معًا للقمة

إِنْ أُرِيدُ إِلاَّ

الْإِصْلَاحَ مَا اسْتَطَعْتُ

وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ

عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ

معًا للقمة

..وقفة ..

محتويات المشروع حق محفوظ لفريق «معًا للقمة»، ولا يجوز إنتاج أو نشر أو اقتصاص أي جزء من هذه المادة دون شعار المجموعة.

معًا للقمة

إهداء ..

إلى فريق العمل الذي آمن بالفكرة وشاركنا الفكر.. إلى الميدان التعليمي.

معًا للقمة

فريق العمل في ملف الصف الثاني الثانوي:

فريق إعداد المادة العلمية/

أ/ الاء عبدالرحمن مقبول العرابي

أ/ امل محرق علي حدادي

أ/هند عبيد الله منور الحربي

المراجعة وإعداد وتنسيق بطاقات المفردات/

أ/منيرة سعيد علي الدرعان

معًا للقمة

فريق العمل في ملف الصف الثاني الثانوي:

فريق التدقيق الفني/

أ/ عمرو محمد عبد الخالق أبوريا

أ/ طارق محمد فضل سيف الدين

أ/ مها ابتسام مصلح الصفدي

التدقيق اللغوي/

أ/ أميمة أحمد محمد عابد

الإشراف العام /

أ. أمل محمد إبراهيم الرايقي

مفردات منهج مادة الرياضيات

المرحلة الثانوية

رياضيات ٣ (نظام مقررات)

المستوى الثالث (نظام فصلي)

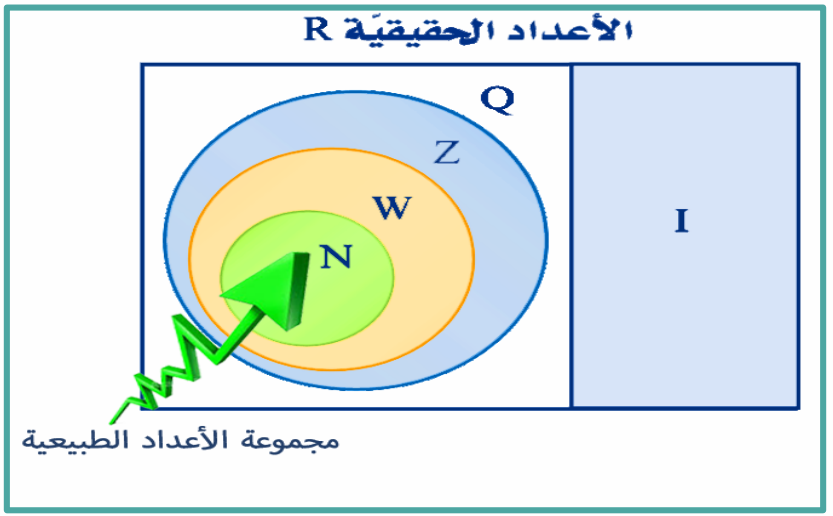
معًا للقمة

الباب الأول
الدَّوَال والْمُتَبايِنَات

معًا للقمة

الْأَعْدَاد الطَّبِيعِيَّة

Natural Numbers



تعريف المفردة

مجموعة الأعداد الطبيعية: هي مجموعة الأعداد $N = \{1,2,3,4, \dots\}$

مثـــال

الأعداد $3 , 7 , 17 , \frac{30}{5}$ أعداد طبيعية.

سـؤال

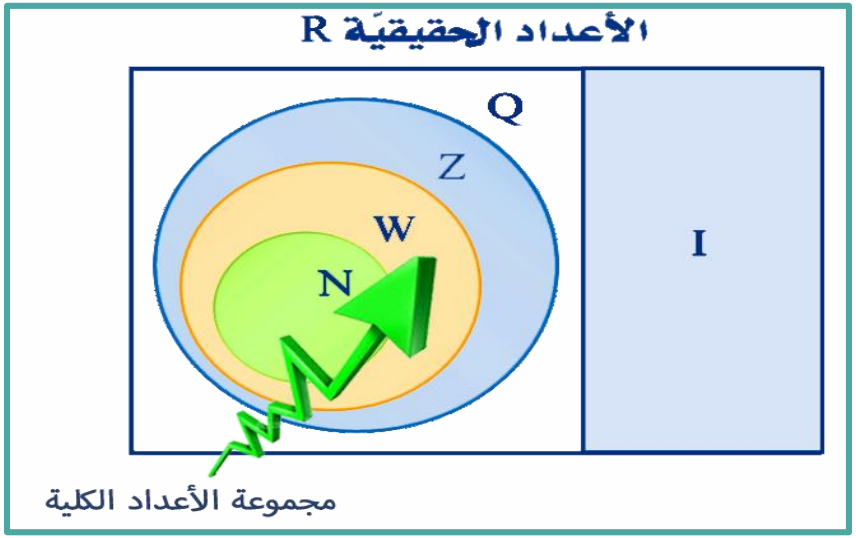
أيّ مما يلي عددًا طبيعيًا؟

1) $\sqrt{21}$ 2) $\sqrt{16}$ 3) $\sqrt{5}$

معًا للقمة

الْأَعْدَاد الكُلِّيَّة

Whole Numbers



تعريف المفردة

مجموعة الأعداد الكلية: هي مجموعة الأعداد

$$W = \{0,1,2,3,4, \dots\}$$

مثـــال

الأعداد $\sqrt{36}$, $\frac{12}{6}$, 7 , 0 أعداد كلية.

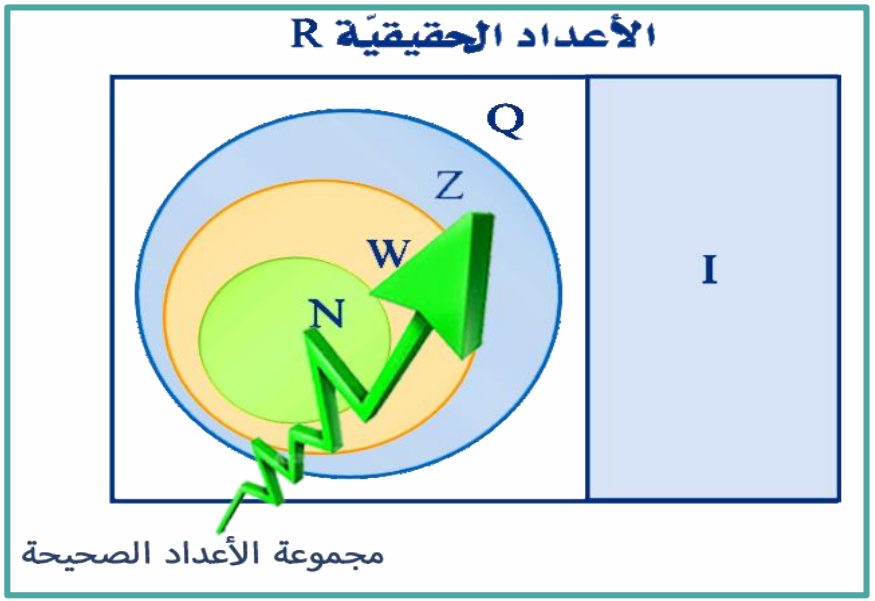
سـؤال

صح أم خطأ:

$\sqrt{\frac{9}{4}}$ عدد كلي.

الْأَعْدَاد الصَّحِيحَة

Integers



تعريف المفردة

مجوعة الأعداد الصحيحة: هي مجموعة الأعداد

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مثـــال

الأعداد -32 , -5 , $\frac{20}{5}$, 8 أعداد صحيحة.

سـؤال

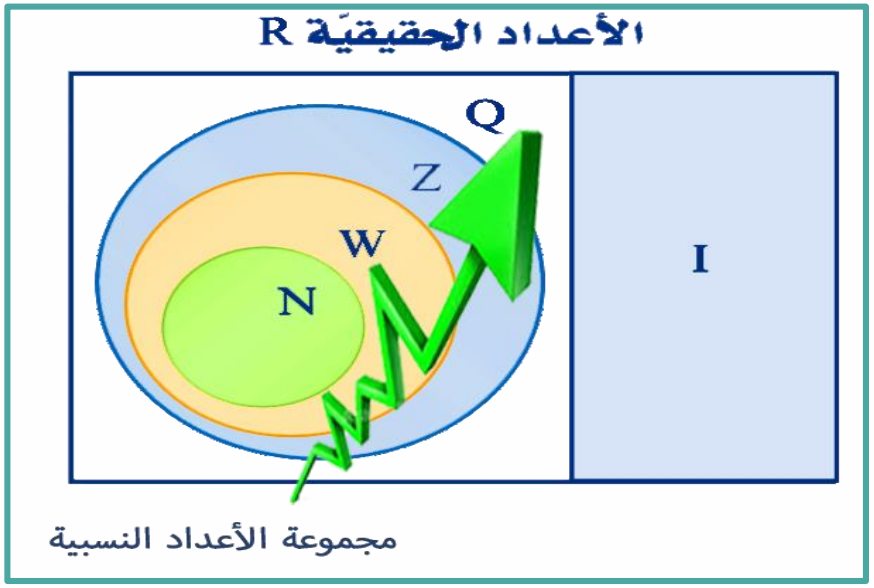
صح أو خطأ:

العدد $-\sqrt{49}$ عدد صحيح.

معًا للقمة

الْأَعْدَاد النِّسْبِيَّة

Rational Numbers



تعريف المفردة

الأعداد النسبية: هي الأعداد التي تكتب على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث a,b عددان صحيحان وَ $b \neq 0$، وتكون الصورة العشرية للعدد النسبي إما عددًا عشريًا منتهيًا أو دوريًا، ويرمز لها بالرمز Q.

مثـــال

الأعداد $0.\overline{6} = 0.666\ldots$, $\frac{2}{3}$, 0.125 , $\frac{-7}{8}$

أعداد نسبية.

سـؤال

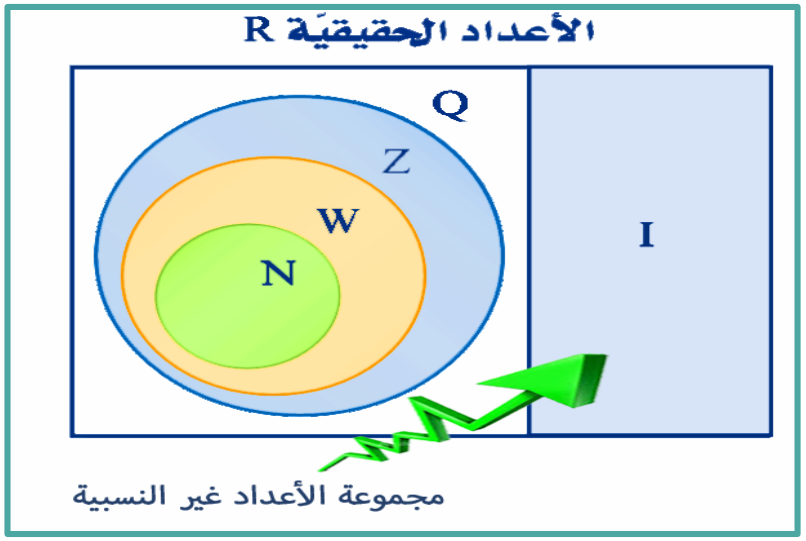
صح أو خطأ:

كل عدد صحيح هو عدد نسبي.

