

الرياضيات
المستوى الثاني
النظام الفصلي للتعليم الثانوي
كتاب التمارين

5

الأشكال الرباعية

زوايا المضلع

5-1

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المحدبة الآتية:

(1) ذو 11 ضلعاً
 $180 \times (n-2)$
 $180 \times (11-2)$
 180×9
 $1620^\circ =$

(2) ذو 14 ضلعاً
 $180 \times (n-2)$
 $180 \times (14-2)$
 180×12
 $2160^\circ =$

(3) ذو 17 ضلعاً
 $180 \times (n-2)$
 $180 \times (17-2)$
 180×15
 $2700^\circ =$

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي:

144 (4)

$$180 \times (n-2) = 144n$$

$$180n - 360 = 144n$$

$$36n = 360$$

$$n = 10$$

(5)

156

$$180 \times (n-2) = 156n$$

$$180n - 360 = 156n$$

$$24n = 360$$

$$n = 15$$

(6)

160

$$180 \times (n-2) = 160n$$

$$180n - 360 = 160n$$

$$20n = 360$$

$$n = 18$$

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية في كل من المضلعين الآتيين:

(7) مجموع قياسات المضلع الخارجة = 360°

$$(2x+15) + (3x-20) + (x+15) + x = 360^\circ$$

$$7x+10 = 360^\circ$$

$$7x = 350^\circ$$

$$x = 50^\circ$$

$$m\angle J = (2 \times 50) + 15 = 115^\circ$$

$$m\angle N = (50 + 15) = 65^\circ$$

$$m\angle K = (3 \times 50) - 20 = 130^\circ$$

$$m\angle M = 50^\circ$$

(8) مجموع قياسات المضلع الخارجة = 360°

$$(6x-4) + (2x+8) + (2x+8) + (6x-4) = 360^\circ$$

$$16x + 8 = 360^\circ$$

$$16x = 352^\circ$$

$$x = 22^\circ$$

$$m\angle R = (6 \times 22) - 4 = 128^\circ$$

$$m\angle S = (2 \times 22) + 8 = 52^\circ$$

$$m\angle U = (2 \times 22) + 8 = 52^\circ$$

$$m\angle T = (6 \times 22) - 4 = 128^\circ$$

أوجد قياس زاوية خارجية وأخرى داخلية للمضلع المنتظم المعطى عدد أضلاعه في كل مما يأتي، وقرب الإجابة إلى أقرب عُشر إذا كان ذلك ضرورياً:

16 (9)

افترض أن الزاوية الخارجة هي n

$$16n = 360^\circ$$

$$n = 22.5^\circ$$

قياس الزاوية الداخلية = 22.5

قياس الزاوية الداخلية = $180 - 22.5 = 157.5$

24 (10)

افترض أن الزاوية الخارجة هي n

$$24n=360^\circ$$

$$n = 15^\circ$$

قياس الزاوية الداخلية = 15

$$165 = 15 - 180 = \text{قياس الزاوية الداخلية}$$

30 (11)

افترض أن الزاوية الخارجة هي n

$$30n=360^\circ$$

$$n = 12^\circ$$

قياس الزاوية الداخلية = 12

$$168 = 12 - 180 = \text{قياس الزاوية الداخلية}$$

14 (12)

افترض أن الزاوية الخارجة هي n

$$14n=360^\circ$$

$$n = 25.7^\circ$$

قياس الزاوية الداخلية = 25.7

$$163.3 = 25.7 - 180 = \text{قياس الزاوية الداخلية}$$

22 (13)

افترض أن الزاوية الخارجة هي n

$$22n=360^\circ$$

$$n = 16.4^\circ$$

قياس الزاوية الداخلية = 16.4

$$163.6 = 16.4 - 180 = \text{قياس الزاوية الداخلية}$$

40 (14)

افترض أن الزاوية الخارجة هي n

$$40n=360^\circ$$

$$n = 9^\circ$$

قياس الزاوية الداخلية = 9

$$171 = 9 - 180 = \text{قياس الزاوية الداخلية}$$

(15) بلورات:
356°

متوازي الأضلاع

5-2

جبر: أوجد قيم المتغيرات في كل من متوازيات الأضلاع الآتية:

(1) بما أن كل ضلعين متقابلين متساويين في متوازي الأضلاع

$$\therefore b+1=2b$$

$$b=1$$

$$3a-4=a+2$$

$$a=3$$

(2) بما أن كل زاويتين متقابلين متساويين في متوازي الأضلاع

$$\therefore (y+10)=(2y-40)$$

$$y=50^\circ$$

بما أن كل زاويتين متتاليتين متكاملتين في متوازي الأضلاع

$$(2y-40)+4x=180^\circ$$

$$60+4x=180^\circ$$

$$4x=120$$

$$x=30^\circ$$

(3) القطران في متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

$$y+3=12$$

$$y=9$$

$$x-3=15$$

$$x=18$$

$$x = 2, y = 4.5$$

(4) القطران في متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

$$5y-8=3y+1$$

$$5y-3y=9$$

$$2y=9$$

$$y=4.5$$

$$x+6=4x$$

$$4x-x=6$$

$$3x=6$$

$$x=2$$

جبر: استعمل الشكل الرباعي RSTU المبين جانباً لإيجاد كل مما يأتي:

$$m\angle RST \quad (5)$$

بما أن كل زاويتين متتاليتين متكاملتين في متوازي الأضلاع

$$m\angle URT + m\angle TRS + m\angle RST = 180^\circ$$

$$30 + 25 + m\angle TRS = 180^\circ$$

$$55 + m\angle TRS = 180^\circ$$

$$m\angle TRS = 125$$

$$m\angle STU \quad (6)$$

$$m\angle STU = m\angle SRU$$

$$m\angle STU = 55^\circ$$

$$m\angle TUR \quad (7)$$

$$m\angle STU + m\angle SRU = 180^\circ$$

$$55 + m\angle SRU = 180^\circ$$

$$m\angle SRU = 125^\circ$$

$$b \quad (8)$$

$$4b-1=23$$

$$4b=24$$

$$b=6$$

هندسة إحداثية: أوجد إحداثيي نقطتا تقاطع قطري الشكل الرباعي PRYZ، المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين:

(9)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ & = \left(\frac{2-2}{2}, \frac{5-3}{2} \right) \\ & = (0, 1) \end{aligned}$$

(10)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ & = \left(\frac{2-5}{2}, \frac{3-7}{2} \right) \\ & = (-1.5, -2) \end{aligned}$$

(11) البرهان:

PRST, PQVU متوازي أضلاع

وبما أن الزوايا المتطابقة في متوازي الأضلاع متطابقة

فإن $\angle P \cong \angle V$ ،

وكذلك $\angle P \cong \angle S$.

وبما أن التطابق يحقق خاصية التعدي،

فإن $\angle V \cong \angle S$.

(12) تصميم:

$$m\angle 1 = m\angle 3$$

$$m\angle 3 = 130^\circ$$

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$$

$$130 + m\angle 2 = 180^\circ$$

$$m\angle 2 = 50^\circ$$

$$m\angle 2 = m\angle 4$$

$$m\angle 4 = 50^\circ$$

تميز متوازي الأضلاع

5-3

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك:

(1) نعم؛

لأن القطرين ينصف كل منهما الآخر.

(2) لا؛

لأنه لا يحقق أي شرط من شروط متوازي الأضلاع.

(3) نعم؛

لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

(4) لا؛

لأنه لا يحقق أي شرط من شروط متوازي الأضلاع.

هندسة إحدائية: مثل في المستوى الإحدائي الشكل الرباعي المعطاة إحدائيات رؤوسه في السؤالين الآتيين، وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال:

$$\begin{aligned}\overline{PS} &= \frac{2-1}{-2+5} = \frac{1}{3} \\ \overline{SF} &= \frac{-3-2}{-1+2} = \frac{-5}{1} = -5 \\ \overline{FT} &= \frac{-2+3}{2+1} = \frac{1}{3} \\ \overline{TP} &= \frac{-2-1}{2+5} = \frac{-3}{7}\end{aligned}$$

(5) ميل

لا ليس متوازي أضلاع لأن ميل الأضلاع المتقابلة غير متساوي

$$\begin{aligned}\overline{RO} &= \frac{3-5}{1+2} = \frac{-2}{3} \\ \overline{OM} &= \frac{-4-3}{-3-1} = \frac{-7}{-4} \\ \overline{MY} &= \frac{-2+4}{-6+3} = \frac{2}{-3} \\ \overline{YR} &= \frac{-2-5}{-6+2} = \frac{-7}{-4}\end{aligned}$$

(6)

نعم، لأن الأضلاع المتقابلة لها نفس الميل
أوجد قيمتي X, Y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع:

(7) بما أن كل زاويتين متقابلتين متساويتين في متوازي الأضلاع

$$\therefore (5y-9)=(3y+15)$$

$$5y-3y= 15+9$$

$$2y = 24$$

$$y=12$$

$$\therefore (5x+29)=(7x-11)$$

$$7x-5x= 29+11$$

$$2x = 40$$

$$x=20$$

(8) بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

$$\therefore (2y+8)=(3y-5)$$

$$3y-2y= 8+5$$

$$y=13$$

$$\begin{aligned}\therefore (-4x-2) &= (-3x+4) \\ -4x+3x &= 4+2 \\ -x &= 6 \\ x &= -6\end{aligned}$$

(9) بما أن كل ضلعين متقابلين متساويين في متوازي الأضلاع

$$\begin{aligned}\therefore (-6x) &= (-4x+6) \\ -6x+4x &= 6 \\ -2x &= 6 \\ x &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (7y+3) &= (12y-7) \\ 12y-7y &= 3+7 \\ 5y &= 10 \\ y &= 2\end{aligned}$$

$$x = -2, y = -5$$

(10) بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

$$\begin{aligned}\therefore (-2x+6) &= (x+12) \\ x+2x &= 6-12 \\ 3x &= -6 \\ x &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (-4y-2) &= (y+23) \\ y+4y &= -25 \\ 5y &= -25 \\ y &= -5\end{aligned}$$

(11) إجابة ممكنة:

بالتحقق من أن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

المستطيل

5-4

جبر: استعن بالمستطيل RSTV المبين جانباً، ثم أجب:

(1)

$$\overline{ZS} \square \overline{UZ}$$

$$3x-15=x+21$$

$$3x-x=21+15$$

$$2x=36$$

$$x=18$$

$$\begin{aligned} ZS &= (3 \times 18) - 15 \\ &= 54 - 15 \end{aligned}$$

$$ZS = 39$$

$$UZ = 78$$

(2)

$$\overline{ZS} \cong \overline{RZ}$$

$$6x - 28 = 3x + 8$$

$$6x - 3x = 8 + 28$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

$$\begin{aligned} ZS &= (6 \times 12) - 28 \\ &= 72 - 28 \end{aligned}$$

$$ZS = 44$$

$$ZS = UZ$$

$$UZ = 44$$

9

(3)

$$3x - 15 = x + 21$$

$$3x - x = 21 + 15$$

$$2x = 36$$

$$x = 18$$

$$\begin{aligned} ZS &= (3 \times 18) - 15 \\ &= 54 - 15 \end{aligned}$$

$$ZS = 39$$

$$UZ = 78$$

(4) بما أن زوايا المستطيل الأربعة قوائم

$$m\angle RUS + m\angle SUT = 90^\circ$$

$$(5x - 4) + (3x + 6) = 90^\circ$$

$$8x + 2 = 90$$

$$8x = 88$$

$$x = 11^\circ$$

$$m\angle SUT = (3x + 6)$$

$$= (3 \times 11) + 6$$

$$m\angle SUT = 39^\circ$$

$$m\angle UTR = m\angle SRT \quad (5)$$

$$(2x - 44) = (x + 9)$$

$$x = 53^\circ$$

$$m\angle UTR = 2x - 44$$

$$=(2 \times 53) - 44$$

$$m\angle UTR = 62^\circ$$

$$m\angle TUS = m\angle RSU \quad (6)$$

$$(3x + 9) = (x + 41)$$

$$2x = 32^\circ$$

$$x = 16^\circ$$

$$m\angle RSU = x + 41$$

$$= 16 + 41$$

$$m\angle UTR = 57^\circ$$

في المستطيل GNJK، إذا كان $m\angle 1 = 37^\circ$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

$$m\angle 2 = 90 - 37 \quad (7)$$

$$= 53^\circ$$

$$m\angle 3 = m\angle 1 \quad (8)$$

$$= 37^\circ$$

$$\begin{aligned} (9) \\ m\angle 4 &= m\angle 1 \\ &= 37^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 53^\circ \\ (10) \\ m\angle 5 &= m\angle 2 \\ &= 53^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100^\circ \\ (11) \\ m\angle 6 &= 106^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (12) \\ m\angle 7 &= m\angle 3 + m\angle 4 \\ &= 71^\circ \end{aligned}$$

هندسة إحداثية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي، وحدد ما إذا كان مستطيلاً أم لا، برر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال:

$$\begin{aligned} (13) \text{ نعم؛} \\ \overline{BG} &= \frac{4-3}{-2+4} = \frac{1}{2} \\ \overline{GH} &= \frac{-2-4}{1+2} = \frac{-6}{3} = -3 \\ \overline{HL} &= \frac{-3+2}{-1-1} = \frac{1}{2} \\ \overline{LB} &= \frac{-3-3}{-1+4} = \frac{-9}{3} = -3 \end{aligned}$$

إجابة ممكنة: كل ضلعين متقابلين متوازيان، وكل ضلعين متجاورين متعامدان.

(14) نعم؛

$$\overline{NO} = \frac{0-5}{6+4} = \frac{-5}{10} = \frac{-1}{2}$$

$$\overline{OP} = \frac{-6-0}{3-6} = \frac{-6}{-3} = 2$$

$$\overline{PQ} = \frac{-1+6}{-7-3} = \frac{5}{-10} = \frac{-1}{2}$$

$$\overline{QN} = \frac{-1-5}{-7+4} = \frac{-6}{-3} = 2$$

إجابة ممكنة: كل ضلعين متقابلين متوازيان.

(15) نعم؛

$$\overline{CD} = \frac{7-5}{4-0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\overline{DE} = \frac{4-7}{5-4} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$\overline{EF} = \frac{2-4}{1-5} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\overline{FC} = \frac{2-5}{1-0} = \frac{-3}{1} = -3$$

إجابة ممكنة: كل ضلعين متقابلين متوازيان.

(16) لا؛ يجب التأكد من أن كل ضلعين متجاورين متعامدين لا يمكن أن نستنتج أكثر من كون الشكل متوازي أضلاع.

المعين والمربع

5-5

في المعين $PRYZ$ ، إذا كان $m\angle YKZ = 67^\circ$ ، $RK = 5$ ، $RY = 13$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

(1) القطران متعامدان في المعين

$$(KY)^2 + (RK)^2 = (RY)^2$$

$$25 + (RK)^2 = 169$$

$$(RK)^2 = 144$$

$$RK = 12$$

(2) القطران ينصف كل منهما الآخر في المعين

$$PK = KY$$

$$PK = 12$$

(3) القطران متعامدان في المعين

$$m\angle YKZ = 90^\circ$$

67°

(4) قطر المعين ينصف زاوية الرأس وكل ضلعين متقابلين متوازيين

$$m\angle PZR = m\angle YRZ$$

$$m\angle PZR = 67^\circ$$

في المعين MNPQ، إذا كان $AP = 3$ ، $PQ = 3\sqrt{2}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

(5) القطران متعامدان في المعين

$$(AP)^2 + (AQ)^2 = (PQ)^2$$

$$9 + (AQ)^2 = 18$$

$$(AQ)^2 = 9$$

$$AQ = 3$$

(6) القطران متساويان وينصف كل منهما الآخر

$$AP = AQ$$

$$m\angle APQ = m\angle AQP$$

$$m\angle PAQ = 90^\circ$$

$$m\angle APQ = 90 \div 2$$
$$= 45^\circ$$

(7) زوايا المربع قائمة

$$m\angle MNP = 90^\circ$$

6

(8) القطران ينصف كل منهما الآخر

$$AP = AM$$

$$PM = AP + AM$$

$$PM = 2 \times 3 = 6$$

هندسة إحداثية: حدد ما إذا كان الشكل الرباعي BEFG المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً.

(9) معين ومستطيل ومربع،

جميع الأضلاع متطابقة،

والقطران متطابقان ومتعامدان.

**(10) معين ومستطيل ومربع،
جميع الأضلاع متطابقة،
والقطران متطابقان ومتعامدان.**

**(11) معين،
جميع الأضلاع متطابقة،
والقطران متعامدان وغير متطابقين.**

(12) يتكون هذا النموذج من 6 معينات متطابقة.

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

5-6

أوجد القياس المطلوب في كل مما يأتي:

(1) بما أن شبه المنحرف متطابق الساقين فإن:

$$m\angle T = m\angle V$$

$$m\angle T = 60^\circ$$

(2) بما أن شبه المنحرف متطابق الساقين فإن:

$$m\angle Z = m\angle W = 68^\circ$$

$$m\angle Z + m\angle W + m\angle X + m\angle Y = 360^\circ$$

$$m\angle X + m\angle Y = 360 - 136$$

$$= 224$$

$$m\angle Y = 224 \div 2$$

$$= 112^\circ$$

(3) مجموع الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = 360°

$$\therefore RQ = RS$$

$$\therefore m\angle Q = m\angle S$$

$$2m\angle Q = 360 - (48 + 110)$$

$$2m\angle Q = 202$$

$$m\angle Q = 101^\circ$$

$$(BC)^2 = 49 + 16$$

$$(BC)^2 = 65 \quad (4)$$

$$BC = \sqrt{65}$$

جبر: في الشكل المجاور، V , Y نقطتا منتصف الساقين لشبه المنحرف

$$CD=38 \quad (5)$$

$$53^\circ \quad (6)$$

هندسة إحداثية: إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $RSTU$

$$\overline{RS} \parallel \overline{TU} \quad (7)$$

(8) ليس متطابق الساقين،

$$\text{لأن } RQ = \sqrt{37}, ST = \sqrt{34}$$

$$17.5 \text{ ft} \quad (9)$$

(10) إجابة ممكنة: قياسا زاويتي القاعدة.



المضلعات المتشابهة

6-1

حدد ما إذا كان المضلعان في كل من السؤالين الآتيين متشابهين أو لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وإلا فوضح السبب:

(1)

$$\angle J \cong \angle Q, \angle K \cong \angle R \\ \angle L \cong \angle S, \angle M \cong \angle P$$

$$\frac{JK}{QR} = \frac{20}{12} = 1.67$$

$$\frac{KL}{RS} = \frac{15}{9} = 1.67$$

$$\frac{LM}{SP} = \frac{24}{14.4} = 1.67$$

$$\frac{MJ}{PQ} = \frac{25}{15} = 1.67$$

$$\frac{JK}{QR} = \frac{KL}{RS} = \frac{LM}{SP} = \frac{MJ}{PQ}$$

نعم، $JKLM \sim QRSP$

(2)

$$\angle A \cong \angle U, \angle B \cong \angle V, \angle C \cong \angle T$$

$$\frac{AB}{UV} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{VT} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{CA}{TU} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AB}{UV} = \frac{BC}{VT} = \frac{CA}{TU}$$

نعم، $\Delta ABC \sim \Delta UVT$

في كل مما يأتي، إذا كان المثلثان متشابهين، فأوجد قيمة x :

(3) بما أن الشكلين متطابقين

$$\frac{BC}{MN} = \frac{AB}{LM}$$

$$\frac{10}{x+6} = \frac{14}{x+9}$$

$$14x + 84 = 10x + 90$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{3}{2}$$

(4) بما أن الشكلين متطابقين

$$\frac{BA}{ED} = \frac{AC}{DF}$$

$$\frac{6}{x-3} = \frac{12}{x+1}$$

$$12x - 36 = 6x + 6$$

$$6x = 42$$

$$x = \frac{42}{6} = 7$$

(5) مضلعات خماسية:

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{21} = \text{معامل التشابه}$$

$$10+10+15+20+10 = \text{محيط الشكل ABCDE}$$
$$65 =$$

$$\frac{65}{x} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow x = \frac{65 \times 7}{5} = 7$$

(6)

$$\frac{PQ}{WX} = \frac{48}{40} = \frac{6}{5}$$
$$\frac{QR}{XY} = \frac{84}{70} = \frac{6}{5}$$
$$\frac{PQ}{WX} = \frac{QR}{XY}$$

نعم، $PQRS \sim WXYZ$

، ومعامل التشابه $= \frac{6}{5}$.

