عمليات على الأعداد

*العدد الزوجي: هو كل عـــدد يقبل القسمــــة على 2 ويمكن وضعه بالصورة : س = 2 ن

*العدد الفردي: هو كل عدد لا يقبل القسمة على 2 ويمكن وضعه بالصورة : س = 2 ن + 1

* عدد فردي ± عدد فردي = عدد زوجي

* عدد زوجي ± عدد زوجي = عدد زوجي

* عدد فردي ± عدد زوجي = عدد فردي

* عدد زوجي × عدد زوجي = عدد زوجي

* عدد فردي × عدد زوجي = عدد فردي

* عدد فردي × عدد فردي = عدد فردي

*العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد

*الأعداد الأولية التي أقل من 30 هي: 2، 3 ، 5 ، 7 ، 11، 13 ، 17 ، 19 ، 23 ، 29

* مجموعة الأعداد الطبيعية ط (N) = { 1 ، 2 ، 3 ، ...... }

* مجموعة أعداد العد (W) = { 1 ، 2 ، 3 ، ...... }

* مجموعة الأعداد الصحيحة ص (Z) = {.... ، -1 ،0، 1 ، ...}

* مجموعة الأعداد النسبية ن (Q) = هي كل الأعداد على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ , ب ∋ ص

* مجموعة الاعداد غير النسبية نَ (I) = هي كل الاعداد التي لا يمكن وضعها على الصورة $\frac{أ}{ب}$ مثل π

* مجموعة الأعداد الحقيقية ح (R) = هي الأعداد النسبية ن والأعداد غير النسبية نَ $R=(-\infty, \infty)$

* ترتيب حل عملية رياضية :

1) فك الأقواس   2) تبسيط الأسس

3) ضرب و قسمة   4) جمع وطرح

* يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان عدد زوجي

* يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه تقبل القسمة على 3

* يقبل العدد القسمة على 4 إذا كان اول رقمين للعدد يقبل عل 4

* يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان اوله 0 أو 5

* يقبل العدد القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة 2 و 3

* يقبل العدد القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه تقبل القسمة على 9

* القاسم المشترك الأكبر ← هو اكبر رقم يقسم الاعداد بدون باقي

هو حاصل ضرب العوامل المشتركة فقط بين العددين والتي لها الأس الأصغر

* المضاعف المشترك الأصغر ← هو أصغر رقم يقبل القسمة على جميع الاعداد بدون باقي

هو حاصل ضرب العوامل المشتركة والغير مشتركة للعددين والتي لها الأس الأكبر

* عند جمع عددين متشابهين في الإشارة : تضع نفس الإشارة ونجمع العدديين

* عند جمع عددين مختلفي الإشارة : تضع إشارة الأكبر وتطرح العدديين (الكبير – الصغير)

* عند ضرب و قسمة عددين متشابهين في الإشارة الناتج موجباً

* عند ضرب و قسمة عددين مختلفي الإشارة فالناتج سالب

* المعكوس الجمعي لعدد هو نفسه مع تغيير اشارته

* المعكوس الضربي لعدد هو مقلوبه بنفس اشارته

الكسور والعمليات عليها

* لتبسيط الكسر: حلل كلا من البسط والمقام ثم احذف العوامل المشتركة بينهما

* جمع وطرح: لابد من توحيد المقامات

* ضرب: تضرب $\frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$

* قسمة: تتحول إلى ضرب مقلوب الكسر الثاني

* عند تساوي كسريين (أو نسبتين) فإن : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

* إذا كان : ا × ج = ب × د فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{د}}{\text{ج}}$

* كل عدد صحيح هو كسر مقامه = 1 و العكس صحيح

* لتحويل العدد الكسري إلى كسر غير حقيقي(بسطه أكبر من مقامه)

تضرب الصحيح في المقام وتضيفه إلى البسط ويصير الناتج بسطاَ لنفس المقام

* للمقارنة بين كسريين : توجد ثلاث حالات:

1) إذا كان الكسران لهما نفس المقام: الكسر الذي له البسط الأكبر يكون هو الكسر الأكبر

2) إذا كان الكسران لهما نفس البسط: الكسر الذي له المقام الأكبر يكون هو الكسر الأصغر

3) إذا كان مقامي الكسريين مختلفين: نوحد مقاميهما ونقارن بين بسطيهما كما في (1)

* النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$

* لإيجاد كسر (أو نسبة) من عدد: تضرب الكسر (النسبة) في هذا العدد

* لإيجاد عدد عُرفت قيمة كسر(نسبة) منه : تضرب هذه القيمة في مقلوب الكسر (النسبة)

* العدد العشري هو عدد مؤلف من جزء صحيح و جزء عشري

* عند جمع أو طرح الأعداد العشرية : تجمع (أو تطرح) الأعداد ذات المنازل المتشابهة

* عند إضافة أصفار يمين الكسر العشري: فإن قيمته لا تتغير

* في حالة ضرب العدد العشري في قوى العدد 10

تحرك الفاصلة العشرية جهة اليمين عدداً من المنازل = عدد الأصفار

* و في حالة قسمة العدد العشري على قوى العدد 10

تحرك الفاصلة العشرية جهة اليسار عدداً من المنازل = عدد الأصفار

* ينعدم الكسر (= صفر) إذا كان : بسطه = صفر

* يكون الكسر غير معرفاً إذا كان : مقامه = صفر

* إذا كانت كميات في تناسب فإن : $\frac{\text{الاول}}{\text{الثاني}} = \frac{\text{الثالث}}{\text{الرابع}}$

* س ، ص في تناسب طردي إذا زادت (ص) بزيادة (س) ويكون : $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = عدد ثابت

* س ، ص في تناسب عكسي إذا تناقصت (ص) بزيادة (س) ويكون : س × ص = عدد ثابت

* مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

الأسس والجذور واللوغاريتمات

* في ضرب الأساسات المتشابهة تجمع الأسس $\text{أ}^{\text{م}} \times \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}+\text{ن}}$

* في القسمة تطرح الأسس : $\text{أ}^{\text{م}} \div \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}-\text{ن}}$

* في حالة الأس لأس تضرب الأسس : $(\text{أ}^{\text{م}})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}\times\text{ن}}$

* إذا كان الأس سالب تقلب الكسر : $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{-1} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$ حيث : س، ص ≠ صفر

* تتوزع الأسس على الضرب والقسمة

$(\text{س ص})^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{ن}}\ \text{ص}^{\text{ن}}$,,,,,,,, $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{س}^{\text{ن}}}{\text{ص}^{\text{ن}}}$ حيث ص ≠ صفر

* $\text{أ}^{\text{ن/م}} = \sqrt[\text{م}]{\text{أ}^{\text{ن}}}$

* $\text{أ}^{\text{صفر}} = 1$ حيث أ ≠ صفر

* $\text{صفر}^{\text{أ}} = \text{صفر}$

* $1^{\text{أ}} = 1$

* إذا كان الأساس سالباً

- و الأس عدد زوجي يصير الناتج موجباً
- الأس عدد فردي فيظل الناتج سالباً

$$\sqrt[a]{x} \times \sqrt[a]{y} = \sqrt[a]{x.y}$$

2) طول ضلع القائمة = طول الوتر ÷ $\sqrt{2}$

المضلعات في دائرة:

1) طول ضلع المثلث المتطابق الأضلاع المحاط بالدائرة (م ، نق) = نق × $\sqrt{3}$

2) طول ضلع المربع المحاط بالدائرة (م ، نق) = نق × $\sqrt{2}$

3) طول ضلع السداسي المنتظم المحاط بالدائرة (م ، نق) = نق

* عدد المثلثات التي ينقسم بها مضلع = عدد الأضلاع – 2

* عدد الأقطار التي تنطلق من أحد رؤوس المضلع = عدد الأضلاع – 3

*مجموع الزوايا الداخلة لأي مضلع = (عدد أضلاعه – 2) × 180

* في أي مثلث : مجموع طولا أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

مدى طول ضلع مثلث = (الفرق بين طولي الضلعين الآخرين ، مجموع طوليهما)

*في كل من : المربع / متوازي الأضلاع/ المستطيل/ المعين : يكون:

كل زاويتان متقابلتان متساويتان و كل زاويتان متجاورتان متكاملتان(مجموعهما) = 180

* في شبه المنحرف المتطابق الساقين: الزاويتان المجاورتان لقاعدتيه متطابقتان ،، وقطراه متساويان

*متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في نقطة واحدة تقسم كل متوسط بنسبة 2 : 1 من جهة الرأس المنطلق منه

* قطرا المعين والمربع متعامدين وينصف كلا منهما الآخر وينصفا زاويتي الرأسين الواصلين بينهما