معًا للقمة

الْأَعْدَاد غَيْر النِّسْبِيَّة

Irrational Numbers



تعريف المفردة

مجموعة الأعداد غير النسبية: هي مجموعة الأعداد التي صورتها العشرية ليست دورية وليست منتهية، ويرمز لها بالرمز I.

مثال

العدد $\sqrt{3\pi} = 5.441398 \ldots$ عدد غير نسبي.

سؤال

حدّد مجموعات الأعداد التي ينتمي اليها العدد $\sqrt{50}$.

معًا للقمة

الْأَعْدَاد الْحَقِيقِيَّة

Real Numbers

معاً للقمة

تعريف المفردة

الأعداد الحقيقية: هي جميع الأعداد النسبية وغير النسبية ويرمز لها بالرمز R.

مثال

- العدد $\sqrt{3} = 1.73205 \ldots$ عدد حقيقي غير نسبي.
- الأعداد $\frac{-5}{11}, \sqrt{9}, \frac{2}{3}, -8, 6$ أعداد حقيقية نسبية.

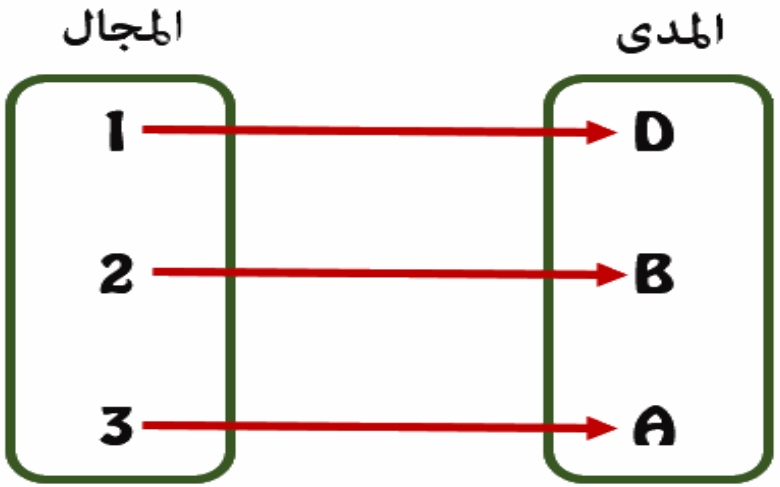
سؤال

صح أو خطأ:

ينتمي العدد $\sqrt{86}$ إلى مجموعة الأعداد الحقيقية النسبية.

الدَّالَّة الْمُتَباينَة

One-to-One Function

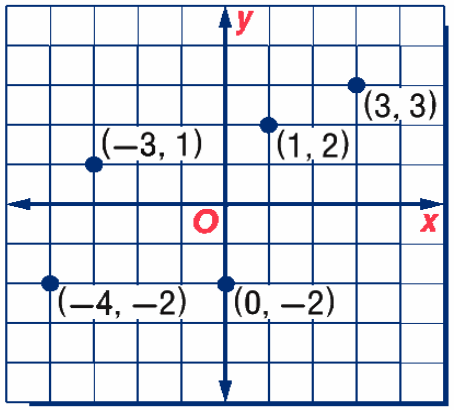


تعريف المفردة

الدالة المتباينة: هي دالة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر مختلف من المدى، وهذا يعني أنه لا يمكن أن يرتبط عنصران من المجال بالعنصر نفسه في المدى.

مثـــال

العلاقة الممثلة في التمثيل البيانيّ المجاور دالة ليست متباينة.



سـؤال

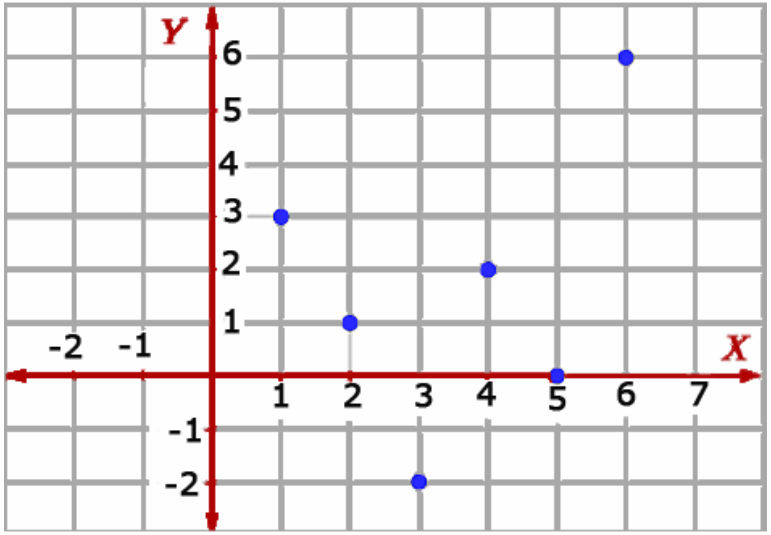
صح أو خطأ:

العلاقة التالية تمثل دالة متباينة $\{(5,3),(0,2),(-1,0),(3,-4)\}$.

معًا للقمة

الْعَلَاقَة الْمُنْفَصِلَة

Discrete Relation

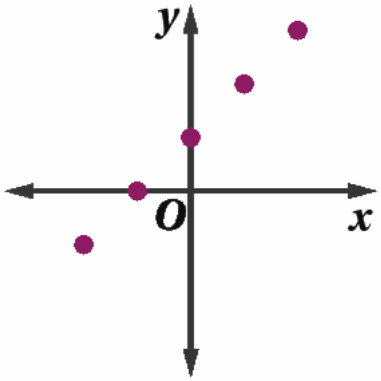


تعريف المفردة

العلاقة المنفصلة: هي العلاقة التي يكون فيها المجال مجموعة من النقاط المنفردة، وتمثل بيانيًّا بنقاط غير متصلة.

مثال

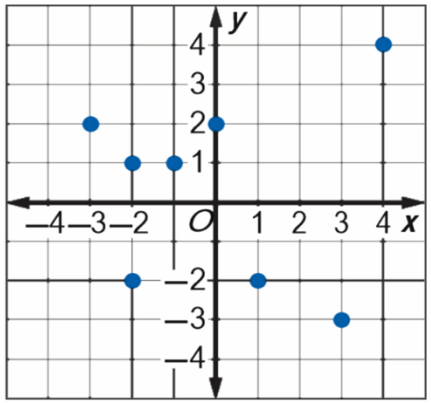
التمثيل البيانيّ المجاور يمثل علاقة منفصلة.



سؤال

صح أو خطأ:

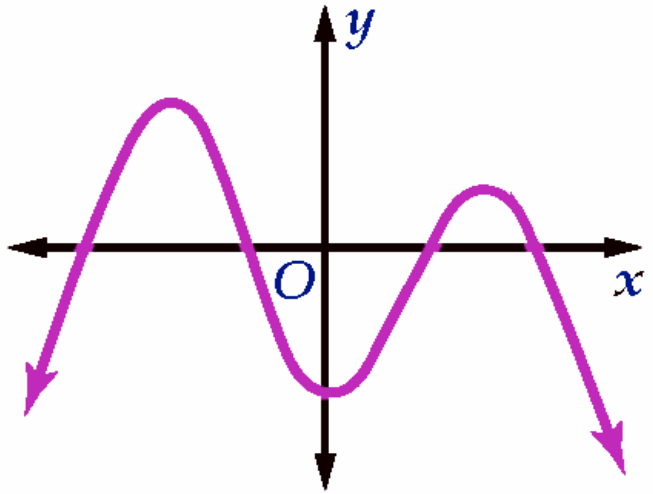
العلاقة الممثلة بيانيًّا علاقة منفصلة.



معًا للقمة

الْعَلَاقَة الْمُتَّصِلَة

Continuous Relation

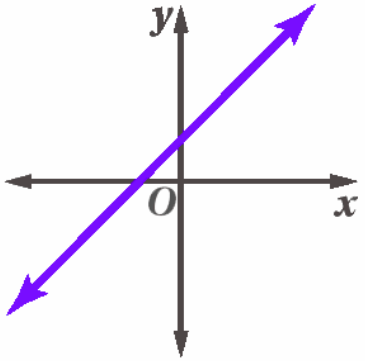


تعريف المفردة

العلاقة المتصلة: هي العلاقة التي يكون مجالها الأعداد الحقيقية أو مجموعة جزئية منها، ويمكن تمثيلها بيانيًّا بمستقيم أو منحنى متصل.

مثـــال

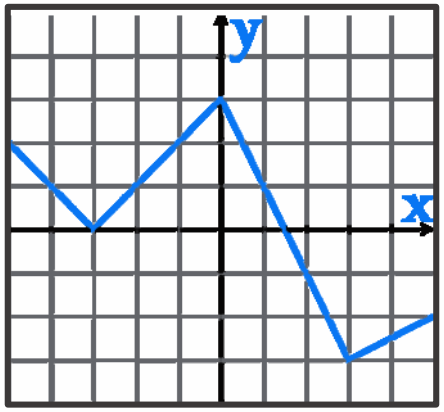
التمثيل البيانيّ المجاور يمثل علاقة متصلة.



سـؤال

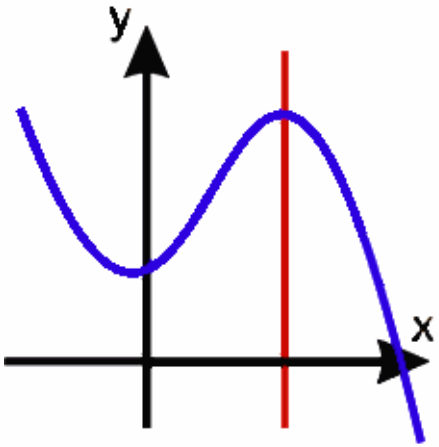
صح أو خطأ:

العلاقة الممثلة بيانيًّا علاقة متصلة.

