معًا للقمة

إِنْ أُرِيدُ إِلاَّ

الْإِصْلَاحَ مَا اسْتَطَعْتُ

وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ

عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ

معًا للقمة

..وقفة ..

محتويات المشروع حق محفوظ لفريق «معًا للقمة»، ولا يجوز إنتاج أو نشر أو اقتصاص أي جزء من هذه المادة دون شعار المجموعة.

معًا للقمة

إهداء ..

إلى فريق العمل الذي آمن بالفكرة وشاركنا الفكر.. إلى الميدان التعليمي.

معًا للقمة

فريق العمل في ملف الصف الثالث الثانوي:

فريق إعداد المادة العلمية/

أ/ اماني سعود مسعود الشريف

أ/ ميساء محمد يوسف الدوسري

أ/هديل فهد مخلد المطيري

أ/هياء عبد الله مبارك آل جناح

المراجعة وإعداد وتنسيق بطاقات المفردات/

أ/منيرة سعيد علي الدرعان

معًا للقمة

فريق العمل في ملف الصف الثالث الثانوي:

فريق التدقيق الفني/

أ/ عمرو محمد عبد الخالق أبوريا

أ/ طارق محمد فضل سيف الدين

أ/ مها ابتسام مصلح الصفدي

التدقيق اللغوي/

أ/ أميمة أحمد محمد عابد

الإشراف العام /

أ. أمل محمد إبراهيم الرايقي

مفردات منهج مادة الرياضيات

المرحلة الثانوية

رياضيات ٥ (نظام مقررات)

المستوى الخامس (نظام فصلي)

معًا للقمة

الباب الأول

تَحْلِيلِ الدَّوَال

معًا للقمة

الصِّفَة الْمُمَيَّزَة لِلْمَجْمُوعَة

Set-Builder Notation

$$\{x \mid \ldots\ldots, x \in \cdots\}$$

معًا للقمة

تعريف المفردة

الصفة المميزة للمجموعة: هي إحدى طرق وصف مجموعات الأعداد (R, I, Q, Z, W, N) أو مجموعة جزئية منها، وفيها نختار متغيرًا ونكتب خصائصه، ونبيّن إلى أي مجموعة ينتمي.

وتكتب على الصورة: $\{x \mid \dots \dots, x \in \dots\}$

مثـــال

تكتب المجموعة $\{8, 9, 10, \dots\}$ باستعمال الصفة المميزة بالشكل التالي:

$$\{x \mid x \geq 8, x \in W\}$$

سـؤال

اكتب المجموعة الآتية باستعمال الصفة المميزة: $-1 \leq x \leq 5$

معًا للقمة

رَمْز الْفَتْرَة

Interval Notation

فترات محدودة		فترات غير محدودة	
المتباينة	رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	$x \geq a$	$[a, \infty)$
$a < x < b$	(a, b)	$x \leq a$	$(-\infty, a]$
$a \leq x < b$	$[a, b)$	$x > a$	(a, ∞)
$a < x \leq b$	$(a, b]$	$x < a$	$(-\infty, a)$
		$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$

تعريف المفردة

رمز الفترة: طريقة للتعبير عن مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية،
وفيها تستعمل أقواساً مغلقة "[" أو "]" إذا كانت أطراف الفترة تنتمي إلى المجموعة،
وأقواساً مفتوحة "(" أو ")" إذا كانت أطراف الفترة لا تنتمي لها،
أما الرمزان $\infty-$ أو ∞ فهما للدلالة على أن الفترة غير محدودة.

مثـــال

تكتب مجموعات الأعداد الآتية باستعمال رمز الفترة بالصورة التالية:

$1) -8 < x \leq 16 \rightarrow (-8, 16]$

$2) x > 5$ أو $x \leq -16 \rightarrow (-\infty, -16] \cup (5, \infty)$

سـؤال

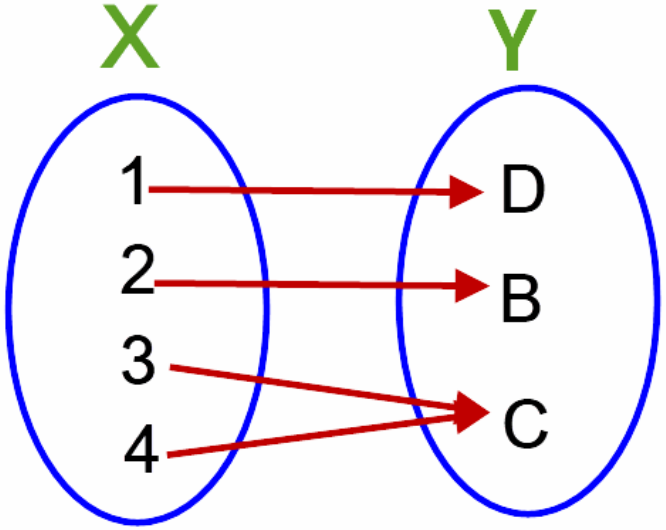
باستعمال رمز الفترة، الكتابة الصحيحة لمجموعة الأعداد $a \geq -3$ هي:

$a)$ $(-3, \infty]$ $\quad$ $b)$ $[-3, \infty)$

معًا للقمة

الدَّالَّة

Function



تعريف المفردة

الدالة: هي علاقة تربط بين كل عنصر x من المجموعة A بعنصر واحد فقط y من المجموعة B، حيث المجموعة A هي مجال الدالة والمجموعة B هي مدى الدالة.

مثـــال

في العلاقة الممثلة ترتبط كل قيمة لـ x بقيمة واحدة لـ y، وعليه فإن y تمثل دالة في x.

x	y
−8	−5
−5	−4
0	−3
3	−2
6	−3

سـؤال

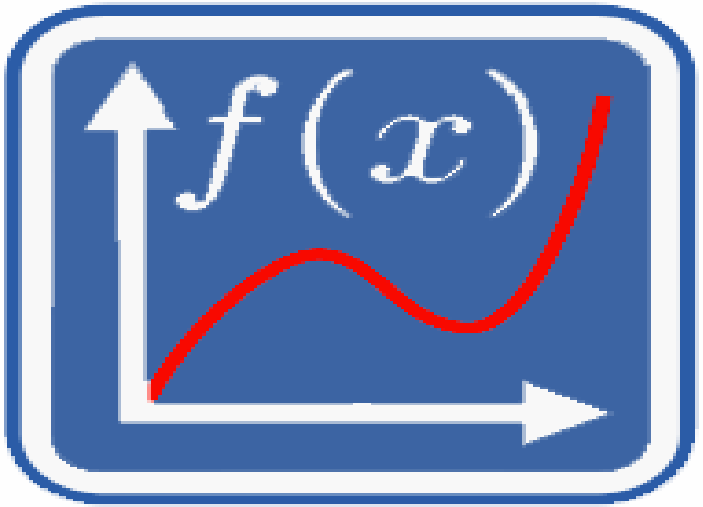
هل الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة؟

تُعين الدالة لكل عنصر في مجالها عنصرًا واحدًا فقط في مداها.

معًا للقمة

رَمْز الدَّالَّة

Function Notation



تعريف المفردة

رمز الدالة: قيمة الدالة f عند x، وتقرأ (f الـ x)،
وتكتب على الصورة $y = f(x)$.

مثـــال

المعادلة $y = \sqrt{x-5}$ لها دالة مرتبطة تكتب بالشكل: $f(x) = \sqrt{x-5}$.

سـؤال

اكتب الدالة المرتبطة للمعادلة $y = \sqrt{x-5}$ باستعمال الرمز $g(x)$.

معًا للقمة

الْمُتَغَيِّر الْمُسْتَقِل

Independent Variable

$$y = -5x - 4$$

تعريف المفردة

المتغير المستقل: هو المتغير من مجال الدالة والذي تعتمد عليه مخرجات الدالة، وغالبًا ما يكون x .

مثـــال

في الدالة $y = -6x$
المتغير x هو المتغير المستقل.

سـؤال

حدّد المتغير المستقل لكل من الدوال الآتية.

$a)\ y = x^2 + 8x$, $b)\ y = \dfrac{3t}{t+2}$

معًا للقمة

الْمُتَغَيِّر التَّابِع

Dependent Variable

$$y = -5x - 4$$

Dependent

تعريف المفردة

المتغير التابع: هو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيمة المتغير المستقل، وغالبًا ما يكون y، ويُمثل قِيم مدى الدالة.

مثـــال

في الدالة $y = -6x$

المتغير y هو المتغير التابع.

سـؤال

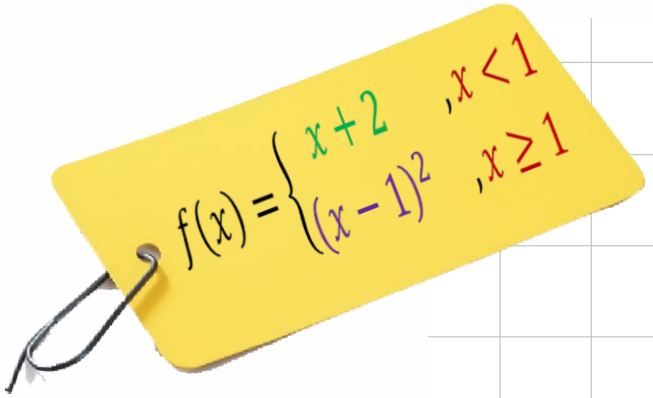
حدّد المتغير التابع لكل من الدوال الآتية.

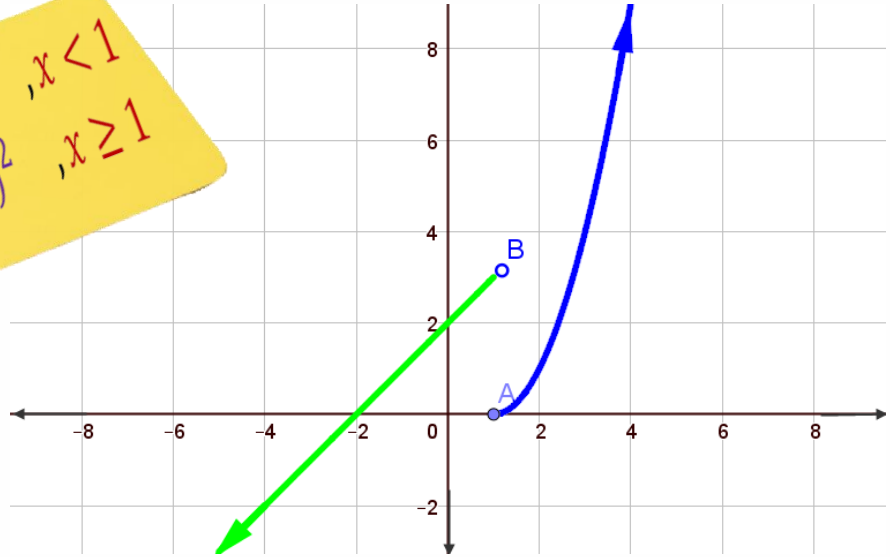
$a)\ y = x^2 + 8x \quad , \quad b)\ y = \dfrac{3t}{t+2}$

معًا للقمة

الدَّالَّة المُتَعَدِّدَة التَّعْرِيف

Piecewise-Defined Function



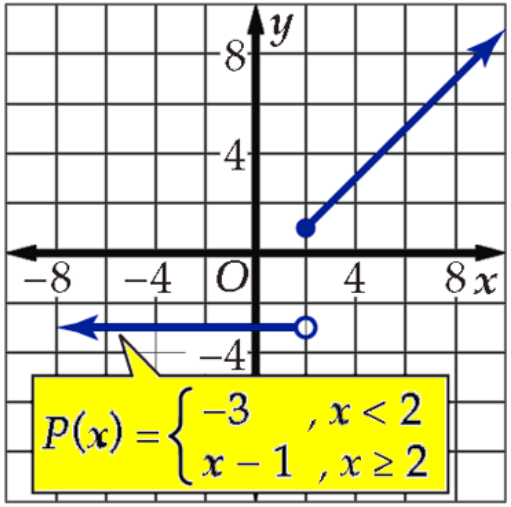


تعريف المفردة

الدالة المتعدّدة التعريف: هي نوع من أنواع الدوال معرفة بقاعدتين أو أكثر وعلى فترات مختلفة.

مثـــال

التمثيل البيانيّ المجاور، يمثل دالة متعدّدة التعريف.



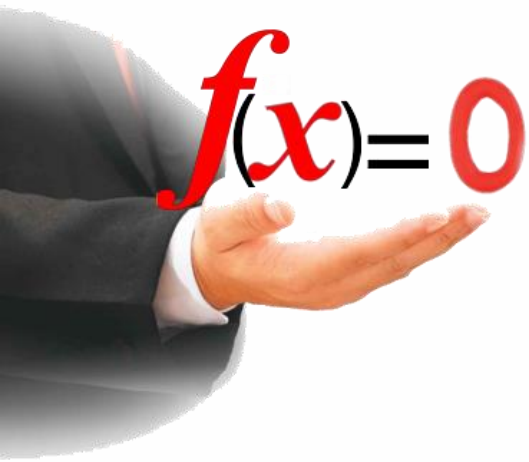
سـؤال

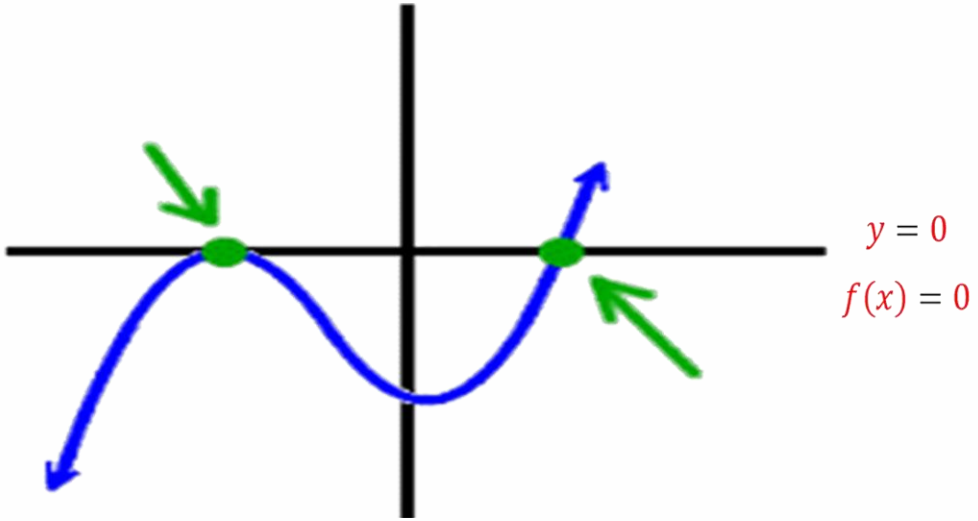
صح أم خطأ: دالة القيمة المطلقة دالة متعدّدة التعريف.

معًا للقمة

الْأَصْفَار

Zeros





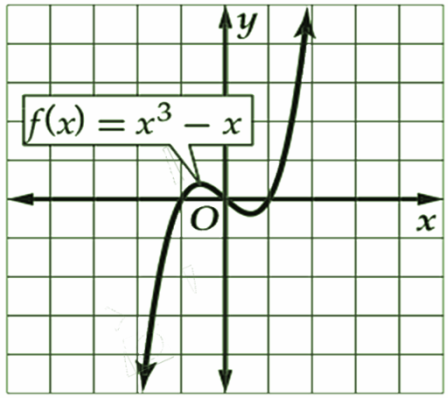
تعريف المفردة

الأصفار: هي مقاطع x لمنحنى الدالة (ويقصد هنا الأصفار الحقيقية للدالة)، ويمكن الحصول على المقطع x بالتعويض في معادلة الدالة بـ $y = 0$ أو $f(x) = 0$.

مثـــال

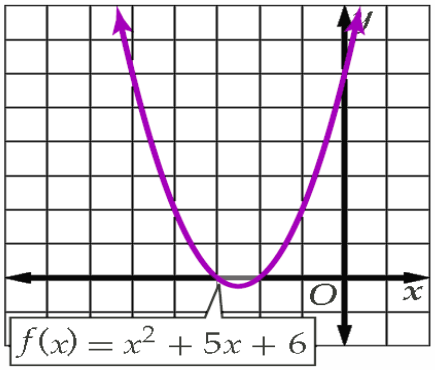
يُبين التمثيل البيانيّ المجاور، أن أصفار الدالة $f(x)$ هي:

$$-1 , 0 , 1$$



سـؤال

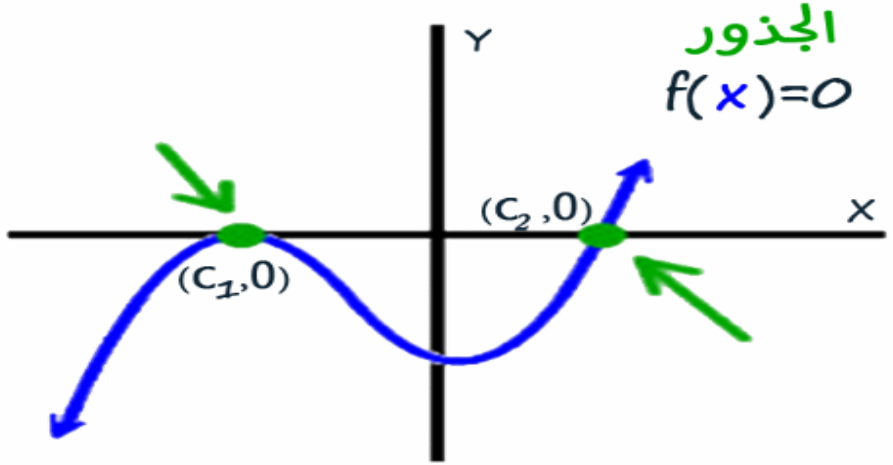
كم صفرًا للدالة في التمثيل البيانيّ المجاور؟



معًا للقمة

الجُذُور

Roots



تعريف المفردة

الجذور: هي حلول المعادلة المرافقة للدالة.

ولإيجاد جذور المعادلة فإننا نحل المعادلة $f(x) = 0$ بالنسبة للمتغير المستقل.

مثـــال

جذور الدالة $f(x) = 2x^2 + x - 15$ هي:

$$2x^2 + x - 15 = 0$$
$$(2x - 5)(x + 3) = 0$$
$$(2x - 5) = 0 \ , (x + 3) = 0$$
$$x = \frac{5}{2} \ , x = -3$$

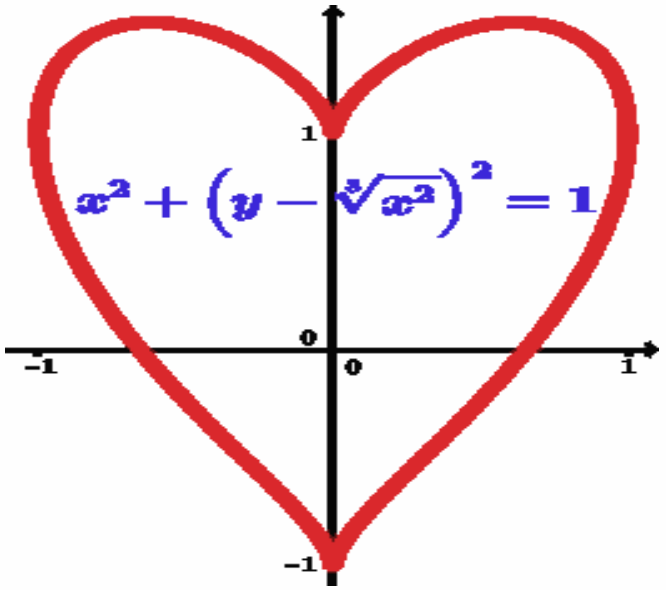
سـؤال

أوجد جذر الدالة $f(x) = x - 5$.

معًا للقمة

التَّمَاثُل حَوْلَ مُسْتَقِيم

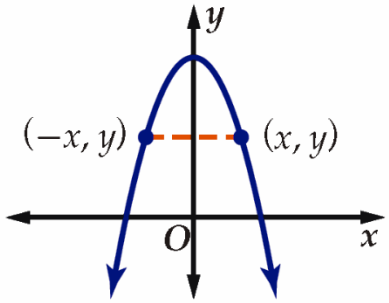
Line Symmetry



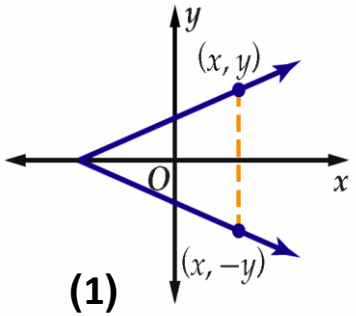
تعريف المفردة

التماثل حول مستقيم: يظهر حينما يتم طي المنحنى على مستقيم لينطبق نصفا المنحنى تمامًا.

مثال



(2)



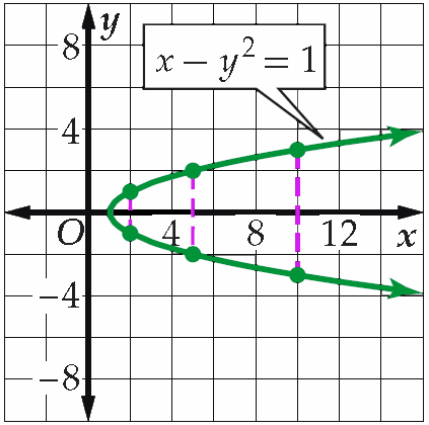
(1)

التمثيل البيانيّ (1) متماثل حول المحور x.

التمثيل البيانيّ (2) متماثل حول المحور y.

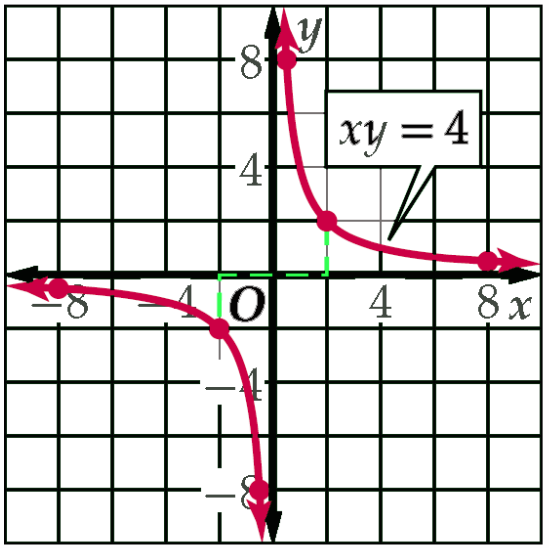
سؤال

استعمل التمثيل البيانيّ للدالة لاختبار التماثل حول المحور y، وحول المحور x.



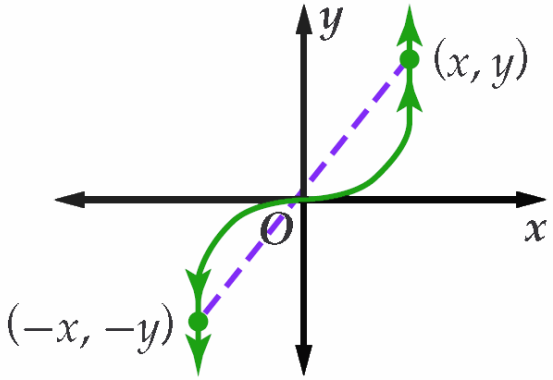
التَّمَاثُل حَوْلَ نُقْطَة

Point Symmetry



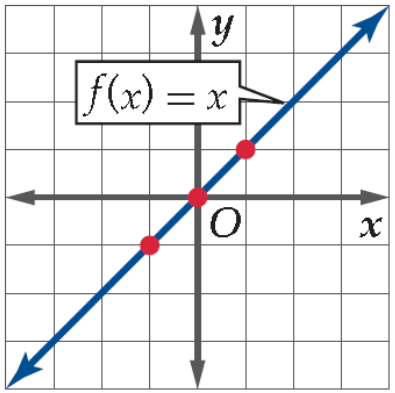
تعريف المفردة

التماثل حول نقطة: يظهر حينما يتم تدوير الشكل بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة دون أن يتغير الشكل.



مثـــال

الدالة $f(x) = x^3$ متماثلة حول نقطة الأصل.



سـؤال

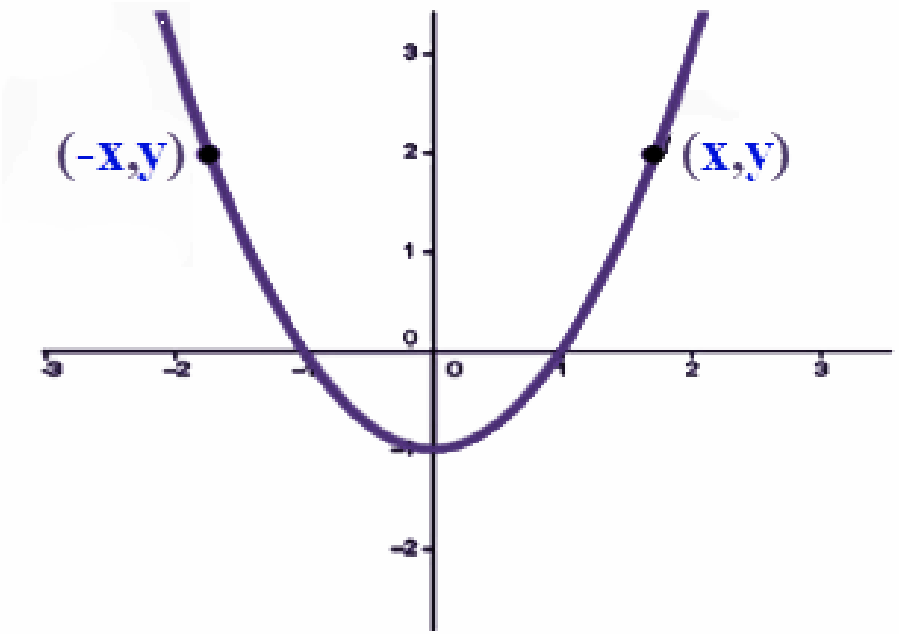
أجب بنعم أو لا:

الدالة $f(x) = x$ متماثلة حول نقطة الأصل.

معًا للقمة

الدَّالَّة الزَّوْجِيَّة

Even Function

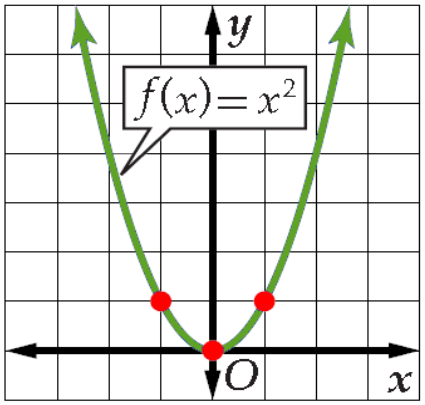


تعريف المفردة

الدالة الزوجية: هي دالة متماثلة حول المحور y، وجبريًا تحقق: $f(-x) = f(x)$ لكل قِيَم x في مجال الدالة.

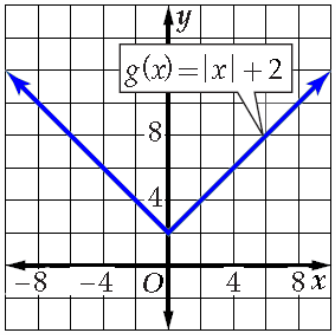
مثـــال

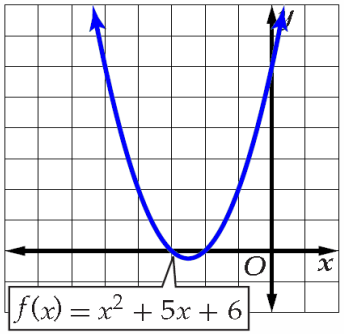
الدالة $f(x) = x^2$ دالة زوجية.



سـؤال

أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية دالة زوجية؟

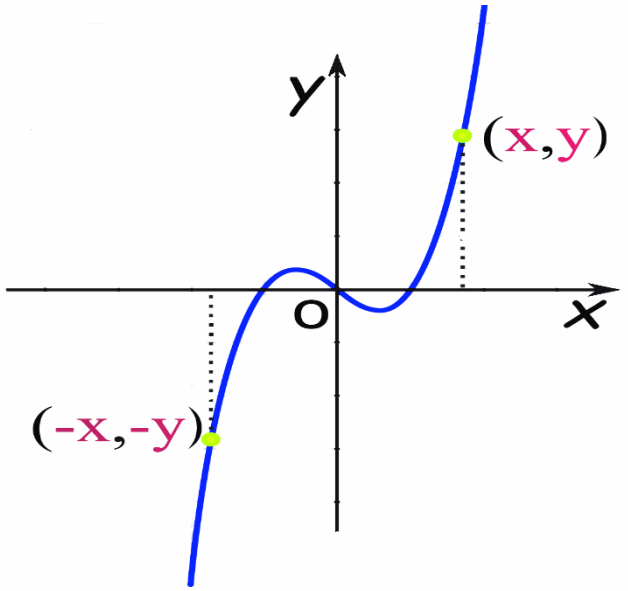




معًا للقمة

الدَّالَّة الْفَرْدِيَّة

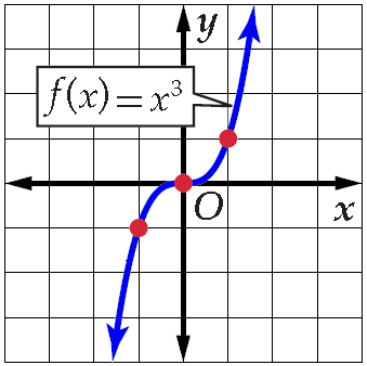
Odd Function



تعريف المفردة

الدالة الفردية: هي دالة متماثلة حول نقطة الأصل، وجبريًا تحقق: $f(-x) = -f(x)$ لكل قِيَم x في مجال الدالة.