* قطرا المستطيل والمربع متساويين وينصف كلا منهما الآخر

* يتشابه مضلعين إذا تساوت زواياهما وتناسبت أضلاعهما

* المضلعات التي لها نفس العدد من الأضلاع ومتطابقة تكون متشابهة

* نسبة تشابه مضلعين متشابهين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما والنسبة بين محيطيهما = نسبة التشابه والنسبة بين مساحتيهما = مربع نسبة التشابه

معادلة الدائرة : $(س - ا)^2 + (ص - ب)^2 = نق^2$

و مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{2}$ ل نق حيث ل = طول قوس القطاع

ومحيط القطاع = 2 نق + ل

- أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط 

- أي مستقيم ونقطة خارجه يمر بهما مستوى واحد

- أي مستقيمين متقاطعين يمر بهما مستوى واحد

المستطيل	=2× (الطول + العرض)	= الطول × العرض = $\frac{1}{2}$ × طولا قطريه × جيب الزاوية بينهما
المعين	= 4 × طول الضلع	= $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب طولا قطريه . = (طول الضلع)^2 × جيب الزاوية بين أي ضلعين
شبه المنحرف	= مجموع أطوال أضلاعه	= $\frac{1}{2}$ × (مجموع طولا قاعدتيه) × الارتفاع
الدائرة	= 2 × ط × نق	= ط × نق^2
متوازي الأضلاع	= 2 × (مجموع طولا ضلعين متجاورين)	= القاعدة × الارتفاع = حاصل ضرب طولا ضلعين متجاورين × جيب الزاوية بينهما

مقتطفات هندسية

نظرية فيثاغورس: في المثلث أ ب جـ القائم في ب

يكون: |أ جـ|^2 = |أ ب|^2 + |ب جـ|^2

أي أن : (طول الوتر)^2 = مجموع مربعي طولي ضلعي القائمة

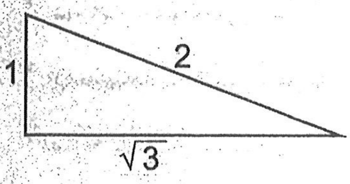
ملاحظات:

(1) (طول قطر المستطيل)^2 = مجموع مربعي بعداه

(2) (طول ضلع المعين)^2 = ($\frac{1}{2}$ طول القطر الأول)^2 + ($\frac{1}{2}$ طول القطر الثاني)^2

(3) (طول قطر المربع)^2 = 2 × (طول ضلعه)^2

المثلث الثلاثيني الستيني:



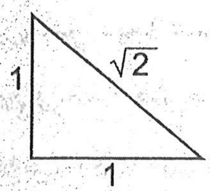
هو مثلث قائم إحدى زواياه قياسها = 60

أو مثلث ناتج من تنصيف مثلث متطابق الأضلاع

1) طول الضلع المقابل للزاوية 30 = $\frac{1}{2}$ × طول الوتر

2) طول الضلع المقابل للزاوية 60 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × طول الوتر

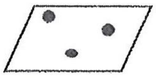
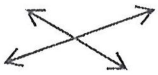
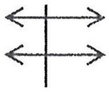
المثلث القائم الزاوية والمتطابق الضلعين :

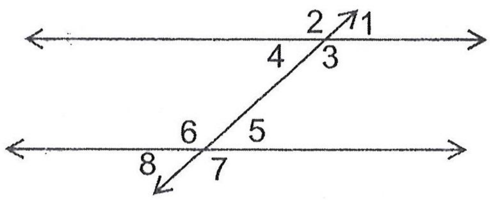


هو مثلث قائم إحدى زواياه قياسها = 45

أو مثلث ناتج من انقسام مربع إلى أربعة أجزاء

1) طول الوتر = $\sqrt{2}$ × طول ضلع القائمة

- أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بهما مستوى واحد فقط 
- المستقيمين المتخالفان لا يمر بهما مستوى واحد
- إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط 
- إذا وقعت نقطتين في مستوى فإن المستقيم المار بهما ينطبق على المستوى
- إذا تقاطع مستويان فإنهما يتقاطعان في مستقيم واحدة 
- إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يعامد الآخر الذي يوازيه 
- الزوايتان المتتامتان : مجموع قياسيهما $90°$
- الزوايتان المتكاملتان : مجموع قياسيهما $180°$
- إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن



- كل زاويتين متناظرتين متطابقتين
- كل زاويتين متبادلتين داخليا أو خارجياً متطابقتين
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتين

- ميل المستقيم الذي يحوي النقطتين $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ هو نسبة الإرتفاع الرأسي إلى المسافة الأفقية $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- يتوازى المستقيمان $\Leftrightarrow$ الميل نفسة $(m_1=m_2)$
- يتعامد المستقيمان $\Leftrightarrow$ حاصل ضرب ميليهما =1-
- صيغة الميل والمقطع الصادي $y=mx+b$ حيث m الميل، b المقطع الصادي
- صيغة الميل ونقطة $y-y_1=m(x-x_1)$ حيث m الميل، (x_1,y_1) أي نقطة على المستقيم
- صيغة المقطعين السيني والصادي $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ a المقطع السيني , b المقطع الصادي
- معادلة المستقيم الرأسي $x=a$
- معادلة المستقيم الأفقي $y=b$
- البعد بين نقطتين $(x_1,y_1), (x_2,y_2)$ هى $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- البعد بين نقطة (x_1,y_1) ومستقيم $ax+by+c=0$ هي $d=\frac{|\ x_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- البعد بين مستقيمين متوازيين $(ax+by+c=0،ax+by+d=0)$ هي $d=\frac{|c-d|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- منتصف نقطتين $M=\left(\frac{x_2+x_1}{2},\frac{y_2+y_1}{2}\right)$
- مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$
- تصنيف المثلثات وفقاَ لزواياها

حاد الزوايا و قائم الزاوية و منفرج الزاوية

- تصنيف المثلثات وفقاَ لأضلاعها

متطابق الأضلاع جميع زواياه حادة متطابقةوقياس كل منها °60

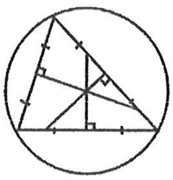
متطابق الضلعين زاويتا القاعدة متطابقتين وحادتين

مختلف الأضلاع وقياسات زواياه مختلفة

- قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزوايتين الداخليتين البعيدتين .
- حالات تطابق المثلثات

- التطابق بثلاثة أضلاع SSS
- التطابق بضلع-زاوية-ضلع SAS
- التطابق بزاوية-ضلع- زاوية ASA
- التطابق بزاوية-زاوية-ضلع AAS

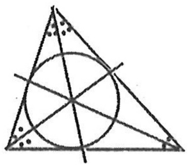
- مفاهيم أساسية : العلاقات في مثلث
- الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث تلتقي في نقطة واحدة ،



تبعد البعد نفسه عن رؤوس المثلث

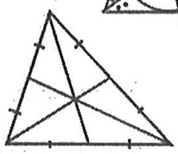
وهي مركز الدائرة الخارجية التي تمر برؤوس المثلث .

- منصفات الزوايا الداخلية في المثلث تلتقي في نقطة واحدة،



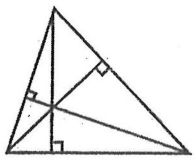
تبعد البعد نفسه عن أضلاع المثلث

وهي مركز الدائرة الداخلية التي تمس أضلاع المثلث



- القطع المتوسطة في مثلث تلتقي في نقطة واحدة (مركز المثلث)

ويبعد مركز المثلث عن كل رأس ثلثي $\frac{2}{3}$ القطعة المتوسطة الواصلة به



- ارتفاعات المثلث تلتقي في نقطة واحدة (ملتقى الإرتفاعات)

نظريات متباينة المثلث :

- مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أطول من الضلع الثالث
- الضلع الأكبر في مثلث يقابل الزاوية التي لها أكبر قياس
- المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متطابقة وزواياه متطابقة
- مجموع قياسات الزوايـا الداخلية لمضلع محدب = $(n-2)\times180$ حيث n هي عدد الأضلاع
- قياس زاوية داخلية في المضلع المنتظم = $\frac{(n-2)\times180}{n}$
- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب يساوي °360 (زاوية واحدة عند كل رأس)
- في مضلع منتظم عدد أضلاعه n قياس زاوية الخارجية = n/360

عدد الأضلاع = $\frac{360+\theta}{180}$ θ مجموع قياسات الزوايا

عدد الأضلاع = $\frac{360}{180-\theta}$ θ قياس زواية داخلية لمضع منتظم

التبرير والبرهان

- عبارة الوصل $(p \wedge q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط « و »

- عبارة الفصل $(p \vee q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط « أو »
- العبارة الشرطية $(p \longrightarrow q)$: عبارة تكتب على الصورة « إذا كان ..... فإن»
- نفي العبارة p : ليس p ويرمز لها p ~