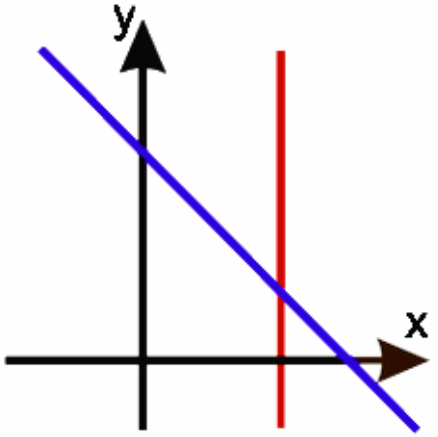


اختِبَار الخَط الرَّأْسِيّ

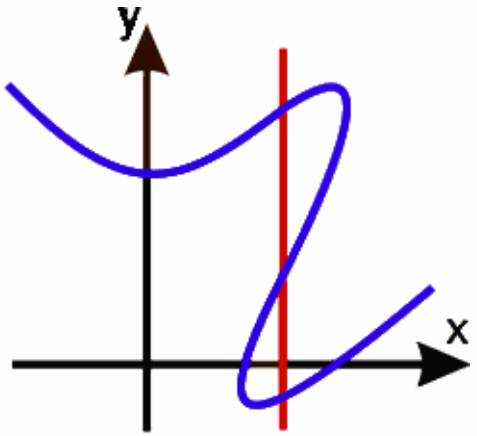
Vertical Line Test



This is a function



This is a function

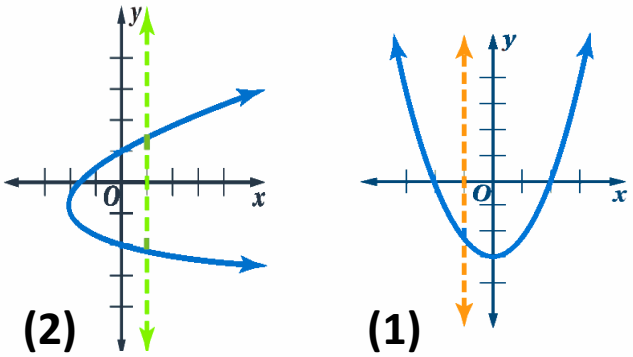


This is NOT a function

تعريف المفردة

اختبار الخط الرأسي: يستعمل لتحديد العلاقات التي تمثل دوالًا، فإذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البيانيّ للعلاقة بأكثر من نقطة فالعلاقة دالة، أما إذا قطع خط رأسي التمثيل البيانيّ للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.

مثـــال

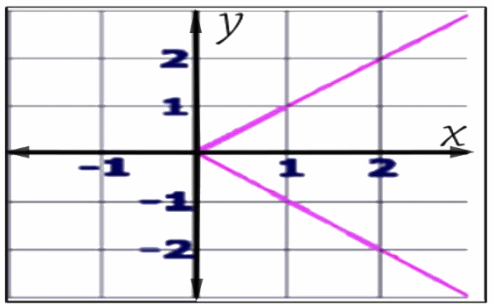


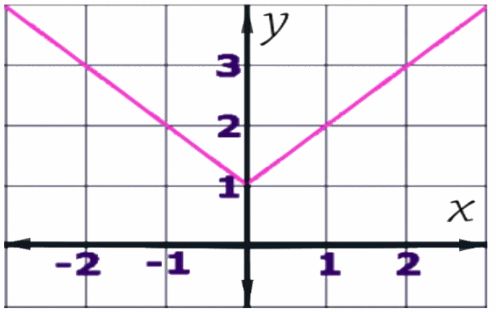
التمثيل البيانيّ في الشكل (1) يمثل دالة.

التمثيل البيانيّ في الشكل (2) لا يمثل دالة.

سـؤال

باستخدام اختبار الخط الرأسي أيّ التمثيلين المجاورين يمثل دالة وأيهما غير ذلك؟





معًا للقمة

الْمُتَغَيِّر الْمُسْتَقِل

Independent Variable

$$y = -5x - 4$$

Independent

تعريف المفردة

المتغير المستقل: هو المتغير من مجال الدالة والذي تعتمد عليه مخرجات الدالة، وغالبًا ما يكون x.

مثـــال

المتغير المستقل في الدالة $y = 3x + 4$ هو المتغير x.

سـؤال

حدّد المتغير المستقل في الدالة التالية:

العمق	0	20	40	60	80	100
الضغط	1	1,6	2,2	2,8	3,4	4

معًا للقمة

الْمُتَغَيِّر التَّابِع

Dependent Variable

$$y = -5x - 4$$

Dependent

تعريف المفردة

المتغير التابع: هو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيمة المتغير المستقل، وغالبًا ما يكون y.

مثال

المتغير التابع في الدالة $y = 3x + 4$ هو المتغير y.

سؤال

حدّد المتغير التابع في الدالة التالية: $g = \frac{5t^2}{7}$

معًا للقمة

رَمْز الدَّالَّة

Function Notation

تعريف المفردة

رمز الدالة: هي طريقة لكتابة المعادلة التي تمثل دالة،
وهي قيمة الدالة f عند x، وتقرأ (f لـ x)،
وتكتب على الصورة $y = f(x)$

مثـــال

تكتب المعادلة $y = 2x^2 - 8$
على صورة دالة في المتغير x بالصورة: $f(x) = 2x^2 - 8$

سـؤال

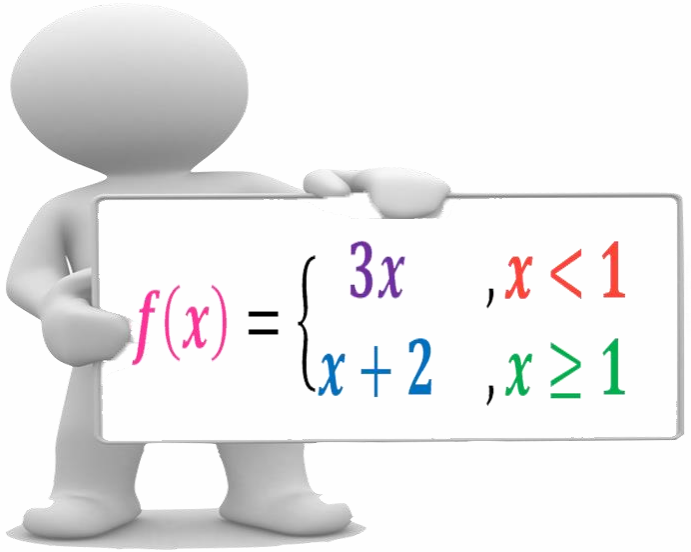
اكتب المعادلة التالية على صورة دالة في المتغير المستقل t:

$$d = 5\,t + 4$$

معًا للقمة

الدَّالَّة الْمُتَعَدِّدَة التَّعْرِيف

Piecewise-Defined Function



تعريف المفردة

الدالة متعددة التعريف: هي نوع من أنواع الدوال معرفة بقاعدتين أو أكثر على فترات مختلفة.

مثـــال

الدالة $f(x)$ دالة متعددة التعريف:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x \geq 0 \\ 3x - 5 & , x < 0 \end{cases}$$

سـؤال

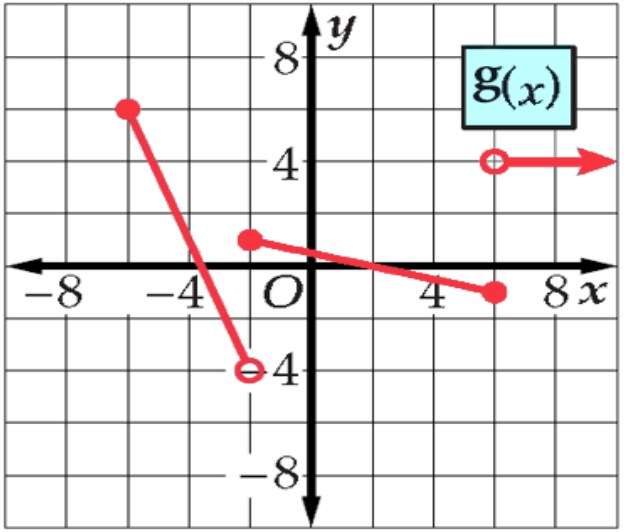
أيّ الدوال التالية متعدّدة التعريف.

a) $g(x) = \begin{cases} 3x & , x \geq 1 \\ 2x^2 & , x < 1 \end{cases}$ **b)** $h(x) = 2x + 1 \, , x < 0$

معًا للقمة

الدَّالَّة مُتَعَدِّدَة التَّعْرِيف الْخَطِيَّة

Piecewise-Linear Function

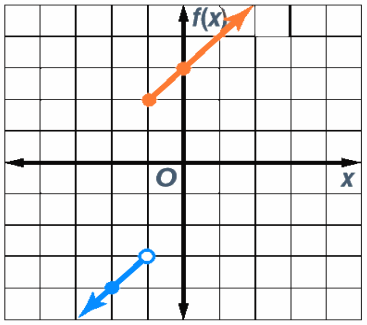


معًا للقمة

تعريف المفردة

الدالة متعددة التعريف الخطية: هي دالة تكتب باستعمال عبارتين خطيتين أو أكثر، على صورة $mx + b$ حيث m هي الميل وَ b هي الجزء المقطوع من محور الصادات.

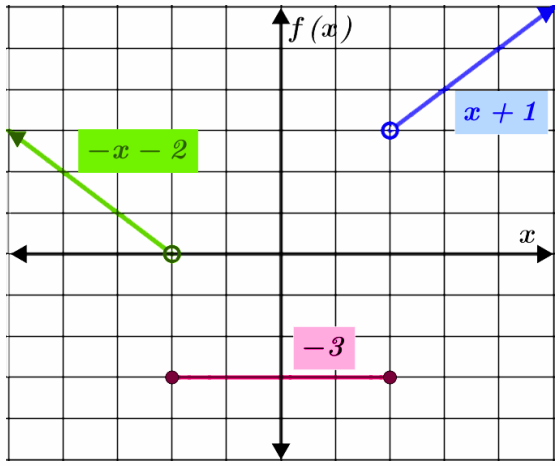
مثـــال



الدالة المتعددة التعريف الخطية الممثلة بيانيًّا تكتب جبريًا بالصورة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 & ,x < -1 \\ x + 3 & ,x \geq -1 \end{cases}$$

سـؤال



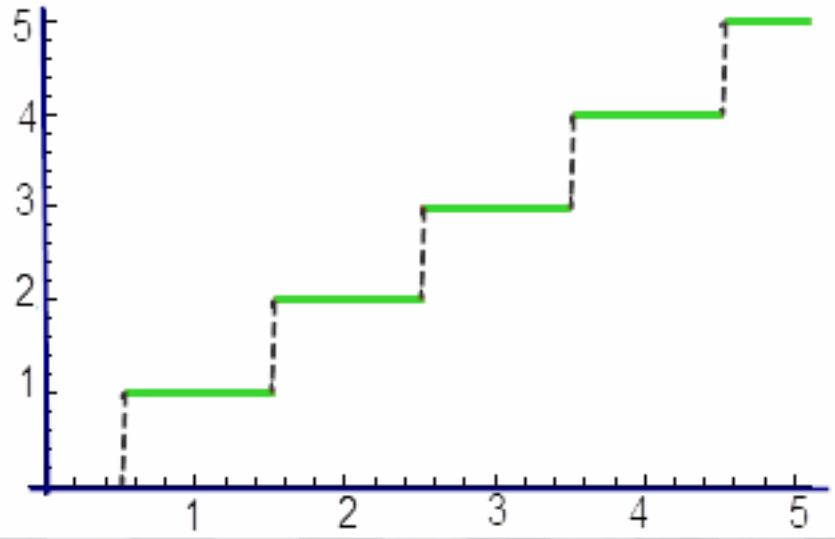
أكمل الفراغ: الدالة التي لها التمثيل البيانيّ المجاور

يمكن كتابتها على الصورة: $f(x) = \begin{cases} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{cases}$

معًا للقمة

الدَّالَّة الدَّرَجِيَّة

Step Function

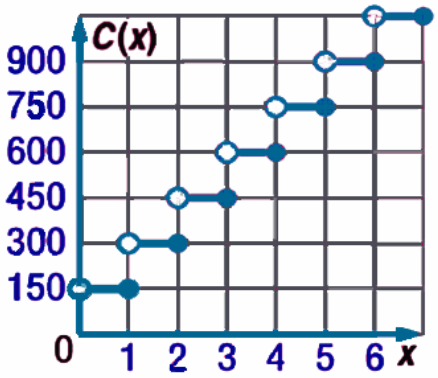


تعريف المفردة

الدالة الدرجية: هي نوع من أنواع الدوال المتعددة التعريف الخطية وتمثل بيانيًّا بقطع مستقيمة أفقية، وسُميت بهذا الاسم لأن تمثيلها البيانيّ يشبه الدرج.