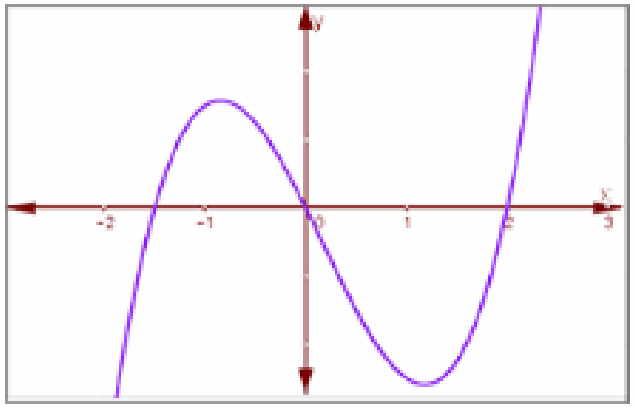
مثـــال



الدوال التالية: $f(x) = x$ وَ $f(x) = x^3$ دوال فردية.

سـؤال

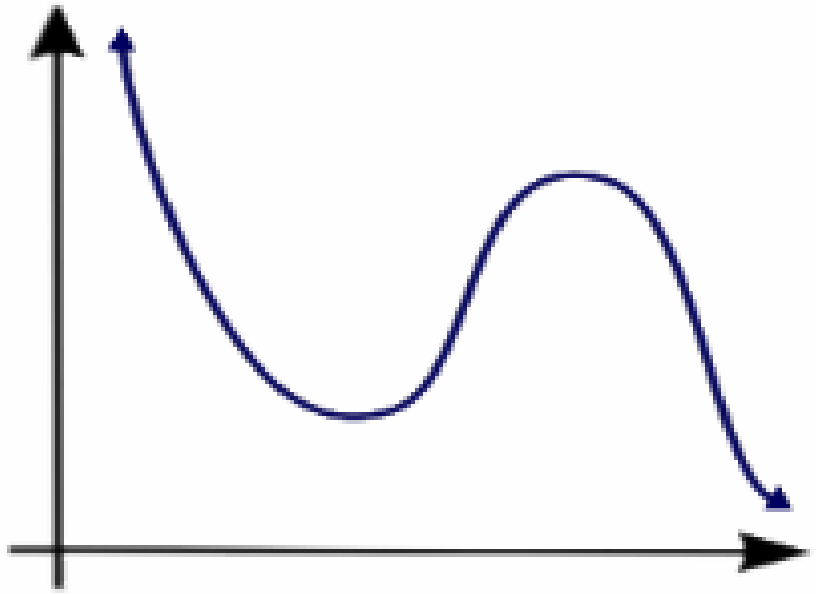
صح أم خطأ: الدالة الممثلة بيانيًّا دالة فردية.



معًا للقمة

الدَّالَّة الْمُتَّصِلَة

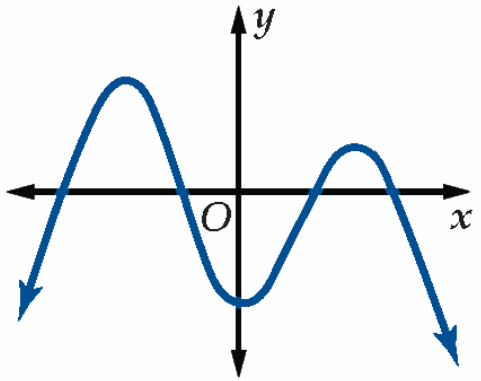
Continuous Function



تعريف المفردة

الدالة المتصلة: هي دالة لا يوجد في تمثيلها البيانيّ أي انقطاع أو قفزة.

مثـــال

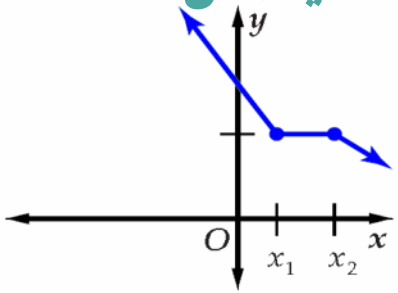


الدالة الممثلة بيانيًّا دالة متصلة لجميع قِيَم x.

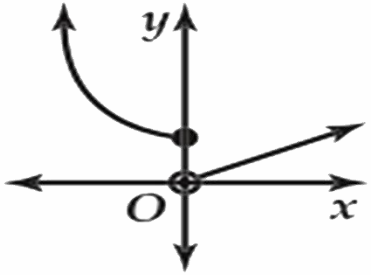
سـؤال

ضع علامة (✓) تحت التمثيل البيانيّ الذي يمثل دالة متصلة.

a)



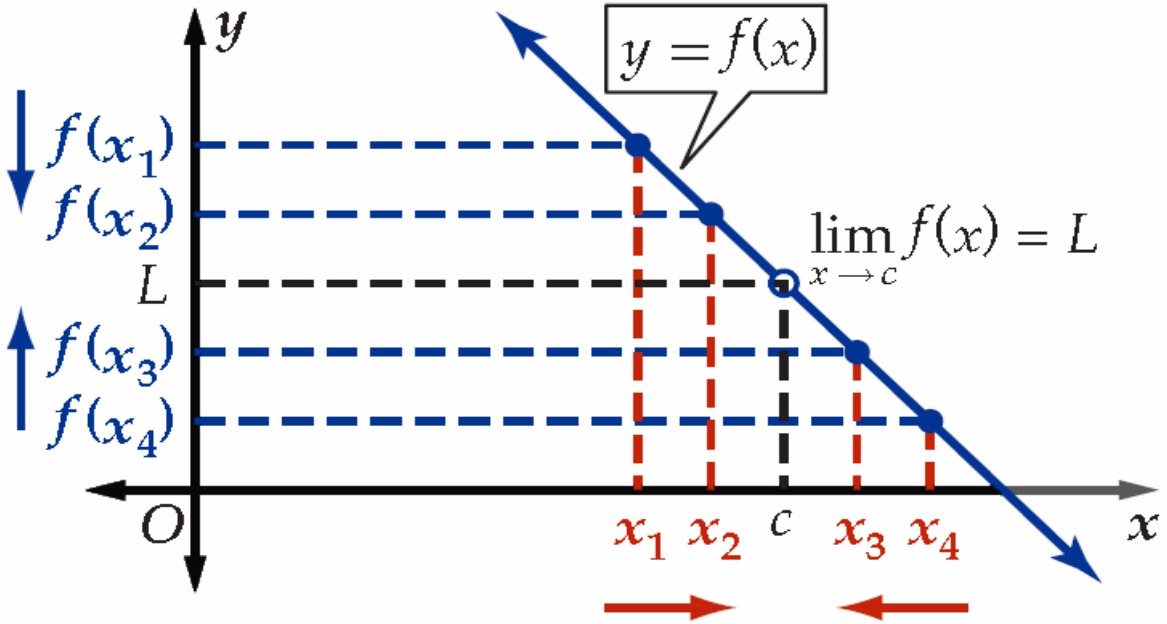
b)



معًا للقمة

النِّهَايَة

Limit



تعريف المفردة

النهاية: هي اقتراب قِيَم الدالة $f(x)$ من قيمة واحدة L (دون الحاجة إلى الوصول إلى تلك القيمة) عندما تقترب x من c من الجهتين.

ونقول: $\lim_{x \to c} f(x) = L$، وتُقرأ (نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من c هي L).

مثـــال

لإيجاد نهاية الدالة $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$، نكوّن جدولًا يُبين قِيَم $f(x)$ عندما تقترب x من 2 من اليسار واليمين،

ويُظهر الجدول أن: $\lim_{x \to 2} f(x) = 1$

x	1.9	1.99	1.999	2.0	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	0.52	0.95	0.995		1.005	1.05	1.52

سـؤال

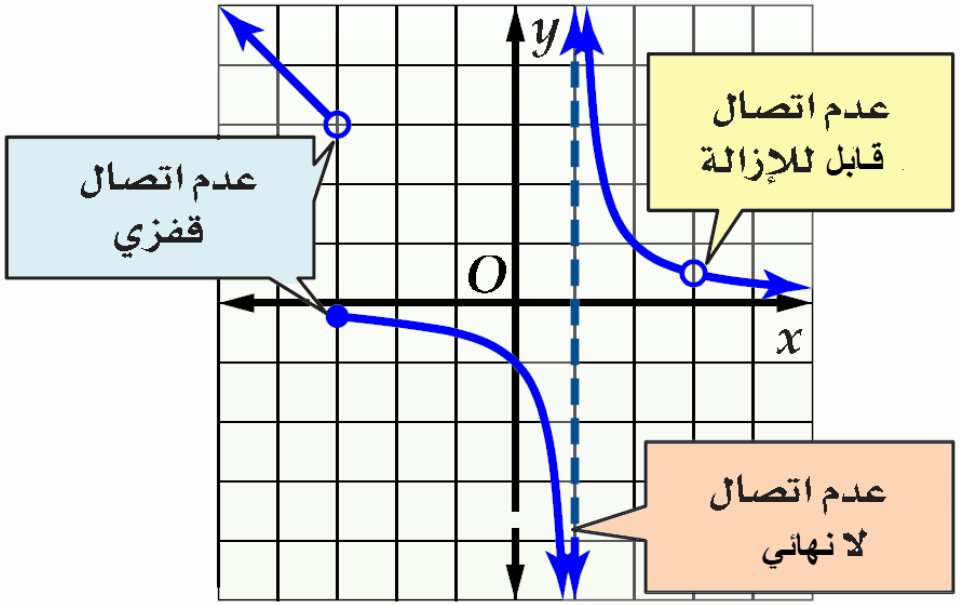
صح أم خطأ: باستعمال الجدول التالي فإن: $\lim_{x \to 2} f(x) = -5$

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	−4.7	−4.97	−4.997		−5.003	−5.03	−5.3

معًا للقمة

الدَّالَّة غَيْر الْمُتَّصِلَة

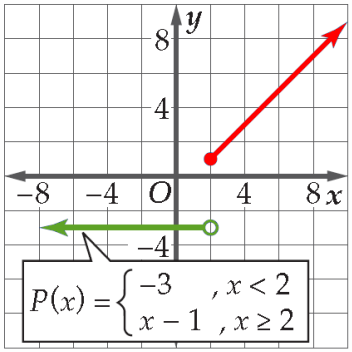
Discontinuous Function



تعريف المفردة

الدالة غير المتصلة: هي دالة يكون في تمثيلها البيانيّ انقطاع أو قفزة.

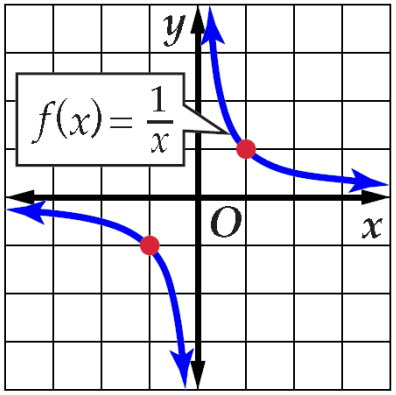
مثـــال



الدالة $P(x)=\begin{cases}-3 & ,x<2\\ x-1 & ,x\geq 2\end{cases}$ دالة غير متصلة.

سـؤال

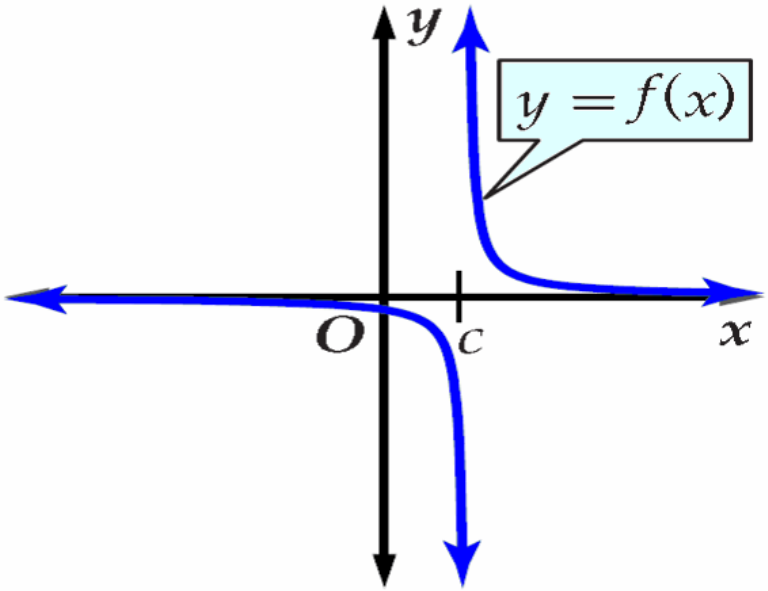
صح أم خطأ: دالة المقلوب دالة غير متصلة.



معًا للقمة

عَدَم الْاِتّصَال اللَّانِهَائِيّ

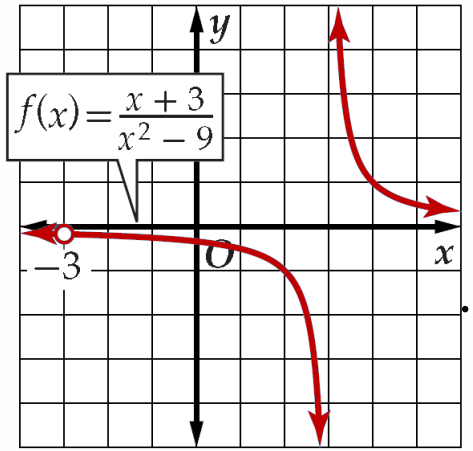
Infinite Discontinuity



تعريف المفردة

عدم الاتصال اللانهائي: هو تزايد قِيَم الدالة أو تناقصها بلا حدود عندما تقترب x من c من اليمين أو اليسار.

مثـــال

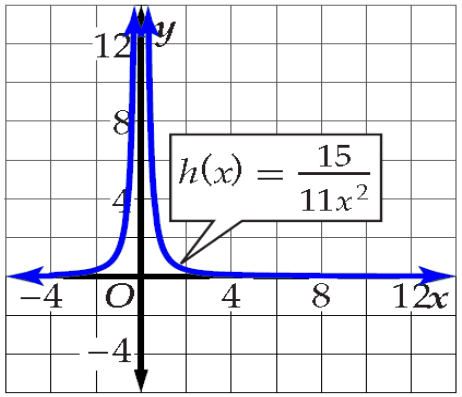


للدالة $f(x)=\frac{x+3}{x^2-9}$ عدم اتصال لانهائي عند $x=3$.

سـؤال

صح أم خطأ:

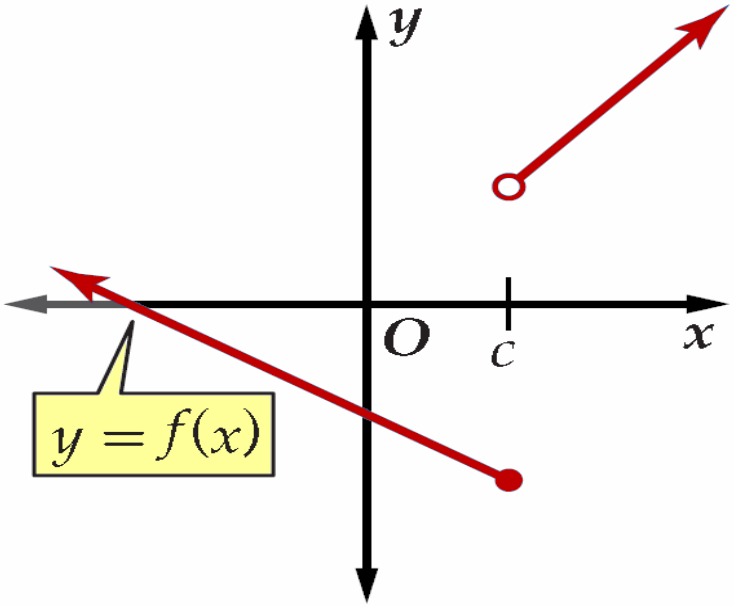
للدالة الممثلة بيانيًّا عدم اتصال لانهائي عند $x=0$.



معًا للقمة

عَدَم الْاِتِّصَال الْقَفْزِيّ

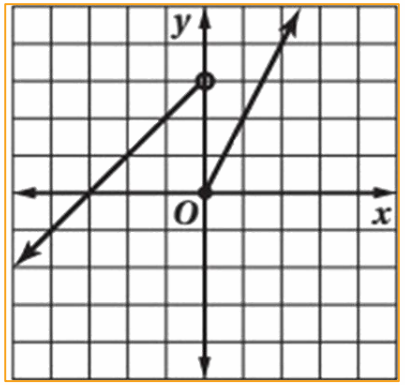
Jump Discontinuity



تعريف المفردة

عدم الاتصال القفزي: هو عدم اتصال يحدث إذا كانت نهايتا الدالة عندما تقترب x من c من اليمين ومن اليسار موجودتين، ولكنهما غير متساويتين.

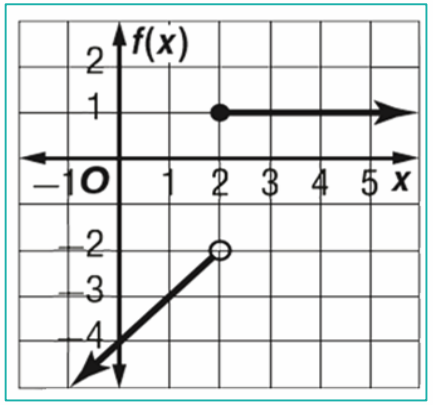
مثـــال



للدالة $f(x) = \begin{cases} x+3 & ,x<0 \\ 2x & ,x\geq 0 \end{cases}$

عدم اتصال قفزي لأن قِيَم $f(x)$ تقترب من قيمتين مختلفتين عندما تقترب x من 0.

سـؤال

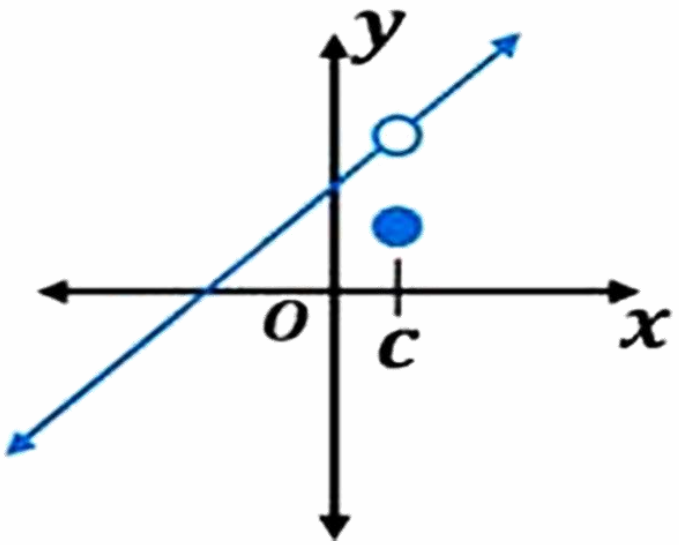


في التمثيل البيانيّ المجاور، حدّد قيمة x التي يكون للدالة عندها عدم اتصال قفزي.

معًا للقمة

عَدَم الْاِتِّصَال الْقَابِل لِلْإِزَالَة

Removable Discontinuity

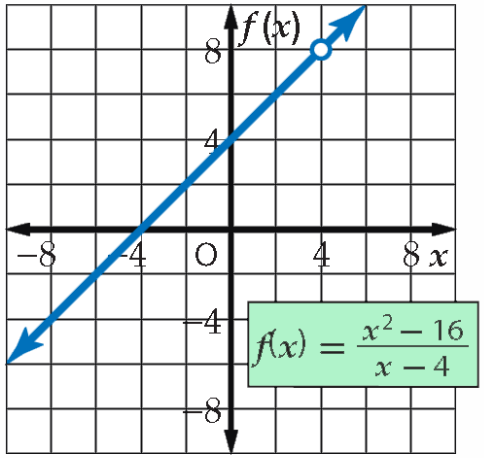


معًا للقمة

تعريف المفردة

عدم الاتصال القابل للإزالة: إذا كانت نهايتا الدالة عندما تقترب x من c موجودة، ولا تساوي قيمة الدالة عند $x = c$، ويشار إليها بدائرة صغيرة (o) غير مظللة.

مثـــال



الدالة $f(x) = \frac{x^2-16}{x-4}$ غير متصلة عند $x = 4$

ولكن من الممكن إعادة تعريفها لتصبح دالة متصلة في الصورة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & , x \neq 4 \\ 8 & , x = 4 \end{cases}$$

حيث وضعنا $f(4) = \lim_{x \to 4} f(x)$.

سـؤال

صح أم خطأ:

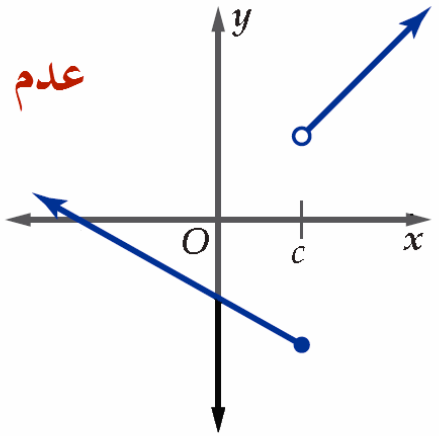
يمكن إعادة تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ لتصبح متصلة عند $x = 1$.

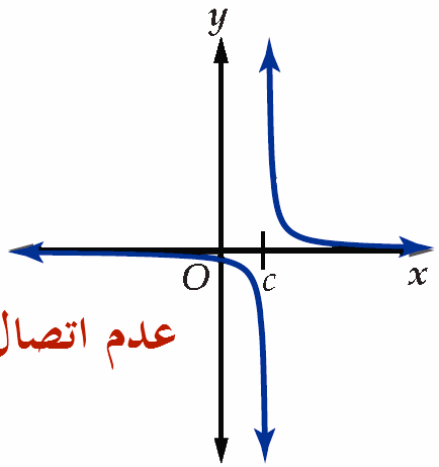
معًا للقمة

عَدَم الْاِتِّصَال غَيْر الْقَابِل لِلْإِزَالَة

Nonremovable Discontinuity

عدم اتصال قفزي





عدم اتصال لا نهائي

تعريف المفردة

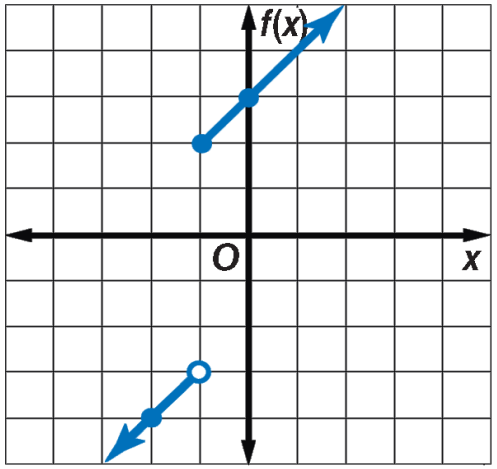
عدم الاتصال غير القابل للإزالة: لا يمكن إعادة تعريف الدالة لتصبح متصلة عند نقطة ما، إذا كانت قِيَم الدالة تقترب من قِيَم مختلفة إلى يمين نقطة عدم الاتصال وإلى يسارها (للدالة عدم اتصال قفزي)، أو إذا كانت قِيَم الدالة لا تقترب من قيمة محددة عند هذه النقطة، أي تزداد قِيَم الدالة أو تنقص بلا حدود (للدالة عدم اتصال لا نهائي).

مثـــال

للدالة $f(x) = \frac{1}{x-1}$ عدم اتصال غير قابل للإزالة عند $x = 1$.

سـؤال

صح أم خطأ: للدالة $f(x) = \begin{cases} x - 2 & , x < -1 \\ x + 3 & , x \geq -1 \end{cases}$ عدم اتصال غير قابل للإزالة.

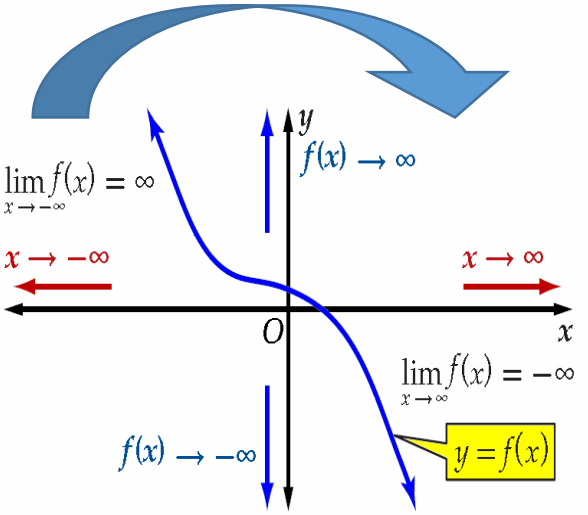


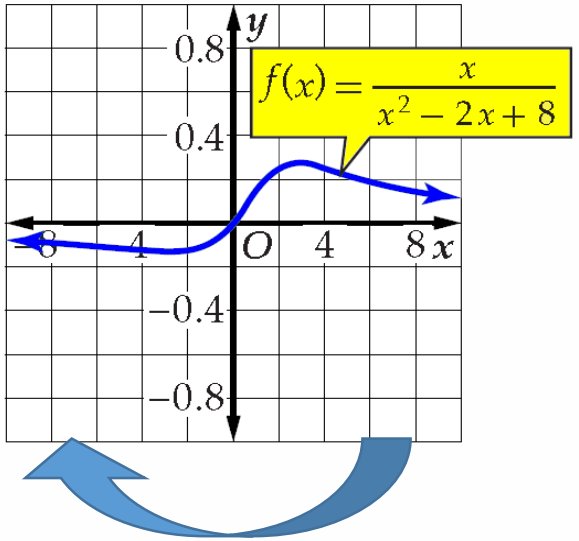
معًا للقمة

سُلُوك طَرَفِيّ التَّمْثِيل الْبَيَانِيّ

End Behavior

يقترب من ما لانهاية



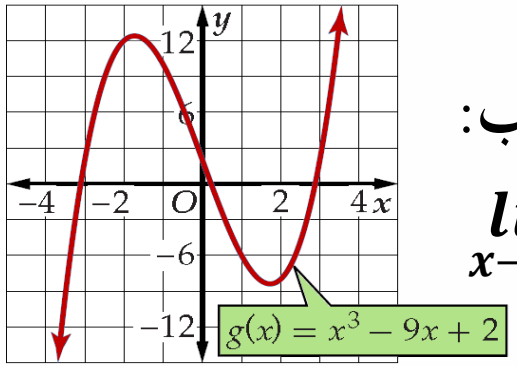


يقترب من قيمة محددة

تعريف المفردة

سلوك طرفي التمثيل البيانيّ: هو وصف لشكل الدالة عند طرفيّ منحناها، أي يصف قِيَم الدالة $f(x)$ عندما تزداد قِيَم x أو تنقص بلا حدود، أي عندما تقترب x من ∞ أو $-\infty$، ويستعمل مفهوم النهاية لوصف سلوك طرفيّ التمثيل البيانيّ.