العكس : تبديل الفرض والنتيجة

المعكوس : نفي الفرض ونفي النتيجة

المعاكس الايجابي : تبديل و نفي كل من الفرض والنتيجة

- العكس و المعكوس للعبارة الشرطية متكافئتان منطقيا وكذلك العبارة الشرطية والمعاكس الإيجابي
- المسلمات : هي عبارات تقبل بدون برهان
- متوازي الأضلاع : شكل رباعي فيه
  - كل ضلعين متقابلين متوازيين
  - الأضلاع المتقابلة متطابقة
  - الزوايـا المتحالفة متكاملة
  - الزوايـا المتقابلة متطابقة
  - القطران ينصف كل منهما الآخر
  - كل قطر في متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

* المستطيل زواياه قائمة و قطراه متطابقان

* المعين قطراه متعامدان و أضلاعه متطابقة

* المربع قطراه متطابقان ومتعامدان و زواياه قائمة و أضلاعه متطابقة

- خصائص شبه المنحرف المتطابق الساقين
- القطراه متطابقان
- زاويتا كل قاعدة متطابقان
- القطعة المتوسطة توازي القاعدتين وطولها يساوي نصف مجموع طوليهما
- النسبة هي مقارنة بين كميتين باستعمال القسمة
- مفهوم أساسي : التناسب إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftarrow a.d = c.b$
- مقياس الرسم $= \frac{\text{المسافة على الرسم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$
- معامل التمدد $= \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$

حالات تشابه مثلثين:

(AA) إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر

(SSS) إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين.

(SAS) إذا تناسب ضلعين وتطابقت الزاوية المحصورة

- إذا تشابه مثلثين فإن
- النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين أضلاعهما المتناظرة
- النسبة بين مساحتيهما تساوي مربع النسبة بين الأضلاع المتناظرة

الإنعكاس حول محور x $(a,b) \to (a,-b)$ نغير إشارة الصادي

الانعكاس حول محور y $(a,b) \to (-a,b)$ نغير إشارة السيني

الانعكاس حول نقطة الأصل $(a,b) \to (-a,-b)$ نغير الاشارات

الانعكاس حول المستقيم $y = x$ $(a,b) \to (b,a)$ نبدل الاحداثيات

الدوران بزاوية $90°$ $(x,y) \to (-y,x)$

الدوران بزاوية $-270°$ يساوي دوران بزاوية $90°$

الدوران بزاوية $180°$ $(x,y) \to (-x,-y)$

الدوران بزاوية $180°$ يساوي دوران بزاوية $180°$

الدوران بزاوية $270°$ $(x,y) \to (y,-x)$

الدوران بزاوية $-90°$ يساوي دوران بزاوية $270°$

دوال التغير

- التغير الطردي : إذا كانت (y تتغير طرديا مع x)

فإن $y = kx$ ويكون $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

- التغير العكسي : إذا كانت (y تتغير عكسياً مع x)

فإن $y \cdot x = k$ ويكون $y_1 \cdot x_1 = y_2 \cdot x_2$

- التغير المشترك : إذا كانت (y تتغير طردياً مع x·z)

فإن $y = kx \cdot z$ ويكون $\frac{y_1}{x_1 \cdot z_1} = \frac{y_2}{x_2 \cdot z_2}$

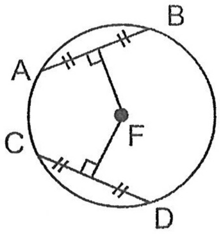
- التغير المركب : لتكن (y تتغير طردياً مع x وعكسياً مع z)

إذاً $y \cdot z = kx$ ويكون $\frac{y_1 \cdot z_1}{x_1} = \frac{y_2 \cdot z_2}{x_2}$

- محيط الدائـــرة $= C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

حيث r نصف القطر

حيث d هي القطر



- إذا عامد نصف القطر وترا في دائرة فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه أيضاً
- الوتران المتطابقين في دائرة
  - لهما البعد نفسه عن المركز
  - يتطابق قوساهما

طول القوس: $L = r \cdot \theta \Leftarrow \frac{L}{2\pi r} = \frac{x^{\circ}}{360^{\circ}}$

L طول القوس

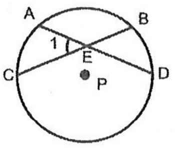
r نصف قطر الدائرة

x° قياس الزاوية

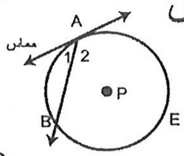
θ قياس الزاوية بالراديان

قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم = $\frac{360}{\text{عدد الأضلاع}}$

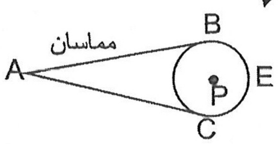
- معادلة دائرة مركزها $(h\,,k)$ ونصف قطرها r هي $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$
- الزوايا المحيطية : هي زاوية رأسها على الدائرة , وضلعيها وتران في الدائرة , وقياسها = نصف قياس القوس المقابل لها .



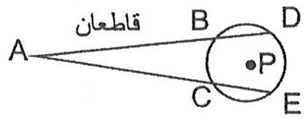
- الزوايتان المحيطيتان المرسومتان في قوس واحد متطابقتان
- الزاوية المحيطية المرسومة على القطر قائمة



- المماس لدائرة عمودي على نصف القطر المار بنقطة التماس
- في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتان
- تقاطع وترين في دائرة $m\angle 1 = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{BD})$

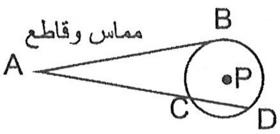


- تقاطع مماس وقاطع في دائرة(زاوية مماسية) $m\angle 1 = \frac{1}{2}\angle APB$
- المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متطابقان.



- تقاطع مماسين خارج الدائرة $m\angle A = \frac{1}{2}(\widehat{BEC} - \widehat{BC})$
- تقاطع قاطعين خارج الدائرة $m\angle A = \frac{1}{2}(DE - BC)$

$AB \cdot AD = AC \cdot AE$



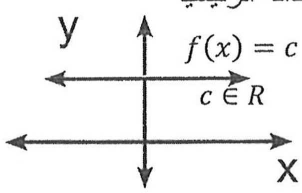
- تقاطع مماس و قاطع خارج الدائرة $m\angle A = \frac{1}{2}(\widehat{DE} - \widehat{BC})$
- الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر واحد فقط في المدى
- الدالةالمتباينة كل عنصر من المجال له صورة واحدة مختلفة في المدى
- إختبار الخط الرأسي : تكون العلاقة دالة إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة
- إختبار الخط الأفقي: تكون الدالة متباينة إذا لم يقطع أي خط أفقي التمثيل البياني في أكثر من

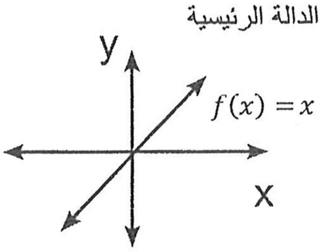
نقطة

- الدالة الزوجية متماثلة حول محور y $\quad f(-x) = f(x)$
- الدالة الفردية متماثلة حول نقطة الأصل $f(-x) = -f(x)$

تكون الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا تحقق:

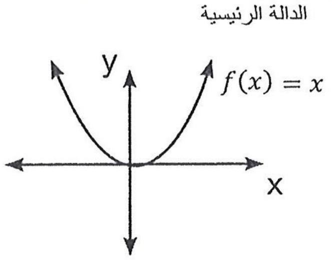
- $f(c)$ موجودة ▪ $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة ▪ $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$
- عدم اتصال لا نهائي وتظهر قيمة الدالة على الصورة $\frac{c}{0}$
- عدم اتصال نقطي (قابل للإزالة) تظهر قيمة الدالة بالشكل $\frac{0}{0}$
- عدم اتصال قفزي وتظهر قيمتين مختلفتين عند نقطةعدم الإتصال

الدالة الثابتة $f(x) = c,\ c \in R$		
المجال	R	الدالة الرئيسية 
المدى	{c}	
المقطع y	(c,0)	
أصفار الدالة	لايوجد	
التماثل	حول y (زوجية)	
التزايد	ثابتة	
القيم القصوى	لايوجد	
سلوك طرفي	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = c$	
	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = c$	

الدالةالمحايدة $f(x) = x$		
المجال	R	الدالة الرئيسية 
المدى	R	
المقطع y	(0,0)	
أصفار الدالة	x=0	
التماثل	حول O (فردية)	
التزايد	تزايدية في R	
القيم القصوى	لايوجد	
سلوك طرفي	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$	
	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$	