المثلثات المتشابهة

6-2

في السؤالين الآتيين، حدد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، وإلا فحدد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهين؟ وضح إجابتك.

(1)

$$\begin{aligned}\angle A &\cong \angle S \\ \frac{AJ}{WS} &= \frac{18}{12} = 1.5 \\ \frac{AK}{SY} &= \frac{24}{16} = 1.5 \\ \frac{AJ}{WS} &= \frac{AK}{SY}\end{aligned}$$

نعم؛ $\triangle JAK \sim \triangle WSY$ وفق نظرية التشابه SAS.

(2)

$$\begin{aligned}\frac{PQ}{MN} &= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{LQ}{LN} &= \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \\ \frac{PQ}{MN} &= \frac{LQ}{LN}\end{aligned}$$

لا؛ سيكون المثلثان متشابهان وفق النظرية SAS أو المسلمة AA

إذا كان $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$

عين المثلثين المتشابهين، وأوجد الطول المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

(3)

بالتقابل بالرأس $\angle QNP = \angle LNM$

بالتبادل $\angle MLN = \angle QPN$

$$\triangle LMN \sim \triangle PQN$$

$$\frac{PN}{NL} = \frac{PQ}{LM}$$

$$\frac{12}{18} = \frac{x-1}{x+3}$$

$$12(x+3) = 18(x-1)$$

$$12x+36 = 18x-18$$

$$6x = 54$$

$$x = 9$$

$$PQ = x-1 = 9-1$$

$$PQ = 8$$

$$LM = x+3 = 9+3$$

$$LM = 12$$

(4)

مشاركة بين المثلثين $\angle L$

بالتناظر $\angle LMK = \angle LNJ$

$$\triangle JLN = \triangle KLM$$

$$\frac{LK}{LJ} = \frac{LM}{LN}$$

$$\frac{16}{8} = \frac{6x+2}{(6x+2+x+5)}$$

$$2 = \frac{6x+2}{7x+7}$$

$$6x+2 = 2(7x-7)$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

$$LN = 7x + 7 = 14 + 7$$
$$LN = 21$$

$$LM = 6x + 2 = 12 + 2$$
$$LM = 14$$

(5)

مشاركة بين المثلثين $\angle P$

بالتناظر $\angle PST = \angle PRQ$

$$\Delta TPS = \Delta QPR$$

$$\frac{TS}{QR} = \frac{PS}{PR}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{x+7}{(x+7+x-1)}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{x+7}{2x+6}$$

$$12x + 36 = 8x + 56$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

$$PS = x + 7 = 5 + 7$$

$$PS = 12$$

$$PR = 2x + 6 = 10 + 6$$

$$PR = 16$$

(6)

بالتقابل بالرأس $\angle IGH = \angle EGF$

بالتبادل $\angle HIG = \angle EFG$

$$\Delta EGF \cong \Delta HGL$$

$$\frac{EF}{IH} = \frac{EG}{GH}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{x+1}{x+3}$$

$$4x + 4 = 3x + 9$$

$$x = 5$$

$$EG = x + 1 = 5 + 1$$

$$EG = 6$$

$$HG = x + 3 = 5 + 3$$

$$HG = 8$$

(7) قياس غير مباشر:

(a) إذا كان الارتفاع $X =$

$$\frac{x}{5.25} = \frac{128}{8}$$

(b)

$$x = \frac{128 \times 5.25}{5}$$

$$x = 84 \text{ ft}$$

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

6-3

(1)

$$\begin{aligned} &\because AC \parallel DE \\ &\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{BD}{DA} \\ &\frac{18}{EC} = \frac{27}{24} \\ &CE = \frac{24 \times 18}{27} \\ &CE = 16 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} &\because ST \parallel PQ \\ &\therefore \frac{PS}{SR} = \frac{QT}{TR} \\ &\frac{27}{12} = \frac{x+6}{x-4} \\ &12x + 72 = 27x - 108 \\ &15x = 180 \\ &x = 12 \\ &QT = x + 6 = 12 + 6 \\ &QT = 18 \\ &TR = x - 4 = 12 - 4 \\ &TR = 8 \end{aligned}$$

في السؤالين الآتيين، حدد ما إذا كان:

(3)

$$\begin{aligned}\frac{LM}{MK} &= \frac{35}{21} = \frac{5}{3} \\ \frac{LN}{NJ} &= \frac{21}{18} = \frac{7}{6} \\ \frac{LM}{MK} &\neq \frac{LN}{NJ}\end{aligned}$$

لا؛ غير متوازيان

(4)

$$\begin{aligned}\frac{LM}{MK} &= \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \\ \frac{LN}{NJ} &= \frac{5}{6} \\ \frac{LM}{MK} &= \frac{LN}{NJ}\end{aligned}$$

نعم؛ متوازيان

إذا كانت JN قطعة منصفة:

(5)

بما أن JN تنصف المثلث

$$\therefore JH \parallel LM$$

$$JH = \frac{1}{2} LM$$

$$x = \frac{1}{2} \times 22$$

$$x = 11$$

(6)

بما أن JN تنصف المثلث

$$\therefore JH \square KM$$

$$JH = \frac{1}{2} KM$$

$$x = \frac{1}{2}(x+7)$$

$$x = 7$$

(7)

$$3x - 4 = \frac{5}{4}x + 3$$

$$\frac{7}{4}x = 7$$

$$x = 4$$

$$\frac{2}{3}y + 3 = \frac{1}{3}y + 6$$

$$\frac{1}{3}y = 3$$

$$y = 9$$

(8)

$$x + 1 = 3x - 4$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$4y - 4 = \frac{4}{3}y + 2$$

$$\frac{8}{3}y = 6$$

$$y = \frac{9}{4}$$

(9) خرائط:

بما أن الشوارع متوازية

$$\frac{820}{x} = \frac{660}{280}$$
$$x = \frac{280 \times 820}{660}$$
$$x = 346\text{m}$$

346 m تقريباً

عناصر المثلثات المتشابهة

6-4

جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

(1)

$$\begin{aligned}\frac{24}{32} &= \frac{x}{30} \\ x &= \frac{24 \times 30}{32} \\ x &= 22.5\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}\frac{26}{39} &= \frac{x}{25} \\ x &= \frac{25 \times 26}{39} \\ x &= 16.67\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}\frac{25}{40} &= \frac{x+4}{2x+1} \\ 40x+160 &= 50x+25 \\ 10x &= 135 \\ x &= 13.5\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}\frac{20}{30} &= \frac{28-x}{x} \\ 840-30x &= 20x \\ 50x &= 840 \\ x &= 16.8\end{aligned}$$

(5)

$$\frac{KM}{KL} = \frac{PT}{PR}$$
$$\frac{18}{28} = \frac{15.75}{x}$$
$$x = \frac{28 \times 15.75}{18}$$
$$x = 24.5$$

(6)

$$\frac{ZB}{ZY} = \frac{UA}{UT}$$
$$\frac{11.4}{x} = \frac{6}{8.5}$$
$$x = \frac{11.4 \times 8.5}{6}$$
$$x = 16.15$$

(7) تصویر:

11.2 mm (a)

2.24 m (b)

7

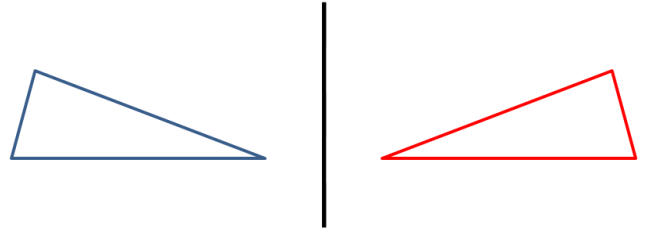
التحويلات الهندسية والتماثل

الانعكاس

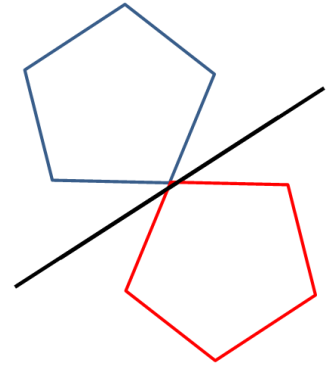
7-1

ارسم صورة كل من الشكلين الآتيين بالانعكاس حول المستقيم 1:

(1)



(2)



هندسة إحداثية:

مما بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن الانعكاس المحدد في كل مما يأتي:

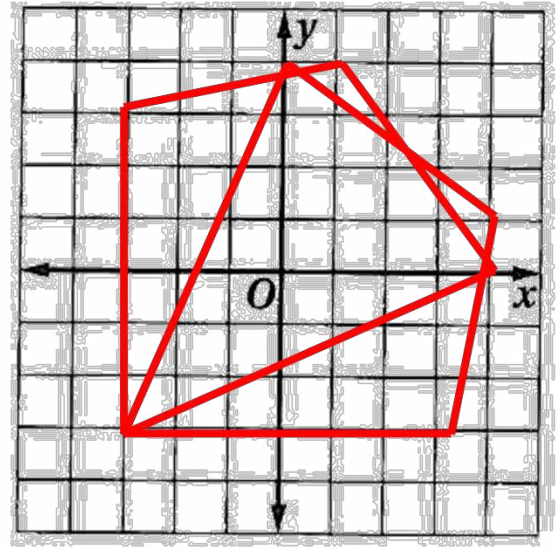
(3)

$$A(-3,3) \rightarrow A'(3,-3)$$

$$B(1,4) \rightarrow B'(4,1)$$

$$C(4,0) \rightarrow C'(0,4)$$

$$D(-3,-3) \rightarrow D'(-3,-3)$$

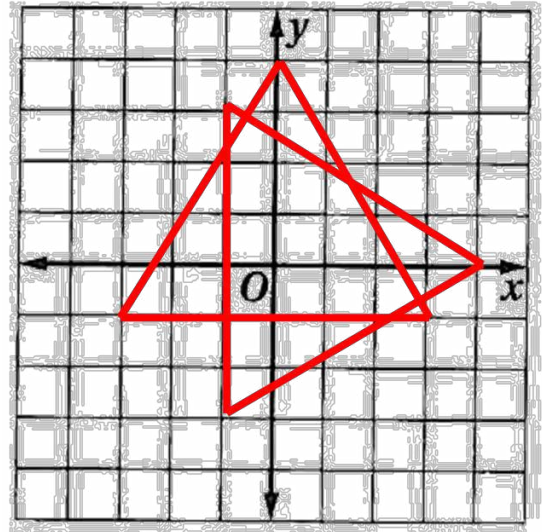


(4)

$$F(-3,-1) \rightarrow F'(-1,-3)$$

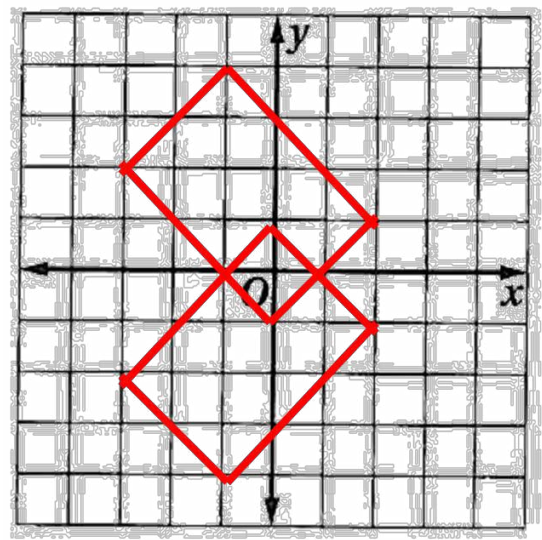
$$G(0,4) \rightarrow G'(4,0)$$

$$H(3,-1) \rightarrow H'(-1,3)$$



(5)