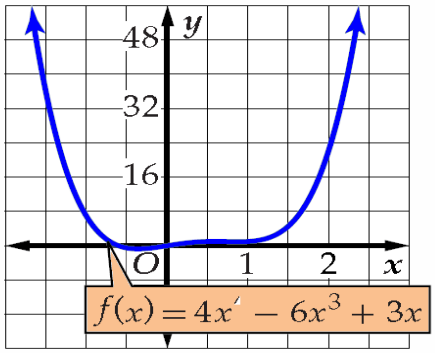
مثـــال



لوصف سلوك طرفيّ التمثيل البيانيّ للدالة المجاورة نكتب:

$$\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$

سـؤال



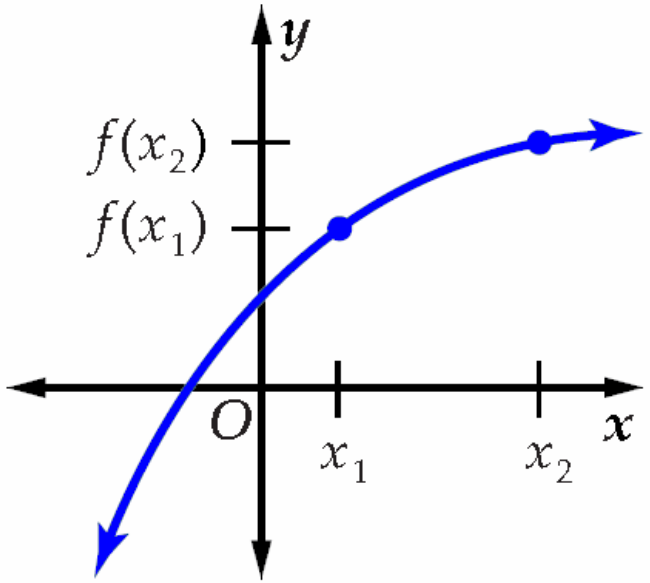
باستعمال التمثيل البيانيّ للدالة، أكمل الفراغات التالية:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \cdots \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \cdots$$

معًا للقمة

الْمُتَزَايِدَة

Increasing



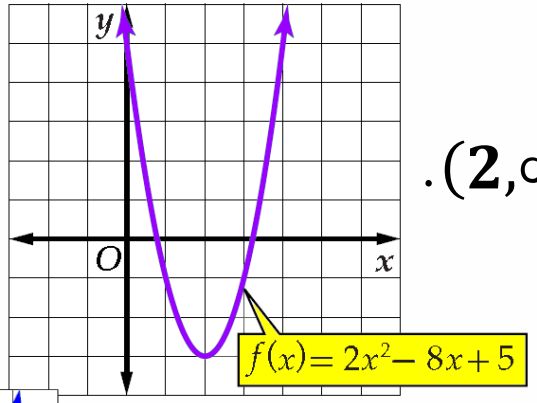
تعريف المفردة

المتزايدة: تكون الدالة f متزايدة على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قِيَم $f(x)$ كلما زادت قِيَم x في الفترة.

أي أن: لكل x_1 وَ x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) < f(x_2)$ عندما $x_1 < x_2$.

مثـــال

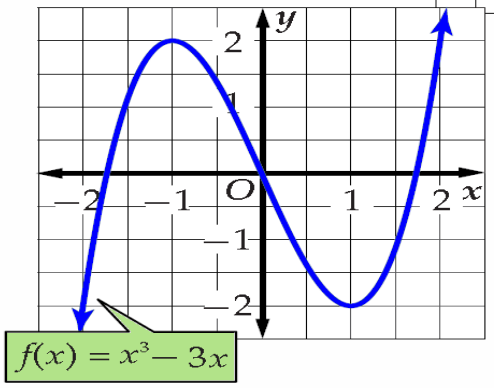
الدالة $f(x)$ متزايدة في الفترة $(2,\infty)$.



سـؤال

صح أم خطأ:

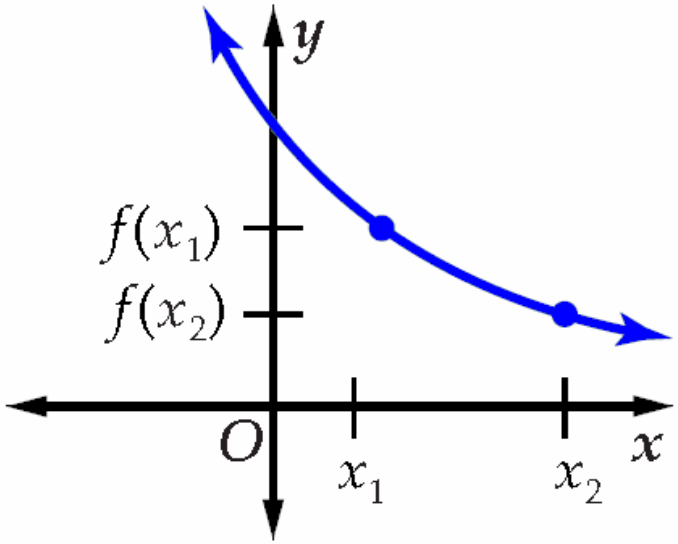
الدالة $f(x)$ متزايدة في الفترتين: $(-\infty, -1)$ وَ $(1,\infty)$.



معًا للقمة

الْمُتَنَاقِصَة

Decreasing

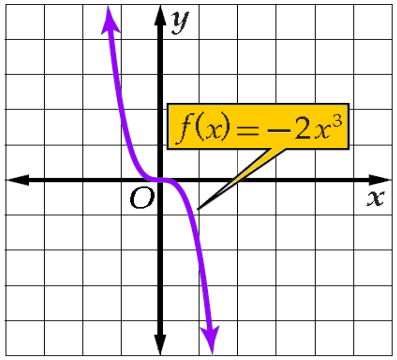


تعريف المفردة

المتناقصة: تكون الدالة f متناقصة على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قِيَم $f(x)$ كلما زادت قِيَم x في الفترة.

أي أن: لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_2) < f(x_1)$ عندما $x_1 < x_2$.

مثـــال



الدالة $f(x)$ متناقصة في الفترة $(-\infty, \infty)$.

سـؤال

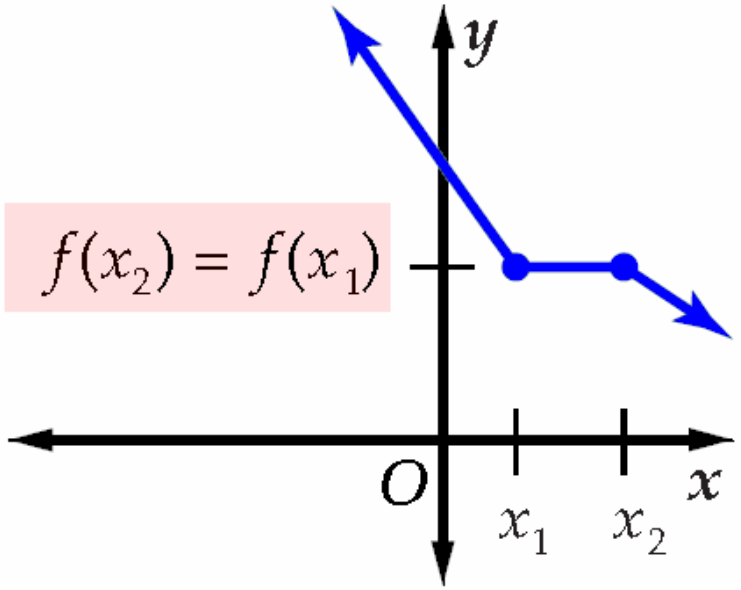
أكمل الفراغ: الدالة $f(x)$ متناقصة في الفترة .....

الدالة $f(x)$ متناقصة في الفترة $(-\infty, \infty)$.

معًا للقمة

الثَّابِتَة

Constant

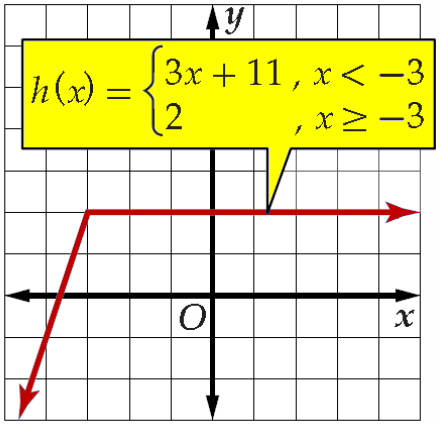


تعريف المفردة

الثابتة: تكون الدالة f ثابتة على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قِيَم $f(x)$ لأي قِيَم x في الفترة.

أي أن: لكل x_1 وَ x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) = f(x_2)$ عندما $x_1 < x_2$.

مثـــال



الدالة في التمثيل البيانيّ المجاور، ثابتة في الفترة $(-3,\infty)$.

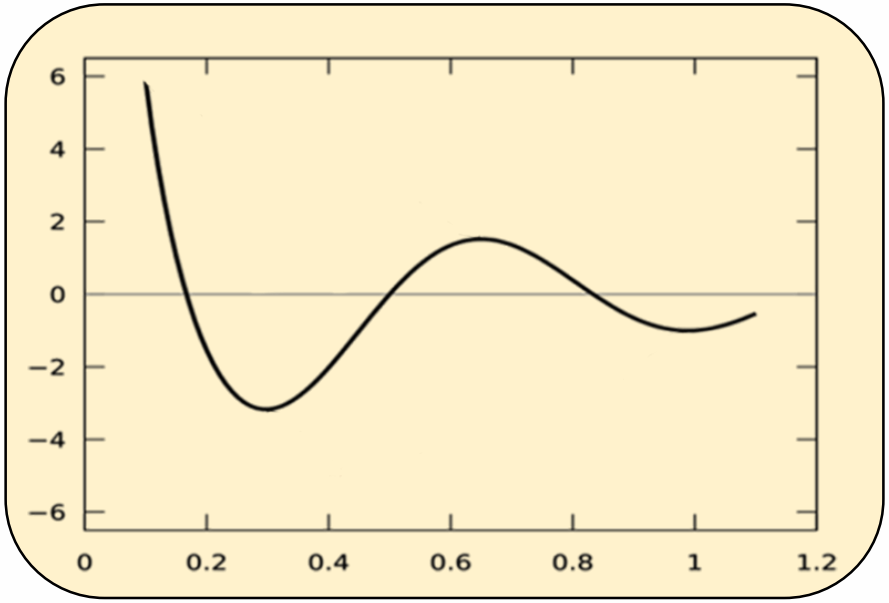
سـؤال

صح أم خطأ: الدالة $f(x) = -6$ ثابتة في الفترة $(-\infty,\infty)$.

معًا للقمة

النُّقْطَة الْحَرِجَة

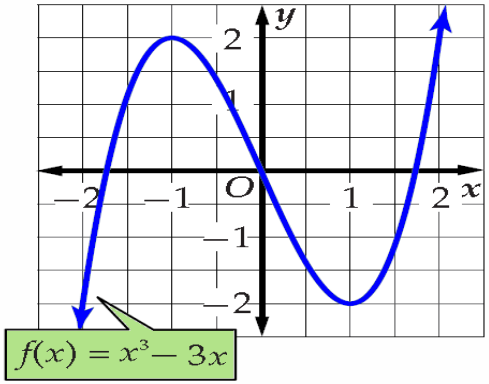
Critical Point



تعريف المفردة

النقطة الحرجة: هي النقطة التي يكون عندها المماس أفقيًّا (وتكون قاعًا أو قمة في منحنى الدالة)، أو أن يكون المماس عندها رأسيًّا، أو النقاط التي لا يوجد عندها مماس.

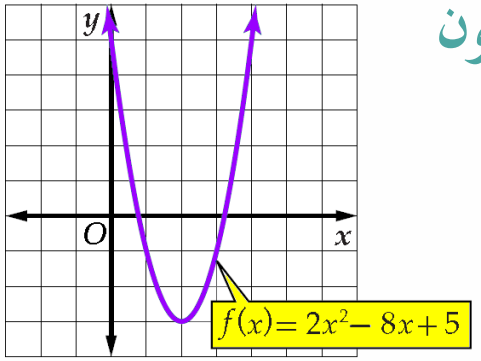
مثـــال



للدالة $f(x)$ نقاط حرجة عند: $x = 1 \, , \, x = -1$.

سـؤال

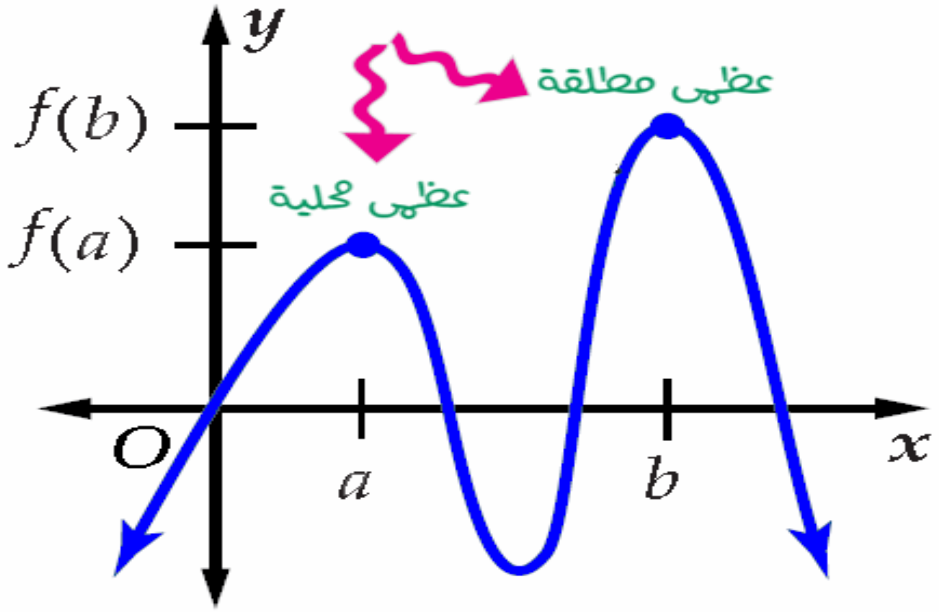
باستعمال التمثيل البيانيّ، حدّد قِيَم x التي يكون للدالة عندها نقاط حرجة.



معًا للقمة

الْعُظْمَى

Maximum



تعريف المفردة

العظمى: هي القيمة التي تكون أكبر من جميع القيم الأخرى:

- في فترة من المجال (تُسمى عظمى محلية)
- في مجالها (تُسمى عظمى مطلقة)

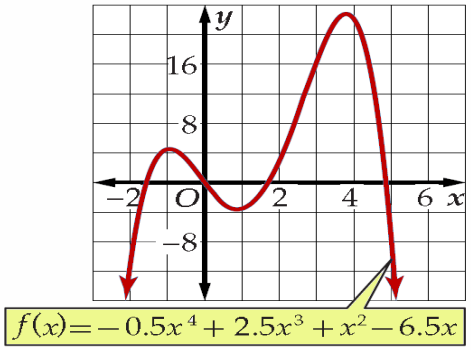
وقد توجد للدالة أكثر من قيمة عظمى محلية، لكن يوجد لها على الأكثر قيمة عظمى مطلقة واحدة.

مثـــال

من التمثيل البيانيّ للدالة:

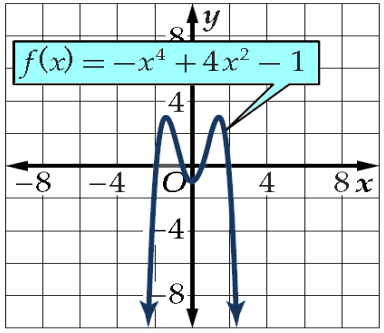
قيمة عظمى محلية عند $x = -1$

قيمة عظمى مطلقة عند $x = 4$ تقريبًا.



سـؤال

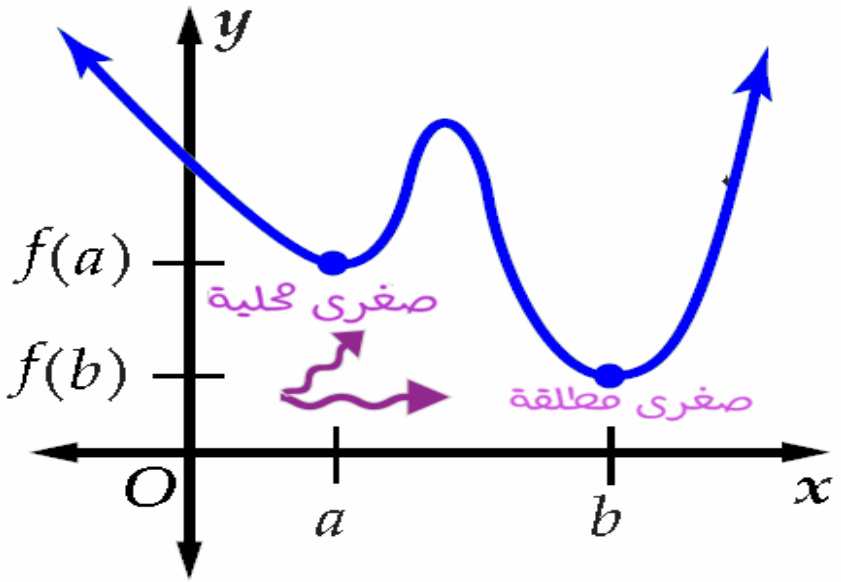
من خلال التمثيل البيانيّ، قدّر قيمة x التي يكون للدالة عندها قيمة عظمى، وحدّد نوعها.



معًا للقمة

الصُّغْرَى

Minimum



تعريف المفردة

الصغرى: هي القيمة التي تكون أصغر من جميع القيم الأخرى.

- في فترة من المجال (تُسمى صغرى محلية)
- في مجالها (تُسمى صغرى مطلقة)

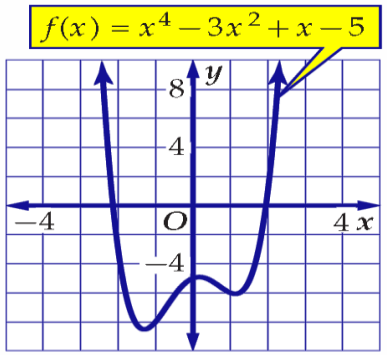
وقد توجد للدالة أكثر من قيمة صغرى محلية، لكن يوجد لها على الأكثر قيمة صغرى مطلقة واحدة.

مثال

من التمثيل البيانيّ للدالة:

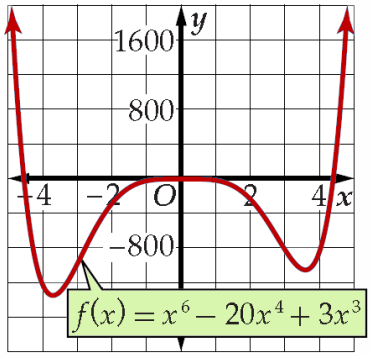
قيمة صغرى محلية عند $x = 1$ تقريبًا.

قيمة صغرى مطلقة عند $x = -1.5$ تقريبًا.



سؤال

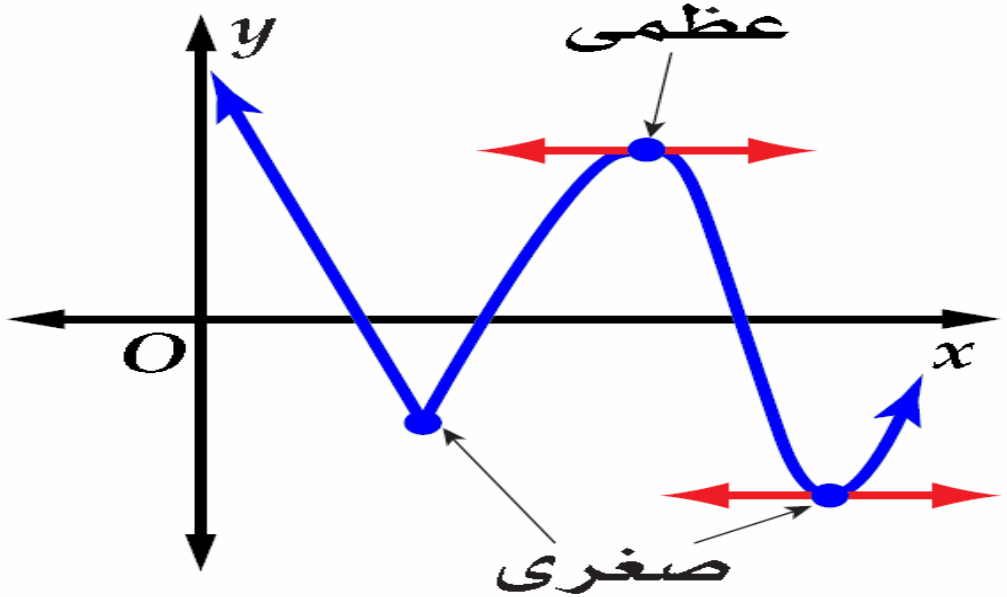
من خلال التمثيل البيانيّ، قدّر قيمة x التي يكون للدالة عندها قيمة صغرى، وحدّد نوعها.



معًا للقمة

الْقُصْوَى

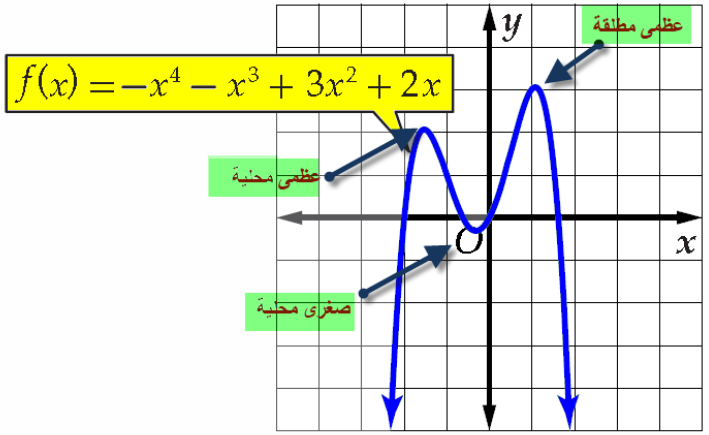
Extrema



تعريف المفردة

القصوى: هي أشكال مختلفة من القِيَم العظمى والقِيَم الصغرى للدالة قد تكون محلية أو مطلقة.

مثـــال



للدالة الممثلة بيانيًّا قِيَم قصوى (مقربة إلى أقرب جزء من عشرة) وهي:

قيمة عظمى محلية عند $x = -1.5$ ومقدارها 2

وقيمة عظمى مطلقة عند $x = 1$ ومقدارها 3

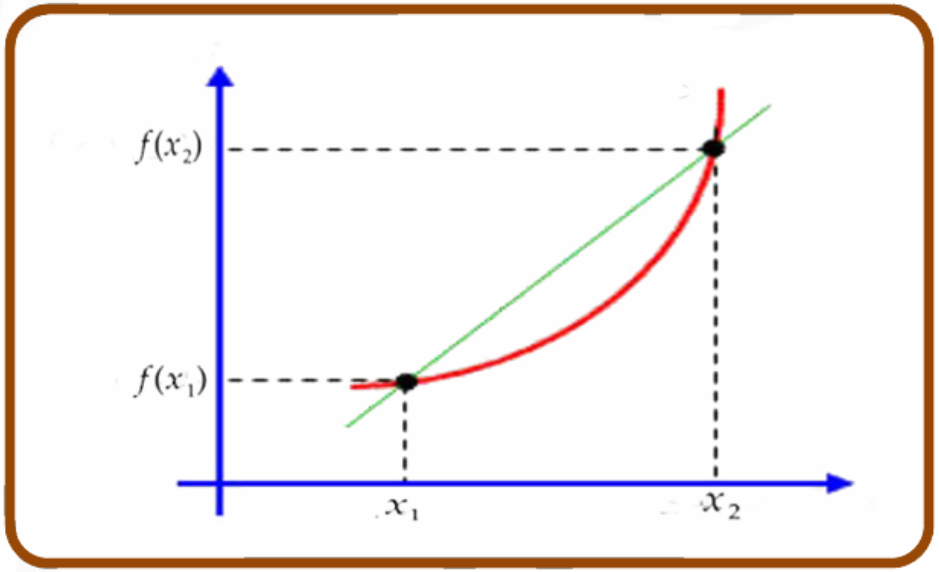
وقيمة صغرى محلية عند $x = -0.5$ ومقدارها -0.2

سـؤال

صح أم خطأ: تتضمن القيم القصوى لدالة قيمًا عظمى محلية.

مُتَوَسِّط مُعَدَّل التَّغَيُّر

Average Rate of Change



تعريف المفردة

متوسط معدل التغير بين أي نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم المار بهاتين النقطتين، ويُعبر عنه بالقانون:

$$m_{sec} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$ في الفترة $[x_1,x_2]$.

مثـــال

متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = -x^3 + 3x$ في الفترة $[-2,-1]$ هو -4

سـؤال

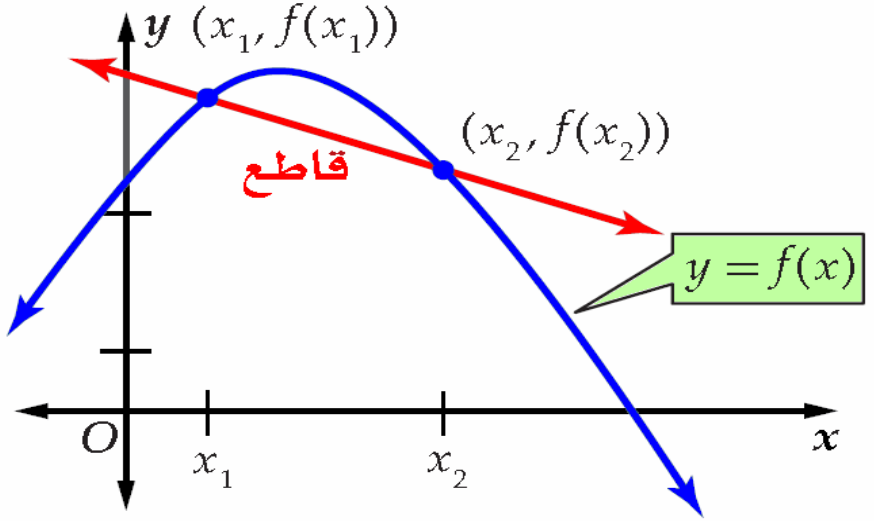
أكمل الفراغ:

متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = -x^3 + 3x$ في الفترة $[0,1]$ يساوي .....

معًا للقمة

الْقَاطِع

Secant Line

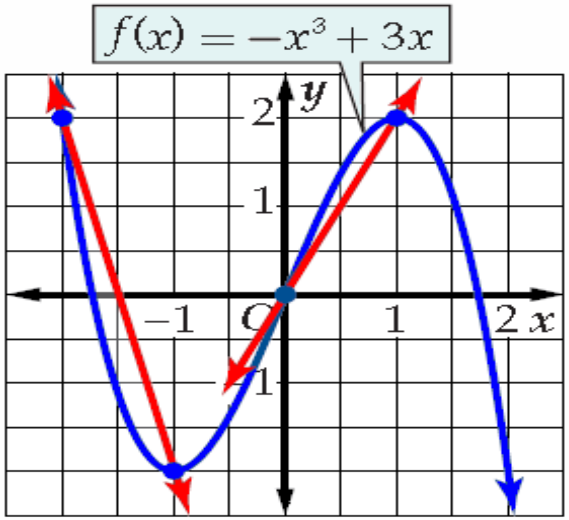


تعريف المفردة

القاطع: هو المستقيم المار بنقطتين على منحنى الدالة.

مثـــال

يُبين التمثيل البيانيّ أن للدوال غير الخطية أكثر من قاطع.



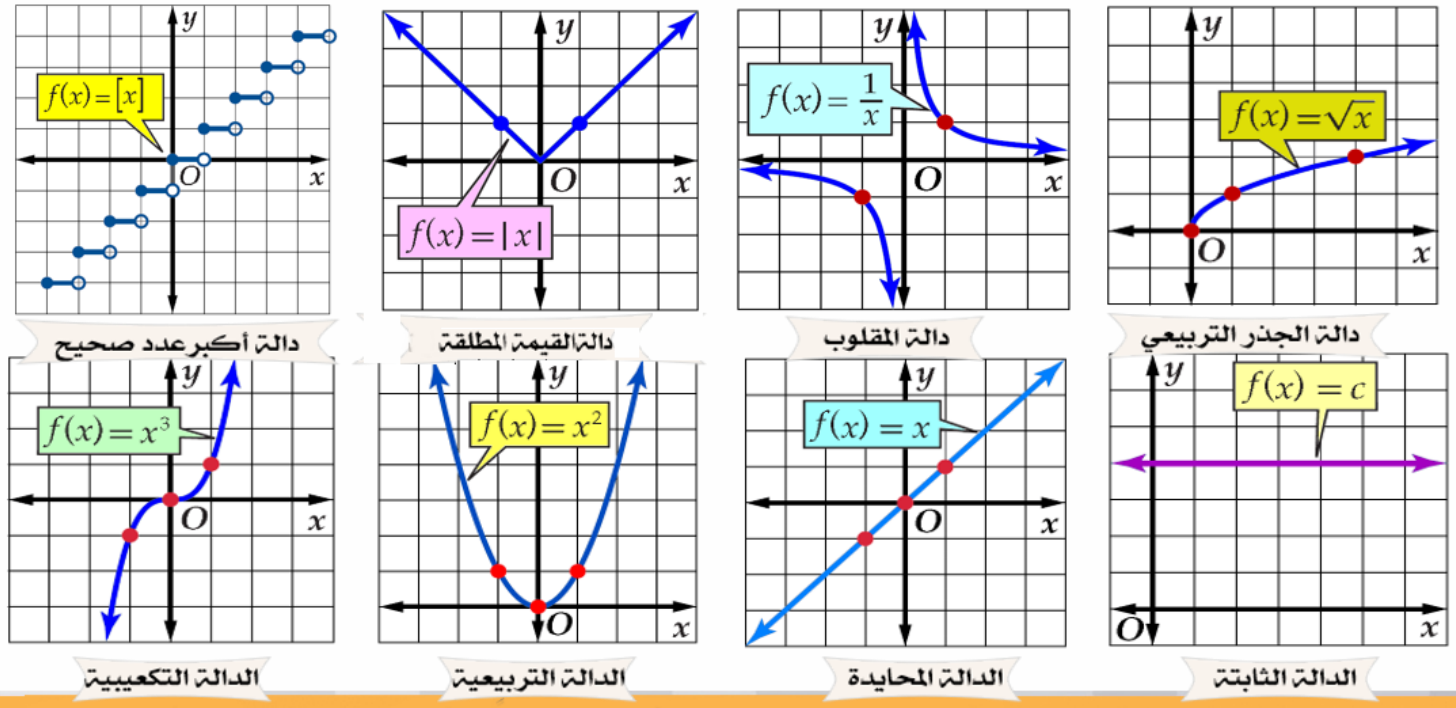
سـؤال

أكمل الفراغ: المستقيم الذي يمر بنقطتين على منحنى الدالة يسمى .....