مثـــال

يتقاضى أحد اختصاصيّ العلاج الطبيعي 150 ريالًا عن كل ساعة عمل أو جزء منه، يمكن تمثيل الموقف بالدالة الدرجية كما في الشكل المجاور.



سـؤال

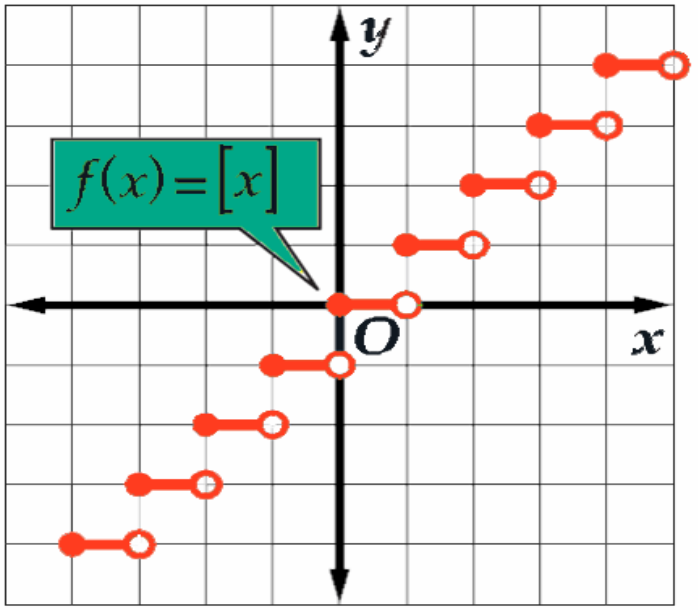
يتقاضى مجمع للشقق المفروشة 300 ريال لتأجير الشقة ليوم واحد أو جزء منه، وَ 250ريالًا مقابل تأجير نفس الشقة ذاتها لأي يوم إضافي أو جزء منه. الدالة التي تمثل الموقف تسمى دالة ...

1- دالة درجية 2- داله خطية 3- داله تربيعية

معًا للقمة

دَالَّة أَكْبَر عَدَد صَحِيح

Greatest Integer Function



تعريف المفردة

دالة أكبر عدد صحيح: هي دالة درجية تكتب على الصورة $f(x) = [x]$،
وتعني أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x.
مجالها (مجموعة الأعداد الحقيقية)،**ومداها** (مجموعة الأعداد الصحيحة).
وتُعرّف على النحو التالي:

$$f(x) = \begin{cases} \vdots & \vdots \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 0 & 0 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x < 2 \\ 2 & 2 \le x < 3 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

مثـــال

$$[3.25] = 3$$
$$[-4.6] = -5$$

سـؤال

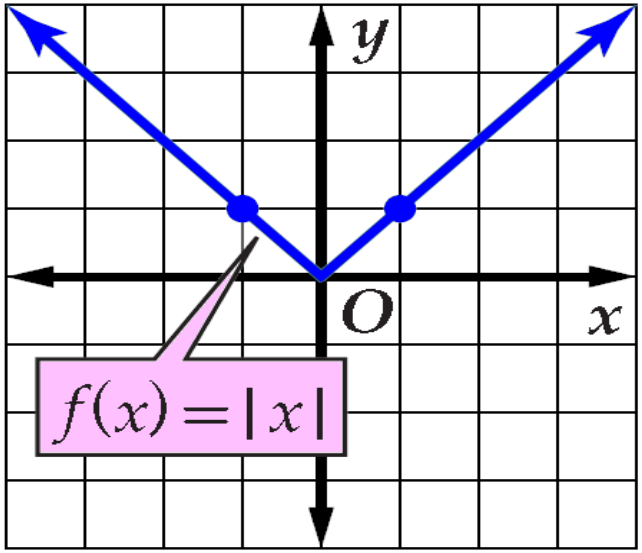
اختر الاجابة الصحيحة: الدالة التي على الشكل $f(x) = [x] - 3$:

1- دالة خطية　　2- دالة اكبر عدد صحيح　　3- دالة تكعيبية

معًا للقمة

دَالَّة الْقِيّمَة الْمُطْلَقَة

Absolute Value Function



تعريف المفردة

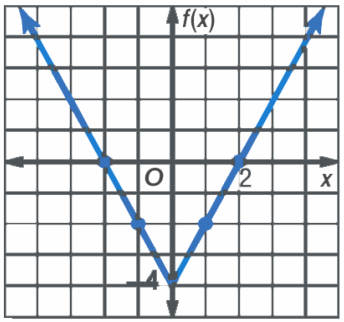
دالة القيمة المطلقة: هي أحد أنواع الدوال المتعددة التعريف، وتحتوي على عبارة جبرية يستعمل فيها رمز القيمة المطلقة، وتمثل بيانيًّا على شكل حرف **V**

ومجالها (مجموعة الأعداد الحقيقية)، **ومداها** (مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة)،

وتُعرّف على النحو الآتي: $f(x) = |x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$

مثال

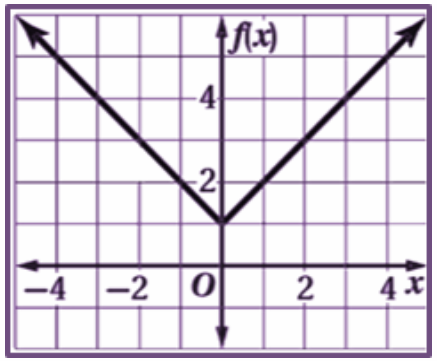
دالة القيمة المطلقة في التمثيل البيانيّ المجاور هي: $f(x) = |2x| - 4$



سؤال

صح أو خطأ:

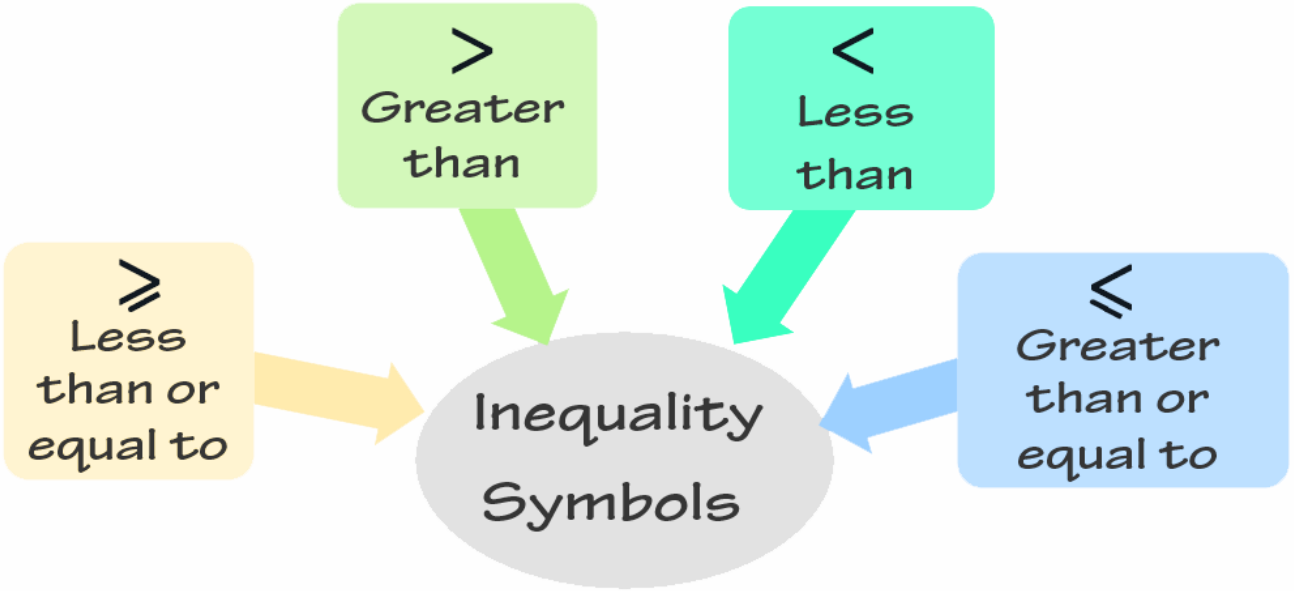
دالة القيمة المطلقة الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور هي: $f(x) = |x| + 2$



معًا للقمة

الْمُتَباينة الْخَطِيَّة

Linear Inequality



تعريف المفردة

المتباينة الخطية: هي عبارة تشبه المعادلة الخطية بحيث يستبدل رمز المساواة بأحد الرموز: $\leq , < , \geq , >$

مثـــال

$x + 4y > 2$ متباينة خطية.