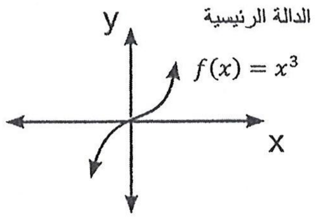
الدالةالتربيعية $f(x) = x^2$

المجال	R
المدى	[0,∞)
المقطع y	(0,0)
أصفار الدالة	x=0
التماثل	حول y (زوجية)
التزايد	تزايدية في (0,∞)
	تناقصية في (-∞,0)
القيم القصوى	y=0 صغرى مطلقة
سلوك طرفي	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \infty$
	$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$



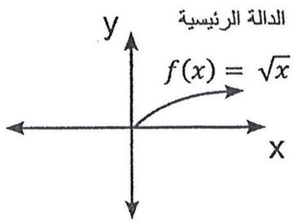
الدالة التكعيبية $f(x) = x^3$

المجال	R
المدى	R
المقطع y	(0,0)
أصفار الدالة	x=0
التماثل	حول O (فردية)
التزايد	تزايدية في R
القيم القصوى	لايوجد
سلوك طرفي	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \infty$
	$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

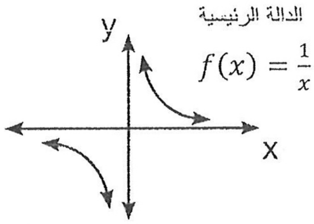


دالة الجذر التربيعي $f(x) = \sqrt{x}$

المجال	[0,∞)
المدى	[0,∞)
المقطع y	(0,0)
أصفار الدالة	x=0
التماثل	غير متناظرة
التزايد	تزايدية في (0,∞)
القيم القصوى	y=0 صغرى مطلقة
سلوك طرفي	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \infty$

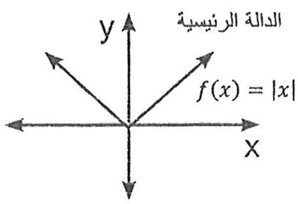


دالة المقلوب $f(x) = \frac{1}{x}$



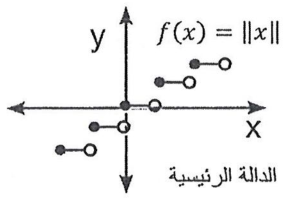
المجال	R-{0}
المدى	R-{0}
المقطع y	لايوجد
أصفار الدالة	لايوجد
التماثل	حول O (فردية)
التزايد	تناقصية في $(0,\infty)$
	تناقصية في $(-\infty,0)$
القيم القصوى	لايوجد
سلوك طرفي	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$
	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

الدالة القيمة الطلقة $f(x) = \|x\|$

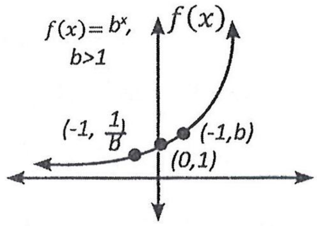


المجال	R
المدى	$[0,\infty)$
المقطع y	(0,0)
أصفار الدالة	x=0
التماثل	حول y (زوجية)
التزايد	تزايدية في $(0,\infty)$
	تناقصية في$(-\infty,0)$
القيم القصوى	y=0 صغرى مطلقة
سلوك طرفي	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$
	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$

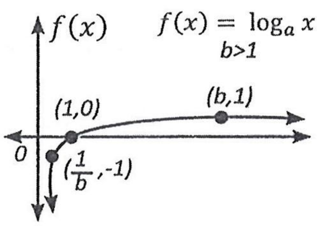
الدالة الدرجية $f(x) = \|\|x\|\|$	
المجال	R
المدى	Z
المقطع y	(0,0)
أصفار الدالة	[0,1)
التماثل	غير متناظرة
التزايد	ثابتة على فترات
القيم القصوى	لايوجد
سلوك طرفي	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$
	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$



الدالة الأسية $f(x) = a^x$ حيث $a > 0 , a \neq 1$	
المجال	R
المدى	R^+
المقطع y	(0,1)
أصفار الدالة	لايوجد
التماثل	غير متناظرة
التزايد	تزايدية في R
القيم القصوى	لايوجد
سلوك طرفي	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$
	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$



الدالة اللوغارتمية $f(x) = \log_a x$ حيث $a > 0 , a \neq 1$	
المجال	R^+
المدى	R
المقطع y	لايوجد
أصفار الدالة	x=1
التماثل	غير متناظرة
التزايد	تزايدية في R^+
القيم القصوى	لايوجد
سلوك طرفي	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$



▪ (نظرية القيمة التموسطة) إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على $[a, b]$ وكان $f(a)$, $f(b)$ مختلفتين في الاشارة , فإنه يوجد على الأقل c بين a, b بحيث أن $f(c) = 0$

- متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو $m = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$
- القيمة العظمى المحلية : هي قيمة للدالة تكون أكبر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة
- القيمة العظمى المطلقة : هي قيمة للدالة تكون أكبر من جميع القيم الأخرى في مجال الدالة
- القيمة الصغرى المحلية : هي قيمة للدالة تكون أصغر من جميع القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة
- القيمة الصغرى المطلقة : هي قيمة للدالة تكون أصغر من جميع القيم الأخرى في مجال الدالة
- خطوط التقارب للدوال الكسرية : $y = \frac{h(x)}{g(x)}$ في أبسط شكل
- يوجد خط تقارب رأسي عندما $g(x) = 0$
- إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو $y = 0$
- إذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام فلا يوجد خط تقارب أفقي
- إذا كانت درجة البسط تساوي درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو

(المعامل الرئيسي للمقام)/(المعامل الرئيسي للبسط) = y

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

- مجال $f(x) + g(x)$ هو تقاطع المجالين
- مجال $f(x) - g(x)$ هو تقاطع المجالين
- مجال $f(x) \times g(x)$ هو تقاطع المجالين
- مجال $f(x) \div g(x)$ هو تقاطع المجالين فرق أصفار المقام
- مجال $f \circ g(x)$ هو قيم x في مجال g التي صورها $g(x)$ موجودة في مجال f

العلاقات و الدوال العكسية

مجال f يساوي مدى f^{-1} ومدى f يساوي مجال f^{-1}

$f \circ f^{-1}(x) = x = f^{-1} \circ f(x)$

- خصائص اللوغارتمات الأساسية

- $\log_b x \cdot y = \log_b x + \log_b y$
- $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
- $\log_b x^n = n \cdot \log_b x$
- $\log_b x = \frac{\log_x}{\log_b} = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

- لوغارتم الواحد $\log_b 1 = 0$

- لوغارتم عدد لنفس الأساس $\log_b b = 1$
- لوغارتم قوة لنفس الأساس $\log_b b^x = x$
- قوة لوغارتم لنفس الأساس $e^{\ln x} = x$ $\quad b^{\log_b x} = x$

• اللوغارتم العشري : هو اللوغارتم الذي أساسه العدد 10 ويكتب $\log_e x$
• اللوغارتم الطبيعي : وأساسه العدد النيبري e ويكتب $\ln x$

المصفوفات والمحددات

- رتبة المصفوفة التي عدد صفوفها m وعدد أعمدتها n هي $m \times n$

مصفوفة صف	مصفوفة عمود	المصفوفة المربعة	المصفوفة الصفرية
تحتوى صفا واحدا	تحتوى عمودا واحدا	عدد الصفوف فيها يساوى عدد الأعمدة	جميع عناصرها أصفار

- تكون المصفوفتان متساويتين إذا كانتا من الرتبة نفسها ، وتساوت عناصرهما المتناظرة.
- جمع المصفوفات وطرحها : يمكن جمع مصفوفتين أو طرحهما إذا وفقط إذا كان لهما الرتبة نفسها.
- خصائص جمع المصفوفات : لأي ثلاث مصفوفات A,B,C , ولأي عدد ثابت k :
- الخاصية الإبدالية $A+B=B+A$
- الخاصية التجميعية $(A+B)+C=A+(B+C)$
- خاصية التوزيع للضرب في عدد $k(A+B)=kA+kB$
- ضرب المصفوفات :يمكن ضرب مصفوفتين إذا كان عدد أعمدة الأولى يساوي عدد صفوف الثانية
- خصائص ضرب المصفوفات

• غير إبدالي
• مصفوفة الوحدة I هي المحايدة للضرب
• تجميعي
• الضرب يتوزع على الجمع

- بعض أنواع المصفوفات
- مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(a,b),(c,d),(e,f)$ هي $|A|$ حيث :

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

- النظير الضربي لمصفوفة

النظير الضربي للمصفوفة $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

إذا كانت B هي النظير الضربي A للمصفوفة فإن : $A\cdot B=I=B\cdot A$

المعادلة مصفوفية : لتمثيل نظام من المعادلات وحله

$$\begin{matrix} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{matrix} \Rightarrow A \cdot X = B$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \longrightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