معًا للقمة

الدَّالَّةُ الرَّئِيسَة (الْأُمّ)

Parent Function



تعريف المفردة

الدالة الرئيسة (الأم): هي أبسط دالة في العائلة، ويمكن إجراء تحويلات هندسية عليها لإيجاد باقي دوال العائلة.

مثـــال

الدالة $f(x) = |x|$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = |x| + 9$.

سـؤال

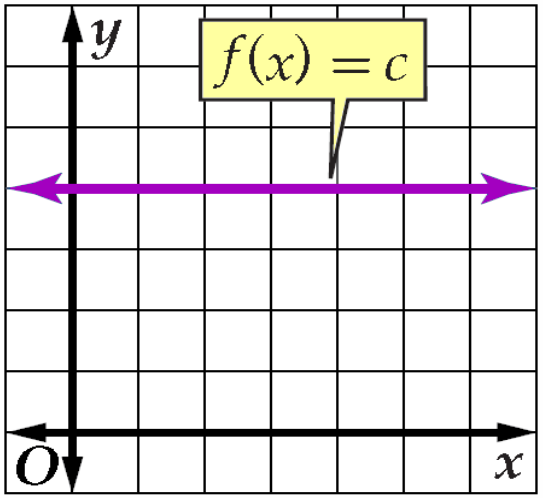
أيّ من الدوال الآتية هي الدالة الرئيسة (الأم)؟

a) $f(x) = x^2$ **b)** $f(x) = x^2 + 2$ **c)** $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

معًا للقمة

الدَّالَّة الثَّابِتَة

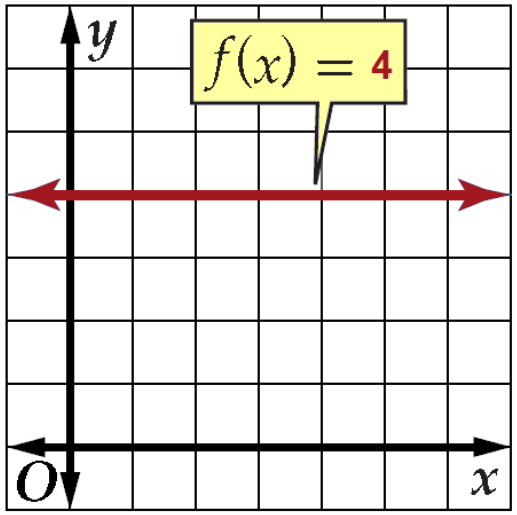
Constant Function



تعريف المفردة

الدالة الثابتة: هي دالة تكتب على الصورة $f(x) = c$ حيث c عدد حقيقي، وتمثل بيانيًّا بمستقيم أفقي.

مثال



الدالة $f(x) = 4$ مثال على الدالة الثابتة.

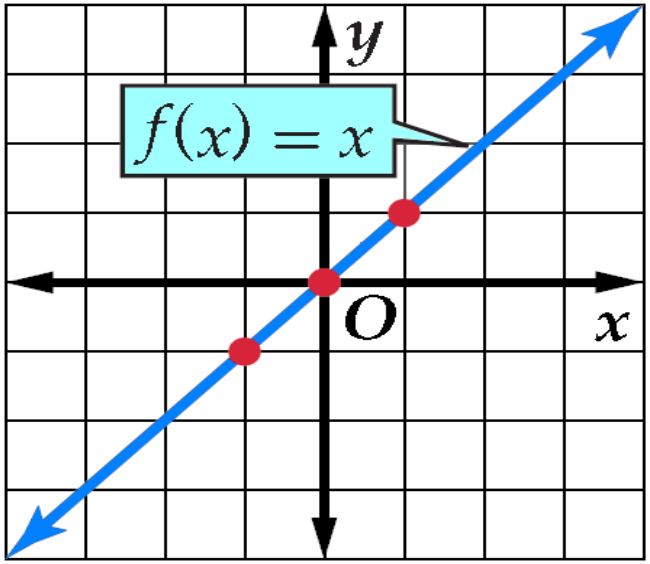
سؤال

صح أم خطأ: الدالة $f(x) = -6$ ثابتة في الفترة $(-\infty, \infty)$.

معًا للقمة

الدَّالَّة الْمُحَايِدَة

Identity Function



معًا للقمة

تعريف المفردة

الدالة المحايدة: هي دالة تكتب على الصورة $f(x) = x$، وتمر بجميع النقاط التي إحداثياتها (a,a).

مثـــال

الدالة $f(x) = x$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = x + 3$.

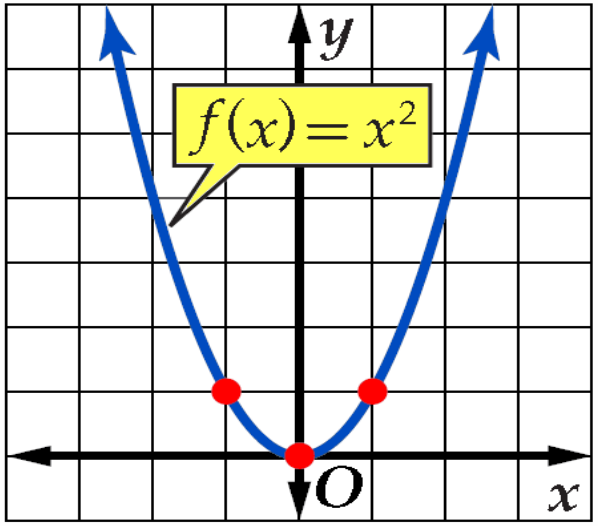
سـؤال

أكمل الفراغ: الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = 8x$ هي .....

معًا للقمة

الدَّالَّة التَّرْبِيعِيَّة

Quadratic Function



معًا للقمة

تعريف المفردة

الدالة التربيعية: هي دالة تكتب على الصورة $f(x) = x^2$، وتمثل بيانيًّا بمنحنى على شكل حرف **U**.

مثـــال

الدالة $f(x) = x^2$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = x^2 - 5$.

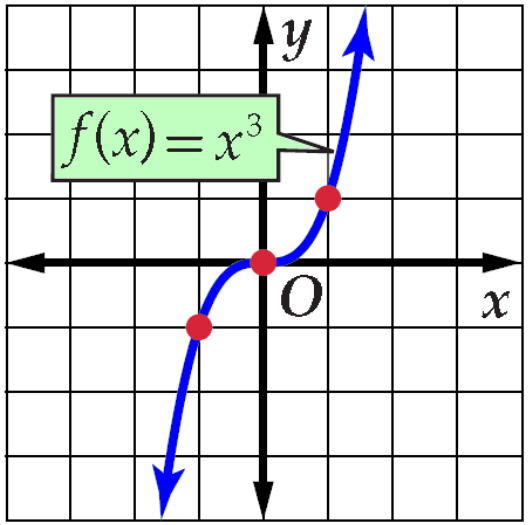
سـؤال

أكمل الفراغ: الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ هي .....

معًا للقمة

الدَّالَّة التَّكْعِيبِيَّة

Cubic Function



تعريف المفردة

الدالة التكعيبية: هي دالة تكتب على الصورة $f(x) = x^3$، وتمثل بيانيًّا بمنحنى متماثل حول نقطة الأصل.

مثـــال

الدالة $f(x) = x^3$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = 2x^3$.

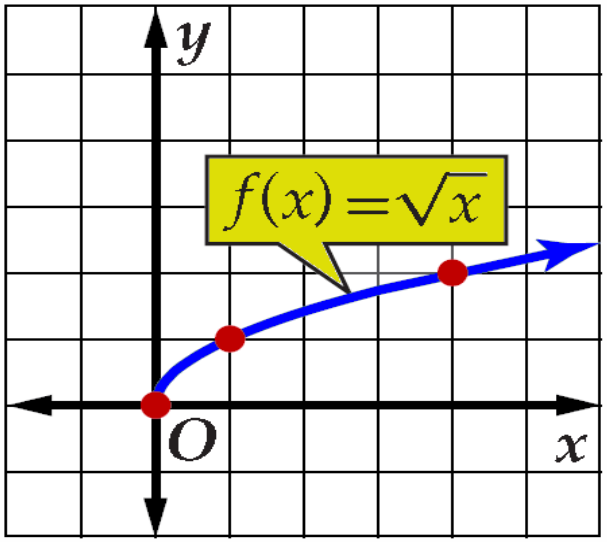
سـؤال

أكمل الفراغ: الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = 3 + x^3$ هي .....

معًا للقمة

دَالَّة الجَذْر التَّرْبِيعِيّ

Square Root Function



تعريف المفردة

دالة الجذر التربيعي: هي دالة تكتب على الصورة $f(x) = \sqrt{x} \ , x \geq 0$،
وتمثل بيانيًّا في الربع الأول.

مثـــال

الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = \sqrt{x} + 1$.

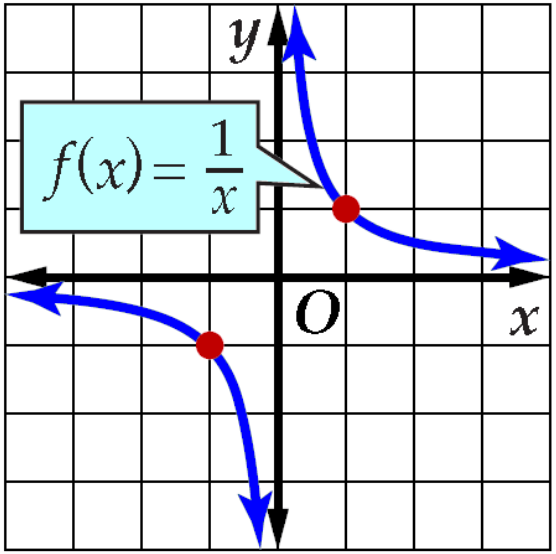
سـؤال

صح أم خطأ:
الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = 3\sqrt{x}$ هي الدالة $f(x) = \sqrt{x}$.

معًا للقمة

دَالَّة الْمَقْلُوب

Reciprocal Function



تعريف المفردة

دالة المقلوب: هي دالة تكتب على الصورة $f(x) = \frac{1}{x}$ ، $x \neq 0$
وتمثل بيانيًّا بمنحنى مكون من جزئيين متماثل حول نقطة الأصل.

مثـــال

الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = \frac{5}{x}$.

سـؤال

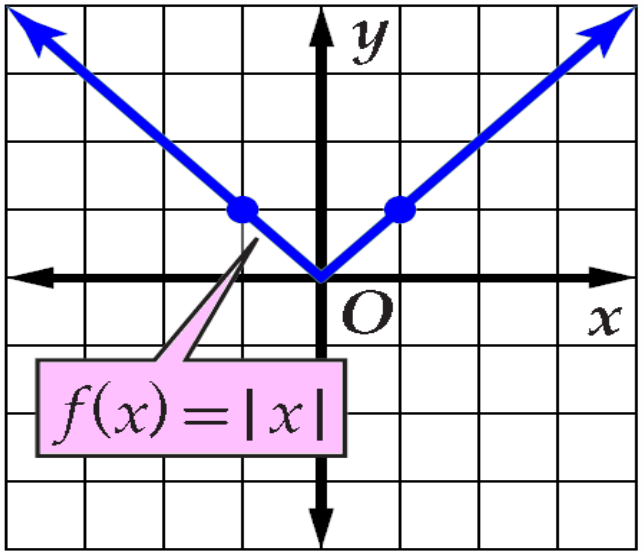
صح أم خطأ:

الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = \frac{-6}{x}$ هي الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$.

معًا للقمة

دَالَّة الْقِيمَة الْمُطْلَقَة

Absolute Value Function



تعريف المفردة

دالة القيمة المطلقة: هي دالة تكتب على الصورة $f(x) = |x|$، وتمثل بيانيًّا بمنحنى على شكل حرف V، وتُعرف على النحو التالي:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

مثـــال

الدالة $f(x) = |x|$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = |x - 4|$.

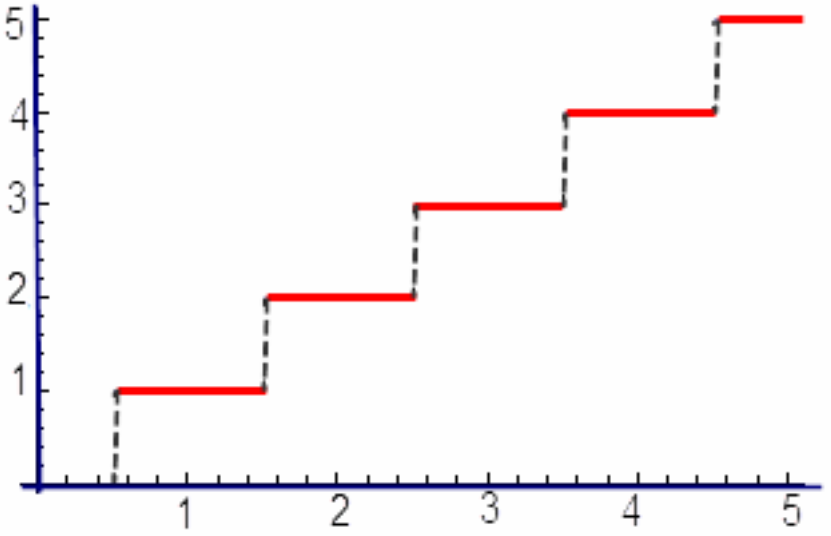
سـؤال

أكمل الفراغ: الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = |x| + 5$ هي .....

معًا للقمة

الدَّالَّة الدَّرَجِيَّة

Step Function



تعريف المفردة

الدالة الدرجية: هي دالة متعددة التعريف يشبه تمثيلها البيانيّ الدرج.

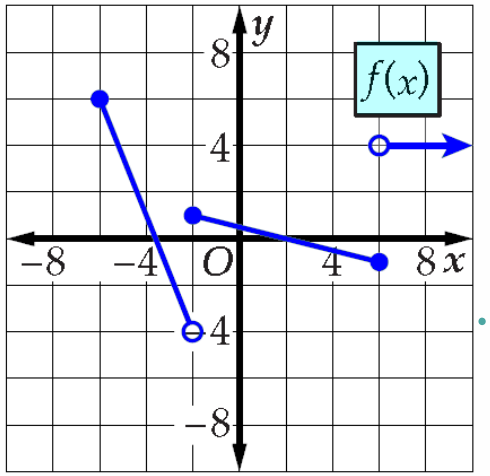
مثـــال

دالة أكبر عدد صحيح $f(x) = [x]$ مثال على الدالة الدرجية.

سـؤال

صح أم خطأ:

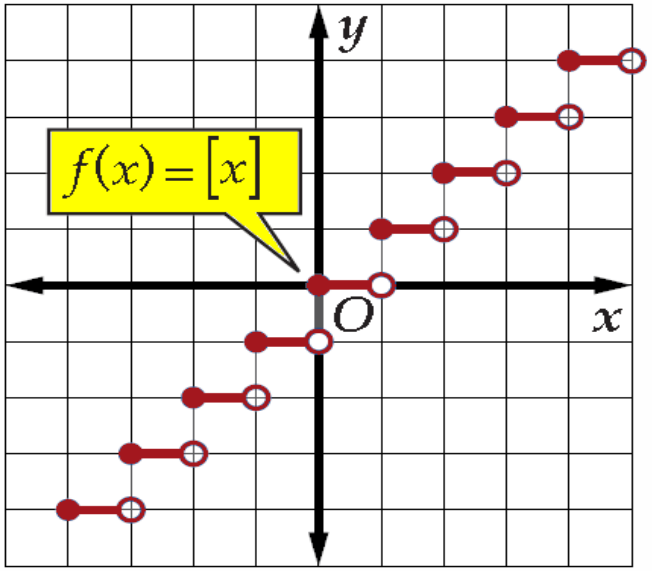
الدالة الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور هي دالة درجية.



معًا للقمة

دَالَّة أَكْبَرِ عَدَد صَحِيح

Greatest Integer Function



تعريف المفردة

دالة أكبر عدد صحيح: هي دالة درجية تكتب على الصورة $f(x) = [x]$ وتُعرف بانها أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x.

مثـــال

الدالة $f(x) = [x]$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = [x] - 5$.

سـؤال

أكمل الفراغ: الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x) = [3x] + 1$ هي .....

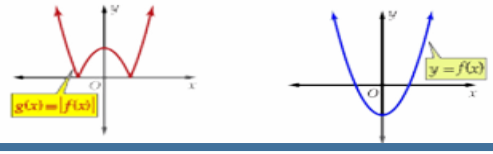
التَّحْوِيل الهَنْدَسِيّ

Transformation

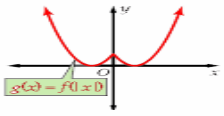
- التحويلات الهندسية
  - قياسي
    - الانسحاب
    - الانعكاس
  - غير قياسي
    - التمدد
    - دوال القيمة المطلقة

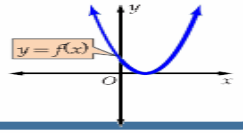
تحويلات دوال القيمة المطلقة

يُغير هذا التحويل الهندسي أي جزء من منحنى الدالة يقع تحت المحور x ليصبح فوقه بالانعكاس حول المحور x.



يغير هذا التحويل الهندسي جزء منحنى الدالة الموجود إلى يسار المحور y ويضع مكانه صورة جزء المنحنى الواقع إلى يمين المحور y بالانعكاس حول المحور y .

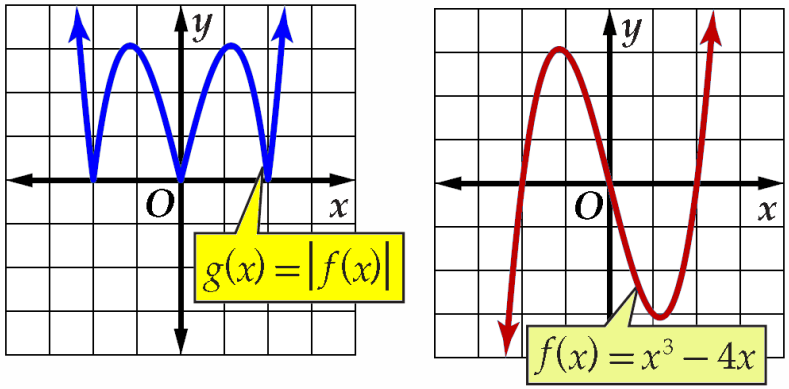




تعريف المفردة

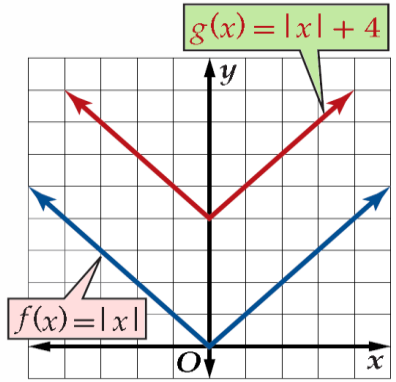
التحويل الهندسي: هو تحويل للدالة الرئيسة لإنشاء منحنيات أخرى، وهو نوعان: قياسي يغير في موقع المنحنى فقط، وغير قياسي يغير في شكل المنحنى وأبعاده.

مثال



التمثيل البياني لمنحنى الدالة $g(x)$ هو تحويل هندسي (غير قياسي) لمنحنى الدالة $f(x)$.

سؤال

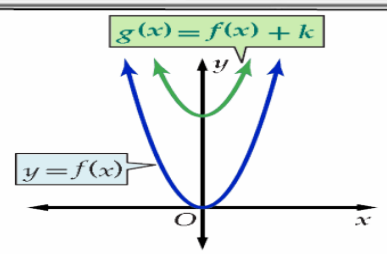
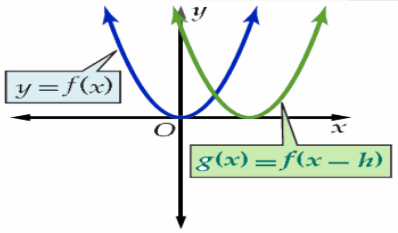
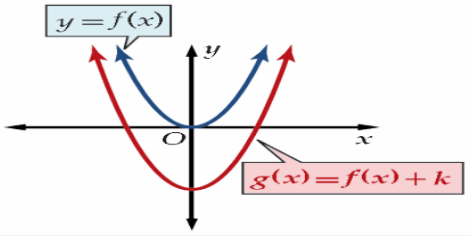
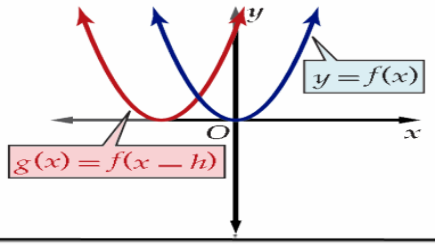


في التمثيل البيانيّ المجاور، حدّد نوع التحويل الهندسي (قياسي – غير قياسي) لمنحنى الدالة $f(x)$.

معًا للقمة

الْاِنْسِحَاب (الْإِزَاحَة)

Translation

الانسحاب الرأسي $g(x) = f(x) + k$	الانسحاب الأفقي $g(x) = f(x - h)$
إلى أعلى عندما $k > 0$	إلى اليمين عندما $h > 0$
	
إلى أسفل عندما $k < 0$	إلى اليسار عندما $h < 0$
	

معًا للقمة

تعريف المفردة

الانسحاب: هو تحويل قياسي ينقل منحنى الدالة، وهو نوعان: رأسي ينقل منحنى الدالة إلى الأعلى أو إلى الأسفل، وأفقي ينقل منحنى الدالة إلى اليمين أو إلى اليسار.

مثـــال

الدالة $g(x) = x + 4$ تمثل انسحاب رأسي للدالة $f(x) = x$ بمقدار 4 وحدات إلى أعلى.

الدالة $g(x) = |x - 3|$ تمثل انسحاب أفقي للدالة $f(x) = |x|$ بمقدار 3 وحدات إلى اليمين.

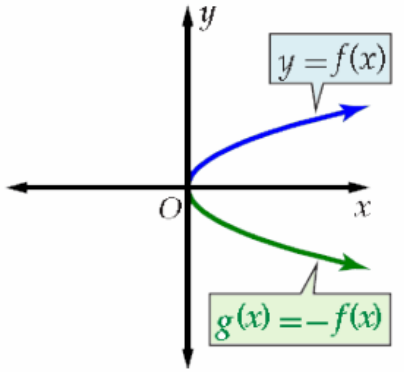
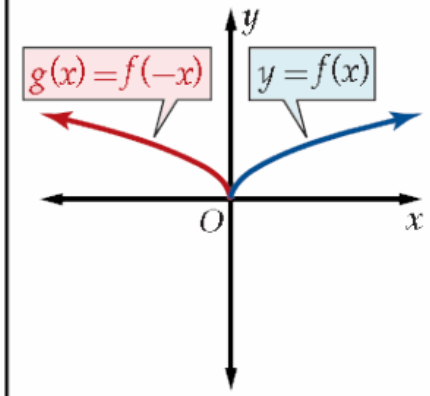
سـؤال

صف العلاقة بين منحنى الدالة $f(x) = x^3$ ومنحنى $g(x) = x^3 - 2$.

معًا للقمة

الْاِنْعِكَاس

Reflection

الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y
$g(x) = -f(x)$	$g(x) = f(-x)$
	

تعريف المفردة

الانعكاس: هو تحويل قياسي يُكوّن لمنحنى الدالة صورة مرآة بالنسبة لمستقيم محدّد.

مثال

الدالة $g(x) = -x^2$ تمثل انعكاس الدالة $f(x) = x^2$ حول المحور x.

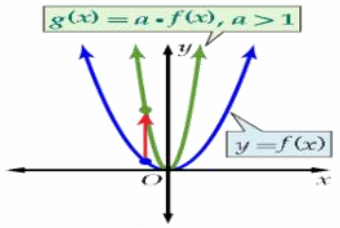
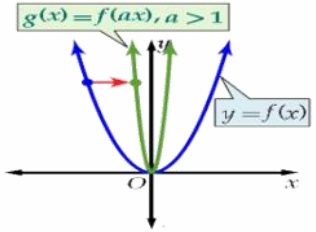
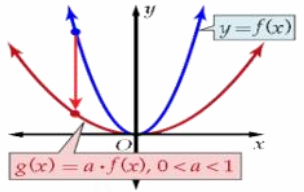
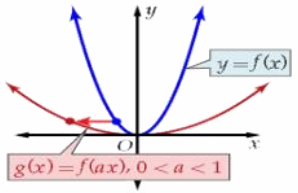
سؤال

صف العلاقة بين منحنى الدالة $f(x) = [x]$ ومنحنى الدالة $g(x) = [-x]$.

معًا للقمة

التَّمَدُّد

Dilation

التمدد الرأسي $g(x) = a \cdot f(x)$	التمدد الأفقي $g(x) = f(ax)$
$a > 1$ توسع رأسي عندما	$a > 1$ تضيق أفقي عندما
	
$0 < a < 1$ تضيق رأسي عندما	$0 < a < 1$ توسع أفقي عندما
	

تعريف المفردة

التمدد: هو تحويل غير قياسي يؤدي إلى تضيق (ضغط) أو توسع (مط) منحنى الدالة رأسيًّا أو أفقيًّا.

مثـــال

منحنى الدالة $g(x) = \frac{3}{x}$ هو تمدد ونوعه (توسع رأسي) لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ لأن $a = 3 > 1$.

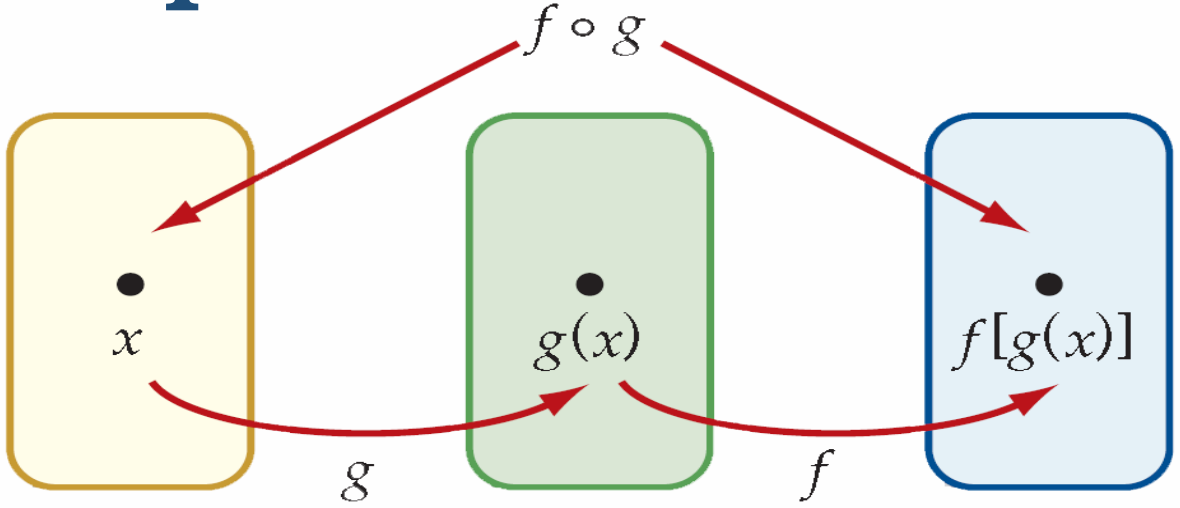
سـؤال

صف العلاقة بين منحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ ومنحنى $g(x) = \sqrt{2x}$.