سـؤال

أيّ العبارات الآتية تمثل متباينة خطية:

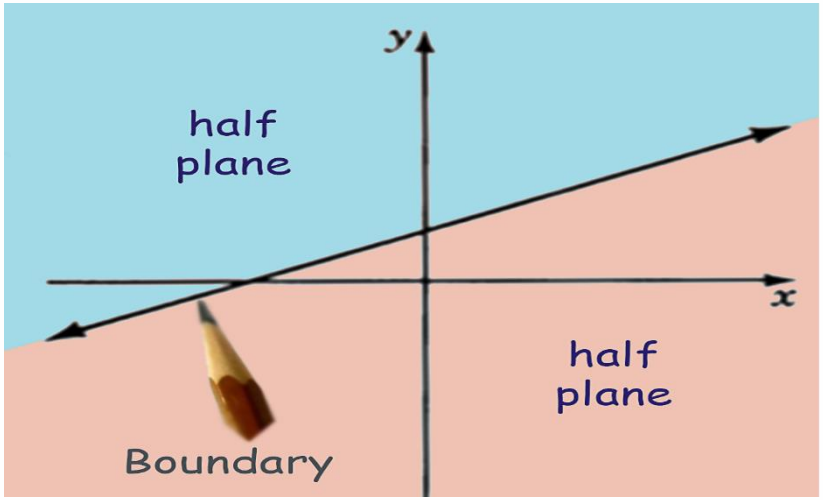
1) $3x + y = -9$

2) $x - 3y \leq 7$

معًا للقمة

الحَدّ

Boundary

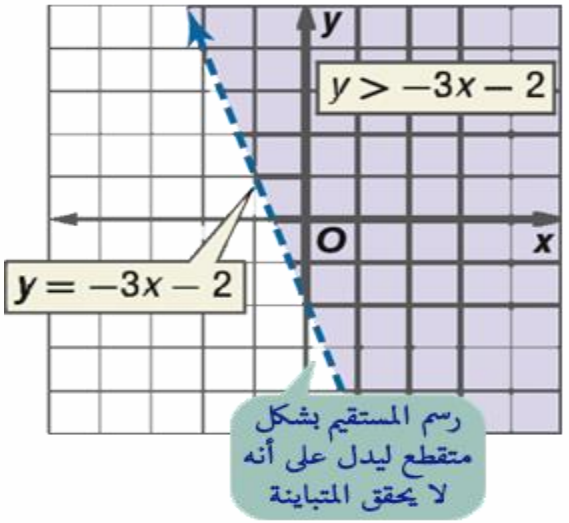


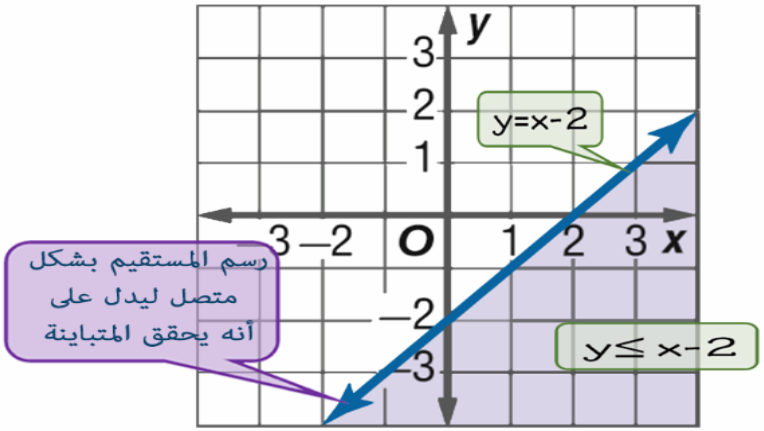
معًا للقمة

تعريف المفردة

الحد: هو المستقيم الذي يمثل المعادلة الخطية المرتبطة بالمتباينة الخطية.

مثـــال





سـؤال

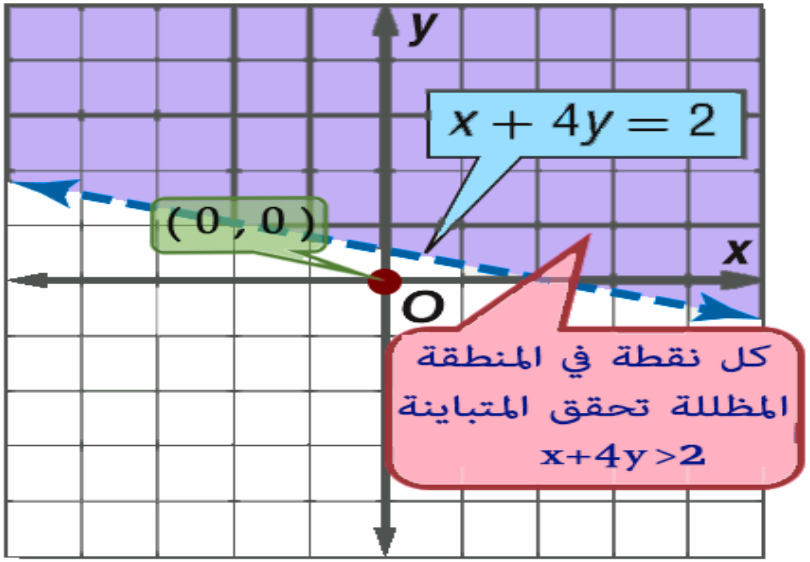
اختر الإجابة الصحيحة:

عند تمثيل المتباينة $x + 4y > 2$ فإن الحدّ يكون: 1/ متصلًا

2/ متقطعًا

مَنْطِقَة الْحَلّ

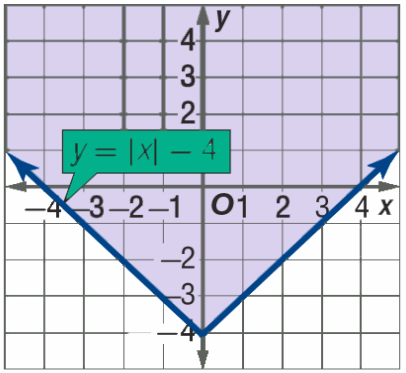
Feasible Region



تعريف المفردة

منطقة الحل: هي المنطقة المظللة والتي تحقق نقاطها المتباينة الخطية، ولتحديدها يتم اختبار نقطة لا تقع على الحد وغالبًا نختار النقطة $(0,0)$.

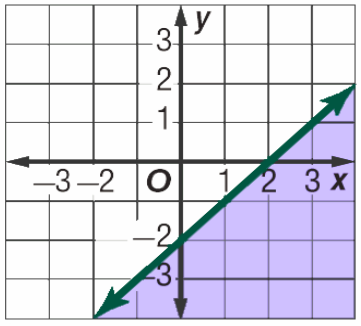
مثـــال



منطقة الحل للمتباينة $y \geq |x| - 4$
هي الجزء المظلل الذي يحوي النقطة $(0,0)$.

سـؤال

أيّ من المتباينتين التاليتين هي المتباينة الصحيحة للتمثيل المجاور:

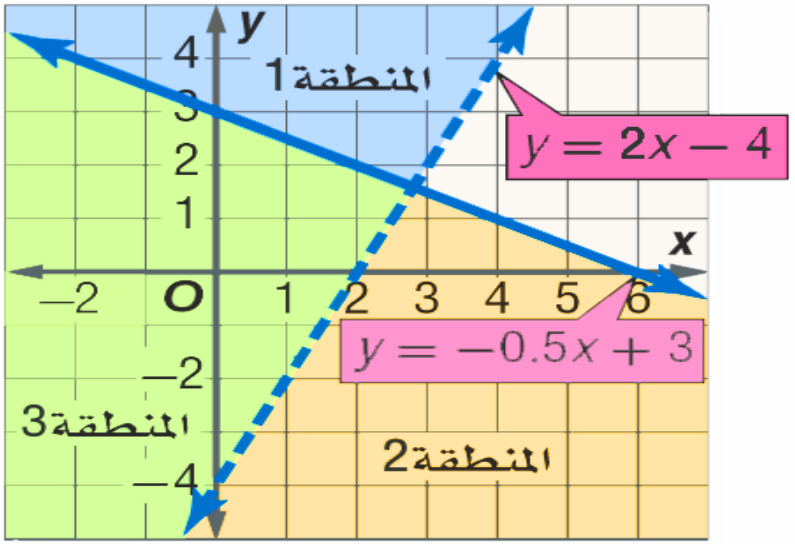


1) $x - y \leq 2$ 2) $x - y \geq 2$

معًا للقمة

نِظَام الْمُتَبايِنَات الْخَطِيَّة

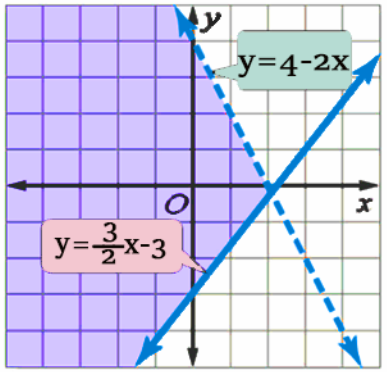
System of Linear Inequalities



تعريف المفردة

نظام المتباينات الخطية: هو نظام يحوي متباينتين خطيتين أو أكثر، ومنطقة حل النظام هي المنطقة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام.

مثال



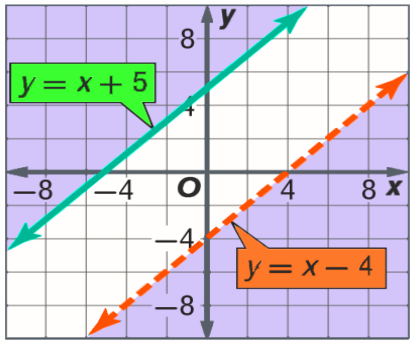
المنطقة المظللة في التمثيل البيانيّ المجاور تمثل حل نظام المتباينات الخطية:

$$y \geq \frac{3}{2}x - 3$$
$$y < 4 - 2x$$

سؤال

صح أو خطأ:

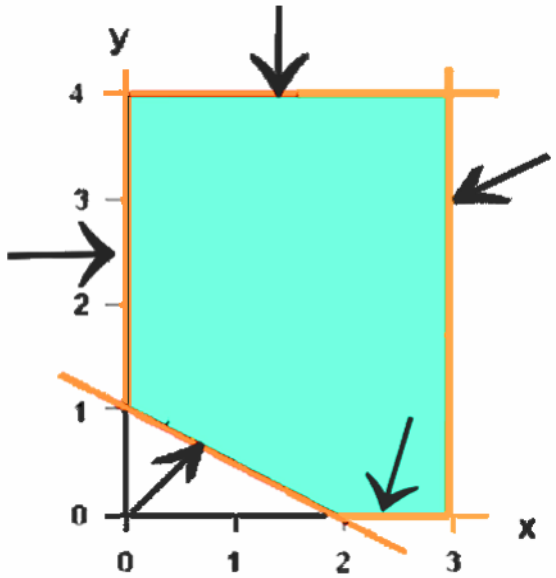
نظام المتباينات الممثل بيانيًّا في الشكل المجاور له حل.



معًا للقمة

القُيُود

Constraints



تعريف المفردة

القيود: هي الشروط التي تحدد منطقة الحل ويعبر عنها باستعمال أنظمة المتباينات الخطية.

مثال

ينتج مصنع من 150 إلى 200حقيبة سفر، ومالا يقل عن 100حقيبة مدرسية يوميًا.
إذا كان إنتاج المصنع اليومي لا يزيد عن 450 حقيبة.
وكانت x :عدد حقائب السفر المنتجة يوميًا، y :عدد الحقائب المدرسية المنتجة يوميًا.
فإن القيود على إنتاج المصنع نعبر عنها كما يلي: $150 \geq x \geq 200$

$$y \geq 100$$

... ...