- قاعدة كرامر

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{matrix} ax+by=m \\ fx+gy=n \end{matrix}$ حيث $C=\begin{vmatrix} a & b \\ f & g \end{vmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x=\frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|C|}$ و $y=\frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|C|}$ وذلك إذا كانت $C \neq 0$

كثيرات الحدود و دوالها

- القانون العام لحل المعادلة التربيعية $a \neq 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$ هو $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- يمكن استعمال المميز $\Delta= b^2 - 4ac$ لتحديد عدد ونوع جذور المعادلة التربيعية

اذا كان $b^2 - 4ac > 0$ يوجد جذران حقيقيان

اذا كان $b^2 - 4ac = 0$ يوجد جذر حقيقي واحد

اذا كان $b^2 - 4ac < 0$ يوجد جذران مركبان

- إذا كان r_1, r_2 جذري المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ فان $r_1 + r_2 = -\frac{b}{a} \quad , \quad r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$
- أصفار الدوال (نقاط التقاطع مع محور x)
- يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار الحقيقية
- يكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار الحقيقية أو لا يكون لها أصفار حقيقية

تحليل كثيرات الحدود

مجموع مكعبين $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

الفرق بين مكعبين $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

الفرق بين مربعين $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

المربع الكامل $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

قانون ديكارت للإشارات :

- عددالأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(x)$ أو أقل بعدد زوجي
- عددالأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(-x)$ أو أقل منه بعدد زوجي
- نظرية الباقي : باقي قسمة كثيرة الحدود $P(x)$ على $(x-r)$ هو $P(r)$
- نظرية العوامل :

يكون $(x-r)$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(r)$ إذا وفقط إذا كان $P(r)=0$

- نظرية الصفر النسبي : إذا كانت $f(x)$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية , فإن أي صفر نسبي للدالة سيكون على الصورة $\frac{p}{q}$ في أبسط صورة , حيث p أحد عوامل الحد الثابت , q أحد عوامل المعامل الرئيسي .

المتتابعات والمتسلسلات

- المتتابعة الحسابية
- أساس المتتابعة : $d=a_n-a_{n-1}$, $d=\frac{a_n-a_1}{n-1}$
- الحد النوني $a_n=a_1+(n-1)d$ حيث: a_1 الحدالأول , d أساس المتتابعة , n عدد الحدود
- المجموع $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$ أو $S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$
- المتتابعة الهندسية
- أساس المتتابعة : $r=\sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$, $r=\frac{a_n}{a_{n-1}}$, مع مراعاة الإشارة
- الحد النوني $a_n=a_1\cdot r^{n-1}$ حيث a_1 الحدالأول , r أساس المتتابعة , n عدد الحدود
- المجموع $S_n=\frac{a_1-a_1\cdot r^n}{1-r}$ أو $S_n=\frac{a_1-a_n\cdot r^1}{1-r}$
- مجموع حدود المتسلسلة الهندسية غير المنتهية يرمزله بالرمز S حيث $S=\frac{a_1}{1-r}$ $|r|<1$ وإذا كان $|r|\geq 1$ فتكون متباعدة ولا يوجد مجموع
- نظرية ذات الحدين :

$$(a+b)^n=c_0^n a^n\cdot b^0+c_1^n a^{n-1}\cdot b^1+c_2^n a^{n-2}\cdot b^2+\ldots\ldots+c_n^n a^0\cdot b^n$$

الاحتمال

- فضاء العينة : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة في تجربة
- الحادثة : هي أي مجموعة جزئية من فضاء العينة

مبدأالعد يستخدم في التجارب ذات مرحلتين أو أكثر مثل (اختيارصنف لحوم في مطعم ثم اختيار صنف رز ثم ....)

- عدد النواتج الممكنة لتجربة عدد مراحلها k يساوي:

$n_1 \times n_2 \times \ldots\ldots\ldots \times n_k$ حيث n_1 عدد نواتج المرحلة الأولى , n_2 عدد نواتج المرحلة الثانية

- الأحتمال باستعمال التباديل والتوافيق
- التباديل : هو تنظيم لمجموعة عناصر يكون فيها الترتيب مهم
- المضروب(n!) هو حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة الأصغر من أو تساوي n

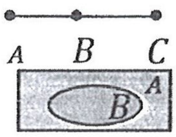
$$n! = n\,(n-1)\,(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2\times 1$$

$$0! = 1$$

- عدد التباديل الخطية لمجموعة من العناصر المختلفة عددها n يساوي n!
- يرمز لعدد تباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nP_r$ ، $_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- التباديل مع التكرار :عدد التباديل المختلفة لـِ n من العناصر يتكرر فيها عنصر r_1 من المرات و عنصر آخر r_2 من المرات $\frac{n!}{r_1! \times r_2 \times \ldots \times r_k}$
- التباديل الدائرية : عدد التباديل المختلفة لـِ n من العناصر مرتبة على دائرة دون نقطة مرجع $\frac{n!}{n} = (n-1)!$
- إذا رتبت العناصر التي عددها n بالنسبة لنقطة مرجع نعاملها كتباديل خطية وعددها n!

$$n! = n \times (n-1) \times \ldots\ldots \times 2 \times 1$$

- التوافيق : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون فيها الترتيب غير مهم
- يرمز لعدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nC_r$ ، $_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} = \frac{_nP_r}{r!}$



الإحتمال الهندسي

- الإحتمال الهندسي : هو احتمال يتضمن قياساً هندسياً مثل الطول أو المساحة

$$p(BC) = \frac{BC\ \text{طول القطعة}}{AC\ \text{طول القطعة}} \qquad p(B) = \frac{B\ \text{مساحة المنطقة}}{A\ \text{مساحة المنطقة}}$$

الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة

- الحادثة البسيطة تحتوي على عنصر واحد مثل ظهور العدد 4 في تجربة إلقاء زهرة النرد
- الحادثة المركبة تتكون من حادثتين بسيطتين أو أكثر
- الحوادث المستقلة : وقوع الأولى لايؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل:رمي قطعة نقد ثم إدارة قرص مؤشر

احتمال وقوع حادثتين مستقلتين $P(A \text{ و } B) = p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

- الحوادث غير المستقلة : وقوع الأولى يؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل: سحب كرة من كيس

ثم سحب كرة ثانية $P(A\ \text{و}B)=p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B/A)$

- الاحتمالات المشروطة : إحتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع A مسبقا $p(B/A)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}$

ويكون لحادثتين غير مستقلتين.

الحوادث المتنافية و الحوادث غير المتنافية

- الحوادث المتنافية : لا يمكن وقوعها في الوقت نفسه $P(A\ \text{أو}B)=p(A\cup B)=p(A)+p(B)$
- الحوادث غير المتنافية : يوجد بينها نواتج مشتركة

$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cup B)$

$P(A\ \text{أو}B)=p(A)+p(B)-p(A\cup B)$

- الحادثة المتممة :

تتكون من جميع نواتج فضاء العينة التي ليست في الحادثة الأصلية $p(\bar{A})=1-p(A)$

- الدراسات المسحية : وتستعمل في جمع البيانات لعينات عشوائية من أفراد المجتمع
- الدراسات المنحازة : ويتم عندها تفضيل بعض أقسام المجتمع على باقي الأقسام
- الدراسات غير المنحازة : ويتم اختيارها عشوائيا ,ولا تكون معتمدة على خاصية يتم تحديدها مسبقاً
- العينة المناسبة : هي عينة غير منحازة وحجمها كبير
- الدراسة بالملاحظة : ويتم ملاحظة الأفراد دون أي محاولة للتأثير في النواتج
- الدراسة التجريبية: ويتم إجراء تعديل متعمدعلى الأشخاص أو الأشياء قيد الدراسة وتجري ملاحظة استجابتهم
- الأرتباط : عندما يوجد ارتباط بين ظاهرتين فإن كلا من الظاهرتين تؤثر في الأخرى
- السببية : عندما يوجد سببية , فإن وقوع ظاهرة معينة يكون سببا في وقوع الظاهرة الأخرى

التحليل الإحصائي و مقاييس النزعة المركزية

المتوسط قسمة مجموع القيم على عددها يستخدم: عندما لا يوجد قيم متطرفة

الوسيط القيمة التي تتوسط البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً يستخدم: عندما يوجد قيم متطرفة ولا توجد فراغات كبيرة في المنتصف

المنوال القيم التي تظهر أكثر من غيرها يستخدم: القيمة الأكثر تكراراً بين القيم

مقاييس التشتت (التباين , الإنحراف المعياري σ,s)

- مقاييس التشتت : وتصف مقدار تباعد البيانات أو تقاربها من الوسط الحسابي
- يرمز $\bar{x}$ " x لمتوسط العينة, μ «ميو» لمتوسط المجتمع