معًا للقمة

تَرْكِيب دَالَّتَيْن

Composition of Functions



$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

تعريف المفردة

تركيب دالتين: هو دمج دالتين، ويعني إيجاد قيمة دالة عند قيمة دالة أخرى.
ويكتب على الصورة التالية $[f \circ g](x) = f[g(x)]$ وتقرأ f تركيب g أو f بعد g،
ومجال الدالة $f \circ g$ هو جميع قِيَم x في مجال الدالة g على أن تكون $g(x)$ في مجال f.

مثـــال

إذا كانت $f(x) = 2x + 1$ وَ $g(x) = x - 1$ فإن:

$$[f \circ g](x) = f\big(g(x)\big) = 2(x - 1) + 1 = 2x - 1$$

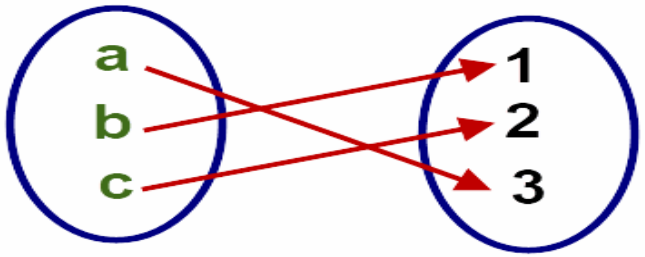
سـؤال

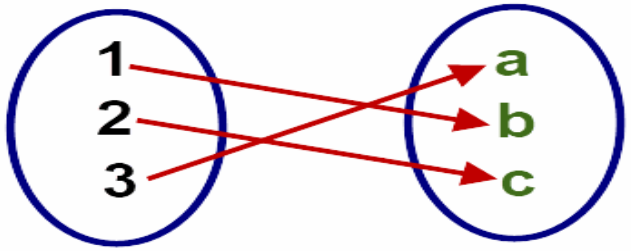
إذا كانت $f(x) = x - 4$ وَ $g(x) = x^2$، أوجد $[f \circ g](x)$.

معًا للقمة

الْعَلَاقَة الْعَكْسِيَّة

Inverse Relation





تعريف المفردة

العلاقة العكسية: يقال أن العلاقة A علاقة عكسية للعلاقة B إذا وفقط إذا كان الزوج المرتب (a,b) موجودًا في إحدى العلاقتين، فإن الزوج المرتب (b,a) موجودًا في العلاقة الأخرى.
وإذا مُثِّلت العلاقة بمعادلة فيمكن إيجاد العلاقة العكسية بتبديل المتغير المستقل بالمتغير التابع.

مثـــال

إذا كانت $\{(5,7),(3,2),(1,2)\}$
فإن العلاقة العكسية هي: $\{(7,5),(2,3),(2,1)\}$

سـؤال

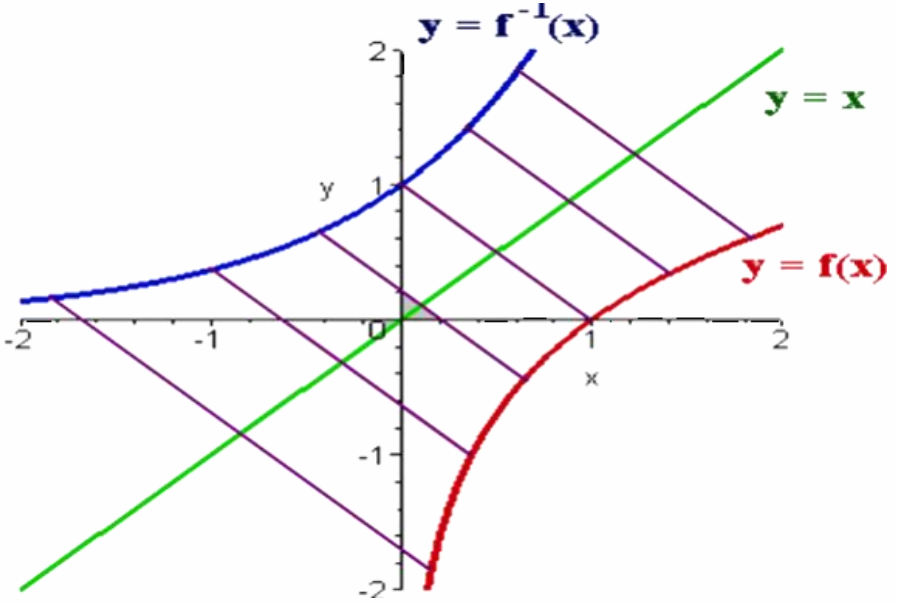
أوجد العلاقة العكسية للعلاقة الممثلة في الجدول المجاور.

x	y
5	7
7	9
9	11
11	13

معًا للقمة

الدَّالَّة الْعَكْسِيَّة

Inverse Function

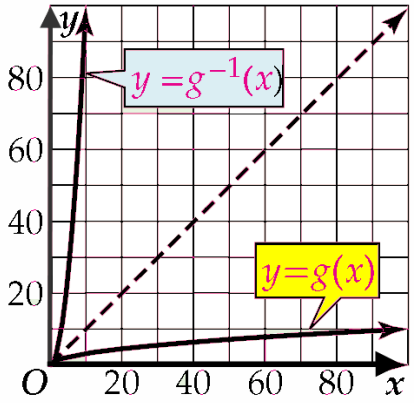


تعريف المفردة

الدالة العكسية: هي العلاقة العكسية لدالة f والتي تمثل دالة، ويرمز لها بالرمز f^{-1}.
ويوجد لأي دالة f دالة عكسية f^{-1} إذا وفقط إذا كان كل خط أفقي يتقاطع مع منحنى الدالة عند نقطة واحدة على الأكثر.

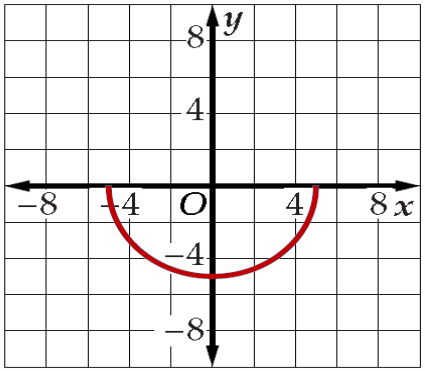
مثـــال

التمثيل البيانيّ المجاور يبين منحنى الدالة والدلة العكسية لها.



سـؤال

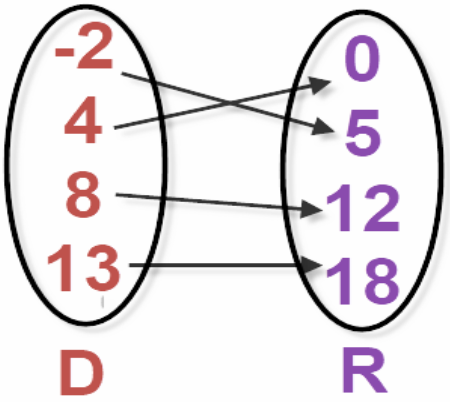
صح أم خطأ: للدالة الممثلة بيانيًّا دالة عكسية.



الدَّالَّة الْمُتَبَايِنَة

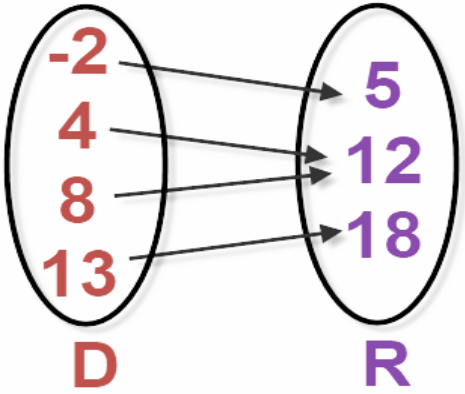
One-to-One Function

A)



YES
1-1

B)



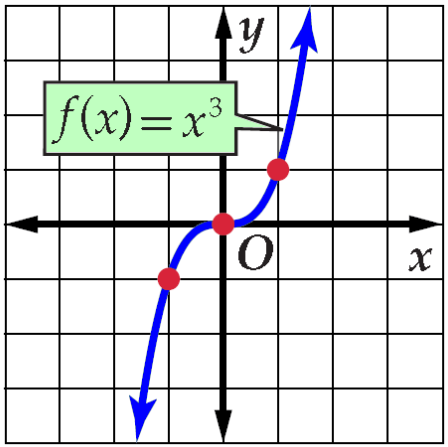
NOT
1-1

تعريف المفردة

الدالة المتباينة: هي دالة فيها كل قيمة y ترتبط بقيمة واحدة فقط x، وإذا كانت الدالة متباينة فإنها تحقق اختبار الخط الأفقي.

مثـــال

الدالة الممثلة بيانيًّا هي دالة متباينة.



سـؤال

صح أم خطأ: لكل دالة متباينة دالة عكسية.

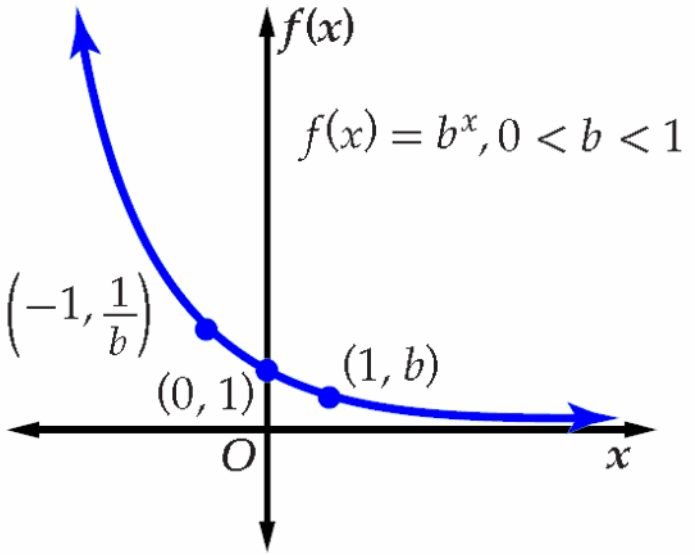
معًا للقمة

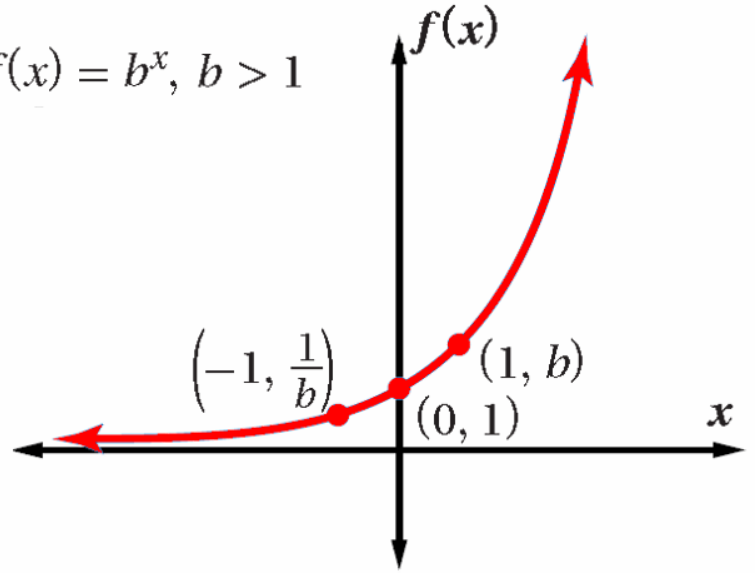
الباب الثاني

الْعَلاقَات وَالدَّوَال الأُسِّيَّة وَاللُّوغَارِيتْمِيَّة

الدَّالَّة الأُسِّيَّة

Exponential Function





تعريف المفردة

الدالة الأسية: هي دالة يمكن وصفها بمعادلة على الصورة: $y = ab^x$ بحيث $b \neq 1, b > 0, a \neq 0$.

ويكون الأساس في الدالة الأسية ثابت والأس هو المتغير المستقل.

مثـــال

الدوال الآتية دوال أسّية:

$$y = 2(3)^x \ , y = 4^x \quad , y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

سـؤال

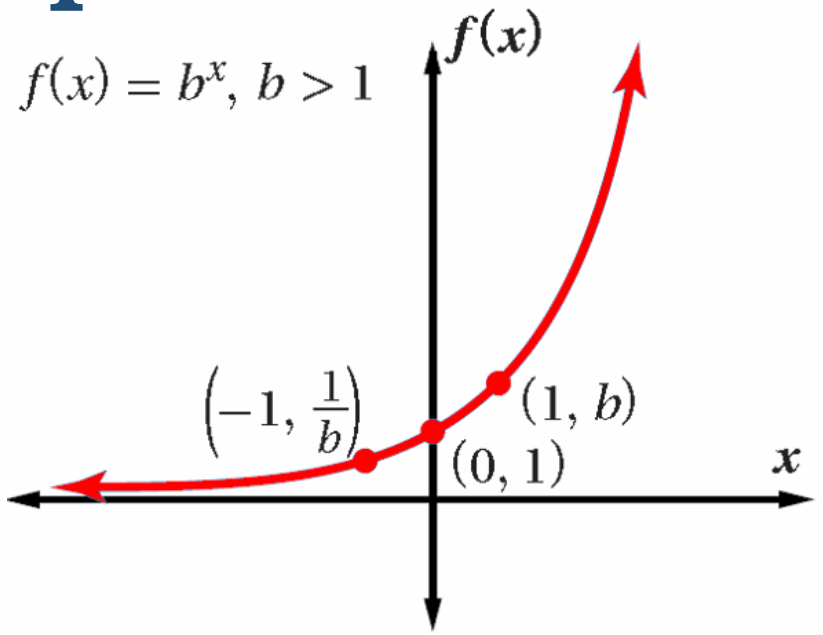
أيّ من الدوال الآتية دالة أسّية؟

$a)\ y = 5^x$ $\quad b)\ y = 5x$ $\quad c)\ y = x^5$

معًا للقمة

النُّمُوُّ الأُسّيّ

Exponential Growth



تعريف المفردة

دالة النمو الأسّي: هي دالة أسّية تكتب على الصورة: $f(x) = b^x$ بحيث $b > 1$.

مثـــال

الدالة $y = 3^x$ مثال على دالة نمو أسّي.

سـؤال

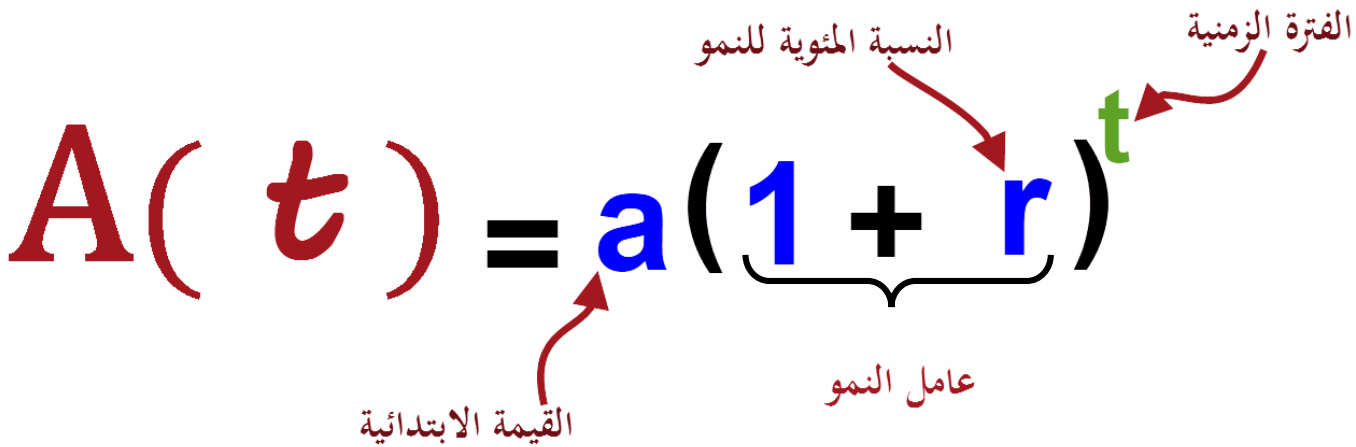
أيّ من الدوال الآتية دالة نمو أسّي؟

$a)\ f(x) = 5^x$ $\qquad$ $b)\ f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

معًا للقمة

عَامِل النُّمُوّ

Growth Factor



تعريف المفردة

عامل النّمو: هو أساس العبارة الأسّية في دالة النمو الأسّي

$$A(t) = a(1 + r)^t$$

مثـــال

بلغ المعدل السنوي للنمو السكاني في المملكة خلال الفترة 1431 – 1425 3.2%تقريبًا، إذا كان عدد سكان المملكة 22678262 نسمة عام 1425هـ، يمكن تمثيل النمو السكاني للمملكة خلال هذه الفترة بالمعادلة الأسّية:

$$y = 22678262(1.032)^t$$

سـؤال

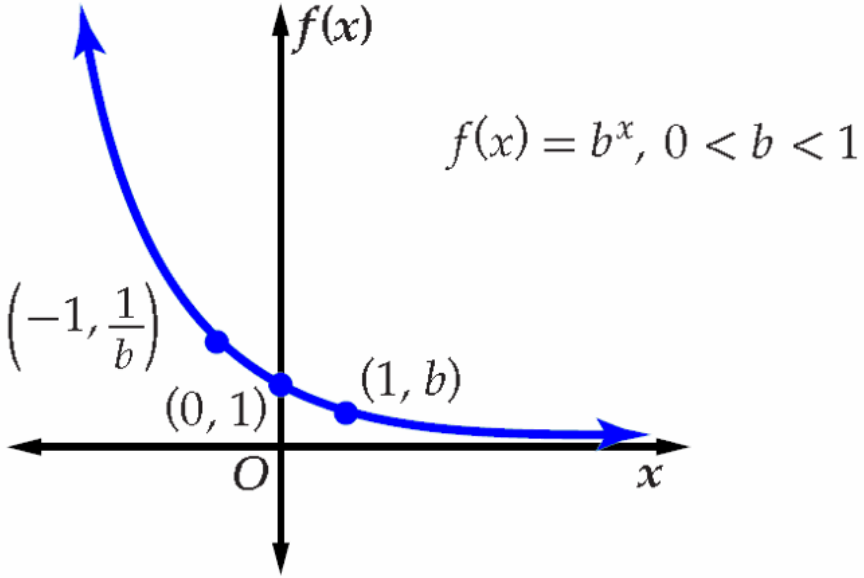
أكمل الفراغ:

في دالة النّمو الأسّي $A(t) = 6(1.135)^t$، عامل النّمو هو.....

معًا للقمة

الْاِضْمِحْلَال الْأُسّيّ

Exponential Decay



تعريف المفردة

دالة الاضمحلال الأسّي: هي دالة أسّية تكتب على الصورة: $f(x) = b^x$، حيث $0 < b < 1$.

مثـــال

الدالة $y = (\frac{1}{3})^x$ مثال على دالة اضمحلال أسّي.

سـؤال

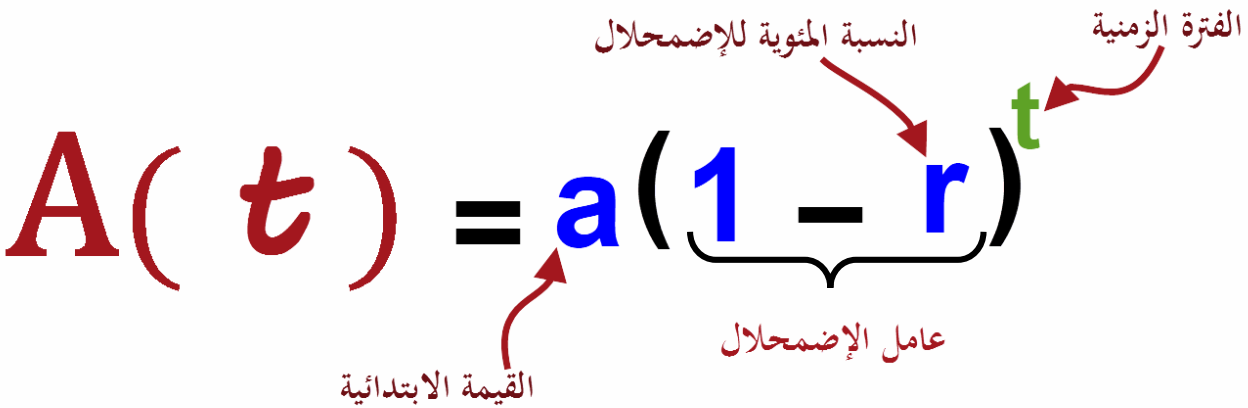
أيّ من الدوال الآتية دالة اضمحلال أسّي؟

$a)\ f(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ $b)\ f(x) = \left(\frac{7}{11}\right)^x$

معًا للقمة

عَامِل الِاضْمِحْلَال

Decay Factor



تعريف المفردة

عامل الاضمحلال: هو أساس العبارة الأسّية في دالة الاضمحلال الأسّي:

$$A(t) = a(\boxed{1 - r})^t$$

مثـــال

يحتوي كوب من الشاي الأخضر على $35mg$ من الكافايين، ويمكن للأشخاص اليافعين التخلص من 12.5% تقريباً من كمية الكافايين من أجسامهم في الساعة،
الدالة الأسّية التي تمثل كمية الكافايين المتبقية في جسم اليافعين بعد شرب كوب من الشاي الأخضر هي: $y = 35(0.875)^t$.

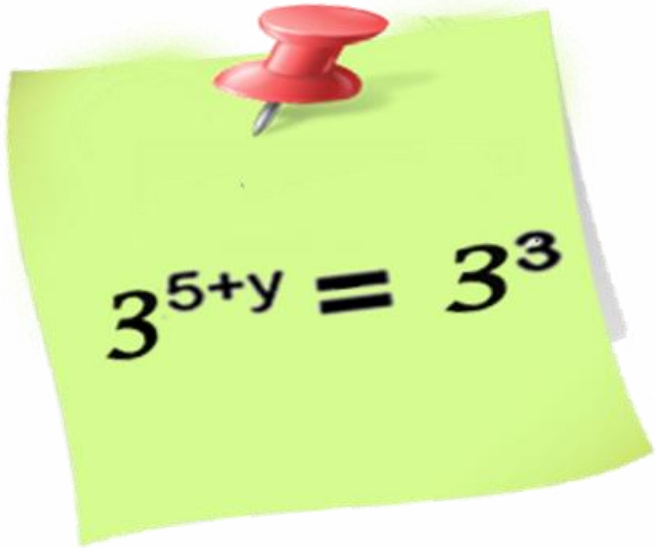
سـؤال

أكمل الفراغ:
في دالة الاضمحلال الأسّي $A(t) = 6(\ 0.355\ )^t$، عامل الاضمحلال هو.....

معًا للقمة

الْمُعَادَلَة الْأُسِّيَّة

Exponential Equation



معًا للقمة

تعريف المفردة

المعادلة الأسّية: هي معادلة تتضمن متغيرات في موقع الأسّ.

إذا كان $b \neq 1$ وَ $b > 0$ فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثـــال

المعادلة $2^x = 8^3$ مثال على معادلة أسّية.

سـؤال

أيّ من المعادلات الآتية معادلة أسّية؟

$a)\ 7^{2x} = 49$ $\quad b)(2x)^2 = 16$ $\quad c)\sqrt{2x} = \sqrt{18}$

معًا للقمة

الرِّبْح الْمُرَكَّب

Compound Interest

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

- A: المبلغ الكلي بعد t سنة
- P: رأس المال
- r: معدل الربح السنوي المتوقع
- n: عدد مرات إضافة الأرباح إلى رأس المال الأصلي
- t: الزمن

تعريف المفردة

الربح المركب: هو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر (رأس المال) مضافًا إليه أي أرباح سابقة، وليس فقط عن رأس المال كما هو في الربح البسيط. ويحسب باستعمال الصيغة:

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

مثـــال

يعطي استثمارًا ما ربحًا مركبًا معدل نسبته 5.4% سنويًا، ويتم إضافة الأرباح إلى رأس المال 4 مرات سنويًا، فإذا تم استثمار مبلغ 40000 ريال، فسيصبح المبلغ الكلي بعد 8 سنوات بالريال:

$$A = 40000\left(1 + \frac{0.054}{4}\right)^{4\cdot 8} = 61435.6$$

سـؤال

صح أم خطأ: الربح المركب يحسب رأس المال فقط.

معًا للقمة

الْمُتَبَايِنَة الْأُسِّيَّة

Exponential Inequality

$$4^{3x+2} > 64$$

معًا للقمة

تعريف المفردة

المتباينة الأسّية: هي متباينة تتضمن عبارة أسّية أو أكثر، حيث الأساس موجب.

مثـــال

المتباينة $16^{2x-3} < 8$ مثال على متباينة أسّية.

سـؤال

أيّ من المتباينات الآتية متباينة أسيّة؟

1) $x^2 \geq 16$ **2)** $3^x \geq 81$ **3)** $x + 3 \geq 5$

معًا للقمة

اللُّوغَارِيتْم

Logarithm

تعريف المفردة

اللوغاريتم: هو الأس y الذي يجعل المعادلة $x = b^y$ صحيحة،
بحيث x, b عددان موجبان وَ $b \neq 1$،
ويكتب على الصورة: $y = log_b\, x$.

مثـــال

المعادلة الأسّية $4^{\frac{1}{2}} = 2$

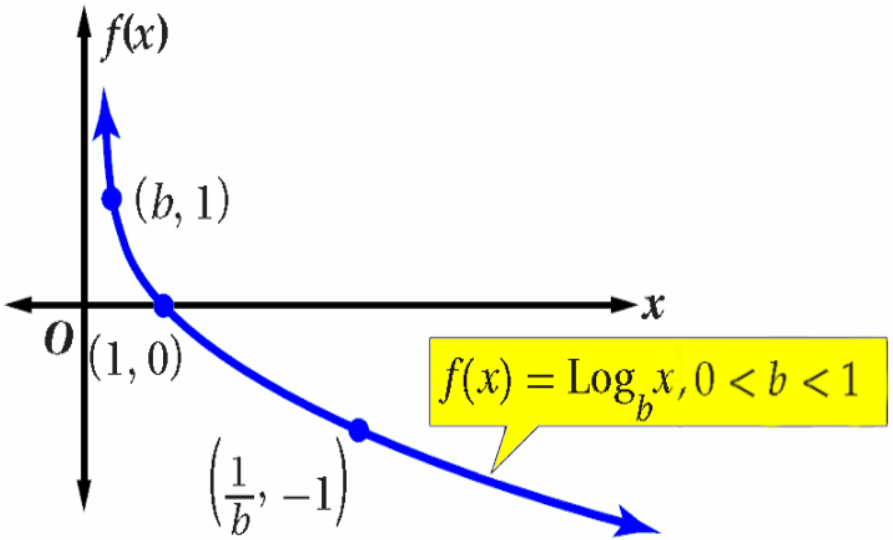
تكتب على الصورة اللوغاريتمية بالشكل التالي: $log_4\, 2 = \frac{1}{2}$

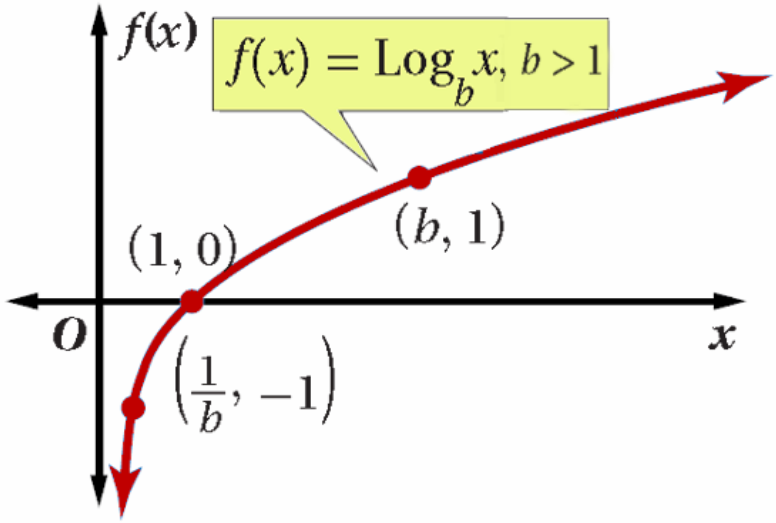
سـؤال

اكتب المعادلة الأسيّة على الصورة اللوغاريتمية: $4^3 = 64$.