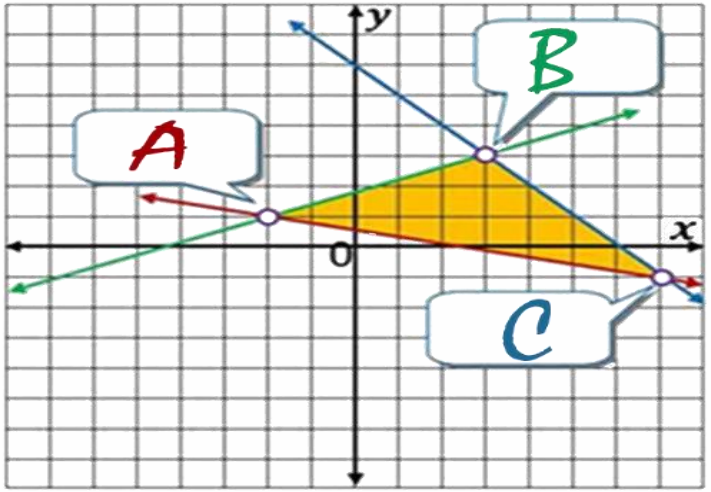
سؤال

في المثال أعلاه، اكتب القيد الناقص.

معًا للقمة

الْبَرْمَجَة الْخَطِيَّة

linear Programming



معًا للقمة

تعريف المفردة

البرمجة الخطية: هي طريقة لإيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية، وتقع القِيَم إن وجدت عند أحد رؤوس منطقة الحل.

مثـــال

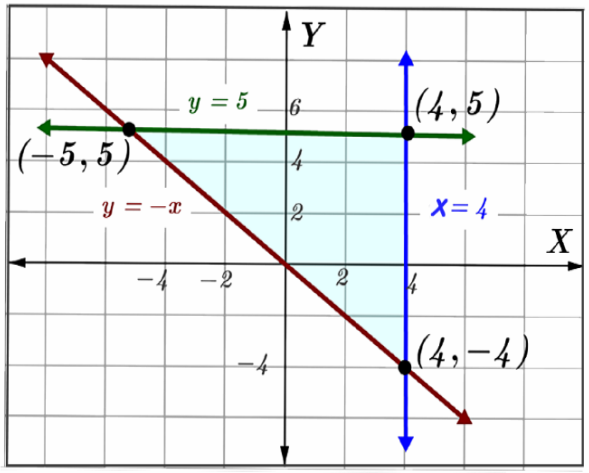
من خلال التمثيل البيانيّ المجاور لنظام المتباينات:

$$y \leq 5 \ , \ x \leq 4 \ , \ y \geq -x,$$

$$f(x,y) = 5x - 2y$$

للدالة قيمة عظمى تساوي 28

وقيمة صغرى تساوي -35



(x,y)	$5x-2y$	$f(x,y)$	القيمة
$(-5,5)$	$5(-5)-2(5)$	-35	صغرى
$(4,5)$	$5(4)-2(5)$	10	
$(4,-4)$	$5(4)-2(-4)$	28	عظمى

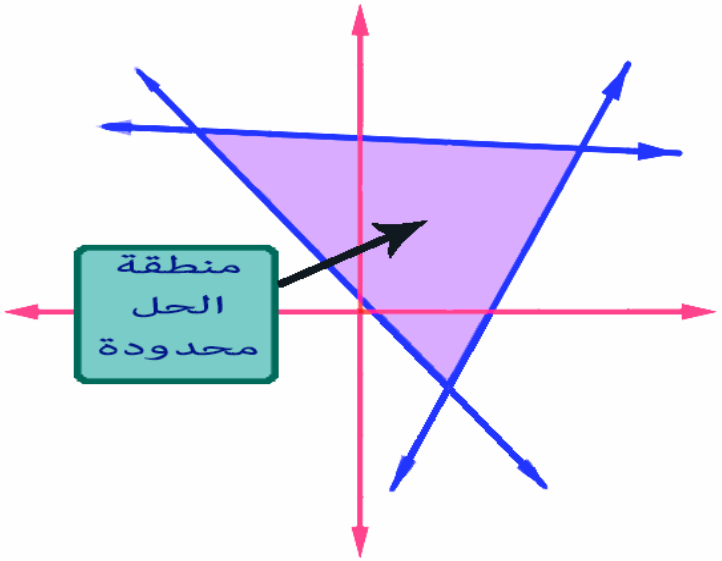
سـؤال

أكمل الفراغ: طريقة إيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة تحت شروط معينة يعبر عنها بنظام من المتباينات تسمى .....

معًا للقمة

مَحْدُودَة

Bounded

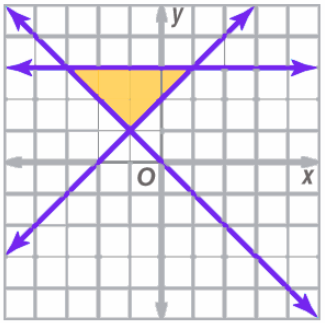


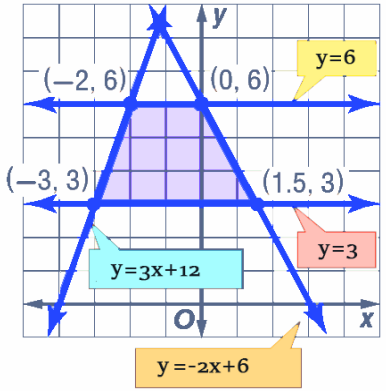
تعريف المفردة

محدودة: تعني أن منطقة الحل لنظام المتباينات مغلقة أو محصورة بقيود، وتظهر فيها القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة دائمًا عند رؤوس منطقة الحل.

مثـــال

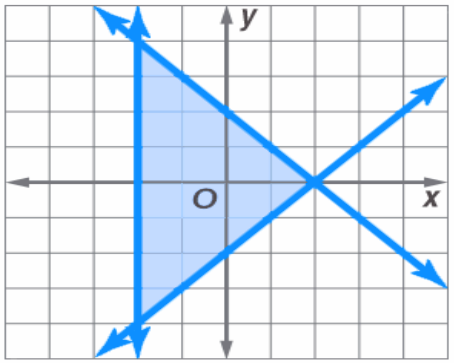
تمثيلات بيانيّة لمناطق حل محدودة.

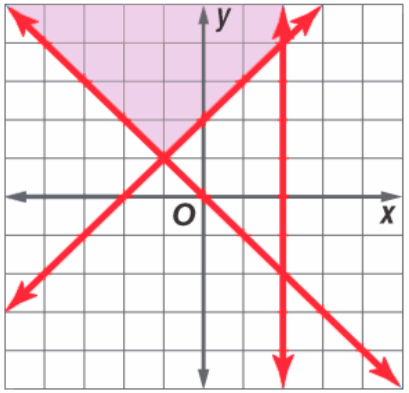




سـؤال

ضع علامة (✓) تحت الشكل الذي يظهر منطقة حل محدودة.

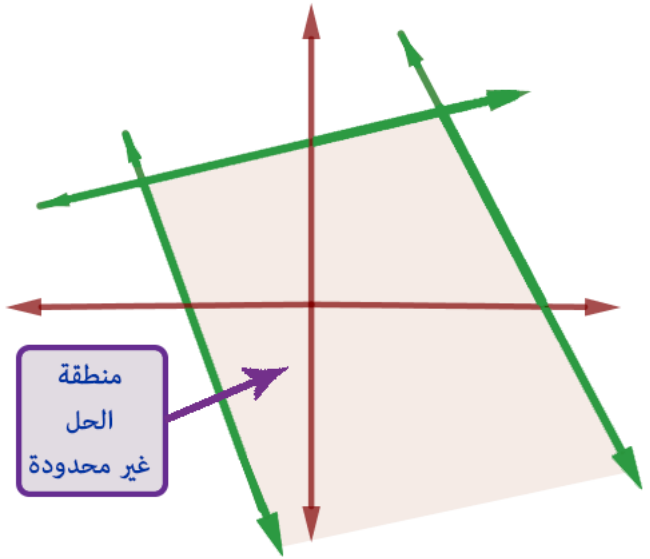




معًا للقمة

غَيْر مَحْدُودَة

Unbounded

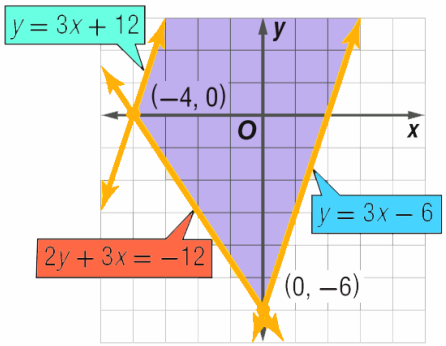


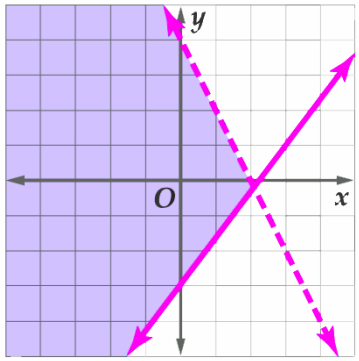
تعريف المفردة

غير محدودة: تعني أن منطقة الحل لنظام المتباينات مفتوحة وممتدة، ويمكن أن تحتوي على قيم عظمى أو قيمة صغرى.

مثال

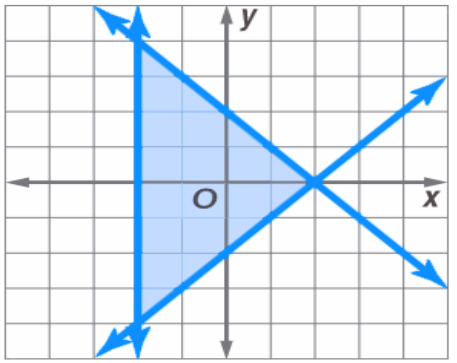
تمثيلات بيانيّة لمناطق حل غير محدودة.

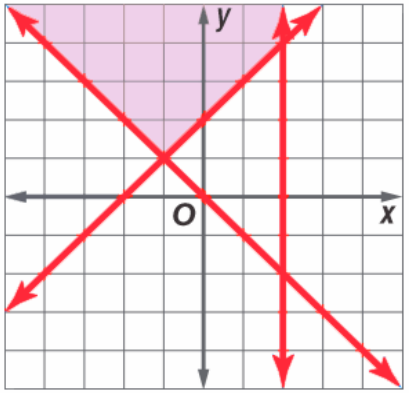




سؤال

ضع علامة (✓) تحت الشكل الذي يظهر منطقة حل غير محدودة.





معًا للقمة

الْحَلّ الْأَمْثَل

Optimize

معًا للقمة

تعريف المفردة

الحل الأمثل: هو إيجاد قِيَم المتغيرات التي تجعل للدالة قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

مثـــال

إذا كان x : عدد العقود، y : عدد الأساور التي ينتجها خالد يوميًا.

وكانت المتباينات: $y \geq 1$, $x \geq 3$, $3x + 2y \leq 17$ تمثل القيود على انتاجه،

وكانت الدالة $f(x,y) = x + 6y$ تمثل الربح اليومي.

استطاع خالد تمثيل المتباينات الخطية وإيجاد قيمة دالة الربح عند رؤوس منطقة الحل كما في الجدول المجاور:

(x, y)	$x + 6y$
$(5, 1)$	$5 + 6 = 11$
$(3, 4)$	$3 + 24 = 27$
$(3, 1)$	$3 + 6 = 9$

فوجد أن الحل الأمثل (الكمية الأفضل التي عليه إنتاجها ليحصل على أكبر ربح ممكن) هو إنتاج 3 عقود و 4 أساور.