- $Q(-3, 2) \rightarrow Q'(3, -2)$
- $R(-1, 4) \rightarrow R'(-1, -4)$
- $S(2, 1) \rightarrow S'(2, -1)$
- $T(0, -1) \rightarrow T'(0, 1)$



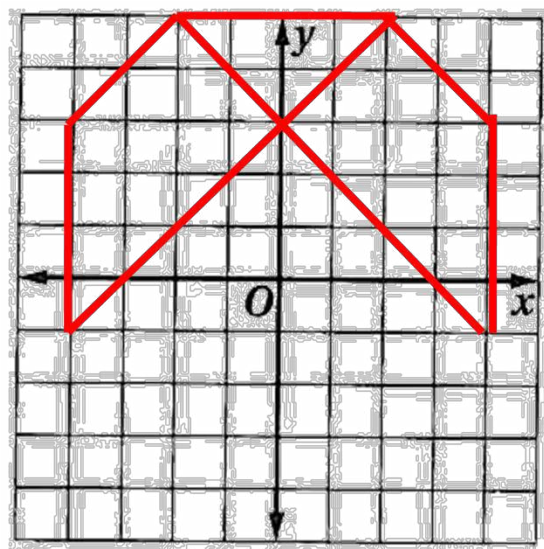
(6)

$$H(-2,5) \rightarrow H'(2,5)$$

$$I(2,5) \rightarrow I'(-2,5)$$

$$J(-4,-1) \rightarrow J'(4,-1)$$

$$K(-4,3) \rightarrow K'(4,3)$$



الإزاحة (الانسحاب)

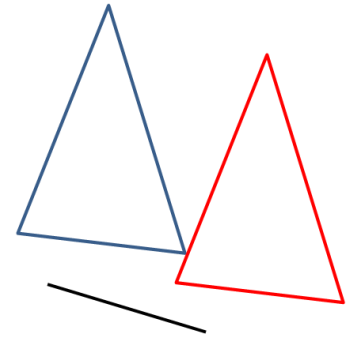
7-2

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة m إلى النقطة m' في
السؤالين الآتيين:

(1)



(2)



مثل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل من السؤالين الآتيين:

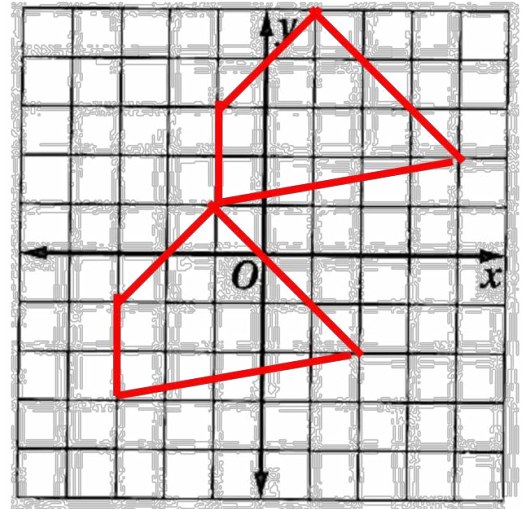
(3)

$$T(-1,1) \rightarrow T'(1,-3)$$

$$U(4,2) \rightarrow U'(6,-2)$$

$$W(1,5) \rightarrow W'(3,1)$$

$$X(-1,3) \rightarrow X'(1,-1)$$



(4)

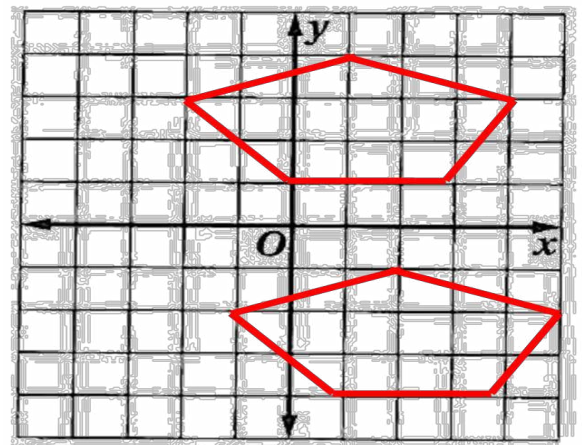
$$D(-1,-2) \rightarrow D'(-2,3)$$

$$E(2,-1) \rightarrow E'(1,4)$$

$$F(5,-2) \rightarrow F'(4,3)$$

$$G(4,-4) \rightarrow G'(3,1)$$

$$H(1,-4) \rightarrow H'(0,1)$$



هندسة إحدائية:

$$(x, y) \rightarrow (x+4, y+2) \text{ (5)}$$

$$(x, y) \rightarrow (x-4, y+1) \text{ (6)}$$

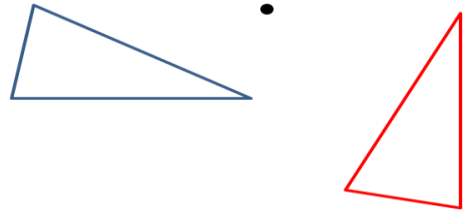
$$(x, y) \rightarrow (x+3, y+4) \text{ (7)}$$

الدوران

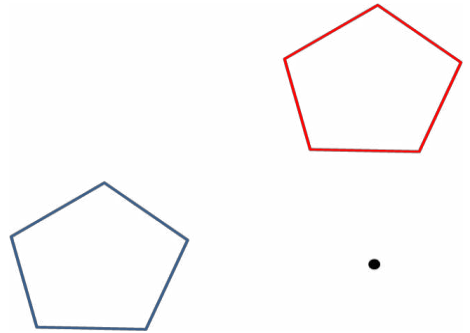
7-3

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة A`
بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:

(1)



(2)



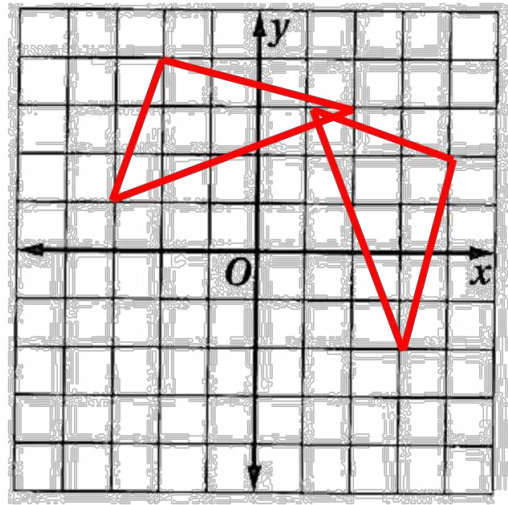
مثل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة
في كل مما يأتي:

(3)

$$P(1,3) \rightarrow P'(-3,1)$$

$$Q(3,-2) \rightarrow Q'(2,3)$$

$$R(4,2) \rightarrow R'(-2,4)$$

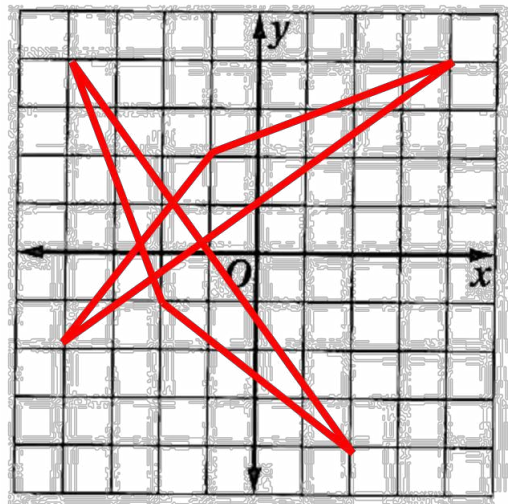


(4)

$$A(-4,4) \rightarrow A'(4,4)$$

$$B(-2,-1) \rightarrow B'(-1,2)$$

$$C(2,-4) \rightarrow C'(-4,-2)$$



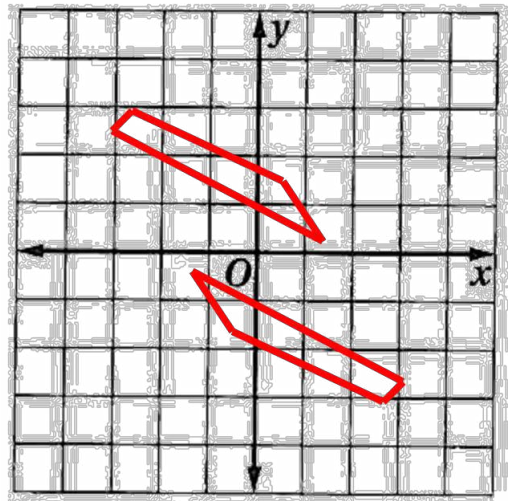
(5)

$$W(1,3) \rightarrow W'(-1,-3)$$

$$X(3,1) \rightarrow X'(-3,-1)$$

$$Y(-6,5) \rightarrow Y'(6,-5)$$

$$Z(-5,6) \rightarrow Z'(5,-6)$$



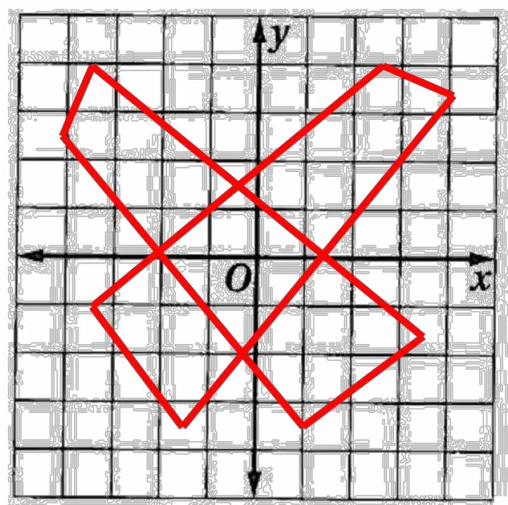
(6)

$$F(8,7) \rightarrow F'(-8,-7)$$

$$G(5,8) \rightarrow G'(-5,-8)$$

$$H(-3,-7) \rightarrow H'(3,7)$$

$$I(-7,-9) \rightarrow I'(7,9)$$



7) ملاحظة:

زاوية الدوران هي 72°

تركيب التحويلات الهندسية

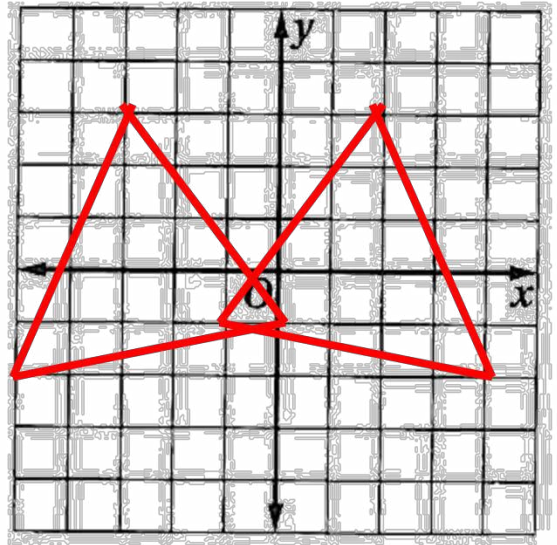
7-4

مثل بيانياً ΔABC وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل مما

يأتي:

(1)

$$\begin{aligned} A(1,3) &\rightarrow A'(3,3) \rightarrow A''(-3,3) \\ B(-2,-1) &\rightarrow B'(0,-1) \rightarrow B''(0,-1) \\ C(3,-2) &\rightarrow C'(5,-2) \rightarrow C''(-5,-2) \end{aligned}$$

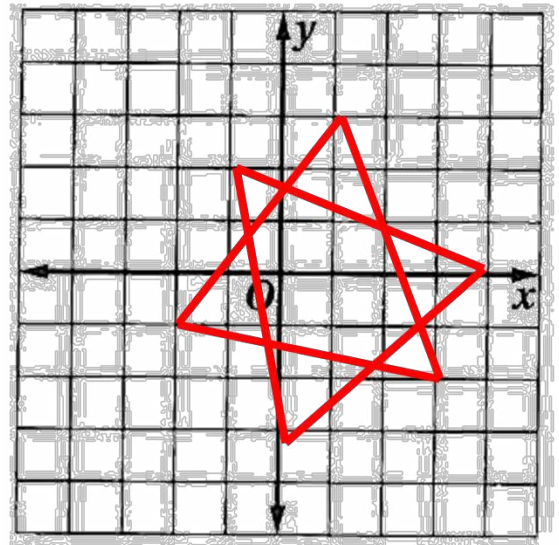


(2)

$$A(1,3) \rightarrow A'(0,4) \rightarrow A''(4,0)$$

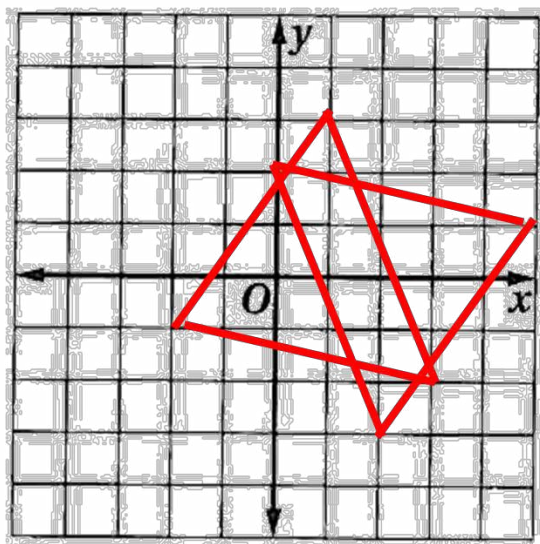
$$B(-2,-1) \rightarrow B'(-3,0) \rightarrow B''(0,-3)$$

$$C(3,-2) \rightarrow C'(2,-1) \rightarrow C''(-1,2)$$



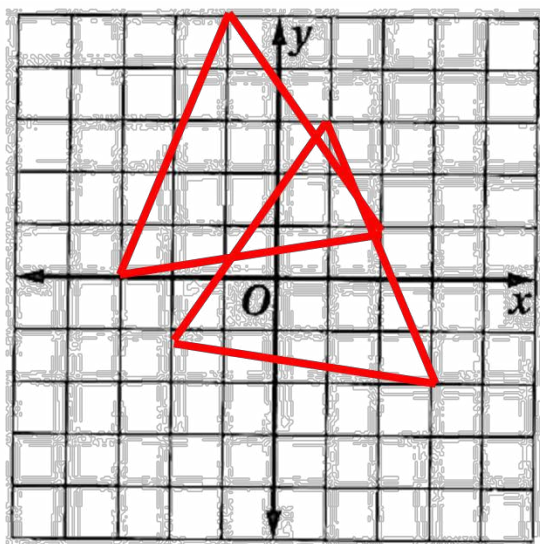
(3)

$$\begin{aligned} A(1,3) &\rightarrow A'(0,5) \rightarrow A''(5,0) \\ B(-2,-1) &\rightarrow B'(-3,1) \rightarrow B''(1,-3) \\ C(3,-2) &\rightarrow C'(2,0) \rightarrow C''(0,2) \end{aligned}$$

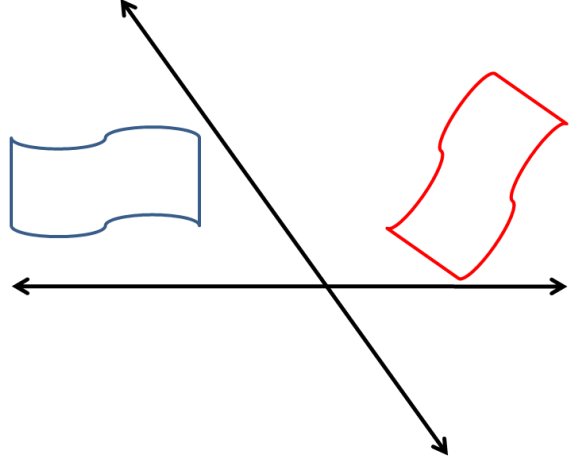


(4)

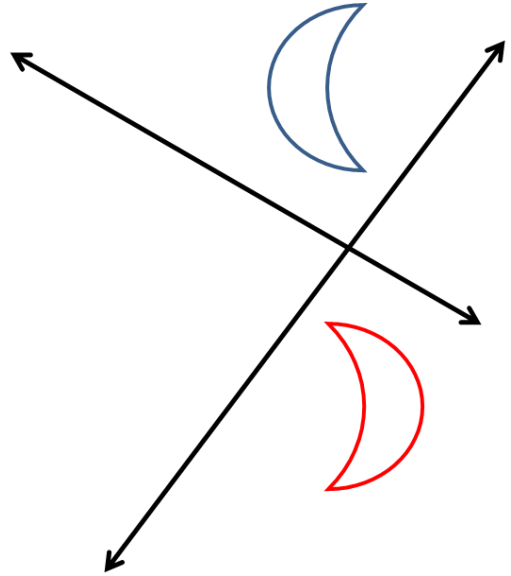
$$\begin{aligned} A(1,3) &\rightarrow A'(1,5) \rightarrow A''(-1,5) \\ B(-2,-1) &\rightarrow B'(-2,1) \rightarrow B''(2,1) \\ C(3,-2) &\rightarrow C'(3,0) \rightarrow C''(-3,0) \end{aligned}$$



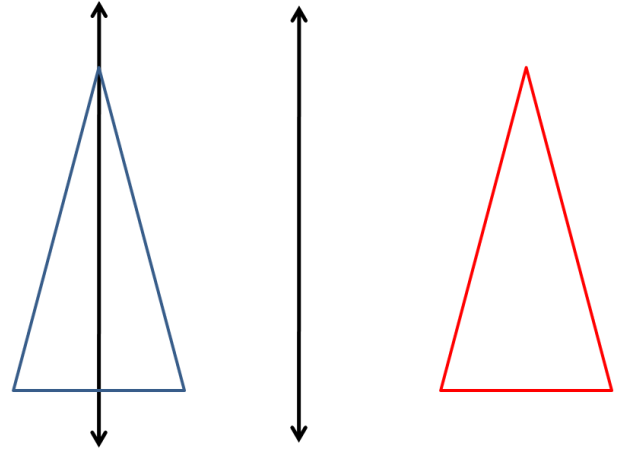
ارسم صورة الشكل F الناتجة عن انعكاس حول المستقيم X ثم انعكاس حول المستقيم Y، ثم صف تحويلأ هندسياً واحداً بنقل F إلى F` في كل مما يأتي:
(5) دوران بزواية 240° حول نقطة التقاطع