الدَّالَّة اللُّوغَارِيتْمِيَّة

Logarithmic Function

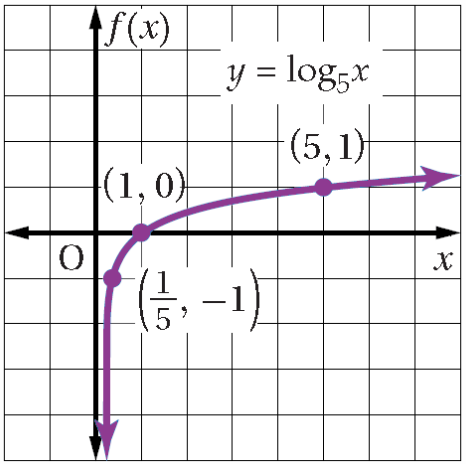




تعريف المفردة

الدالة اللوغاريتمية: هي دالة تكتب على الصورة: $f(x) = log_b\, x$،
حيث $b \neq 1$ وَ x, b عددان موجبان.

مثـــال



الدالة $f(x) = log_5\, x$ دالة لوغاريتمية.

سـؤال

اختر الإجابة الصحيحة: الدالة $f(x) = log_4\, x$ تسمى:

a) دالة خطية b) دالة لوغاريتمية c) دالة أسيّة

معًا للقمة

الْمُعَادَلَة اللُّوغَارِيتْمِيَّة

Logarithmic Equation

$$\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$$

تعريف المفردة

المعادلة اللوغاريتمية: هي معادلة تحتوي على لوغاريتم واحد أو أكثر.

مثـــال

المعادلات $log_2 x = 3$, $log_9(x^2 - 15) = log_3 2x$

أمثلة على معادلات لوغاريتمية.

سـؤال

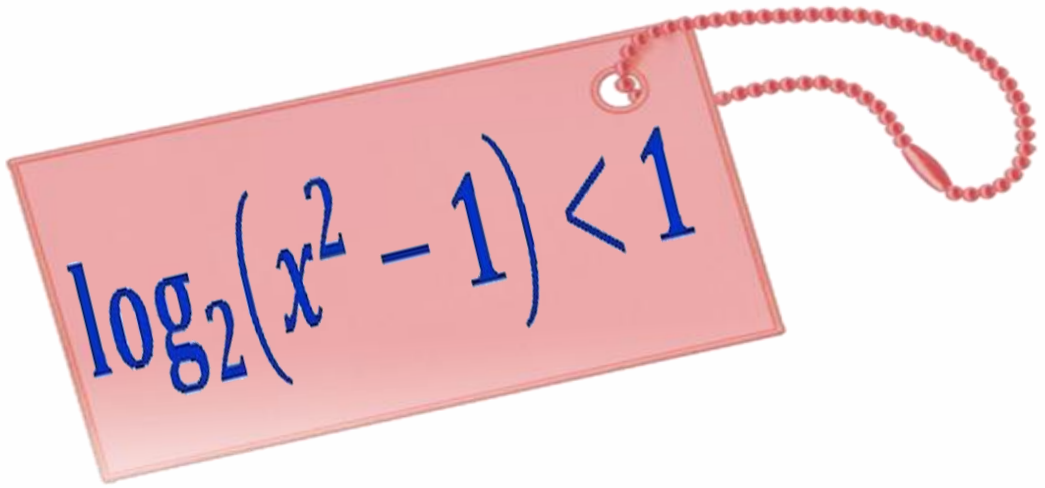
صح أم خطأ:

المعادلة $log_4 48 - log_4 n = log_4 6$ تسمى معادلة لوغاريتمية.

معًا للقمة

الْمُتَبايِنَة اللُّوغَارِيتْمِيَّة

Logarithmic Inequality



تعريف المفردة

المتباينة اللوغاريتمية: هي متباينة تتضمن عبارة لوغاريتمية أو أكثر.

مثـــال

المتباينة $log_4 x > 3$ مثال على متباينة لوغاريتمية.

سـؤال

صح أم خطأ:

المتباينة $log_5(2x+1) < log_5(x+4)$ هي متباينة لوغاريتمية.

معًا للقمة

اللُّوغَارِيتْم الْعَشْرِيّ

Common Logarithm

$$\log_{10} 100$$

تعريف المفردة

اللوغاريتم العشري: هو لوغاريتم أساسه 10،
ويكتب على الصورة: $log_{10} x = log\, x$ بحيث $x > 0$.

مثـــال

اللوغاريتمات التالية $log\, 11$, $log\, 0.5$, $log\, 5$
هي لوغاريتمات عشرية.

سـؤال

أيّ مما يلي لوغاريتم عشري؟

$a)\ log_5 10$ $b)\ log\, 12$ $c)\ log_2 3^{10}$

معًا للقمة

صِيغَة تَغْيِير الْأَسَاس

Change of Base Formula

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

new base

تعريف المفردة

صيغة تغيير الأساس: هي صيغة تستخدم لكتابة عبارات لوغاريتمية مكافئة لأخرى بأساس مختلف، وتكتب على الصورة: $log_a n = \frac{log_b n}{log_b a}$

لأي أعداد موجبة a,b,n حيث $a \neq 1, b \neq 1$.

مثـــال

اللوغاريتم $log_3 11$ يكافئ $\frac{log_5 11}{log_5 3}$.

سـؤال

أكمل الفراغ: اللوغاريتم $log_3 7$ يكافئ .....

معًا للقمة

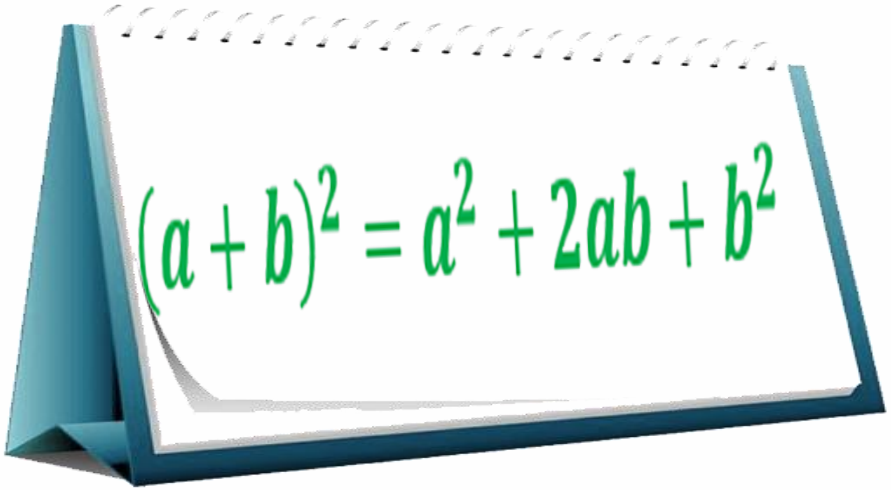
الباب الثالث

المُتَطَابِقَات وَالمُعَادَلَات المُثَلَّثِيَّة

معًا للقمة

الْمُتَطَابِقَة

Identity



تعريف المفردة

المتطابقة: هي معادلة يتساوى طرفاها لجميع قِيَم المتغيرات فيها.

مثـــال

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

$$sin\theta = \frac{1}{csc\theta} \ , csc\theta \neq 0$$

تمثل متطابقات لأن طرفاها متساويان لجميع قِيَم x.

سـؤال

هل المعادلة $x^2 + 4 = (x - 2)(x + 2)$ تمثل متطابقة؟

معًا للقمة

الْمُتَطَابِقَة الْمُثَلَّثِيَّة

Trigonometric identity

Trigonometric Identities – part 2

Laws of Cosines

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos(\alpha)$$

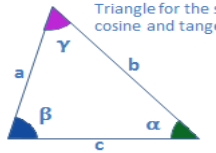
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos(\gamma)$$

Laws of Sine

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

Triangle for the sine cosine and tangent laws



Laws of Tangent

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{tan\left[\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\right]}{tan\left[\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\right]}$$

$$\frac{b-c}{b+c} = \frac{tan\left[\frac{1}{2}(\beta-\gamma)\right]}{tan\left[\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\right]}$$

$$\frac{a-c}{a+c} = \frac{tan\left[\frac{1}{2}(\alpha-\gamma)\right]}{tan\left[\frac{1}{2}(\alpha+\gamma)\right]}$$

Tangent Identities

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

Periodic Identities

$$\sin(\theta + 2\pi n) = \sin\theta$$

$$\csc(\theta + 2\pi n) = \csc\theta$$

$$\tan(\theta + \pi n) = \tan\theta$$

$$\cos(\theta + 2\pi n) = \cos\theta$$

$$\sec(\theta + 2\pi n) = \sec\theta$$

$$\cot(\theta + \pi n) = \cot\theta$$

Sum / difference Identities

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \pm \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{tan\,\alpha \pm tan\,\beta}{1 \pm tan\,\alpha\,tan\,\beta}$$

Cofunction Identities

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta \qquad \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta \qquad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$$

تعريف المفردة

المتطابقة المثلثية: هي متطابقة تحوي دوال مثلثية.

مثـــال

$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$, $\sin\theta \neq 0$ متطابقة مثلثية.

سـؤال

هل المتطابقة التالية $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$ متطابقة مثلثية؟

معًا للقمة

الْمُتَطَابِقَات النِّسْبِيَّة

Quotient Identities

Quotient Identities	
$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

معًا للقمة

تعريف المفردة

المتطابقات النسبية: هي متطابقات للتعبير عن ظل وظل تمام الزاوية بدلالة النسبة بين جيبها ($\sin\theta$) وجيب تمامها($\cos\theta$).

مثـــال

$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$,$\sin\theta \neq 0$ متطابقة نسبية.

سـؤال

هل المتطابقة التالية $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ متطابقة نسبية؟

معًا للقمة

مُتَطَابِقَات الْمَقْلُوب

Reciprocal Identities

Reciprocal Identities		
$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

تعريف المفردة

متطابقات المقلوب: هي متطابقات بين أي دالة مثلثية ومقلوبها.

مثـــال

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}, \tan\theta \neq 0$ تمثل متطابقة مقلوب.

سـؤال

أيّ المتطابقتين متطابقة مقلوب؟

$a)\ \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0$, $b)\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$

معًا للقمة

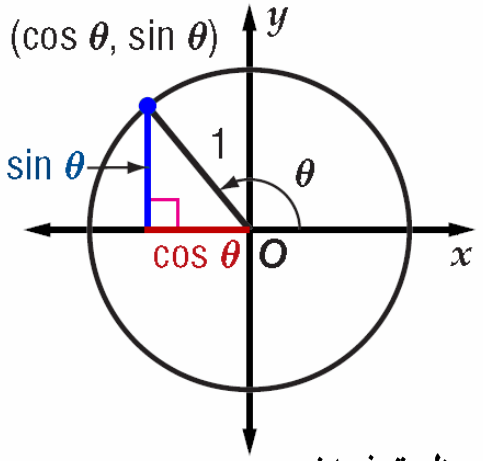
مُتَطَابِقَات فِيثَاغُورَس

Pythagorean Identities

Pythagorean Identities	
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	
$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$	$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

تعريف المفردة

متطابقات فيثاغورس: هي متطابقات بين مربعات الدوال المثلثية، وتعتمد في بنائها على نظرية فيثاغورس.



حسب نظرية فيثاغورس $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

مثـــال

$$1 + cot^2\theta = csc^2\theta$$

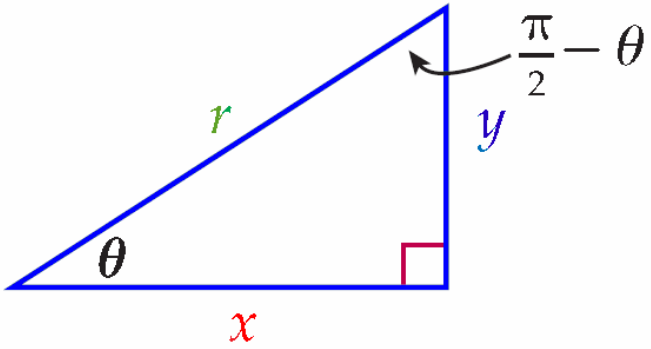
تمثل أحد متطابقات فيثاغورس.

سـؤال

صح أم خطأ: $\sin\theta + \cos\theta = 1$ من متطابقات فيثاغورس.

مُتَطابِقَات الزَّاوِيَتين الْمُتَتامَّتَيْن

Cofunction Identities



$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

معًا للقمة

تعريف المفردة

متطابقات الزاويتين المتتامتين: هي متطابقات مثلثية تصف العلاقة بين الدوال المثلثية لزاوية ومتممتها في المثلث القائم الزاوية.

مثـــال

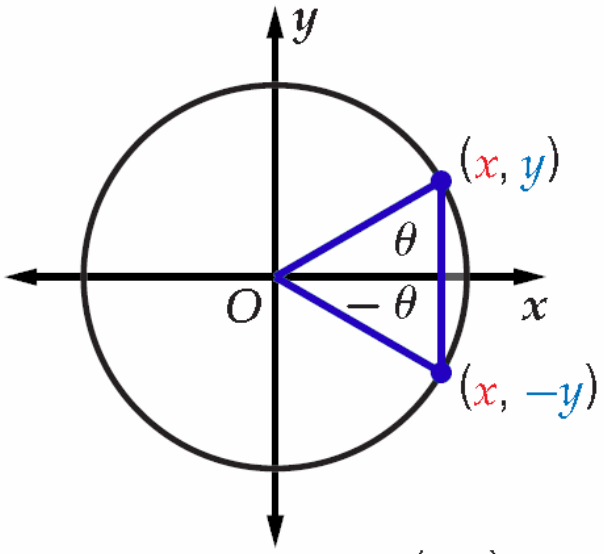
$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta$ **من متطابقات الزاويتين المتتامتين.**

سـؤال

أكمل المتطابقة: $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cdots$

مُتَطَابِقَات الدَّوَال الزَّوْجِيَّة وَالدَّوَال الْفَرْدِيَّة

Odd–Even Identities

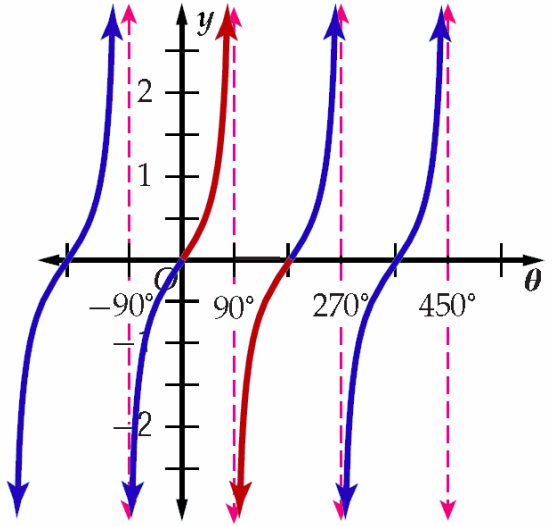


$\sin\theta = y$ $\quad$ $\sin(-\theta) = -y$

$\cos\theta = x$ $\quad$ $\cos(-\theta) = x$

تعريف المفردة

متطابقات الدوال الفردية والدوال الزوجية: هي متطابقات مثلثية تصف سلوك الدوال المثلثية من حيث كونها زوجية أو فردية.



مثـــال

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

أي أن: دالة الظل دالة فردية.

سـؤال

أكمل ما يلي: $\cos(-\theta) = \cdots$

معًا للقمة

الْمُعَادَلَات الْمُثَلَّثِيَّة

Trigonometric Equations

$$\sin 2x + 2\cos x = 0 \quad \text{for} \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

تعريف المفردة

المعادلات المثلثية: هي معادلات تتضمن دوال مثلثية وتكون صحيحة عند قِيَم محددة للمتغير.

مثـــال

$\cos x \sin x = 3 \cos x$ معادلة مثلثية.

سـؤال

هل $4 \sin x \leq 2 \sin x + \sqrt{2}$ معادلة مثلثية؟

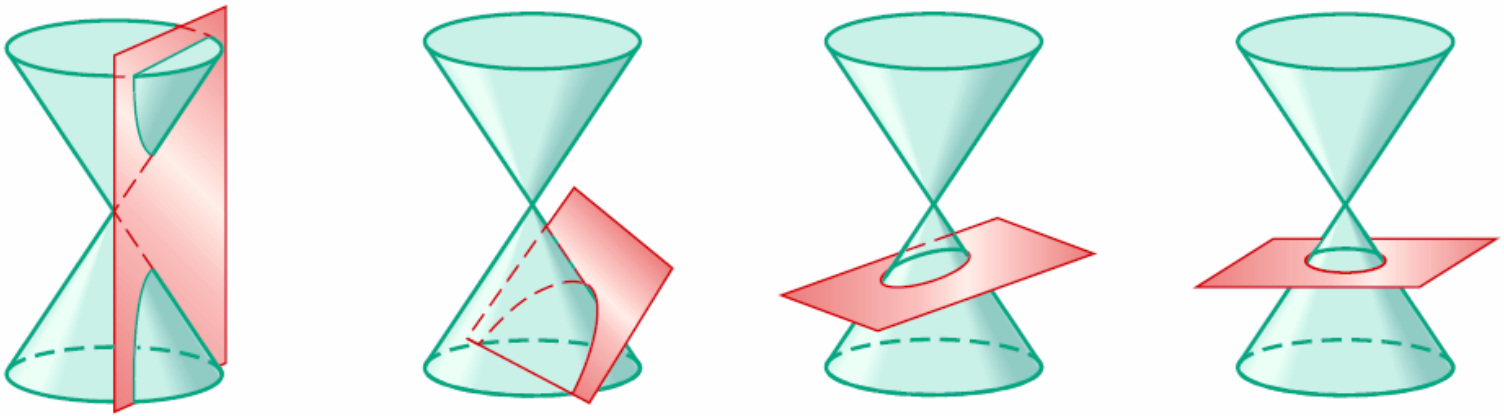
معًا للقمة

الباب الرابع
الْقِطُوع الْمَخْرُوطِيَّة

معًا للقمة

الْقِطْع الْمَخْرُوطِيّ

Conic Section



تعريف المفردة

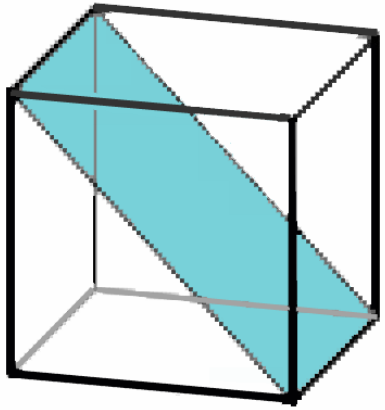
القطع المخروطي: هو الشكل الناتج عن تقاطع مستوى ما مع مخروطين دائريين قائمين متقابلين بالرأس، كليهما أو أحدهما، بحيث لا يمر المستوى بالرأس.

مثال

القطع المكافئ والقطع الزائد والقطع الناقص والدائرة أمثلة للقطوع المخروطية.

سؤال

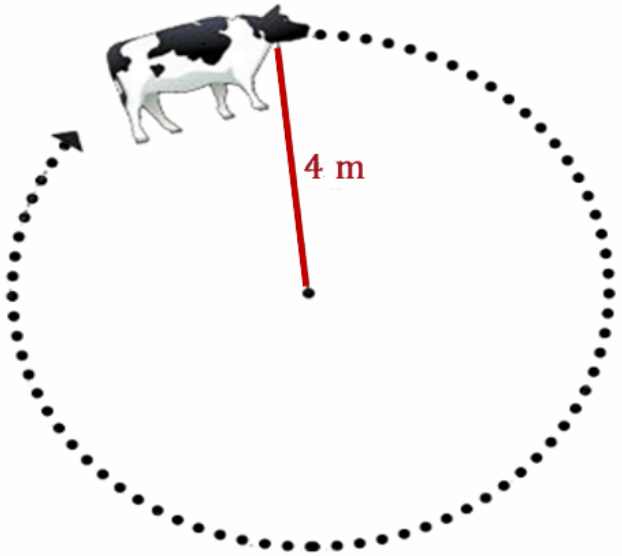
هل الشكل المظلل بالرسم يمثل قطعًا مخروطيًّا؟



معًا للقمة

الْمَحَلّ الْهَنْدَسِيّ

Locus



معًا للقمة

تعريف المفردة

المحل الهندسي: هو الشكل الذي ينتج عن مجموعة النقاط التي تحقق خاصية هندسية معينة.

مثال

الدائرة هي المحل الهندسي لمجموعة نقاط المستوى التي تبعد بُعدًا ثابتًا عن نقطة معلومة تسمى المركز.

سؤال

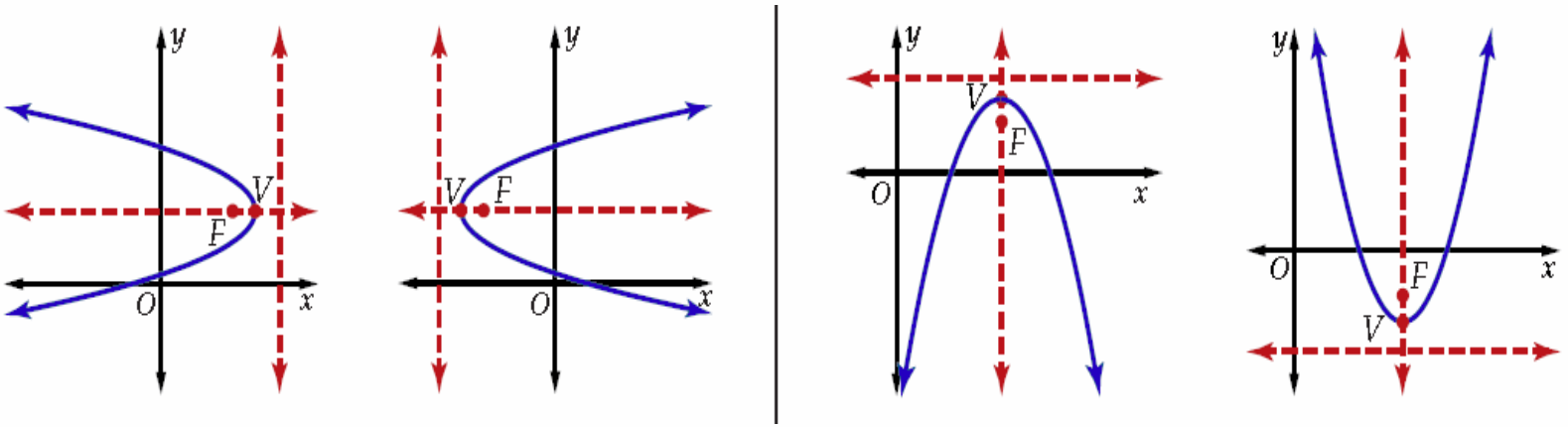
صح أم خطأ:

المستقيم الموازي لمستقيم معلوم هو المحل الهندسي لجميع النقاط التي تبعد بُعدًا ثابتًا عن المستقيم في المستوى نفسه.

معًا للقمة

الْقِطْع الْمُكَافِئ

Parabola

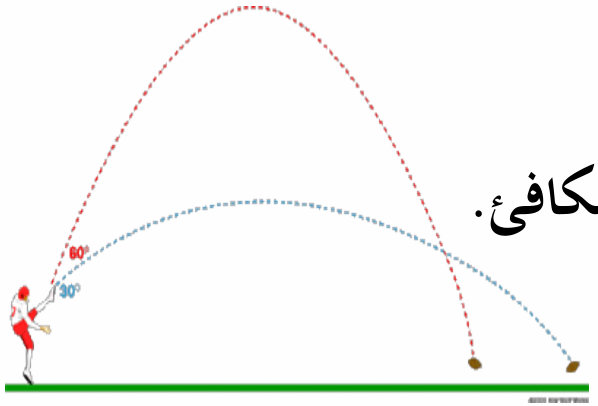


تعريف المفردة

القطع المكافئ: هو المحل الهندسي لمجموعة نقاط المستوى التي يكون بُعد كل منها عن نقطة ثابتة (البؤرة) مساويًا دائمًا لبعدها عن مستقيم معلوم يسمى الدليل.

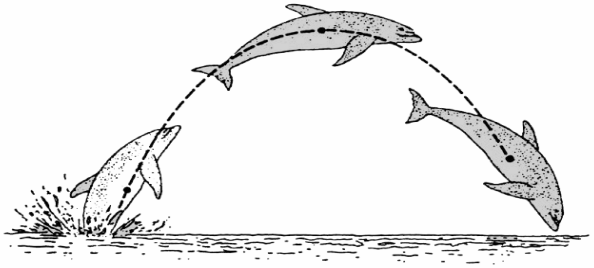
مثال

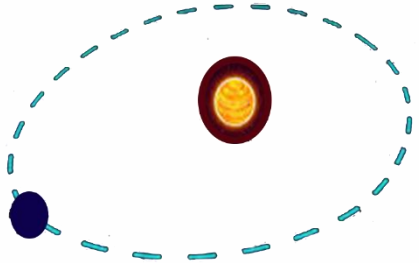
المسار الذي تتحرك فيه المقذوفات مثال على القطع المكافئ.



سؤال

ضع علامة (✓) تحت الصورة التي يظهر فيها قطعًا مكافئًا.

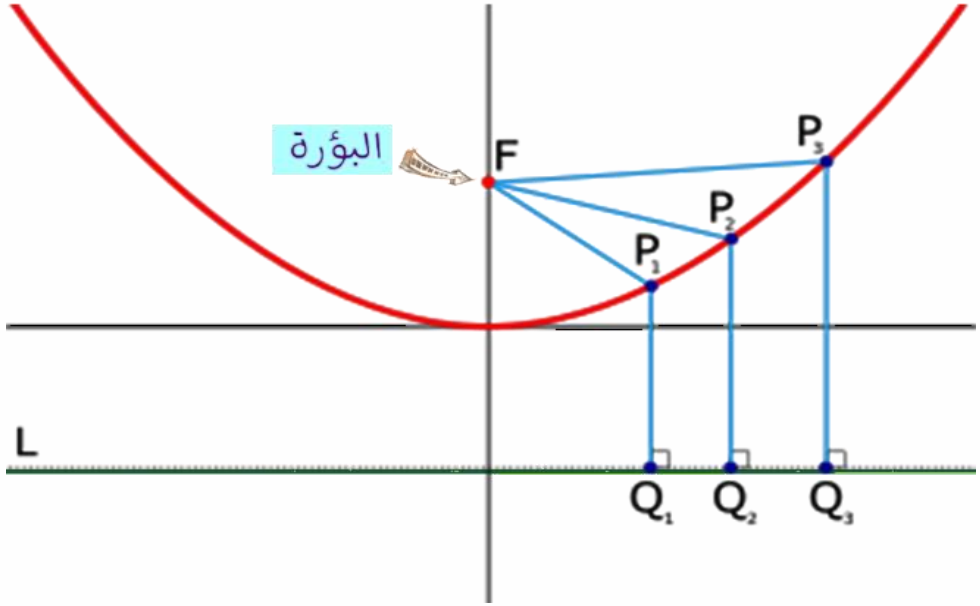




معًا للقمة

الْبُؤْرَة

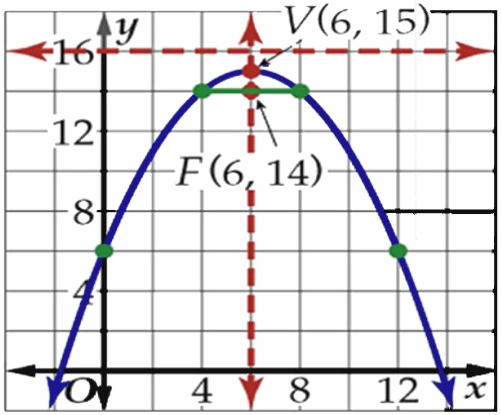
Focus



تعريف المفردة

البؤرة: هي نقطة ثابتة تقع على محور التماثل للقطع، وتبعد عن الرأس مسافة $|c|$ وتكون مساوية لبعد الرأس عن مستقيم ثابت يسمى الدليل.

مثال

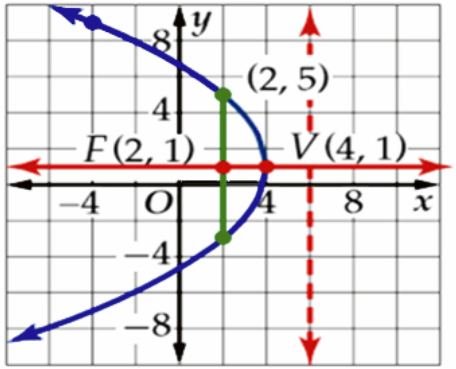


بؤرة القطع المكافئ الممثل بيانيًّا هي النقطة $F(6,14)$.

