

استعمل $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ ، $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ لتقريب قيمة كلٍّ مما يأتي:

1) $\log_{10} 35$ 1.5441

2) $\log_{10} 25$ 1.3980

3) $\log_{10} \frac{7}{5}$ 0.1461

4) $\log_{10} \frac{5}{7}$ −0.1461

5) $\log_{10} 245$ 2.3892

6) $\log_{10} 175$ 2.2431

7) $\log_{10} 0.2$ −0.6990

8) $\log_{10} \frac{25}{7}$ 0.5529

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المطولة:

9) $\log_2 [(2x)^3 (x+1)]$ $3 + 3\log_2 x + \log_2 (x+1)$

10) $\log_8 [(4x+2)^3 (x-4)]$ $3\log_8 (4x+2) + \log_8 (x-4)$

11) $\log_{13} \frac{3x^4}{\sqrt[3]{7x-3}}$ $\log_{13} 3 + 4\log_{13} x - \frac{1}{3}\log_{13} (7x-3)$

12) $\log_2 \frac{(x+1)^3}{\sqrt[4]{x+5}}$ $3\log_2 (x+1) - \frac{1}{3}\log_2 (x+5)$

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المختصرة:

13) $3\log_2 (5x+6) - \frac{1}{2}\log_2 (x-4)$ $\log_2 \frac{(5x+6)^3}{\sqrt{x-4}}$

14) $2 - \log_7 6 - 2\log_7 x$ $\log_7 \frac{49}{6x^2}$

15) $\log_3 8 + \log_3 x - 2\log_3 (x+4)$ $\log_3 \frac{8x}{(x+4)^2}$

16) $\log_{10} y + \log_{10} 3 \quad \frac{1}{3}\log_{10}(x) + 2\log_{10} z$ $\log \frac{3yz^2}{\sqrt[3]{x}}$

17) $\log_3 y + \log_3 x - \frac{1}{2}\log_3 x + 3\log_3 z$ $\log_3 \frac{xyz^3}{\sqrt{x}}$

احسب قيمة كلٍّ مما يأتي:

18) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$ 3

19) $\log_{100} 10000$ 2

20) $\log_2 \sqrt[5]{4}$ $\frac{2}{5}$

21) صوت، تذكر أن شدة الصوت L بالديسيبل تُعطى بالعلاقة $L = 10\log_{10} R$، حيث R شدة الصوت النسبية. إذا أصبحت الشدة النسبية لصوت ما 3 أمثال ما كانت عليه، فكم ديسيبل تزيد شدة الصوت؟ 4.8 dB تقريبًا

حُلَّ كل معادلة أو متباينة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك.

