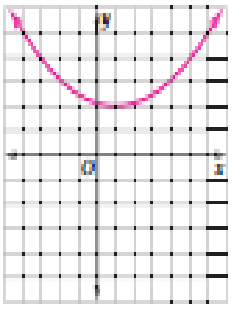
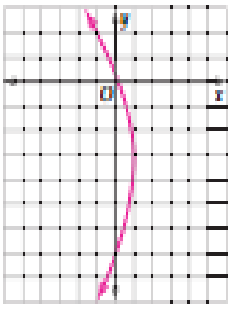
حدِّد خصائص القطع المكافئ الممثلة معادلته في كلٍّ مما يأتي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $(x-1)^2 = 8(y-2)$



الرأس $(1, 2)$؛ البؤرة $(1, 4)$ ؛
معادلة محور التماثل $x = 1$ ؛
الدليل: $y = 0$

2) $y^2 + 6y + 9 = 12 - 12x$

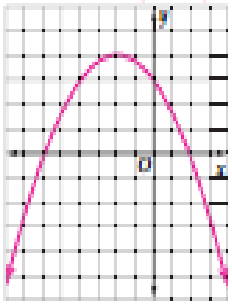


الرأس $(3, -1)$؛ البؤرة $(-2, -3)$؛
معادلة محور التماثل $y = -3$ ؛
معادلة الدليل $x = 4$

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص الممثلة في السؤالين 3, 4 ، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا.

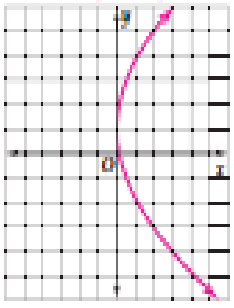
3) الرأس $(-2, 4)$ ، والبؤرة $(-2, 3)$

$(x+2)^2 = -4(y-4)$



4) الرأس $(0, 1)$ ؛ مفتوح أفقيًّا إلى اليمين، ويمر بالنقطة $(-7, 8)$.

$(y-1)^2 = 8x$



5) اكتب المعادلة $x^2 + 8x = -4y - 8$ على الصورة القياسية للقطع المكافئ، ثم حدِّد خصائصه.

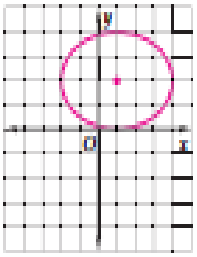
$(x+4)^2 = -4(y-2)$; $(-4, 2)$; $(-4, 1)$; $x = -4$; $y = 3$

6) **قمر اصطناعي:** افترض أن طبقًا هوائيًّا على شكل قطع مكافئ، بحيث يبعد المستقبل 2 ft عن الرأس، ويقع في البؤرة. وافترض أن الرأس عند نقطة الأصل، وأن الطبق موجَّه إلى أعلى. أوجد معادلة تمثِّل مقطعًا عرضيًّا للطبق.

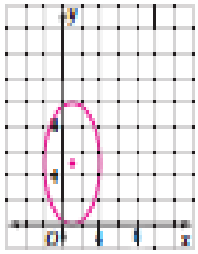
$x^2 = 8y$

حدِّد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كلٍّ مما يلي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$



2) $25x^2 + 9y^2 - 50x - 90y + 25 = 0$



اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كلٍّ مما يأتي:

3) الرأسان $(4, 6)$, $(-12, 6)$ ، و البؤرتان $(2, 6)$, $(-10, 6)$

$$\frac{(x+4)^2}{64} + \frac{(y-6)^2}{28} = 1$$

4) البؤرتان $(-2, 7)$, $(-2, 1)$ ، وطول المحور الأكبر 10 وحدات.

$$\frac{(y-4)^2}{25} + \frac{(x+2)^2}{16} = 1$$

حدِّد الاختلاف المركزي للقطع الناقص المعطاة معادلته في السؤالين الآتيين:

5) $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$

$\frac{3}{5}$

6) $\frac{(y+2)^2}{64} + \frac{(x+1)^2}{9} = 1$

$\frac{\sqrt{55}}{8}$

اكتب معادلة الدائرة التي تحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي:

7) المركز $(-6, 1)$، والقطر 8. $(x+6)^2 + (y-1)^2 = 64$

8) المركز هو نقطة الأصل، ونصف القطر 3. $x^2 + y^2 = 9$

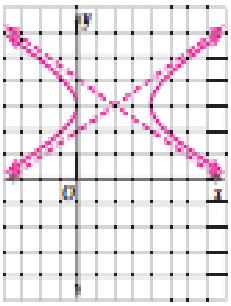
9) النقطتان $(-4, 1)$, $(2, 3)$ طرفا قطر فيها. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 40$

10) **نجارة:** يُستعمل قوس على شكل نصف قطع ناقص لتصميم لوحة رأسية لإطار سرير، ويساوي ارتفاع اللوحة الرأسية عند المركز 2 ft ، وعرضها 5 ft عند القاعدة. فأين يجب أن يضع النجار البؤرتين لتصميم اللوحة؟

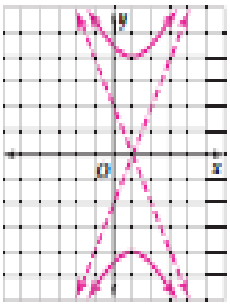
1.5 ft على جانبي المركز

حدِّد خصائص القطع الزائد الممثلة معادلته في كلٍّ مما يلي، ثم مثِّل منحناه بيانيًّا:

1) $x^2 - 4y^2 - 4x + 24y - 36 = 0$



2) $\frac{y^2}{16} - \frac{(x-1)^2}{4} = 1$



اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص الممثلة في كلٍّ مما يأتي:

3) الرأسان $(4, 6), (-10, 6)$، والبؤرتان $(6, 6), (-12, 6)$

$\frac{(x+3)^2}{49} - \frac{(y-6)^2}{32} = 1$

4) البؤرتان $(0, 6), (0, -4)$، وطول المحور القاطع 8 وحدات.