سؤال

أكمل الفراغ:

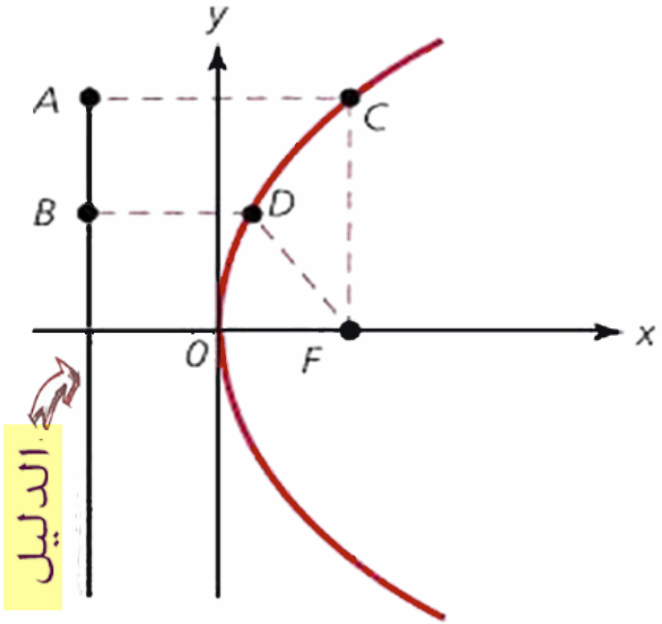
إحداثيا بؤرة القطع المكافئ في التمثيل البيانيّ المجاور هما .....



معًا للقمة

الدَّلِيل

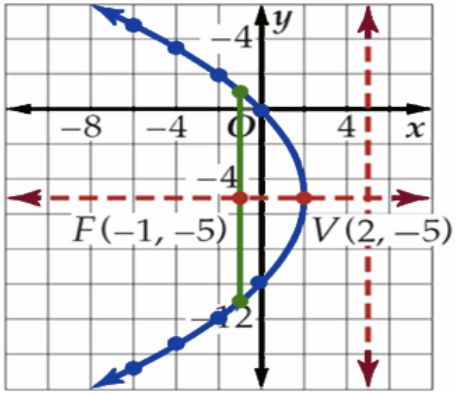
Directrix



تعريف المفردة

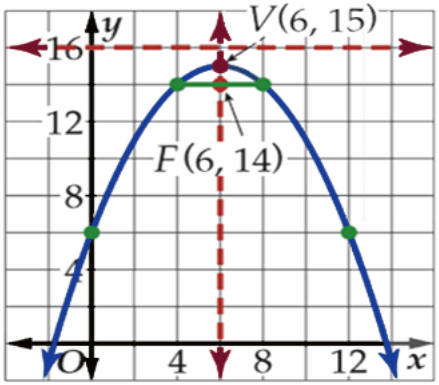
الدليل: هو مستقيم عمودي على محور التماثل بحيث يكون بُعده عن أي نقطة تقع على القطع مساويًا لبُعد هذه النقطة عن البؤرة.

مثـــال



معادلة الدليل للقطع المكافئ الممثل بيانيًّا هي $x = 5$.

سـؤال



اختر الإجابة الصحيحة.

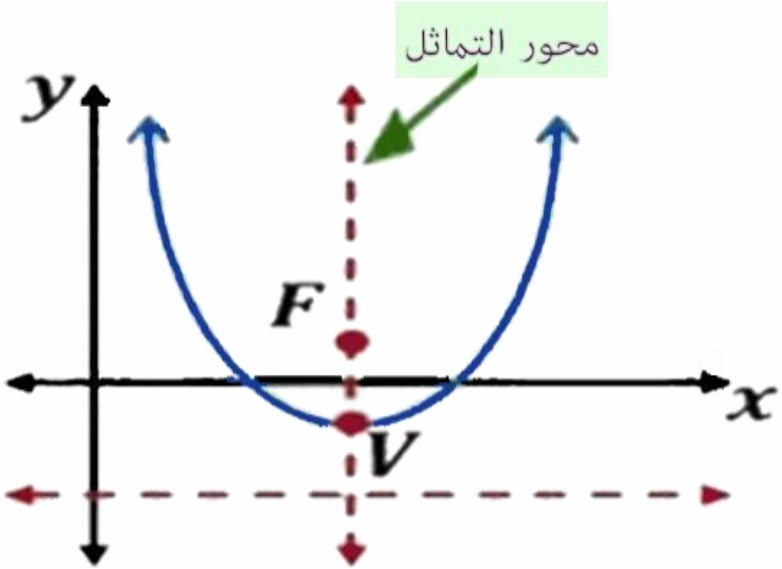
معادلة الدليل للقطع المكافئ في التمثيل البيانيّ المجاور هي:

1) $x = 6$ 2) $y = 16$

معًا للقمة

مِحْوَر التَّمَاثُل

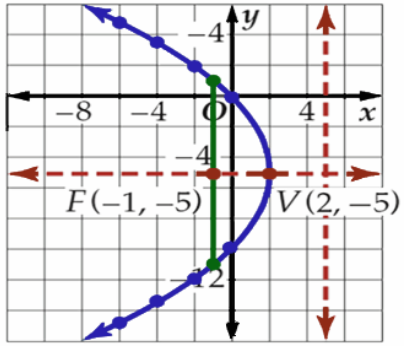
Axis of Symmetry



تعريف المفردة

محور التماثل: هو المستقيم العمودي على الدليل والمار بالبؤرة.

مثـــال

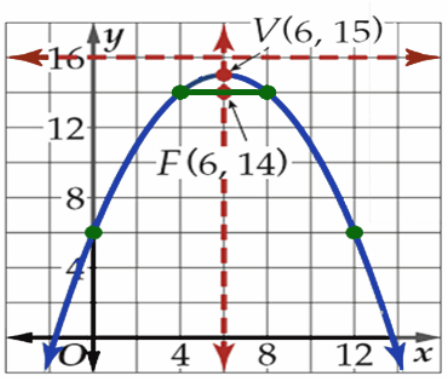


معادلة محور التماثل للقطع المكافئ الممثل بيانيًّا هي: $y = -5$

سـؤال

أكمل الفراغ:

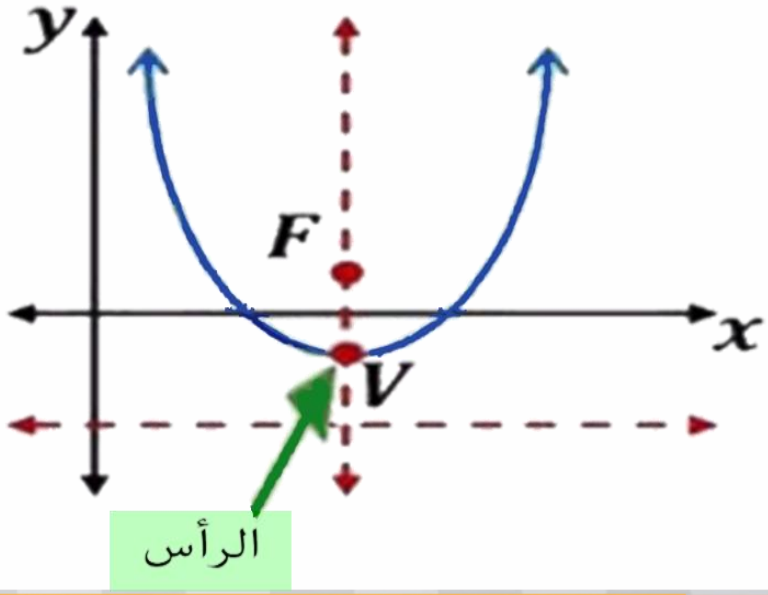
معادلة محور التماثل للقطع المكافئ في التمثيل البيانيّ المجاور هي .....



معًا للقمة

الرَّأْس

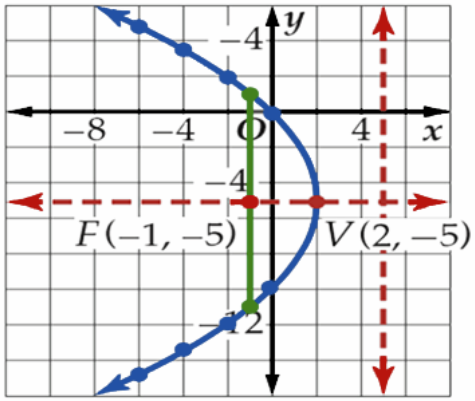
Vertex



تعريف المفردة

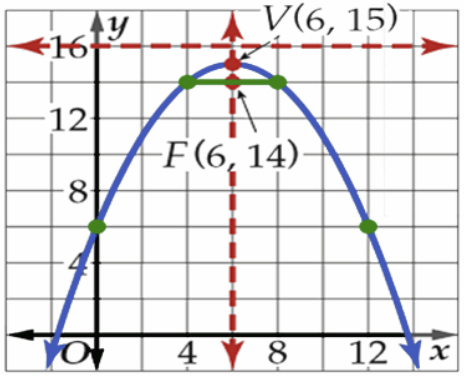
الرأس: هو نقطة تقاطع القطع المكافئ مع محور التماثل.

مثـــال



رأس القطع المكافئ الممثل بيانيًّا هو $V(2, -5)$.

سـؤال



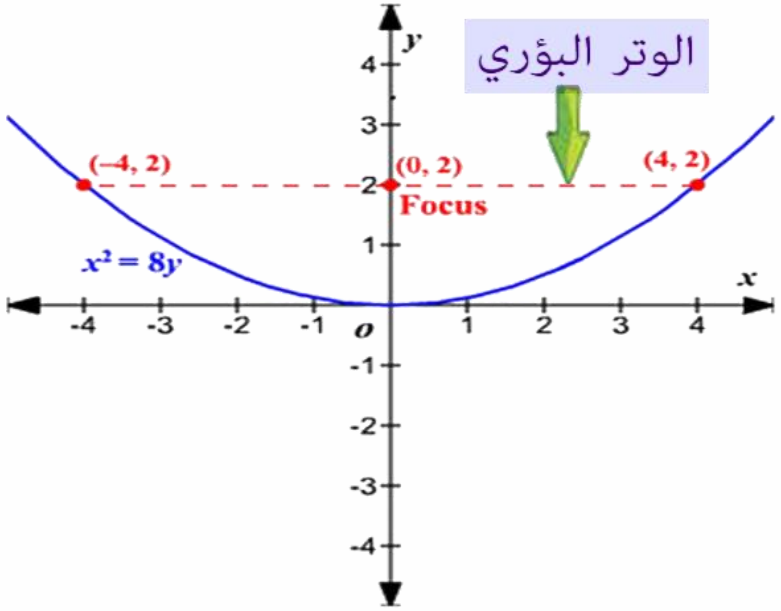
أكمل الفراغ:

إحداثيا رأس القطع المكافئ في التمثيل البيانيّ المجاور هما .....

معًا للقمة

الْوَتَر الْبُؤْرِي

Latus Rectum

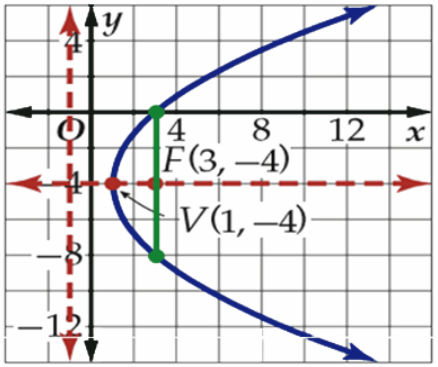


معًا للقمة

تعريف المفردة

الوتر البؤري: هو القطعة المستقيمة المارة بالبؤرة والعمودية على محور التماثل، ويقع طرفا الوتر البؤري على القطع المكافئ. وطول الوتر البؤري يساوي $|4c|$ حيث c المسافة بين البؤرة والرأس.

مثـــال



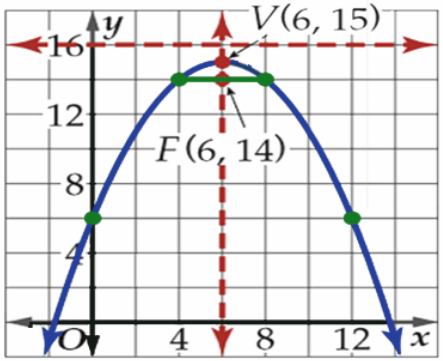
طول الوتر البؤري للقطع المكافئ الممثل بيانيًّا يساوي:

$$|4c| = |4 \times 2| = 8$$

سـؤال

أكمل الفراغ:

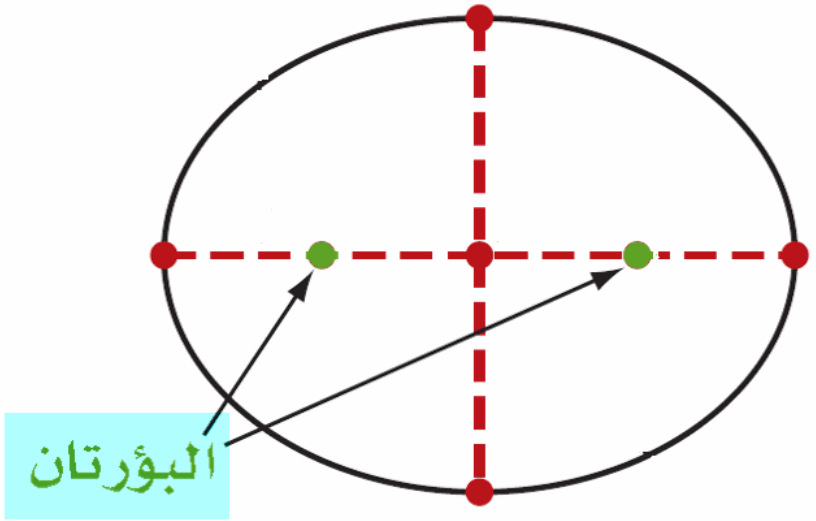
طول الوتر البؤري للقطع المكافئ في التمثيل البيانيّ المجاور يساوي .....



معًا للقمة

الْقِطْع النَّاقِص

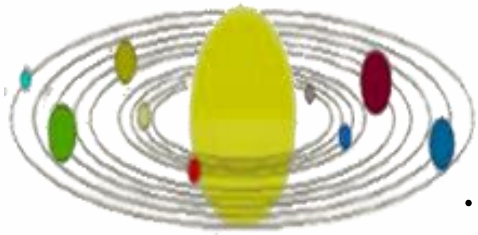
Ellipse



تعريف المفردة

القطع الناقص: هو المحل الهندسي لمجموعة نقاط المستوى التي يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين (البؤرتين) يساوي مقدارًا ثابتًا وهو $2a$.
بحيث a هي البعد بين الرأس والمركز.

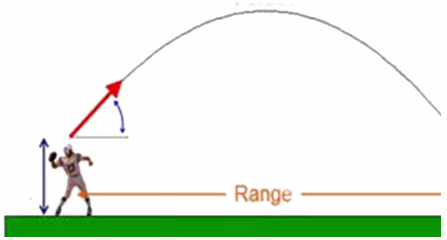
مثـــال

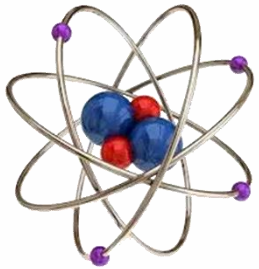


النجوم والكواكب تتحرك في مدارات على شكل قطع ناقص.

سـؤال

ضع علامة (✓) تحت الصورة التي يظهر فيها قطعًا ناقصًا.

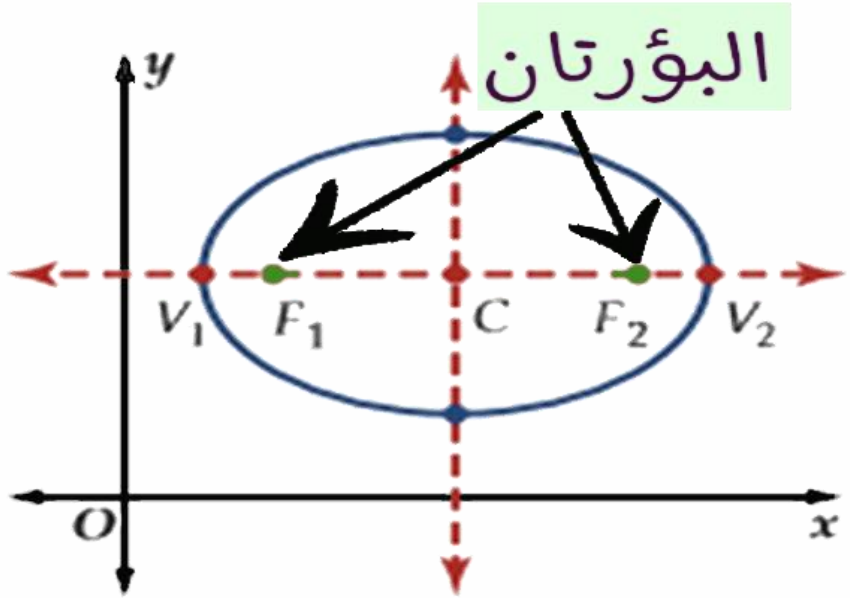




معًا للقمة

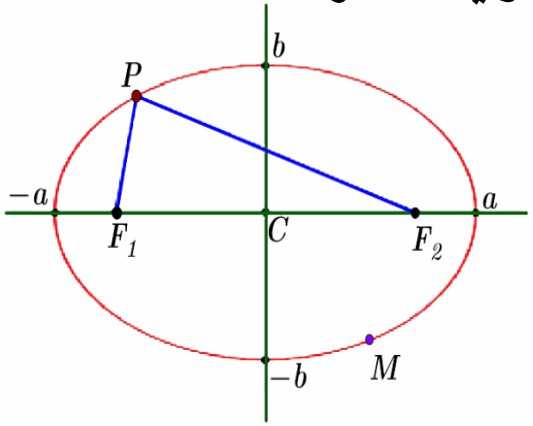
البُؤْرَتان

Foci



تعريف المفردة

البؤرتان: هما نقطتان تقعان على المحور الأكبر والمسافة بينهما $2c$ ويكون مجموع بُعديهما عن أي نقطة على منحنى القطع الناقص يساوي مقدارًا ثابتًا.
بحيث c هي البعد بين إحدى البؤرتين والمركز.

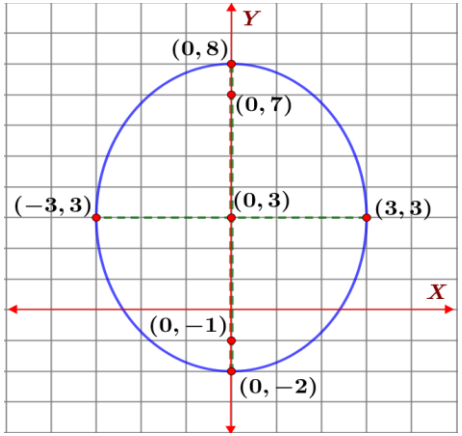


مثـــال

في القطع الناقص المجاور البؤرتان هما: F_1 وَ F_1
من الرسم إذا كان: $PF_1 + PF_2 = 10$
فإن: $MF_1 + MF_2 = 10$

سـؤال

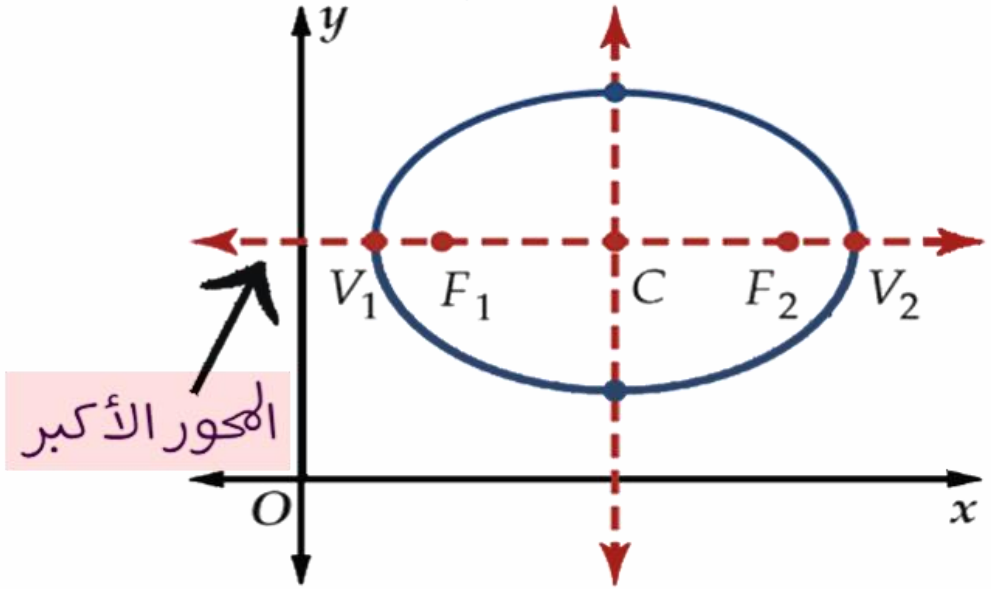
أكمل الفراغ:
إحداثيات البؤرتين للقطع الناقص في التمثيل البيانيّ المجاور هي .....



معًا للقمة

الْمِحْوَر الْأَكْبَر

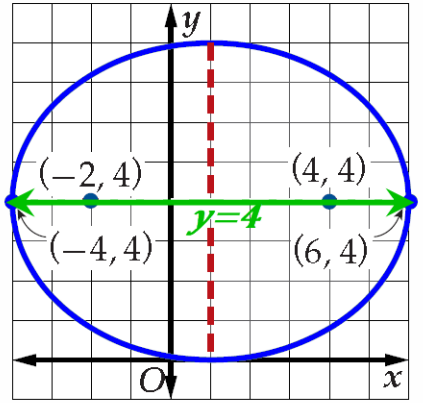
Major Axis



تعريف المفردة

المحور الأكبر: هو محور تماثل للقطع الناقص وهو القطعة المستقيمة التي تحوي البؤرتين وتقع نهايتاها على منحنى القطع الناقص، وطوله $2a$.
حيث a البعد بين المركز وأحد الرأسين.

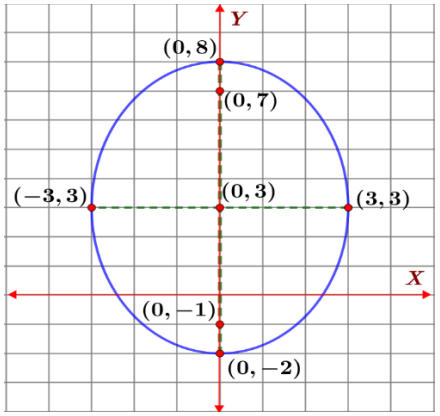
مثـــال



معادلة المحور الأكبر للقطع الناقص المجاور هي: $y = 4$.

سـؤال

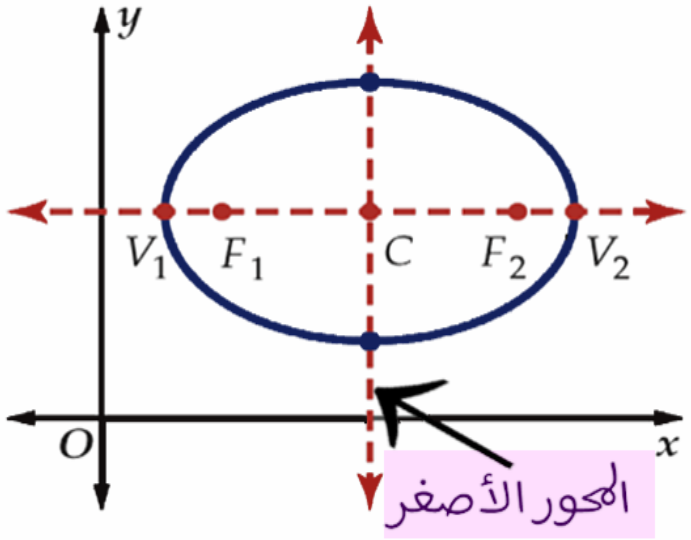
أكمل الفراغ:
معادلة المحور الأكبر للقطع الناقص في التمثيل البيانيّ المجاور هي .....



معًا للقمة

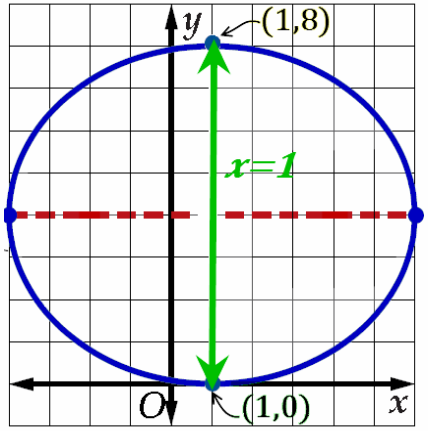
الْمِحْوَر الْأَصْغَر

Minor Axis



تعريف المفردة

المحور الأصغر: هو القطعة المستقيمة التي تمر بالمركز والمتعامدة مع المحور الأكبر، وتقع نهايتاها على منحنى القطع الناقص، وطوله $2b$.
بحيث b هي البعد بين المركز وأحد الرأسين المرافقين.

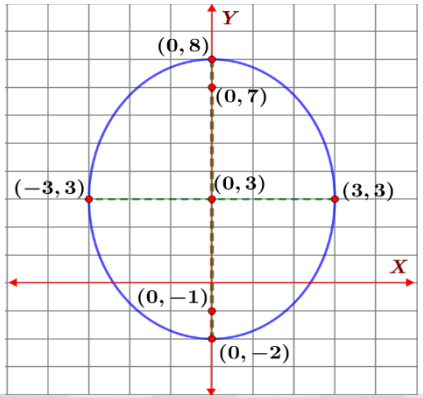


مثـــال

معادلة المحور الأصغر للقطع الناقص المجاور هي $x = 1$.

سـؤال

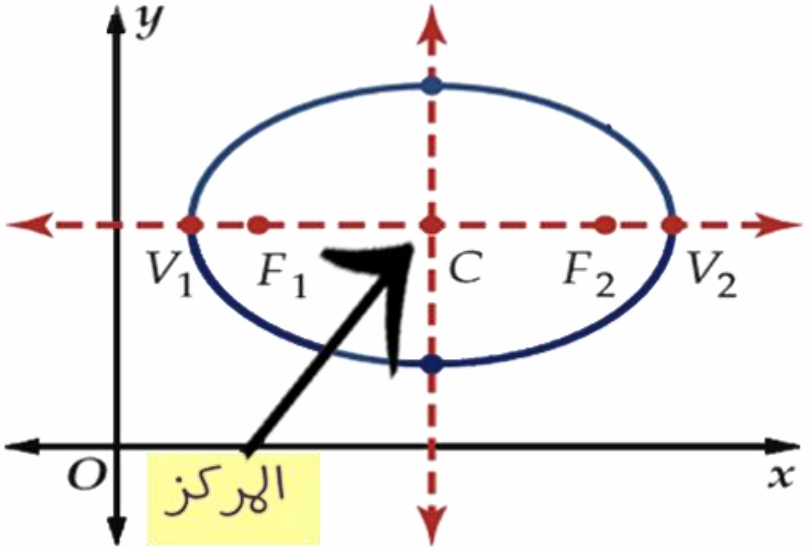
صح أم خطأ:
معادلة المحور الأصغر للقطع الناقص في التمثيل البيانيّ المجاور هي $y = 3$



معًا للقمة

الْمَرْكَز

Center

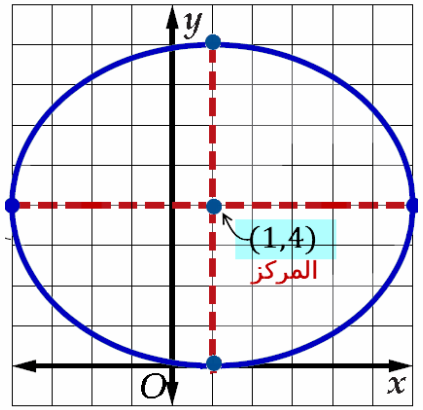


تعريف المفردة

المركز: هو نقطة المنتصف للمحورين الأكبر والأصغر.

مثـــال

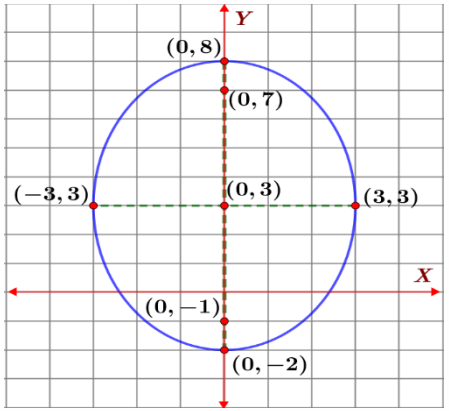
إحداثيا مركز القطع الناقص المجاور هما (1,4) .