1) $x + 5 = \log_4 256$ $x = -1$

2) $\log_3 (4x - 17) = 5$ $x = 65$

3) $\log_{12} (x^2 - 4) = \log_{12} 3x$ $x = 4$

4) $\log_6 (3 - x) \leq \log_6 (x - 1)$ $\{x | 3 > x \geq 2\}$

5) $\log_6 (-6x) = 1$ $x = -\frac{4}{3}$

6) $\log_{10} (x - 5) = \log_{10} 2x$ لا يوجد حل

7) $4 \log_7 n = \frac{2}{3} \log_7 8$

8) $8 \log_{10} u = \frac{3}{2} \log_{10} 4$

9) $6 \log_6 x + \log_6 9 = \log_6 54$

10) $12 \log_8 48 - \log_8 w = \log_8 4$

11) $2 \log_3 (3u + 14) - \log_3 5 = \log_3 2u$

12) $3 \; 4 \log_2 x + \log_2 5 = \log_2 405$

13) $\frac{1}{4} \log_3 y = -\log_3 16 + \frac{1}{3} \log_3 64$

14) $4 \log_2 d - 5 \log_2 2 - \log_2 8$

15) $2 \log_{10} (3m - 5) + \log_{10} m = \log_{10} 2$

16) $1 \log_{10} (b + 3) + \log_{10} b = \log_{10} 4$

17) $2 \log_8 (t + 10) - \log_8 (t - 1) = \log_8 12$

18) $0 \log_3 (a + 3) + \log_3 (a + 2) = \log_3 6$

19) $2 \log_{10} (r + 4) - \log_{10} r = \log_{10} (r + 1)$

20) $3 \log_4 (x^2 - 4) - \log_4 (x + 2) = \log_4 1$

21) $25 \log_{10} 4 + \log_{10} w = 2$

22) $4 \log_8 (n - 3) + \log_8 (n + 4) = 1$

23) $\pm 4 \; 3 \log_5 (x^2 + 9) - 6 = 0$

24) $3 \log_{16} (9x + 5) - \log_{16} (x^2 - 1) = \frac{1}{2}$

25) $8 \log_8 (2x - 5) + 1 = \log_8 (7x + 10)$

26) $0 \log_2 (5y + 2) - 1 = \log_2 (1 - 2y)$

27) $101 \log_{10} (c^2 - 1) - 2 = \log_{10} (c + 1)$

28) $6 \log_7 x + 2 \log_7 x - \log_7 3 = \log_7 72$

29) $\{x | 0 > x > -\frac{4}{3}\} \log_8 (-6x) < 1$

30) $\{x | 1 < x < 2\} \log_8 (x + 2) > \log_8 (6 - 3x)$

31) $\{x | 27 \geq x > 0\} \log_{81} x \leq 0.75$

32) $\{x | 11 > x > -6\} \log_2 (x + 6) < \log_2 17$

33) $\log_{12} (2x - 1) > \log_{12} (5x - 16)$ $\{x | 3\frac{1}{5} < x < 5\}$

34) $\log_{10} (x - 5) > \log_{10} 2x$ لا يوجد حل

35) $\log_2 (x + 3) < \log_2 (1 - 3x)$ $\{x | -3 < x < -\frac{1}{2}\}$

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

1) $\log 101$ 2.0043 2) $\log 2.2$ 0.3424 3) $\log 0.05$ −1.3010

استعمل الصيغة $pH = -\log[H+]$ لإيجاد pH لكل مادة مما يأتي، إذا كان تركيز أيون الهيدروجين فيها على النحو المعطى:

4) الحليب، $[H+] = 2.51 \times 10^{-7}$ mol/L 6.6 تقريبًا

5) المطر الحمضي، $[H+] = 2.51 \times 10^{-4}$ mol/L 5.6 تقريبًا

6) القهوة، $[H+] = 1.0 \times 10^{-5}$ mol/L 5

7) الحليب القلي بالماغنيسيوم، $[H+] = 3.16 \times 10^{-11}$ mol/L 10.5 تقريبًا

حُلَّ كل معادلة أو متباينة مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

8) $5^x = 120$ 2.9746 9) $6^x = 45.6$ 2.1319 10) $3.5^x = 47.9$ 3.0885

11) $8.2^x = 64.5$ 1.9802 12) $4^{2x} = 27$ 1.1887 13) $2^{x-4} = 82.1$ 10.3593

14) $5^{x+3} = 17$ −1.2396 15) $30^x = 50$ ±1.0725 16) $5^{x-3} = 72$ ±2.3785

17) $4^{2x} > 9^{x+1}$ $x > 3.8188$ 18) $2^{n+1} \leq 5^{2n-1}$ $n \geq 0.9117$

اكتب كلًّا مما يأتي بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

19) $\log_5 12$ $\frac{\log 12}{\log 5}$, 1.5440 20) $\log_8 32$ $\frac{\log 32}{\log 8}$, 1.6667 21) $\log_{11} 9$ $\frac{\log 9}{\log 11}$, 0.9163

22) $\log_2 18$ $\frac{\log 18}{\log 2}$, 4.1699 23) $\log_9 6$ $\frac{\log 6}{\log 9}$, 0.8155 24) $\log_7 \sqrt{8}$ $\frac{\log 8}{2 \log 7}$, 0.5343

25) **درجة الحموضة**، استعمل الصيغة الواردة في الأسئلة 7-4 أعلاه. إذا كان الرقم الهيدروجيني (pH) لمحلول الخل 2.9، وللحليب 6.6، فكم مرة (تقريبًا) يساوي تركيزُ أيون الهيدروجين في الخل تركيزَه في الحليب؟
5000 مرة تقريبًا

26) **أحياء**، تحتوي عينة مخبرية على 1000 خلية بكتيرية، ويتضاعف عددها كل ساعة، ويعطى عددها N بعد t ساعة بالصيغة $N = 1000(2)^t$. ما الزمن اللازم ليصل عدد الخلايا البكتيرية إلى 50000 خلية؟ 5.6 h تقريبًا

27) **صوت**، تُعطَى شدة الصوت L بالديسيبل بالمعادلة $L = 10 \log R$، حيث R شدة الصوت النسبية، إذا كانت شدة صوت صفارة إنذار 150 dB، وشدة صوت محرك الطائرة الحربية 120 dB، فكم مرة من شدة الصوت النسبية لصفارة الإنذار تساوي شدةُ الصوت النسبية لمحرك الطائرة الحربية؟ 1000 مرة