- قانونا الإنحراف المعياري

عينة عدد قيمها (حجمها) $ns = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$

مجتمع عدد قيمه (حجمه) $n\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}{n}}$

- هامش الخطأ: عند سحب عينة حجمها n فإنه يمكن تقريب هامش الخطأ في المعاينة بالقيمة $\mp \frac{1}{\sqrt{n}}$

التوزيعات الاحتمالية

- احتمال النجاح والفشل :

S عدد مرات النجاح, P(S) إحتمال النجاح و F عدد مرات الفشل, P(F) إحتمال الفشل

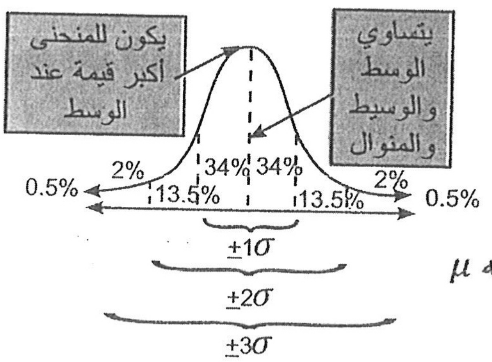
$$P(S)=\frac{S}{S+F} \quad , \quad P(F)=\frac{F}{S+F}$$

- التوزيع الإحتمالي المنفصل : هو جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يربط كل قيمة من قيم المتغير العشوائي المنفصل X مع احتمال وقوعها , ويجب أن يحقق شرطين

$0 \le P(X) \le 1$ ①

$\sum P(X) = 1$ ②

- المتغير العشوائي : هو متغير يأخذ مجموعة قيم لها احتمالات مثل X
- القيمة المتوقعة E(X) (التوقع): معدل قيم المتغير العشوائي:عندإعادة التجربة وهي نفسها الوسط الحسابي
- لحساب القيمة المتوقعة : نضرب كل قيمة لِـ X في احتمال حدوثها P(X) ونجمع النواتج
- التوزيع الإحتمالي المتصل : ويمكن للنواتج أن تأخذ أي قيمة في فترة من الأعداد الحقيقية , مثل التوزيع الطبيعي
- خصائص التوزيع الطبيعي
- التمثيل البياني متماثل بالنسبة للمتوسط
- يتساوى فيه المتوسط والوسيط والمنوال
- المنحنى متصل
- يقترب المنحنى من محور x ولا يمسه



- القانون التجريبي : يصف التوزيع الطبيعي الذي متوسطه μ وانحرافه σ بالتالي

- يقع 68% من البيانات ضمن الفترة $\mu - \sigma, \mu + \sigma$

- يقع 95% من البيانات ضمن الفترة $\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma$
- يقع 99% من البيانات ضمن الفترة $\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma$

▪ توزيع ذات الحدين : تجربة ذات الحدين وهي تجربة احتمالية تحقق

- يعاد إجراء التجربة لعدد محدد n من المحاولات المستقلة
- لكل محاولة نتيجتان متوقعتان : نجاح S , فشل F
- احتمال النجاح (S)P أو P واحتمال الفشل (F)P أو P=1-q , q
- يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات

▪ صيغة احتمال ذات الحدين :

احتمال النجاح في x مرة من n من المحاولات المستقلة في تجربة ذات الحدين هو :

$$P(x)=C_x^n\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}\, p^x q^{n-x}$$

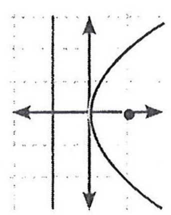
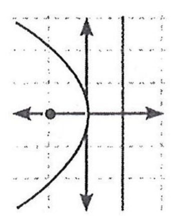
▪ يحسب المتوسط والتباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي ذي حدين بالصيغ الأتية :

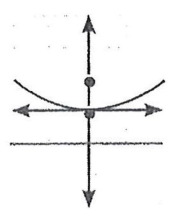
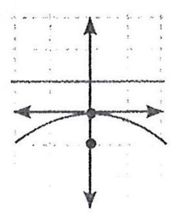
المتوسط $\mu = np$, التباين $\sigma^2 = npq$, والانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$

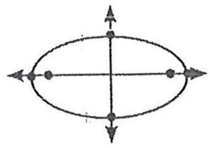
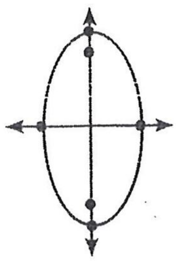
▪ يمكن تقريب توزيع ذات الحدين إلى توزيع طبيعي بمتوسط $\bar{x} = np$ وانحراف معياري $\sigma = \sqrt{npq}$

القطوع المخروطية

▪ القطوع المكافئة

الصورة القياسية $(y-k)^2 = 4p(x-h)$			
إشارة p موجبة الإتجاه : سيني الرأس: (h, k) البؤرة: $(h+p, k)$ الدليل: $x = h - p$ طول الوترالبؤري $\|4p\|$ محور التماثل $y = k$		إشارة p سالبة الإتجاه : سيني الرأس: (h, k) البؤرة: $(h+p, k)$ الدليل: $x = h - p$ طول الوترالبؤري $\|4p\|$ محور التماثل $y = k$	

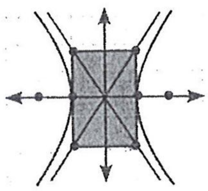
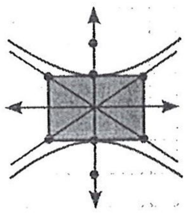
الصورة القياسية $(x-h)^2 = 4p(y-k)$			
إشارة p موجبة الإتجاه : صادي الرأس: (h, k) البؤرة: $(h, k+p)$ الدليل: $y = k - p$ طول الوترالبؤري $\|4p\|$ محور التماثل $x = h$		إشارة p سالبة الإتجاه :صادي الرأس: (h, k) البؤرة: $(h, k+p)$ الدليل: $y = k - p$ طول الوترالبؤري $\|4p\|$ محور التماثل $x = h$	

القطوع الناقصة والدوائر			
الإتجاه : المحور الأكبر أفقي (سيني)		الإتجاه : المحور الأكبر رأسي(صادي)	
الصورة القياسية : $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ طول المحور الأكبر $2a$ طول المحور الأكبر $2b$ والبعد البؤري $2c$ الرأسان $(h \mp a, k)$ البؤرتان $(h \mp c, k)$ الرأسان المرافقان $(h, k \mp b)$		الصورة القياسية : $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ طول المحور الأكبر $2a$ طول المحور الأكبر $2b$ والبعد البؤري $2c$ الرأسان $(h, k \mp a)$ البؤرتان $(h, k \mp c)$ الرأسان المرافقان $(h \mp b, k)$	

الإختلاف المركزي $e = \frac{c}{a}$ حيث $c^2 = a^2 - b^2$

معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ونصف قطرها r $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

القطوع الزائدة

الإتجاه : المحور القاطع أفقي (سيني)		الإتجاه : المحور القاطع أفقي (صادي)	
الصورة القياسية(للمعادلة) $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ طول المحور القاطع $2a$ طول المحور غير القاطع $2b$ والبعد البؤري $2c$ الرأسان $(h \mp a, k)$ البؤرتان $(h \mp c, k)$ الرأسان المرافقان $(h, k \mp b)$ خطوط التقارب $(y-k) = \mp \frac{b}{a}(x-h)$		الصورة القياسية(للمعادلة) $\frac{(y-h)^2}{a^2}-\frac{(x-k)^2}{b^2}=1$ طول المحور القاطع $2a$ طول المحور غير القاطع $2b$ والبعد البؤري $2c$ الرأسان $(h, k \mp a)$ البؤرتان $(h, k \mp c)$ الرأسان المرافقان $(h \mp b, k)$ خطوط التقارب $(y-k) = \mp \frac{a}{b}(x-h)$	

الإختلاف المركزي $e = \frac{c}{a}$ حيث $c^2 = a^2 + b^2$

تحديد أنواع القطوع المخروطية

- الصورة القياسية لمعادلات القطوع المخروطية $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

قطع مكافئ اذا كان $B^2 - 4AC = 0$

قطع ناقص اذا كان $B^2 - 4AC < 0$

دائرة اذا كان $B = 0, A = C$

قطع زائد اذا كان $B^2 - 4AC > 0$

حساب المثلثات

- طول القوس من الدائرة (S) , المقابل لزاوية مركزية قياسها (θ) يساوي $S = r \cdot \theta$ حيث (θ) بالراديان
- للتحويل من درجات إلى راديان , نضرب في $\frac{\pi}{180^\circ}$
- للتحويل من راديان إلى درجات, نضرب في $\frac{180^\circ}{\pi}$

- إذا كانت θ زاوية حادة في مثلث قائم فإن :