$\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

5) حدِّد الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{(x-7)^2}{36} - \frac{(y+10)^2}{121} = 1$

$\frac{\sqrt{157}}{6}$

6) **صوت:** المسافة بين بيتي صديقين ميلٌ واحدٌ، وقد سمعا صوت طائرة في أثناء حديثهما معًا على الهاتف، وقد سمع أحدهما الصوت قبل الآخر بثانيتين. إذا كانت سرعة الصوت 1100 ft/s، فاكتب معادلة القطع الزائد الذي يحدِّد موقع الطائرة. $\frac{x^2}{1210000} - \frac{y^2}{5759600} = 1$

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي دون كتابتها على الصورة القياسية:

1) $5x^2 + xy + 2y^2 - 5x + 8y + 9 = 0$

قطع ناقص

2) $16x^2 - 4y^2 - 8x - 8y + 1 = 0$

قطع زائد

3) $4x^2 + 8xy + 4y^2 + x + 11y + 10 = 0$

قطع مكافئ

4) $2x^2 + 4y^2 - 3x - 6y + 2 = 0$

قطع ناقص

استعمل قيمة θ المعطاة لكتابة الصورة القياسية لكل معادلة مما يأتي في المستوى $x'y'$، ثم حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله:

5) $xy = 1; \theta = \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}(x')^2 - \frac{1}{2}(y')^2 - 1 = 0$

قطع زائد

6) $x^2 + 5xy - y^2 - 5 = 0; \theta = 90°$

$\frac{(y')^2}{5} - x'y' - \frac{(x')^2}{5} = 1$

قطع زائد

اكتب معادلة القطع المخروطي لكلٍّ مما يأتي في المستوى xy بناءً على معادلته المعطاة في المستوى $x'y'$ والزاوية θ.

7) $(x')^2 = 16(y'); \theta = 45°$

$x^2 + 16\sqrt{2}x + 2xy - 16\sqrt{2}y + y^2 = 0$

8) $\frac{(x')^2}{25} - \frac{(y')^2}{4} = 1; \theta = \frac{\pi}{3}$

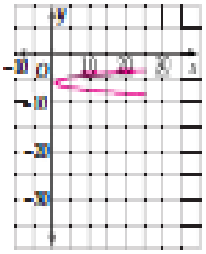
$-71y^2 + 58\sqrt{3}xy - 13x^2 = 400$

9) **اتصالات:** إذا كانت معادلة مقطع طبق قمر اصطناعي متحكَّم في موجات مذياع بدوران 45° في المستوى $x'y'$ هي $5x'^2 + 3y'^2 - 2y' = 0$، فاكتب معادلة هذا القطع في المستوى xy.

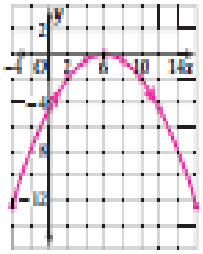
$4x^2 + 2xy + 4y^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2}y = 0$

مثّل بيانيًا المنحنى المُعطى بالمعادلتين الوسيطيتين على الفترة المعطاة في كلٍّ مما يأتي بيانيًا:

1) $x = t^2 + 1, y = \frac{t}{2} - 6; -5 \le t \le 5$



2) $x = 2t + 6, y = -\frac{t^2}{2}; -5 \le t \le 5$



اكتب كل معادلتين وسيطيتين فيما يأتي بالصورة الديكارتية:

3) $x = 2t + 3, y = t - 4$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{11}{2}$

4) $x = t + 5, y = -3t^2$

$y = -3(x - 5)^2$

5) $x = 3\sin\theta, y = 2\cos\theta$

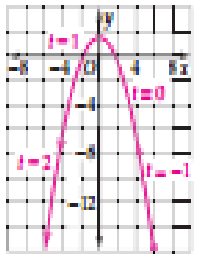
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

6) $y = 4\sin\theta, x = 5\cos\theta$

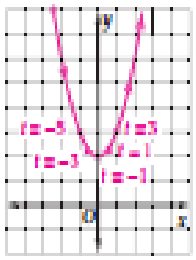
$\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{25} = 1$

استعمل المتغير الوسيط في كلٍّ مما يأتي لكتابة المعادلتين الوسيطيتين اللتين تمثلان المعادلة الديكارتية المعطاة، ثم مثّل المنحنى بيانيًا موضحًا السرعة والاتجاه.

7) $t = \frac{2 - x}{3}, y = \frac{3 - x^2}{2}$



8) $t = 4x - 1, y = x^2 + 2$



9) مقذوفات، يطلق محمود لعبةً صاروخيةً من مستوى الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها 80ft/s، وبزاوية 80° مع الأفق.

a) اكتب معادلتين وسيطيتين لتمثيل مسار الصاروخ.

$x = 80t\cos 80°; y = 80t\sin 80° - 16t^2$

b) ما الزمن اللازم للصاروخ لقطع مسافة أفقية مقدارها 10 feet من نقطة البداية؟ وما المسافة الرأسية عند هذه النقطة؟

0.72 s; 48.43 ft