سـؤال

أكمل الفراغ: في مسائل البرمجة الخطية، يُسمى البحث عن السعر الأنسب لتقليل التكلفة بـ .....

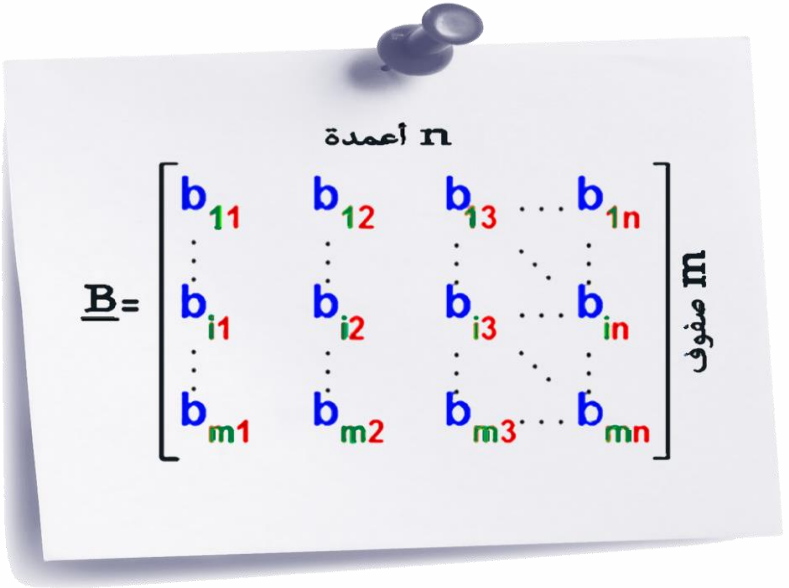
معًا للقمة

الباب الثاني
المُصْطَفَوفات

معًا للقمة

الْمَصْفُوفَة

Matrix



معًا للقمة

تعريف المفردة

المصفوفة: ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية، محصورة بين قوسين، وتنظم الأعداد أو البيانات في المصفوفة بحيث يكون الموقع في المصفوفة ذا معنى.

مثال

يبين الجدول المجاور أسعار أربعة أنواع من الفطائر بثلاثة أحجام في أحد المطاعم، يمكن تنظيم البيانات في مصفوفة على أن تكون الأسعار مرتبة تصاعديّا بالصورة التالية:

	كبيرة	وسط	صغيرة
الجبن	5	3.5	2.5
الزعتر	4	3	2
البيض	5.5	4	3
اللحم	6	5	4

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2.5 & 3.5 & 5 \\ 3 & 4 & 5.5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

سؤال

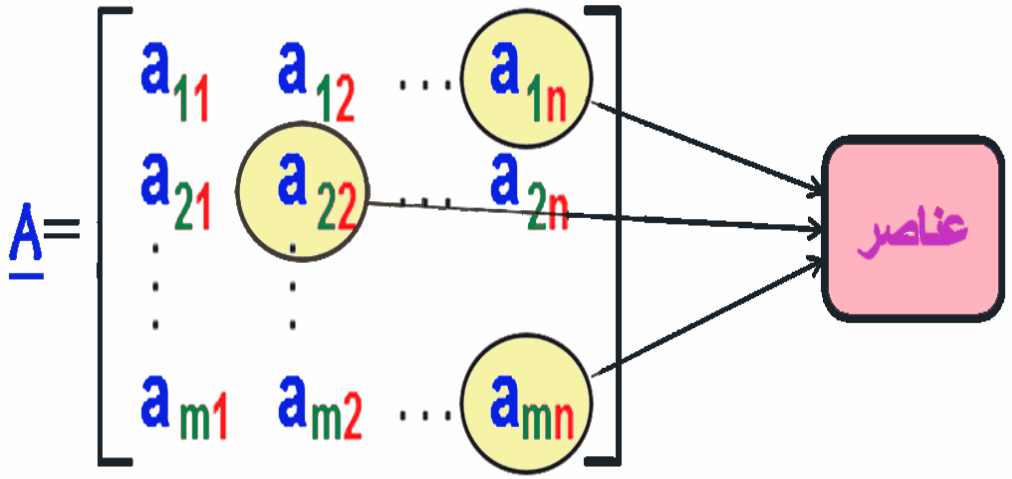
يبين الجدول المجاور عدد صناديق الخضروات المنتجة في مزرعتين مختلفتين في أحد المواسم، نظّم البيانات في مصفوفة.

المزرعة	خيار	كوسة	باذنجان	طماطم
1	540	570	488	500
2	850	1015	800	820

معًا للقمة

الْعُنْصُر

Element



معاً للقمة

تعريف المفردة

العنصر: هو كل قيمة في المصفوفة، ويحدّد العنصر وفق موقعه بالمصفوفة، ويدل الرمز a_{ij} على العنصر الواقع في الصف i والعمود j من المصفوفة $\underline{A}$.

مثـــال

$$\underline{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} 8 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 4 \end{bmatrix}}_{\text{4 أعمدة}} \left.\vphantom{\begin{bmatrix} 8 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 4 \end{bmatrix}}\right\} \text{3 صفوف}$$

العنصر -1 موجود في الصف 2 والعمود 1 ويرمز له بالرمز a_{21}

العنصر -8 موجود في الصف 3 والعمود 2 ويرمز له بالرمز a_{32}

سـؤال

أكمل: في المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ قيمة العنصر a_{23} هي ...

معًا للقمة

الرُّتْبَة

Order

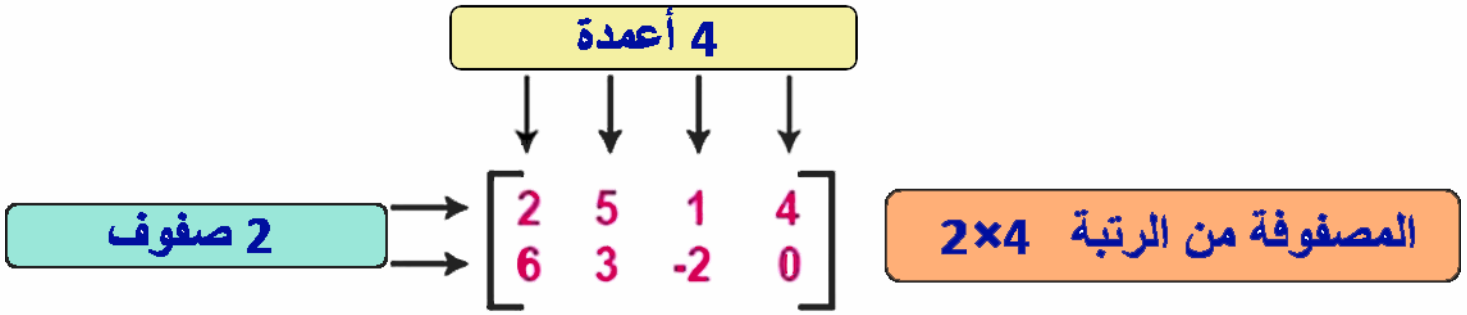
$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

الرتبة

تعريف المفردة

رتبة المصفوفة: هي تعبير رياضي يُظهر عدد صفوف المصفوفة وعدد أعمدتها، ويكتب في الشكل عدد الصفوف × عدد الأعمدة، فإذا كان عدد الصفوف $\mathbf{m}$ و عدد الأعمدة $\mathbf{n}$ فإن المصفوفة من الرتبة $m \times n$ ، وتكتب بالشكل $\underline{A}_{m\times n}$.

مثـــال



سـؤال

أكمل: رتبة المصفوفة $\underline{M} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 4 & 0 \\ -2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ هي .....

معًا للقمة

مَصْفُوفَة الصَّفّ

Row Matrix

$$\underline{A} = [a_{11} \quad a_{12} \quad \cdots \quad a_{1n}]_{1\times n}$$

تعريف المفردة

مصفوفة الصف: هي مصفوفة تحوي صفًا واحدًا.

مثـــال

المصفوفة $\underline{A} = [8 \quad -5 \quad 2 \quad 4]$ مصفوفة صف.

سـؤال

أيّ المصفوفات التالية هي مصفوفة صف:

1) $\underline{A}_{1\times2}$ 2) $\underline{B}_{5\times1}$ 3) $\underline{C}_{11\times11}$

معًا للقمة

مَصْفُوفَة الْعَمُود

Column Matrix

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{m1} \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

تعريف المفردة

مصفوفة العمود: هي مصفوفة تحوي عمودًا واحدًا.

مثـــال

المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$ مصفوفة عمود.

سـؤال

أيّ المصفوفات الآتية مصفوفة عمود:

$a) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ $b) \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ $c) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

معًا للقمة

الْمَصْفُوفَة الْمُرَبَّعَة

Square Matrix

تعريف المفردة

المصفوفة المربعة: هي مصفوفة عدد الصفوف فيها يساوي عدد الأعمدة.

مثـــال

المصفوفات الآتية مصفوفات مربعة:

$$[4]_{1\times1}\ ,\ \begin{bmatrix}4 & -2\\ 5 & 10\end{bmatrix}_{2\times2}\ ,\ \begin{bmatrix}2 & 1 & 0\\ 6 & -3 & 3\\ 7 & 5 & 2\end{bmatrix}_{3\times3}$$

سـؤال

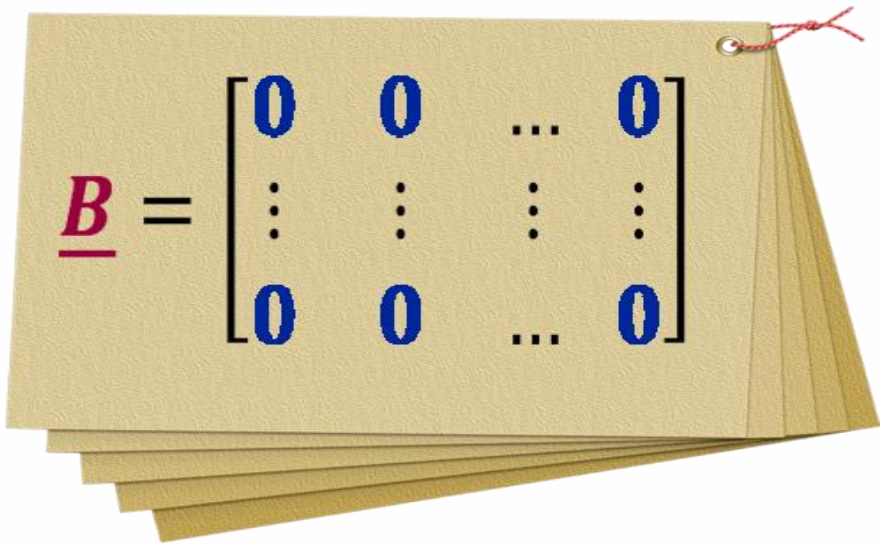
أيّ مما يلي تمثل رتبة مصفوفة مربعة:

$a)\ 2\times3 \quad b)\ 4\times4 \quad c)\ 1\times4 \quad d)\ 3\times2$

معًا للقمة

الْمَصْفُوفَة الصِّفْرِيَّة

Zero Matrix



تعريف المفردة

المصفوفة الصفرية: مصفوفة جميع عناصرها أصفار.