$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ $\quad$ $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ $\quad$ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\quad$ $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ $\quad$ $\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ $\quad$ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad , \quad 1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta \quad , \quad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

- قانون الجيوب : يستعمل إذا أعطي ضلعين وزاوية غير محصورة أو زاويتين وضلع غير محصور $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$
- قانون جيوب التمام : يستعمل إذا أعطي ضلعين وزاوية محصورة او ثلاث اضلاع $b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cos B$

متطابقات المجموع والفرق

$$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B \quad , \quad \sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B \quad , \quad \cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B} \quad , \quad \tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A\tan B}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

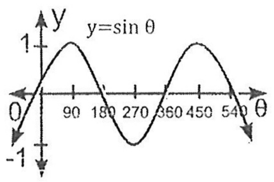
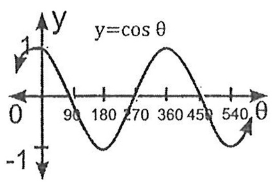
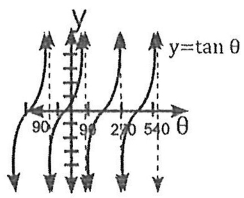
$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta \quad , \quad \cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 \quad , \quad \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\cos\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \quad , \quad \sin\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \quad , \quad \tan\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

- تمثيل الدوال المثلثية بيانيا في المستوى الإحداثي

$y=\sin\theta$ المجال R المدى $-1 \le y \le 1$ السعة 1 طول الدورة 360°		الدالة $y=a\cdot\sin b\theta$ السعة $\lvert a\rvert$ طول الدورة $\frac{360^\circ}{b}$
$y=\cos\theta$ المجال R المدى $-1 \le y \le 1$ السعة 1 طول الدورة 360°		الدالة $y=a\cdot\cos b\theta$ السعة $\lvert a\rvert$ طول الدورة $\frac{360^\circ}{b}$
$y=\tan\theta$ المجال $\theta:\theta\neq 90+180n$ المدى R السعة غير معروفة طول الدورة 180°		الدالة $y=a\cdot\tan b\theta$ السعة $\lvert a\rvert$ طول الدورة $\frac{180^\circ}{b}$

دالة معكوس الجيب $y = \sin^{-1} x$ او $y = \arcsin x$ لاحظ ان $sin^{-1} x \neq \frac{1}{\sin x}$

دالة معكوس جيب التمام $y = \cos^{-1} x$ او $y = \arccos x$ لاحظ ان $cos^{-1} x \neq \frac{1}{\cos x}$

دالة معكوس الظل $y = \tan^{-1} x$ او $y = \arctan x$ لاحظ ان x$tan^{-1} x \neq \frac{1}{\tan x}$

الأعداد المركبة

- وتعرف الوحدة التخيلية i على أنها الجذر التربيعي الأساسي للعدد -1 أو $i = \sqrt{-1}$
- قوى الوحدة التخيلية i ($i^1 = i$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = +1$)
- العدد المركب : يكتب على الصورة $a + bi$, يسمى العدد a الجزء الحقيقي ,b الجزء التخيلي
- يتساوى عددين مركبين إذا تساوى الجزأين الحقيقيين، و تساوى الجزأين التخيليين
- يسمى العددين $a - bi$, $a + bi$ مترافقين مركبين , وناتج ضربهما عدد حقيقي .

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$$

نظرية الأعداد المركبة المترافقة :

إذا كان العدد $a + bi$ هو صفر لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية, فإن $a - bi$ هو صفر لدالة أيضاَ

- القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي : $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

الأعداد القطبية

- إذا كان n عددًا صحيحًا, فإنه يمكن تمثيل النقطة (r,θ) بالإحداثيات

$$(-r,\theta+(2n+1)180) \quad (r,\theta+360n)$$

- المسافة بين النقطتين $P_1(r_1,\theta_1), P_2(r_2,\theta_2)$ في المستوى القطبي هي :

$$P_1P_2=\sqrt{(r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$$

- تحويل الإحداثيات القطبية إلى ديكارتية :إذا كانت $P(r,\theta)$ فإن الإحداثيات الديكارتية للنقطة P هي $(x,y)=(r\cos\theta, r\sin\theta)$ أي أن $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$
- تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى قطبية : إذا كانت $P(x,y)$ فإن الإحداثيات القطبية للنقطة P هي $P(r,\theta)$:

حيث $r=\sqrt{x^2+y^2} \quad \theta=\begin{cases} tan^{-1}\frac{y}{x} & ,x>0 \\ tan^{-1}\frac{y}{x}+180 & ,x<0 \end{cases}$

- الصورة القطبية للعدد المركب $z=a+bi$ هي : $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ حيث

$a=r\cos\theta \quad ,b=r\sin\theta \quad ,r=\sqrt{a^2+b^2},$

$\theta=tan^{-1}\frac{b}{a}$ عندما $a>0$, $\theta=tan^{-1}\frac{b}{a}+180$ عندما $a<0$

أما إذا كانت $a=0$ فإن $\theta=\frac{\pi}{2}$ عندما $b>0$, $\theta=-\frac{\pi}{2}$ عندما $b<0$

نظرية دي موافر

إذا كان $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ وكان n عدد صحيح موجب فإن :

$$z^n=(r(\cos\theta+i\sin\theta))^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$$

- الجذور المختلفة : إذا كانت n عدد صحيح موجب للعدد المركب $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ n من الجذور النونية المختلفة, و إيجاها باستعمال الصيغة

$r^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n})$ حيث $k=0,1,2,\ldots\ldots,(n-1)$

- ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية:

إذا كان $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$, $z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$ فإن

صيغة الضرب $z_1z_2=r_1r_2(\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2))$

صيغة القسمة : $\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}(\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2))$ حيث $r_2\neq 0, z_2\neq 0$

المتجهات

- المتجه : هو قطعة مستقيمة محدد لها إتجاه .
- الكمية القياسية : وتحدد بقيمة عددية (مقدار) فقط , مثل تسير سيارة بسرعة $60km/h$
- الكمية المتجهة : وتحدد بمقدار واتجاه مثل سير سيارة بسرعة $60km/h$ في اتجاه الشرق ,

والمقصود بمقدار المتجه هو طوله

- اتجاه المتجه : يحدد اتجاه المتجه باستعمال

الإتجاه الأفقي ويبدأ من نقطة الأصل مع محور x الموجب وعكس عقارب الساعة مثل ($30°$ مع الأفقي)

الإتجاه الربعي وزاويته φ فاي حيث $0° < \varphi < 90°$ شرق أو غرب الخط الرأسي مثل ($E\ 30°\ S$)

الإتجاه الحقيقي ويبدأ الشمال مع عقارب الساعة ويقاس بثلاثة أرقام مثل 025^0

المتجهات المتوازية :

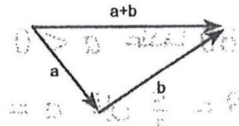
المتكافئان : ولهما الطول نفسه والاتجاه نفسه (متوازيان) .

المتعاكسان : ولهما الطول نفسه ومتعاكسان في الاتجاه (متوازيان)

الطول مختلف والإتجاه نفسه (متوازيان) .

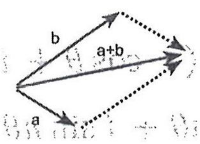
الطول مختلف وعكس الإتجاه على الرسم (متوازيان) .

- المحصلة: هو المتجه الناتج من جمع متجهين أو أكثر , ونستعمل لإيجادها قاعدة المثلث أو قاعدة متوازي الأضلاع



قاعدة المثلث: محصلة المتجهين a,b

هي المتجه المرسوم من بداية a إلى نهاية b



قاعدة متوازي الأضلاع : محصلة المتجهين a,b

هي المتجه الذي يمثله قطر متوازي الأضلاع

- إذا كان لدينا المتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي بدايته $A(x_1, y_1)$ ونهايته $B(x_2, y_2)$ فإن

الصورة الإحداثية للمتجه هي $\overrightarrow{AB} = B - A = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$

طول المتجه هو $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- متجه الوحدة u في إتجاه متجه v هو المتجه على طول المتجه $u = \frac{v}{|v|} = \frac{1}{|v|}v$ حيث $|u| = 1$

- العمليات على المتجهات: إذا كان $b = \langle b_1, b_2 \rangle, a = \langle a_1, a_2 \rangle$ متجهين و k عدداً حقيقياً فإن

جمع متجهين $a + b = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$

طرح متجهين $a - b = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$

ضرب متجه في عدد حقيقي $ka = \langle ka_1, ka_2 \rangle$

- إذا ضرب متجه في عدد سالب فإنه يعكس اتجاهه , فمثلا $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

- مركبتي متجه :