سـؤال

أكمل الفراغ:

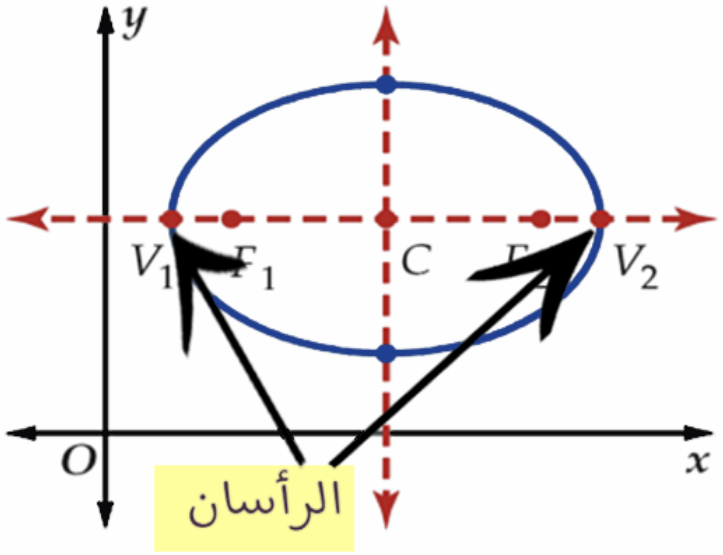
إحداثيا مركز القطع الناقص في التمثيل البيانيّ المجاور هما .....



معًا للقمة

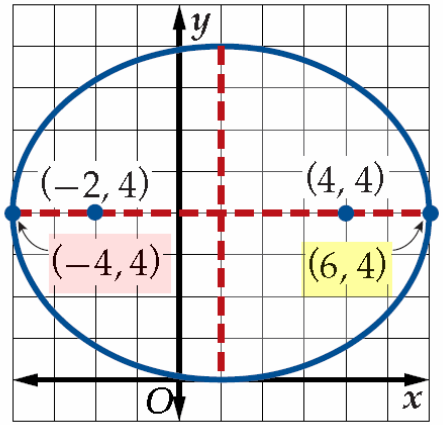
الرَّأْسَان

Vertices



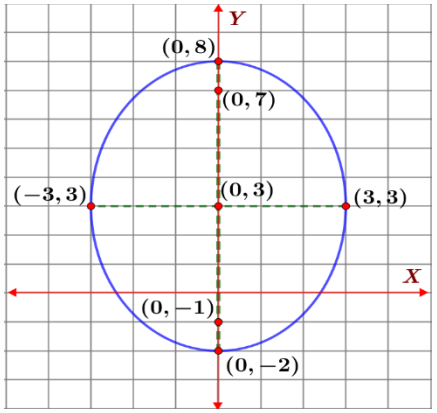
تعريف المفردة

الرأسان: هما نقطتا نهايتي المحور الأكبر.



مثـــال

إحداثيات الرأسين للقطع الناقص المجاور هي: $(6,4)$, $(-4,4)$



سـؤال

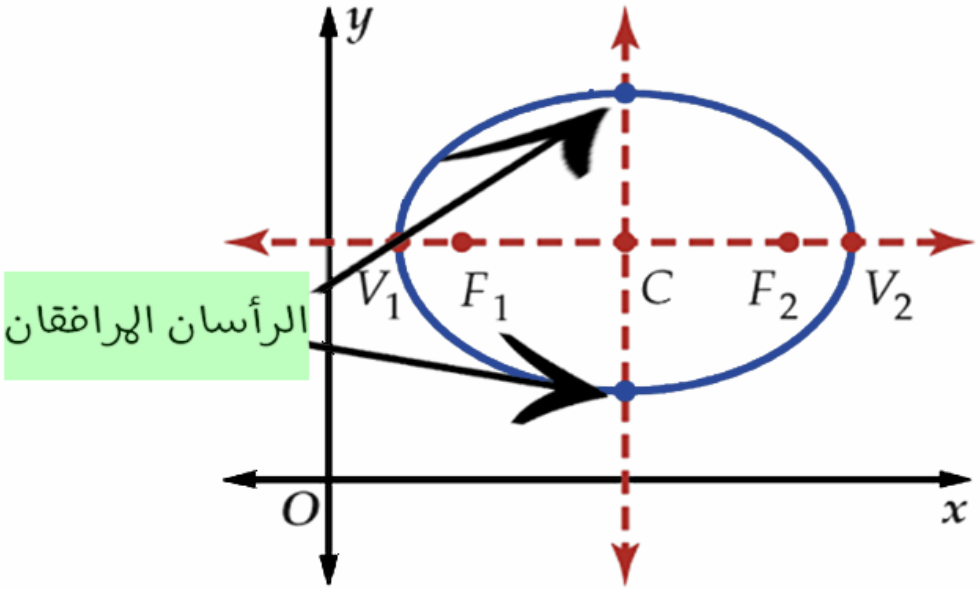
أكمل الفراغ:

إحداثيات الرأسين للقطع الناقص في التمثيل البيانيّ المجاور هي.....

معًا للقمة

الرَّأْسَان الْمُرَافِقَان

Co-Vertices

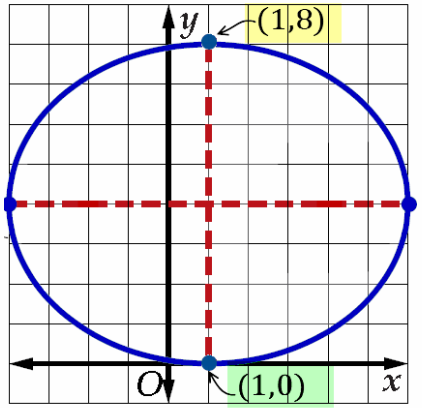


تعريف المفردة

الرأسان المرافقان: هما نقطتا نهايتي المحور الأصغر.

مثـــال

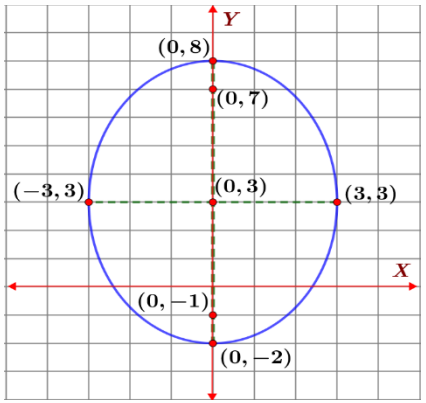
إحداثيات الرأسين المرافقين للقطع الناقص المجاور هي: (1,0), (1,8)



سـؤال

أكمل الفراغ:

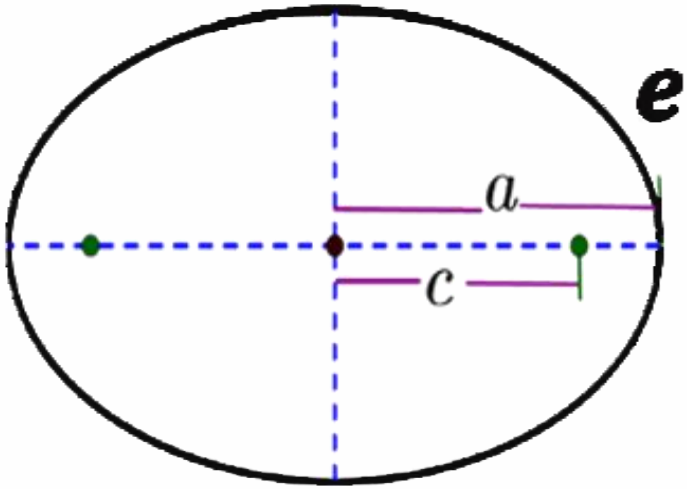
إحداثيات الرأسين المرافقين للقطع الناقص في التمثيل البيانيّ المجاور هي .....



معًا للقمة

الْاِخْتِلَافُ الْمَرْكَزِيّ

Eccentricity



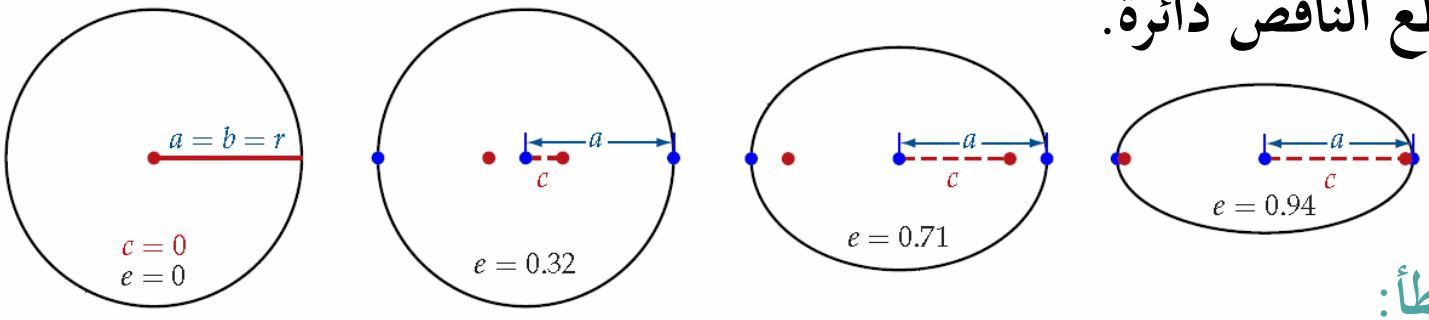
$$e = \frac{c}{a}$$

تعريف المفردة

الاختلاف المركزي: هو مدى دائرية أو اتساع القطع الناقص، وتقع هذه القيمة دائمًا بين 0 وَ1.

مثـــال

صور مختلفة للاختلاف المركزي، وعندما تصل قيمة الاختلاف المركزي إلى صفر يصبح القطع الناقص دائرة.



سـؤال

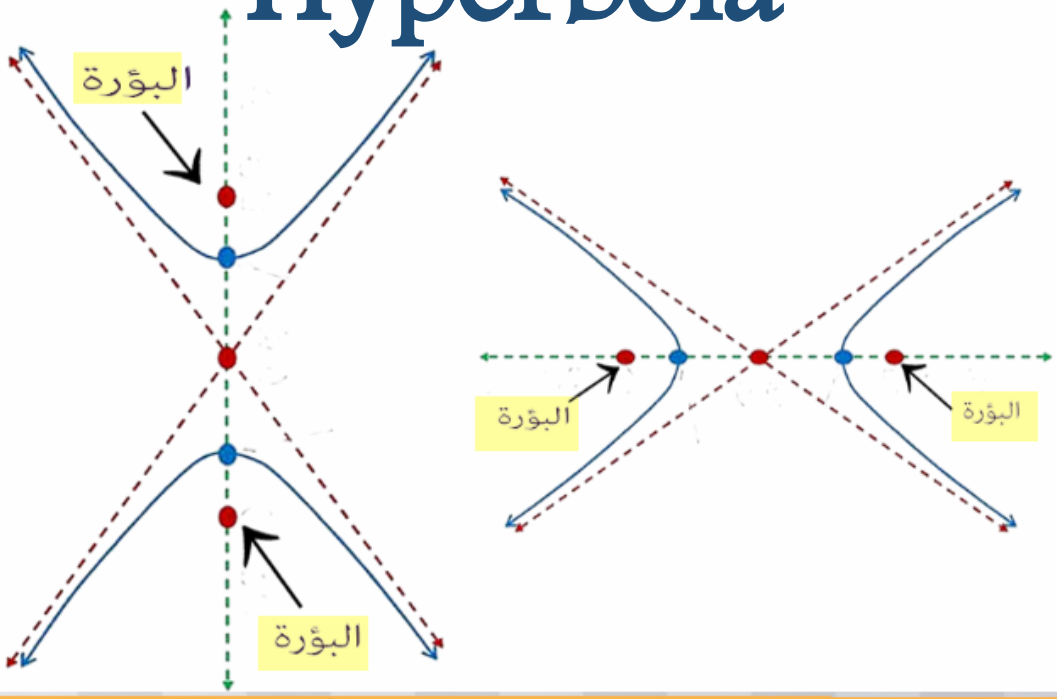
صح أم خطأ:

إذا كانت قيمة الاختلاف المركزي للقطع الناقص تقترب من 1 فإن القطع الناقص يقترب من الخط المستقيم.

معًا للقمة

الْقِطْع الزَّائِد

Hyperbola

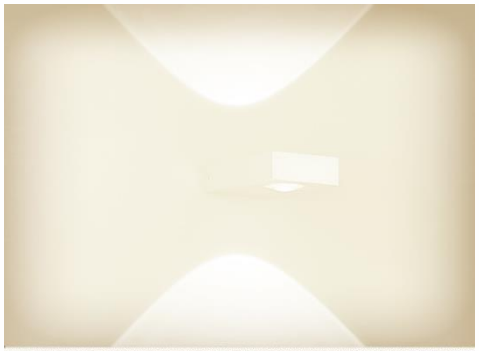


تعريف المفردة

القطع الزائد: هو المحل الهندسي لجميع النقاط الواقعة في المستوى والتي يكون الفرق المطلق (القيمة المطلقة للفرق) بين بُعديها عن نقطتين ثابتتين (تسميان البؤرتين) يساوي مقدارًا ثابتًا، هو $2a$.

حيث a البعد بين المركز وأحد الرأسين.

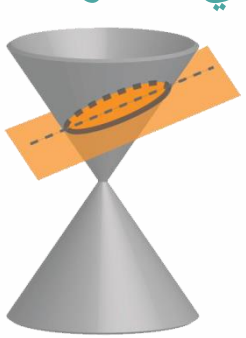
مثـــال

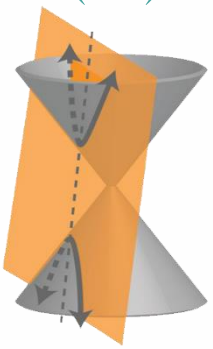


الظل على الجدار الذي يصنعه المصباح يمثل قطع زائد.

سـؤال

ضع علامة (✓) تحت الصورة التي يظهر فيها قطعًا زائدًا.

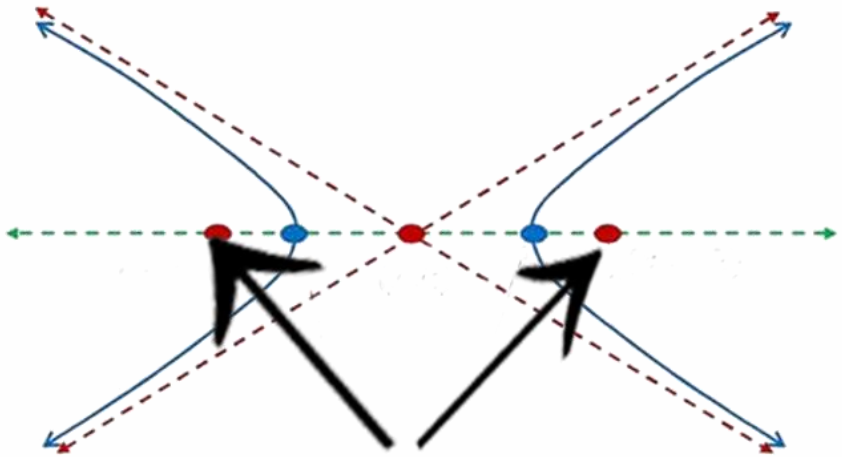




معًا للقمة

الْبُؤْرَتَان

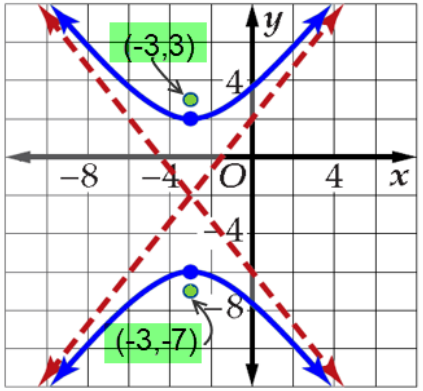
Foci



تعريف المفردة

البؤرتان: هما نقطتان تقعان على المحور القاطع والفرق المطلق بين بُعديهما عن أي نقطة من نقاط منحنى القطع الزائد يساوي مقدارًا ثابتًا.

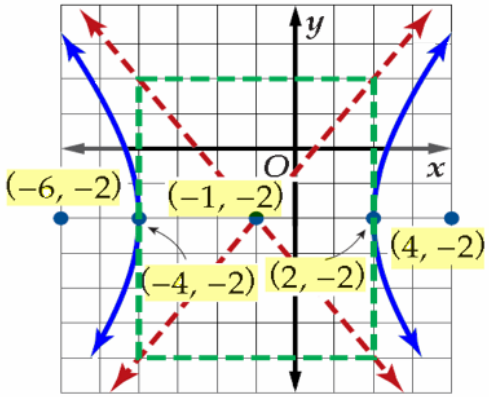
مثـــال



إحداثيات البؤرتين للقطع الزائد المجاور هي:

$$(-3, 3), (-3, -7)$$

سـؤال



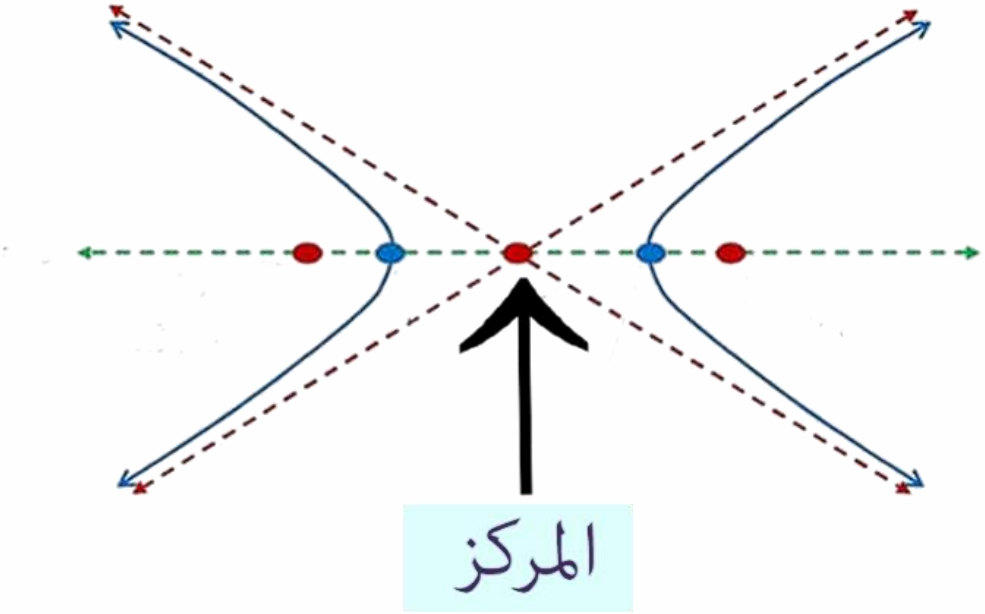
أكمل الفراغ:

إحداثيات البؤرتين للقطع الزائد في التمثيل البيانيّ المجاور هي .....

معًا للقمة

الَمَرْكَز

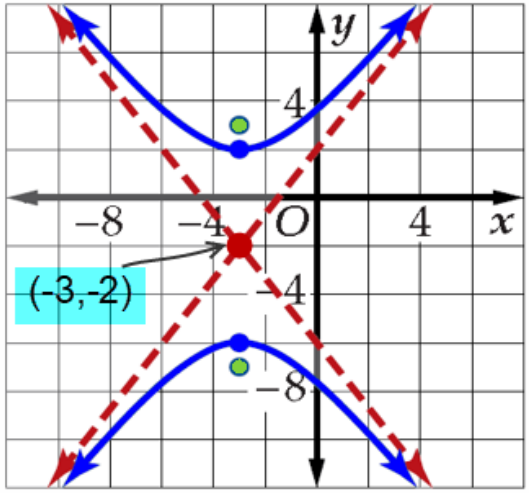
Center



تعريف المفردة

المركز: هو نقطة منتصف المسافة بين البؤرتين.

مثـــال



إحداثيا مركز القطع الزائد المجاور هما $(-3, -2)$.

سـؤال

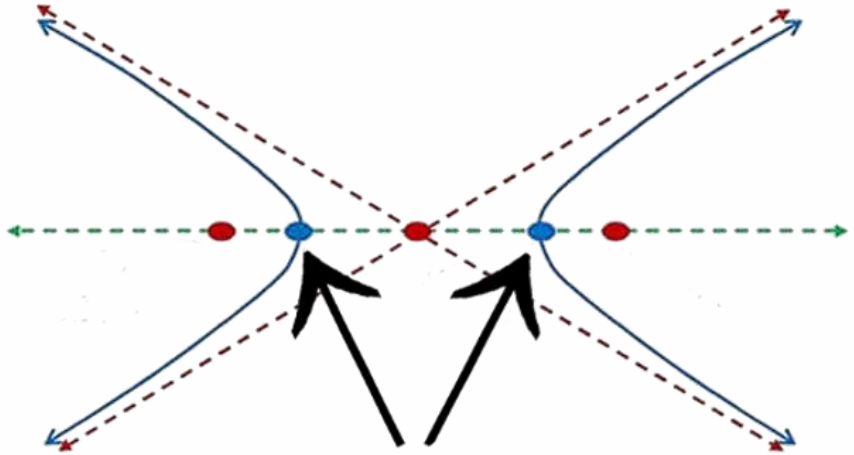
أكمل الفراغ:

إحداثيا مركز القطع الزائد الذي بؤرتاه $(-2, 4), (-2, -6)$ هما .....

معًا للقمة

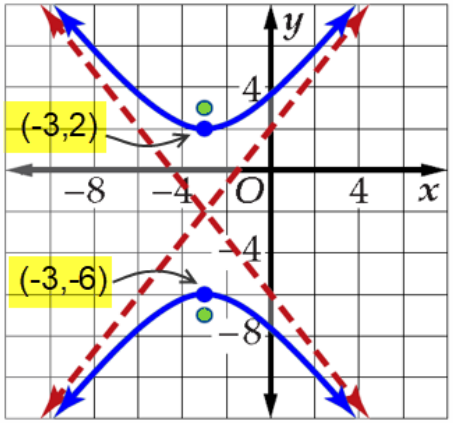
الرَّأْسَان

Vertices



تعريف المفردة

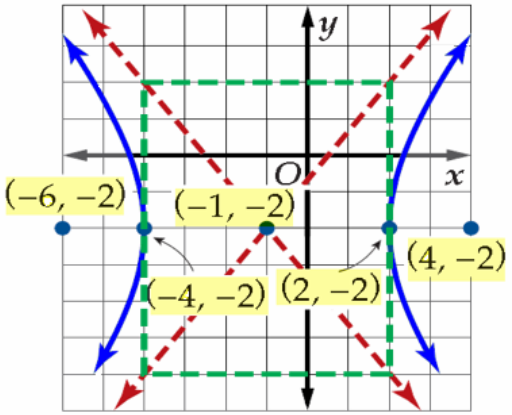
الرأسان: هما نقطتا تقاطع القطعة المستقيمة الواصلة بين البؤرتين مع كل من فرعي المنحنى.



مثـــال

إحداثيات الرأسين للقطع الزائد المجاور هي:

$$(-3, 2), (-3, -6)$$



سـؤال

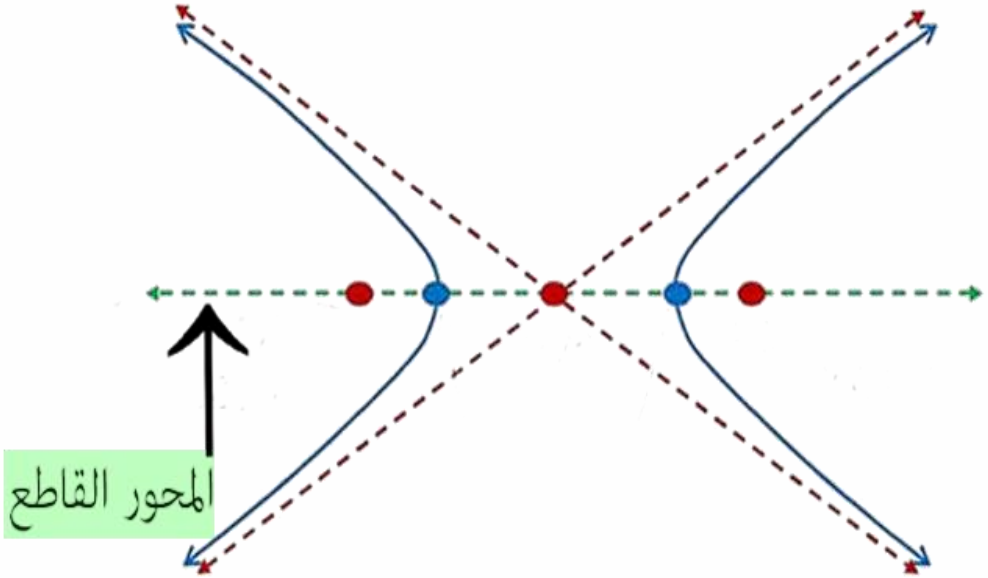
أكمل الفراغ:

إحداثيات الرأسين للقطع الزائد في التمثيل البيانيّ المجاور هي .....

معًا للقمة

الْمِحْوَر الْقَاطِع

Transverse Axis



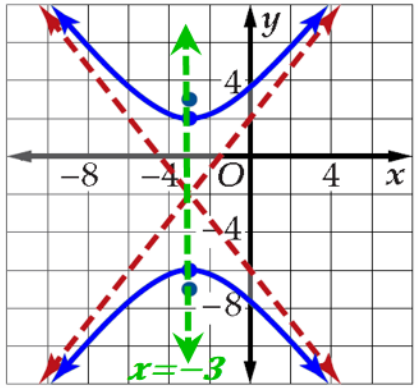
تعريف المفردة

المحور القاطع: هو أحد محوري تماثل القطع الزائد وهو القطعة المستقيمة الواصلة بين الرأسين ويمر بالمركز.

مثـــال

معادلة المحور القاطع للقطع الزائد المجاور هي:

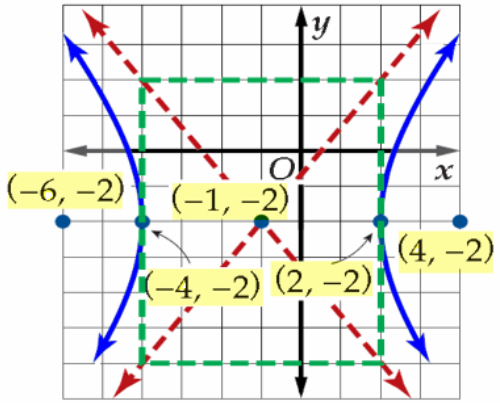
$x = -3$.



سـؤال

أكمل الفراغ:

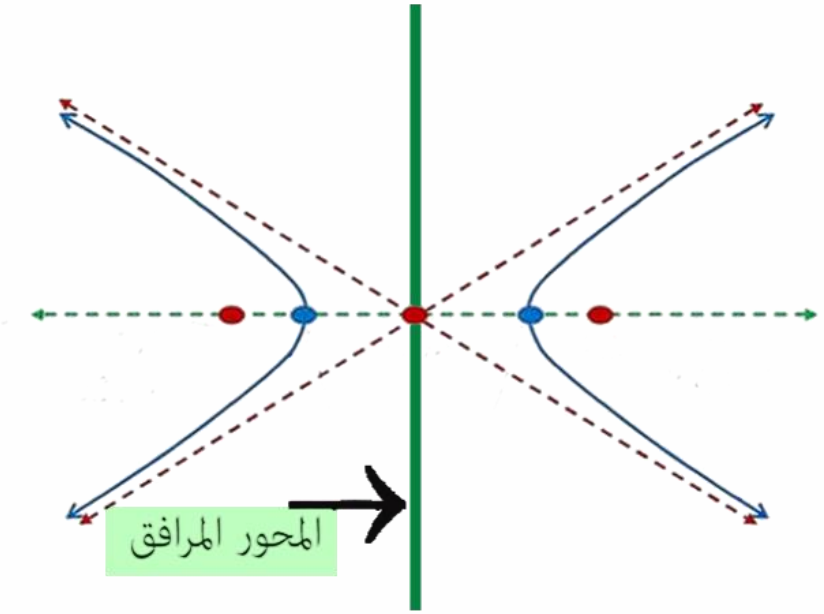
معادلة المحور القاطع للقطع الزائد في التمثيل البيانيّ المجاور هي .....



معًا للقمة

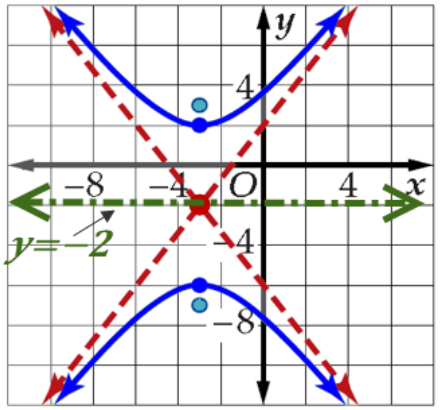
الْمِحْوَر الْمُرَافِق

Conjugate Axis



تعريف المفردة

المحور المرافق: هو أحد محوري تماثل القطع الزائد وهو القطعة المستقيمة العمودية على المحور القاطع ويمر بالمركز.



مثـــال

معادلة المحور المرافق للقطع الزائد هي:

$y = -2$.

سـؤال

صح أم خطأ:

معادلة المحور المرافق للقطع الزائد في التمثيل البيانيّ المجاور هي $x = -2$