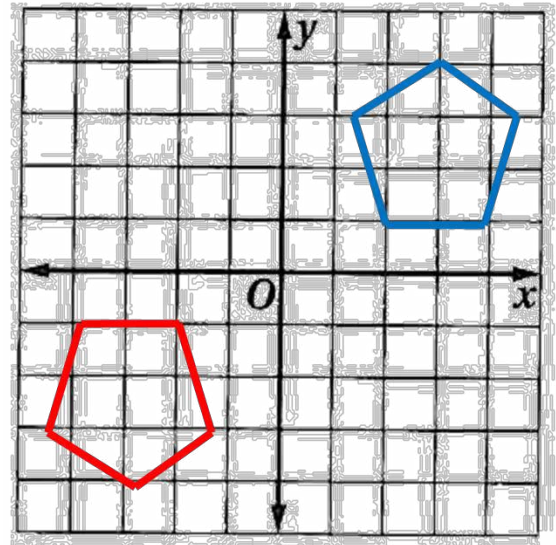
(6) دوران بزواية 160° حول نقطة التقاطع



(7) إزاحة مقدارها 2in



(8) دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل

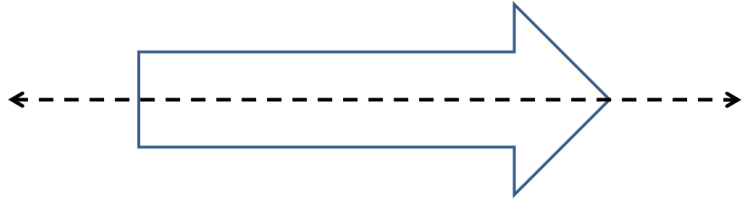


التماثل

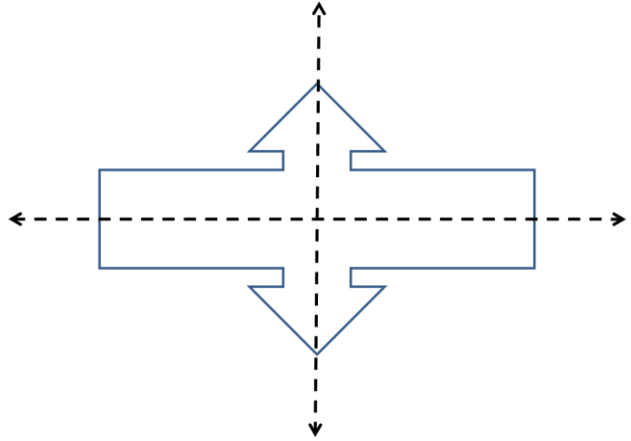
7-5

بين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا. وإذا كان كذلك ارسم جميع محاور التماثل،
وحدد عددها في كل مما يأتي:

(1) نعم، 1



(2) نعم، 2



(3) لا يوجد له محاور تماثل

بين ما إذا كان الشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك. فعين مركز التماثل وحدد

مقداره في كل مما يأتي:

(4) نعم للشكل تماثل دوراني

رتبته 2 ،

مقداره 180°

(5) نعم للشكل تماثل دوراني

رتبته 5

مقداره 72°

(6) نعم للشكل تماثل دوراني

رتبته 16

مقداره 22.5°

بين ما إذا كان الشكل متماثلاً حول مستوى أو متماثلاً حول محور أو كلاهما أو غير ذلك

في كل من السؤالين الآتيين:

(7) كلاهما (مستوى ومحور)

(8) متماثل حول مستوى

(9) قوارب:

رتبة الدوران = 10

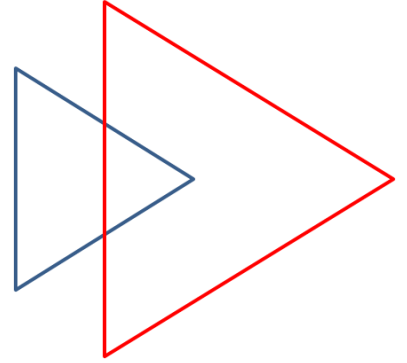
مقدار الدوران = 20°

التمدد

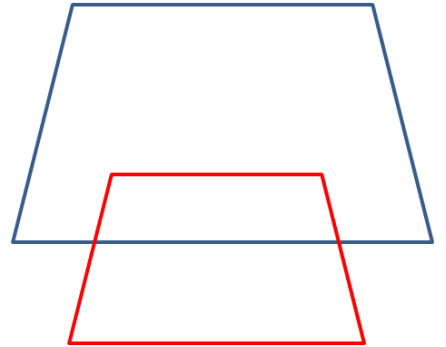
7-6

استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد مركزه النقطة C ومعامله r المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

(1)



(2)



حدد ما إذا كان التمدد الذي يحول K إلى K' تكبيراً أم تصغيراً، ثم اوجد معامله وقيمة x :

(3) تكبير، $r=3$, $x=5$

(4) تكبير، $r=1.5$, $x=3$

مثل بيانياً صورة المضلع الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله r المحدد في

كل من السؤالين الآتيين:

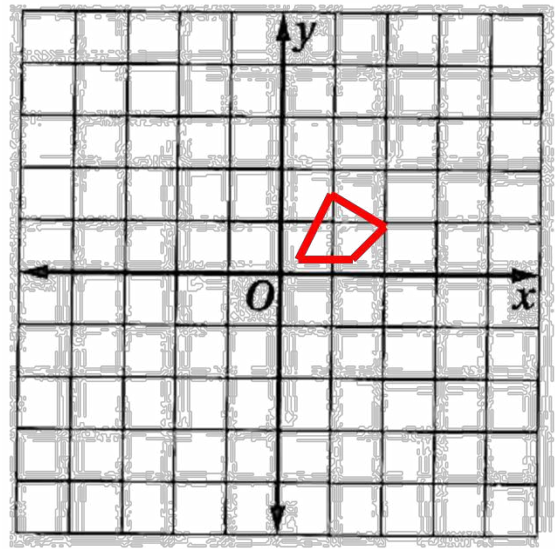
(5)

$$A(1,1) \rightarrow A'(0.5, 0.5)$$

$$C(2,3) \rightarrow C'(1, 1.5)$$

$$D(4,2) \rightarrow D'(2, 1)$$

$$E(3,1) \rightarrow E'(1.5, 0.5)$$

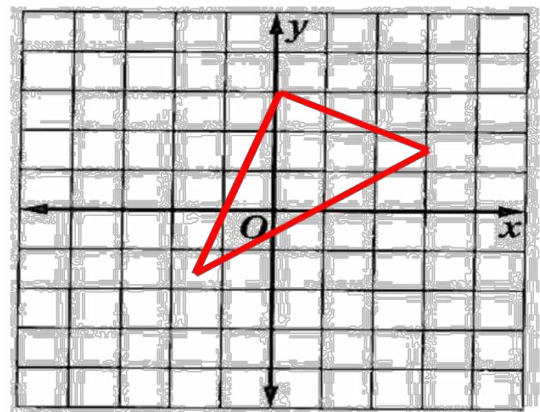


(6)

$$Q(-1,-1) \rightarrow Q'(-1.5,-1.5)$$

$$R(0,2) \rightarrow R'(0,3)$$

$$S(2,1) \rightarrow S'(3,1.5)$$



(7) تصوير:

$$25\text{cm} = 10 \times \frac{5}{2} = \text{الطول}$$

$$40\text{ cm} = 16 \times \frac{5}{2} = \text{العرض}$$



الدائرة ومحيطها

8-1

انظر إلى $\odot L$ في الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة 1-7 :

(1) اسم الدائرة: $\odot L$

(2) أنصاف أقطار: LW, LT, LR

(3) وتر: ST, SR

(4) قطر: RT

(5) نصف قطر ليس جزء من قطر: LW

(6)

$$D=2r$$

$$D=2 \times 3.5$$

$$D=7m$$

(7) بما أن RT قطر،

LW نصف قطر

$$LW=19 \div 2$$

$$LW=9.5m$$

إذا كان $QR = 4 \text{ cm}$ ، وقطر $L = 20 \text{ cm}$ ، وقطر $M = 13 \text{ cm}$ ، فأوجد

القياس المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

$$LQ=LR-QR$$

$$LQ=10-4 \quad (8)$$

$$LQ=6cm$$

$$RM=QM-QR$$

$$RM=6.5-4 \quad (9)$$

$$RM=2.5\text{cm}$$

أوجد قطر ونصف قطر الدائرة المعطى محيطها في كل من السؤالين الآتيين مقربا
إجابتك إلى أقرب جزء من مئة:

(10)

$$C=2\pi r$$

$$21.2=2\pi r$$

$$R=\frac{21.2}{2\pi}$$

$$R=3.37\text{ft}$$

$$D=2r$$

$$D=2 \times 3.37$$

$$D=6.75\text{ft}$$

(11)

$$C=2\pi r$$

$$5.9=2\pi r$$

$$R=\frac{5.9}{2\pi}$$

$$R=0.94\text{m}$$

$$D=2r$$

$$D=2 \times 0.94$$

$$D=1.88\text{m}$$

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط كل من الدائرتين الآتيتين:
(12)

$$A^2 + B^2 = C^2$$

$$7^2 + 24^2 = C^2$$

$$C^2 = 625$$

$$C = 25 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi \times 12.5$$

$$C = 25\pi$$

(13)

$$A^2 + B^2 = C^2$$

$$42^2 + 40^2 = C^2$$

$$C^2 = 3364$$

$$C = 58 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi \times 29$$

$$C = 58\pi \text{ mi}$$

(14) الساعة الشمسية:
(a)

$$D = 2r$$

$$r = 9.5 \div 2$$

$$r = 4.75 \text{ in}$$

(b)

$$C = 2\pi r$$

$$c = 2\pi \times 4.75$$

$$c = 29.83 \text{ in}$$

قياس الزوايا والأقواس

8-2

AC و EB قطران في Q \odot حدد ما إذا كان القوس المعطى في كل مما يأتي قوس أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه:

(1) قوس أصغر \widehat{AE}

$$\begin{aligned}\widehat{AE} &= m(\angle AQE) \\ &= 180^\circ - (50+80) \\ &= 50^\circ\end{aligned}$$

(2) قوس أصغر \widehat{AB}

$$\begin{aligned}\widehat{AB} &= m(\angle AQB) \\ &= 180^\circ - 100^\circ \\ &= 80^\circ\end{aligned}$$

(3) قوس أصغر \widehat{EDC}

$$\begin{aligned}\widehat{EDC} &= m(\angle EQC) \\ &= 50^\circ + 80^\circ \\ &= 130^\circ\end{aligned}$$

(4) نصف دائرة \widehat{ADC}

$$\begin{aligned}\widehat{ADC} &= m(\angle EQC) \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$

(5) نصف دائرة \widehat{ABC}

$$\begin{aligned}\widehat{ABC} &= m(\angle AQC) \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$

(6) \widehat{BC} قوس أصغر

$$\begin{aligned}\widehat{BC} &= m(\angle BQC) \\ &= 100^\circ\end{aligned}$$

EG و FH قطران في P أوجد قياس كل مما يأتي:

$m\widehat{EF}$ (7)

$$m\widehat{EF} = m\widehat{HG}$$

$$m\widehat{EF} = 38^\circ$$

$m\widehat{DE}$ (8)

$$m\widehat{DE} = 180^\circ - (90 + 38)$$

$$m\widehat{DE} = 52^\circ$$

$m\widehat{FG}$ (9)

$$m\widehat{FG} = 180^\circ - 38^\circ$$

$$m\widehat{FG} = 142^\circ$$

$m\widehat{DHG}$ (10)

$$m\widehat{DHG} = m(\angle DPG)$$

$$m\widehat{DHG} = 90 + 38$$

$$m\widehat{DHG} = 128^\circ$$

$m\widehat{DFG}$ (11)

قوس أكبر $m\widehat{DFG}$

$$m\widehat{DFG} = 360 - (90 + 38)$$

$$m\widehat{DFG} = 232^\circ$$

$m\widehat{DGE}$ (12)

$$m\widehat{DGE} = 360 - 52$$

$$m\widehat{DGE} = 308^\circ$$

استعمل Z لإيجاد طول كل قوس مما يأتي:

QPT (13)

$$m(\angle PZT) = 180 - (90 + 60)$$

$$m(\angle PZT) = 30^\circ$$

$$m(\angle QZT) = 90 + 30$$

$$m(\angle QZT) = 120^\circ$$

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$l = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(10)$$

$$l = 20.93\text{in}$$

QR (14)

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$l = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(12)$$

$$l = 12.57\text{ft}$$

PQR (15)

$$m(\angle PZR) = 90 + 60 = 150^\circ$$

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot \pi R$$

$$l = \frac{150^\circ}{360^\circ} \cdot \pi(15)$$

$$l = 19.63\text{m}$$

QPS (16)

$$m(\angle QZS) = 90 + 30 + 20 = 140^\circ$$

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$l = \frac{140^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(7)$$

$$l = 17.10\text{cm}$$

(17) واجب منزلي:

(a) بما أن مجموع زوايا القطاع الدائري = 360°

$$\text{الفئة 1} = 8\text{Ä} \times 360^\circ = 28.8$$

$$\text{الفئة 2} = 29\text{Ä} \times 360^\circ = 104.4$$

$$\text{الفئة 3} = 58\text{Ä} \times 360^\circ = 208.8$$

$$\text{الفئة 4} = 3\text{Ä} \times 360^\circ = 10.8$$

$$\text{الفئة 5} = 2\text{Ä} \times 360^\circ = 7.2$$

(b) الفئة 1 تقابل قوس أصغر من 180°
إذاً يقابل قوس أصغر

الفئة 2 تقابل قوس أصغر من 180°
إذاً يقابل قوس أصغر

الفئة 3 تقابل قوس أكبر من 180°
إذاً يقابل قوس أكبر

الفئة 4 تقابل قوس أصغر من 180°
إذاً يقابل قوس أصغر

الفئة 5 تقابل قوس أصغر من 180°
إذاً يقابل قوس أصغر

الأقواس والأوتار

8-3

جبر: أوجد قيمة x في كل من الدوائر الآتية:

$$\overset{Q}{\square} \overline{MN} = \overset{P}{\square} \overline{PQ}$$

$$\overline{MN} = \overline{PQ}$$

$$4x + 10 = 38 \quad (1)$$

$$4x = 28$$

$$x = 7$$

(2)

$$\therefore \overline{KL} = \overline{KJ}$$

$$\therefore \overset{\square}{\square} \overline{KL} = \overset{\square}{\square} \overline{KJ}$$

$$2x = 360 - 70$$

$$2x = 290^\circ$$

$$x = 145^\circ$$

(3)

$$\overset{\square}{\square} \overline{AB} = \overset{\square}{\square} \overline{BC}$$

$$\overline{AB} = \overline{BC}$$

$$3x + 2 = 5x - 7$$

$$5x - 3x = 2 + 7$$

$$2x = 9$$

$$x = 4.5$$

$$\therefore \square R \cong \square S \quad (4)$$

$$5x - 1 = 4x + 7$$

$$5x - 4x = 1 + 7$$

$$x = 8$$

إذا كان طول نصف قطر N يساوي $m\widehat{DE} = 9,18$ ، فأوجد كلا من القياسات الآتية:

$m\widehat{GE}$ (5)

$$\therefore GN = \square\square\square\square\square\square\square$$

$$\therefore \underline{GN} \perp \underline{DE}$$

$$\therefore DH = HE$$

$$\widehat{GE} = \frac{1}{2} \widehat{DE}$$

$$m\widehat{GE} = \frac{1}{2} \times 120$$

$$m\widehat{GE} = 60^\circ$$

$m\angle HNE$ (6)

$$m\angle HNE = m\widehat{GE}$$

$$m\angle HNE = 60^\circ$$

(7) في المثلث $\triangle HNE$

$$m\angle HNE = 180 - (90 + 60)$$

$$m\angle HNE = 30^\circ$$

(8)

$$\therefore HN \perp DE$$

$$HN = HG = \frac{1}{2} NG$$

$$HN = 9$$

(9) بما أن QR, TS لهما نفس البعد العمودي عن مركز الدائرة

$$\therefore QR = TS$$

$$7x - 20 = 3x$$

$$7x - 3x = 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore JL &= LM \\ \therefore KN &= KP \\ 3x - 2 &= 2x + 1 \quad (10) \\ 3x - 2x &= 3 \\ x &= 3\end{aligned}$$

(11) ممرات الحديقة:

$$\begin{aligned}\therefore m\angle AC &= m\angle AB + m\angle BC \\ &= 85 + 25\end{aligned}$$

$$m\angle AC = 110^\circ$$

$$\therefore m\angle AC = m\angle ED$$

$$AC = ED$$

لأن قياس قوسيهما متساوي

الزوايا المحيطة

8-4

أوجد كلاً من القياسات الآتية:

$$m\hat{A}B \text{ (1)}$$

$$m\hat{A}B = 2m\angle ACB$$

$$m\hat{A}B = 2 \times 44$$

$$m\hat{A}B = 88^\circ$$

$$m\angle X \text{ (2)}$$

$$m\angle X = \frac{1}{2} m\hat{Z}Y$$

$$m\angle X = \frac{1}{2} \times 90$$

$$m\angle X = 45^\circ$$

$$m\hat{J}K \text{ (3)}$$

$$m\hat{H}L = 2m\angle JKL$$

$$m\hat{A}B = 2 \times 26$$

$$m\hat{A}B = 52^\circ$$

$$m\hat{J}K = 180 - 52$$

$$m\hat{J}K = 128^\circ$$

$m\angle Q$ (4)

$$m\angle PM = 360 - (113 + 118)$$

$$m\angle PM = 129^\circ$$

$$m\angle Q = \frac{1}{2} m\angle PM$$

$$m\angle Q = \frac{1}{2} \times 129$$

$$m\angle Q = 64.5^\circ$$

جبر: أوجد كلا من القياسات الآتية:

$m\angle W, m\angle Y$ (5)

لهما نفس القوس

$$m\angle Y = m\angle Z$$

$$2x + 2 = 3x - 23$$

$$3x - 2x = 2 + 23$$

$$x = 25$$

$$m\angle Y = 2x + 2$$

$$m\angle Y = 52^\circ$$

$$m\angle W = m\angle X$$

$$m\angle W = 22^\circ$$

$m\angle A, m\angle D$ (6)

$$m\angle A = m\angle B$$

$$4x - 7 = 2x + 11$$

$$4x - 2x = 11 + 7$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$m\angle A = 4x - 7$$

$$m\angle A = (4 \times 9) - 7$$

$$m\angle A = 29^\circ$$

$$m\angle D = m\angle C$$

$$3y + 8 = 5y - 14$$

$$5y - 3y = 14 + 8$$

$$2y = 22$$

$$y = 11$$

$$m\angle D = 3y + 8$$

$$m\angle D = (3 \times 11) + 8$$

$$m\angle D = 41^\circ$$

جبر: أوجد كلا من القياسات الآتية:
(7)

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

$$3x + 6 + 90 + x = 180^\circ$$

$$4x + 96 = 180^\circ$$

$$4x = 84^\circ$$

$$x = 21^\circ$$

$$m\angle A = 3x + 6$$

$$m\angle A = (3 \times 21) + 6$$

$$m\angle A = 69^\circ$$

$$m\angle c = x$$

$$m\angle c = 21^\circ$$

$m\angle G, m\angle H$ (8)

$$m\angle E + m\angle G = 180^\circ$$

$$11x + 8 + 8x + 1 = 180^\circ$$

$$19x + 9 = 180^\circ$$

$$x = 9$$

$$m\angle G = 8x + 1$$

$$m\angle G = (8 \times 9) + 1$$

$$m\angle G = 73^\circ$$

$$m\angle H + m\angle F = 180^\circ$$

$$6y - 4 + 5y - 3 = 180^\circ$$

$$11y - 7 = 180^\circ$$

$$Y = 17$$

$$m\angle H = 6y - 4$$

$$m\angle H = (6 \times 17) - 4$$

$$m\angle H = 98^\circ$$

(9) احتمالات:

$$\frac{11}{18} = \text{الاحتمال}$$

المماسات

8-5

حدد ما إذا كانت القطعة المستقيمة المحددة في كلا من السؤالين مماساً للدائرة
المعطاة:

\overline{MP} (1)

$$A^2 + B^2 = C^2$$

$$20^2 + 21^2 = 28^2$$

$$841 \neq 784$$

$$A^2 + B^2 = C^2$$

$$20^2 + 21^2 = 28^2$$

$$840 \neq 784$$

\overline{MP} ليس مماساً

\overline{QR} (2)

$$A^2 + B^2 = C^2$$

$$48^2 + 14^2 = 50^2$$

$$2500 = 2500$$

$$A^2 + B^2 = C^2$$

$$48^2 + 14^2 = 50^2$$

$$2500 = 2500$$

\overline{QR} مماساً للدائرة

أوجد قيمة X في كل من الشكلين الآتيين مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلا وقرب إجابتك إلى أقرب عشر:

(3) ST, SU مماسان للدائرة

$$ST = SU$$

$$7X - 3 = 5X + 1$$

$$2X = 4$$

$$X = 2$$

(4) TS مماس للدائرة

$$A^2 + B^2 = X^2$$

$$15^2 + 10^2 = X^2$$

$$325 = X^2$$

$$X = 18$$

أوجد قيمة X ثم أوجد محيط المضلع في كل من الشكلين:

(5) CU, CT مماسان للدائرة

$$CU = CT$$

$$3X = 18$$

$$X = 6$$

$$DU = DV$$

$$DV = 52 - 18$$

$$DV = 34$$

$$C = 52 + 46 + 30 \\ = 128$$

$$X = 7(6)$$

$$C = 24 + 13 + 14 + 25 \\ = 76$$

(7) ساعات حائط:

$$AF = AD$$

$$AD = 7.5\text{in}$$

$$BE = BD$$

$$BD = 2\text{in} \quad (\mathbf{a})$$

$$AB = AD + DB$$

$$AB = 7.5 + 2$$

$$AB = 9.5\text{in}$$

$$BC = 2 + 7.5 = 9.5\text{in}$$

$$AC = 7.5 + 7.5 = 15\text{in}$$

$$AB = 9.5\text{in}$$

$$c = 9.5 + 9.5 + 15$$

$$\mathbf{c = 34\text{in}} \quad (\mathbf{b})$$

القاطع والمماس وقياسات الزوايا

8-6

أوجد كلاً من القياسات الآتية مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة
مماسات فعلاً:

(1)

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\overset{\square}{L}\overset{\square}{V} + m\overset{\square}{J}\overset{\square}{R})$$

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(146 + 56)$$

$$m\angle 2 = 101$$

$$m\angle 1 = 180 - m\angle 2$$

$$m\angle 1 = 180 - 101$$

$$m\angle 1 = 79^\circ$$

(2)

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\overset{\square}{S}\overset{\square}{T})$$

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(134)$$

$$m\angle 1 = 67^\circ$$

$$m\angle 2 = 180 - m\angle 1$$

$$m\angle 2 = 180 - 67$$

$$m\angle 2 = 113^\circ$$

(3)

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\angle KM)$$

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(216)$$

$$m\angle 2 = 108^\circ$$

$$m\angle 3 = 180 - m\angle 2$$

$$m\angle 3 = 180 - 108$$

$$m\angle 3 = 72^\circ$$

(4)

$$m\angle R = \frac{1}{2}(m\angle PV - m\angle QT)$$

$$m\angle R = \frac{1}{2}(101 - 39)$$

$$m\angle R = 31^\circ$$

(5)

$$m\angle H = \frac{1}{2}(m\angle FL - m\angle JG)$$

$$15^\circ = \frac{1}{2}(59 - m\angle JG)$$

$$15 = 29.5 - \frac{1}{2}m\angle JG$$

$$m\angle JG = 29^\circ$$

(6)

$$m\angle QT = 360 - (116 + 62)$$

$$m\angle QT = 182^\circ$$

$$m\angle R = \frac{1}{2}(m\angle QT - m\angle QS)$$

$$m\angle R = \frac{1}{2}(182 - 62)$$

$$m\angle R = 60^\circ$$

(7)

$$m\angle Y = \frac{1}{2}(m\overset{\square}{\text{X}} - m\overset{\square}{\text{W}})$$

$$m\angle R = \frac{1}{2}(105 - 63)$$

$$m\angle R = 21^\circ$$

(8)

$$m\angle D = \frac{1}{2}(360 - m\overset{\square}{\text{C}} - m\overset{\square}{\text{E}})$$

$$m\angle D = \frac{1}{2}(360 - 2m\overset{\square}{\text{C}})$$

$$52 = 180 - m\overset{\square}{\text{C}}$$

$$m\overset{\square}{\text{C}} = 120^\circ$$

(9)

$$m\angle Z = \frac{1}{2}(360 - m\overset{\square}{\text{Y}} - m\overset{\square}{\text{B}})$$

$$m\angle Z = \frac{1}{2}(360 - 2m\overset{\square}{\text{Y}})$$

$$37 = 180 - m\overset{\square}{\text{Y}}$$

$$m\overset{\square}{\text{Y}} = 143^\circ$$

$$m\overset{\square}{\text{YAB}} = 360 - 143 = 217^\circ$$

(10)

يجب أن يركل الكرة بزاوية أقل من 32° لأن قياس الزاوية التي يصنعها المماس
المرسوم من موقع الكرة على الأرض إلى القوس الذي يمثل القوس إلى حدود المرمي
يساوي 32°

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

8-7

أوجد قيمة x في كل مما يأتي مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلا:

(1)

$$\begin{aligned}MN \cdot NT &= SN \cdot NV \\ 11 \times 11 &= 5 \times X \\ X &= 24.2\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}LN \cdot NK &= SN \cdot NJ \\ 4 \times 9 &= 8 \times X \\ X &= 4.5\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}MN \cdot NS &= EN \cdot NR \\ 7 \times 21 &= 20 \times X \\ X &= 7.35\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}KJ \cdot KF &= KP \cdot KM \\ 10 \times 18 &= X \times (3 + X) \\ 180 &= 3X + X^2 \\ X &= 12\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned} TL.TV &= TF.TS \\ 15 \times 32 &= X \times (14 + X) \\ 480 &= 14X + X^2 \\ X &= 16 \end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned} JH.JG &= JP.JQ \\ X \times (5 + X) &= 6 \times 21 \\ 5X + X^2 &= 126 \\ X &= 9 \end{aligned}$$

(7)

$$\begin{aligned} (KZ)^2 &= KAKB \\ 36 &= X(X + X - 3) \\ 36 &= X(2X - 3) \\ X &= 5.1 \end{aligned}$$

(8)

$$\begin{aligned} (HT)^2 &= TG.TE \\ X^2 &= 20 \times 45 \\ X^2 &= 900 \\ X &= 30 \end{aligned}$$

(9)

$$\begin{aligned} (IN)^2 &= IE.IP \\ 400 &= X(X + X - 6) \\ 400 &= X(2X - 6) \\ X &= 15.7 \end{aligned}$$

(10) بناء:

$$\begin{aligned} (4.5)^2 &= 3Y \\ 20.25 &= 3Y \\ Y &= 67.5 \text{ ft} \\ d &= y + 3 \\ d &= 67.5 + 3 = 70.5 \text{ ft} \end{aligned}$$

$$r = \frac{d}{2}$$

$$r = \frac{70.5}{2}$$

$$r = 35.25 \text{ ft}$$

معادلة الدائرة

8-8

اكتب معادلة الدائرة في كل من الحالات الآتية:

$$\begin{aligned}(x-h)^2 + (y-k)^2 &= r^2 \quad (1) \\ (x-0)^2 + (y-0)^2 &= (7)^2 \\ x^2 + y^2 &= 49\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-h)^2 + (y-k)^2 &= r^2 \quad (2) \\ (x-0)^2 + (y-0)^2 &= (9)^2 \\ x^2 + y^2 &= 81\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-h)^2 + (y-k)^2 &= r^2 \quad (3) \\ (x+7)^2 + (y-11)^2 &= (8)^2 \\ (x+7)^2 + (y-11)^2 &= 64\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-h)^2 + (y-k)^2 &= r^2 \quad (4) \\ (x-12)^2 + (y+9)^2 &= (11)^2 \\ (x-12)^2 + (y+9)^2 &= 121\end{aligned}$$

(5)

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$r = \sqrt{(9 + 1)^2 + (3 - 8)^2}$$

$$r = \sqrt{100 + 25}$$

$$r = 11.2$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = (11.2)^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 125$$

(6)

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$r = \sqrt{(-2 + 3)^2 + (3 + 3)^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 36}$$

$$r = 6.1$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = (6.1)^2$$

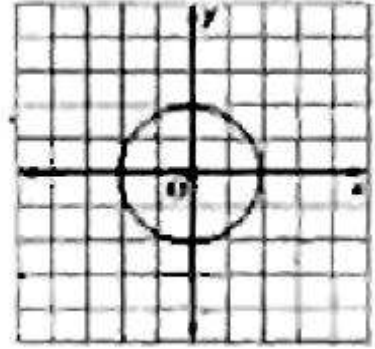
$$(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 37$$

عين إحداثي مركز الدائرة المعطاة معادلتها في كل من السؤالين الآتيين وأوجد نصف القطر ثم مثلها بيانياً:

$$x^2 + y^2 = 4 \quad (7)$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2$$

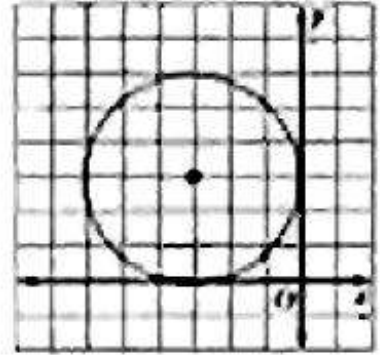
مركزها عند النقطة: $(0,0)$ $r = 2$



$$(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9 \quad (8)$$

$$(x - (-3))^2 + (y - (3))^2 = 3^2$$

$r = 3$ ، مركزها عند النقطة $(-3, 3)$

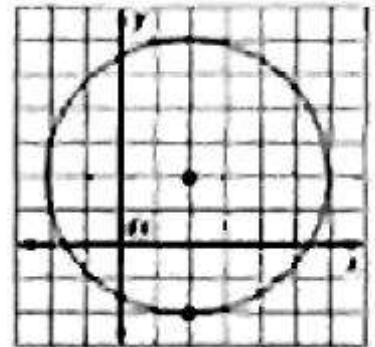


اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط المعطاة في كل من السؤالين الآتيين ثم مثلها
بيانيا:

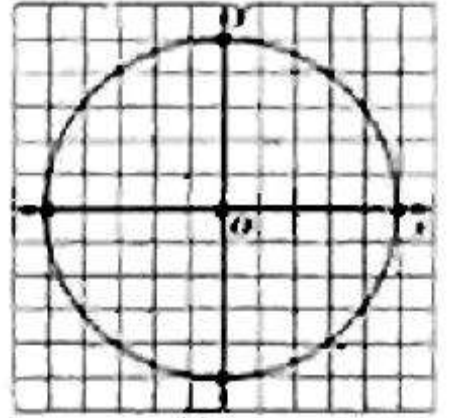
(9)

النقطة A

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 16$$



$$x^2 + y^2 = 25 \quad (10)$$



(11) زلزال:

$$(x - 50)^2 + y^2 = 2500$$