المركبة الرأسية $|y| = r\sin\theta$

المركبة الأفقية $|x| = r\cos\theta$

▪ إذا كان المتجه v في الصورة الإحداثية $v = \langle a , b \rangle$ فإن

طول المتجه $|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$

كتابة المتجه باستعمال متجهي الوحدة i , j هي v=ai+bj

كتابة المتجه باستعمال الزاوية التي يصنعها v مع محور x الموجب هي

$$v = \langle |v|\cos\theta , |v|\sin\theta \rangle$$

لإيجاد زاوية اتجاه المتجه مع الإتجاه الموجب لمحور x نحل المعادلة $\tan\theta = \left(\frac{b}{a}\right)$

▪ الضرب الداخلي للمتجهين $a = \langle a_1, a_2 \rangle$,, $b = \langle b_1, b_2 \rangle$ في المستوى الإحداثي كالتالي :

$$a \bullet b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

▪ يكون المتجهين متعامدين , إذا وفقط إذا كان $a \bullet b = 0$

▪ خصائص الضرب الداخلي: إذا كانت u,v,w متجهات وكان k عدداً حقيقياً موجباً , فإن :

الإبدال $u \bullet v = v \bullet u$

التوزيع $u \bullet (v + w) = u \bullet v + u \bullet w$

الضرب في عدد $k(u \bullet v) = ku \bullet v = u \bullet kv$

الضرب الداخلي في المتجه الصفري $0 \bullet v = 0$

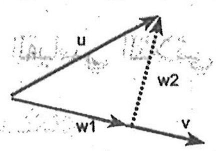
العلاقة بين الضرب الداخلي وطول المتجه $u \bullet u = |u|^2, |u| = \sqrt{u \bullet u}$

▪ إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير الصفريين u ,v فإن

$$\cos\theta = \frac{v \bullet u}{|u| \times |v|}$$

$$u \bullet v = |u| \times |v| \cos\theta$$

▪ مسقط المتجه u على v



إذا كان u ,v متجهين غير صفريين وكان w_1, w_2 مركبتي u , بحيث w_1 موازٍ للمتجه v فإن w_1 هو مسقط المتجه u على v ويكون $w_1 = \left(\frac{u \bullet v}{|v|^2}\right) v$, $u = w_1 + w_2$

▪ إذا كان لدينا المتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي بدايته $A(x_1, y_1, z_1)$ ونهايته $A(x_2, y_2, z_2)$ في الفضاء فإن الصورة الإحداثية للمتجه هي $\overrightarrow{AB} = B - A = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 \rangle$

طول المتجه هو $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

وتعطى نقطة المنتصف M لِـ $\overrightarrow{AB}$ بالقانون $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$

▪ العمليات على المتجهات: إذا كان $a = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle, b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ متجهين و k عدداً حقيقياً

فإن

جمع متجهين $a + b = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$

طرح متجهين $a - b = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$

ضرب متجه في عدد حقيقي $ka = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$

- الضرب الداخلي للمتجهين $b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle, a = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$

$$a \bullet b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

- يكون المتجهين غير الصفريين a,b متعامدين , إذا وفقط إذا كان $a \bullet b = 0$

إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير الصفريين u ,v في الفضاء فإن

$$\cos \theta = \frac{v \bullet u}{|u| \times |v|}$$

$$u \bullet v = |u| \times |v| \cos\theta$$

الضرب لإتجاهي لمتجهين

الضرب الإتجاهي لمتجهين a,b هو متجه وليس عدد , ويرمز له a×b ويكون عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين .

- إذا كان $a = a_1 i + a_2 j + a_3 k \ , b = b_1 i + b_2 j + b_3 k$ فإن

الضرب الإتجاهي للمتجهين a, b هو

$$a \times b = (a_2 b_3 - a_3 b_2)i + (a_1 b_3 - a_3 b_1)j + (a_1 b_2 - a_2 b_1)k$$

حجم متوازي السطوح هو القيمة المطلقة للضرب القياسي الثلاثي لمتجهات أبعاده التي تنطلق من رأس واحدة

- إذا كان $, c = c_1 i + c_2 j + c_3 k a = a_1 i + a_2 j + a_3 k \ , b = b_1 i + b_2 j + b_3 k$

فإن الضرب القياسي الثلاثي يعرف كما يلي
$$c \bullet (a \times b) = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

النهايات والإشتقاق

- تكون نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c موجودة إذا وفقط إذا كانت النهايتان من اليمين واليسار موجودتين ومتساويتين أي

$lim_{x \to c} \ f(x) = L$ ويكون $lim_{x \to c^+} f(x) = lim_{x \to c^-} f(x) = L$

- لا تعتمد نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c على قيمة الدالة عند c
- تكون نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c غير موجودة في الحالات التالية

_ إذا اقتربت $f(x)$ من من قيمتين مختلفتين عندما تقترب قيم x من c من اليسار ومن اليمين

_ إذا ازدادت قيم $f(x)$ أو تناقصت بشكل غير محدودعندما تقترب قيمx من c من اليسارأومن اليمين أو كلاهما

- إذا تذبذبت قيم $f(x)$ بين قيمتين مختلفتين عندما تقترب قيم x من c

حساب النهايات جبريًا

- يمكن إيجاد نهايات كثيرات الحدود والدوال النسبية عادة من خلال التعويض المباشر
- إذا توصلت إلى الصيغة غير المحددة عند حساب نهاية دالة نسبية فنبسط العبارة جبريا من خلال تحليل البسط والمقام أو إنطاق البسط أو المقام , ثم نختصر العوامل المشتركة حساب النهايات عند المالانهاية
- إذا كان n عدد صحيح موجب فإن

$\lim_{x\to\infty} x^n = \infty$

$\lim_{x\to-\infty} x^n = \infty$ إذا كان n عدد زوجي

$\lim_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ إذا كان n عدد فردي

نهاية دالة كثيرة حدود

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} a_n x^n$ هي $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x \quad + a_0$

- نهاية دالة المقلوب عند موجب أو سالب ما لا نهاية هي الصفر أي $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$
- نهاية الدوال الكسرية عند موجب أو سالب ما لا نهاية هو نهاية أكبر قوة في البسط و أكبر قوة في المقام
- المستقيم $x = c$ هو خط تقارب رأسي للدالة f إذا كان

$$\lim_{x\to c^+} f(x) = \pm\infty \text{ أو } \lim_{x\to c^-} f(x) = \pm\infty$$

- المستقيم $y = c$ هو خط تقارب أفقي للدالة f إذا كان

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = c \text{ أو } \lim_{x\to-\infty} f(x) = c$$

- معدل التغير اللحظي للدالة f عند النقطة ((x,f(x) هو ميل المماس m عند النقطة $(x, f(x))$ ويعطى بالصيغة $m = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)+f(x)}{h} = f`(x)$
- السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية من a إلى $b\ v_{avg} = \frac{\text{المسافةالتغيرفي}}{\text{الزمنالتغيرفي}} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

المشتقات والتكامل

- يرمز لمشتقة $y = f(x)$ بالرموز $y',\ f'(x)\ \ \frac{dy}{dx}$
- مشتقة الثابت إذا كان $f(x) = c$ حيث عدد حقيقي فإن $f'(x) = 0$
- مشتقة القوة إذا كان $f(x) = x^n$ حيث عدد حقيقي فإن $f'(x) = nx^{n-1}$
- مشتقة الضرب $\frac{d}{dx}(f(x)\cdot g(x)) = f'(x)\cdot g(x) + f\ \ (x)\cdot g'(x)$
- مشتقة القسمة $\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f\ \ (x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
- نظرية القيمة القصوى : إذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة [a,b] فإن لها قيمة عظمى

وصغرى على الفترة [a,b] , وذلك إما عند النقط الحرجة أو عند أحد طرفي الفترة .

- في التجزيء المنتظم للفترة [a,b] إلى n من الفترات الجزئية المنتظمة , يكون طول الفترة هو $\Delta x = \frac{b-a}{n}$
- قيمة نقطة في التجزيء المنتظم هي : $x_i = a + i \cdot \Delta x$ حيث a بداية الفترة, Δx طول الفترة , i رتبة النقطة

بعض صيغ المجاميع

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}, \qquad \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{i=1}^{n} c = cn$$ حيث c عدد ثابت

- الدالة الأصلية : نسمي $F(x)$ دالة أصلية للدالة $f(x)$ إذا كان $F'(x) = f(x)$
- النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل $\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$
- قاعدة القوة في التكامل $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- إذا كانت $v(t)$ تمثل دالة السرعة المتجهة اللحظية فإن دالة المسافة $s(t)$ عند الزمن t هي $s(t) = \int v(t) \, dt$
- الشغل اللازم لشد نابض مسافة ما a(متر) , من موضعه الطبيعي بالتكامل $= \int_0^a cx \, dx$ حيث c عدد ثابت