مثـــال

المصفوفات الآتية مصفوفات صفرية:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 3} , \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{3\times 1} , \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

سـؤال

أكمل: المصفوفة التي جميع عناصرها أصفار تسمى مصفوفة .....

معًا للقمة

الْمَصْفُوفَات الْمُتَسَاوِيَة

Equal Matrices

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$$

تعريف المفردة

المصفوفات المتساوية: هي المصفوفات التي لها نفس الرتبة وعناصرهما المتناظرة متساوية.

مثـــال

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان لهما رتبتان مختلفتان.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

ليست جميع العناصر المتناظرة متساوية.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان.

سـؤال

أكمل الفراغ: إذا كانت $\begin{bmatrix} 1 & x \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ فإن قيمة $x = \cdots$

معًا للقمة

جَمْع مَصْفُوفَتَيْن

Adding Matrices

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$

تعريف المفردة

جمع مصفوفتين: إذا كانت $\underline{B}$, $\underline{A}$ مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $\underline{A} + \underline{B}$ هي مصفوفة أيضًا من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في $\underline{A}$ و $\underline{B}$.

مثـــال

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$3 + 4 = 7$

سـؤال

صح أو خطأ: عند جمع أيّ مصفوفتين لا يشترط تساوي رتبتيهما.

معًا للقمة

طَرْح مَصْفُوفَتَيْن

Subtracting Matrices

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & \cdots & a_{1n} - b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} - b_{m1} & \cdots & a_{mn} - b_{mn} \end{bmatrix}$$

تعريف المفردة

طرح مصفوفتين: إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $\underline{A} - \underline{B}$ هي مصفوفة أيضًا من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو طرح العنصرين المتناظرين في $\underline{A}$ و $\underline{B}$.

مثـــال

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 3 & 15 \end{bmatrix}$$

$3 - 4 = -1$

سـؤال

أكمل الفراغ:

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ فإن $\underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} \cdots \\ \cdots \end{bmatrix}$

معًا للقمة

ضَرب الْمَصْفُوفَة فِي عَدَد ثَابِت

Scalar Multiplication

$$k \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & \cdots & ka_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & \cdots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

تعريف المفردة

ضرب المصفوفة في عدد ثابت: حاصل ضرب مصفوفة $\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ في عدد الثابت k هي مصفوفة $k\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة $\underline{A}$ مضروبًا في العدد الثابت k.

مثـــال

$$2\begin{bmatrix}2 & -4\\ 7 & 10\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4 & -8\\ 14 & 20\end{bmatrix}$$

$2(2) = 4$

$$-\begin{bmatrix}2 & -4\\ 7 & 10\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2 & 4\\ -7 & -10\end{bmatrix}$$

$-(2) = -2$

سـؤال

صح أو خطأ:

$$3\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 0 & -3\\ 1 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & 6\\ 0 & -9\\ 3 & 3\end{bmatrix}$$

معًا للقمة

الْمُحَدِّدَة

Determinant

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

تعريف المفردة

المحددة: قيمة حقيقية ترتبط بالمصفوفة المربعة $n \times n$، ونحصل عليها باستخدام قواعد حسابية معيّنة، ويرمز لمحدِّدة المصفوفة $\underline{A}$ بالرمز $|\underline{A}|$.

مثـــال

محددة $[3] = \underline{A}$ يعبر عنها بالرمز $|3|$

محددة $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & -5 \end{bmatrix} = \underline{A}$ يعبر عنها بالرمز $\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 12 & -5 \end{vmatrix}$

سـؤال

اختر الاجابة الصحيحة:

نستطيع حساب محددة المصفوفة $\underline{A}$ إذا كانت من الرتبة:

1) 5×5 2) 3×2 3) 2×1

معًا للقمة

مُحَدِّدة الدّرَجة الثَّانِيَة

Second-Order Determinant

$$\det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$$

تعريف المفردة

محدّدة الدرجة الثانية: هي محدّدة المصفوفة المربعة من الرتبة 2×2، وقيمتها تساوي حاصل ضرب عنصري القطر الرئيس مطروحاً منه حاصل ضرب عنصري القطر الآخر.

مثـــال

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - (-1)(2) = 26$$

سـؤال

صح أو خطأ: $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -1$

معًا للقمة

مُحَدِّدُة الدّرَجة الثَّالِثَة

Third-Order Determinant

$$\det\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$= a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

تعريف المفردة

محدّدة الدرجة الثالثة: هو محدّدة المصفوفة المربعة من الرتبة 3×3، ويمكن حساب باستعمال محدّدة المصفوفة 2×2.

مثـــال

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -8$$

سـؤال

صح أو خطأ:

لإيجاد محددة الدرجة الثالثة نستخدم محددات الدرجة الثانية.

معًا للقمة

قَاعِدَة الْأَقْطَار

Diagonal Rule

$$\det\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

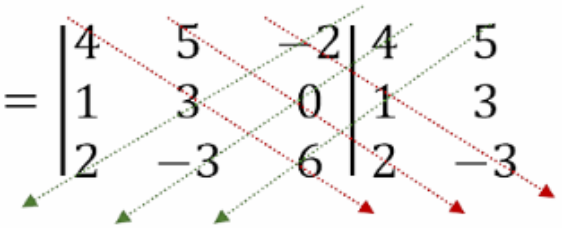
$$= aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

تعريف المفردة

قاعدة الأقطار: هي طريقة لإيجاد قيمة محددة الدرجة الثالثة بدون استخدام محددات الدرجة الثانية.

مثـــال

$$\begin{vmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 5 & -2 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 6 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$



$$= [4(3)6 + 5(0)2 + (-2)1(-3)] - [(-2)3(2) + 4(0)(-3) + 5(1)6]$$

$$= [72 + 0 + 6] - [-12 + 0 + 30] = 78 - 18 = 60$$

سـؤال

أكمل الفراغ: يمكن حساب محددة الدرجة الثالثة باستخدام محددات الدرجة الثانية أو باستخدام قاعدة .....

معًا للقمة

مَصْفُوفَة الْمُعَامَلَات

Coefficient Matrix

$$ax + by = m$$
$$cx + dy = n$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

تعريف المفردة

مصفوفة المعاملات: هي المصفوفة التي عناصرها معاملات المتغيرات في نظام المعادلات بعد ترتيب النظام.

مثـــال

في النظام: $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$ مصفوفة المعاملات هي: $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

سـؤال

أكمل الفراغ:
مصفوفة المعاملات في نظام المعادلات: $\begin{cases} 2y + z = 1 \\ -y + 3z = 2 \end{cases}$ هي.....

معًا للقمة

قَاعِدَة كرامر

Cramer's Rule

$$if \begin{cases} ax + by = m \\ fx + gy = n \end{cases} , \underline{c} = \begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix} , |\underline{c}| \neq 0$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|\underline{c}|} , \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

تعريف المفردة

قاعدة كرامر: هي طريقة لإيجاد الحل الوحيد لنظام معادلات خطية، إذا كانت قيمة المحددة لمصفوفة المعاملات لا تساوي صفرًا.
أما إذا كانت قيمة المحددة صفرًا فإما أن يكون للنظام عدد لا نهائي من الحلول أو لا حل له.

مثـــال

حل النظام التالي: $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -5x + 2y = 3 \end{cases}$

1/ نوجد محددة مصفوفة المعاملات: $|\underline{C}| = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times 2 - (-4 \times -5) = -14$

2/ نعوض في قيمة المتغيرات: $x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{14}{-14} = -1$, $y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 3 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{14}{-14} = -1$

حل النظام هو: $(-1, -1)$

سـؤال

صح أو خطأ: يوجد للنظام $\begin{cases} -8x - 6y = 10 \\ 12x + 9y = 5 \end{cases}$ حل وحيد

نظام معادلات من الدرجة الأولى

نظام غير متسق
ليس للنظام حل
والتمثيل البيانيّ للنظام هو
مستقيمات متوازية

نظام متسق

نظام مستقل
للنظام حل وحيد فقط
والتمثيل البيانيّ للنظام
هو مستقيمات متقاطعة
في نقطة واحدة.

نظام غير مستقل
للنظام عدد لا نهائي
من الحلول.

معاً للقمة

محددة أنظمة المعادلات

$$ax + by = m$$
$$cx + dy = n$$

$$|\underline{c}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$|\underline{c}| \neq 0$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}}{|\underline{c}|} \quad , x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

حل النظام (x, y)

$|\underline{c}| = 0$

$\begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix} = 0$ أو $\begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix} = 0$

لا يوجد للنظام حل

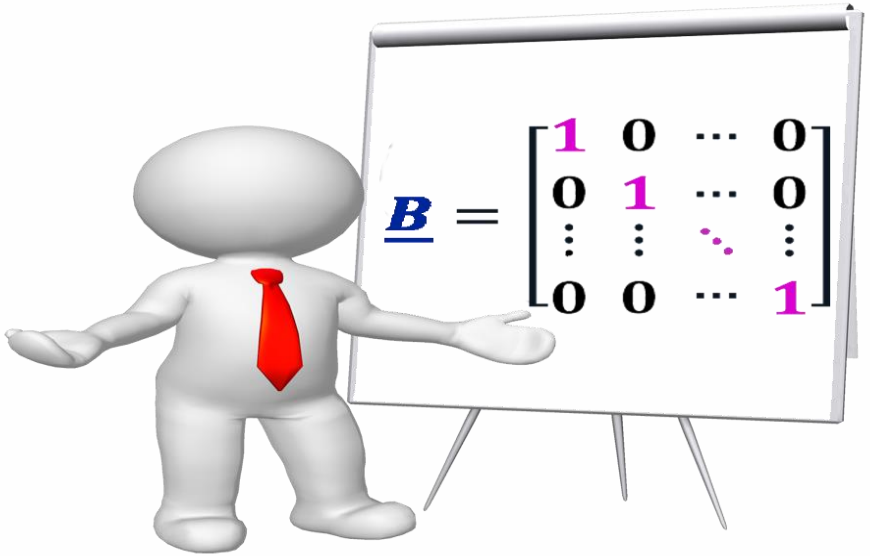
$\begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix} = 0$ و $\begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix} = 0$

يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول

معًا للقمة

مَصْفُوفَة الْوَحِدَة

Identity Matrix



تعريف المفردة

مصفوفة الوحدة: هي العنصر المحايد لعملية ضرب المصفوفات وهي مصفوفة مربعة عناصر قطرها الرئيس يساوي واحدًا والباقي أصفار، ويرمز لها بالرمز $\underline{\boldsymbol{I}}$

مثـــال

$$[1]_{1\times1}\ ,\ \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}_{2\times2}\ ,\ \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}_{3\times3}\ ,\ \dots\ ,\ \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & \dots & 0\\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1\end{bmatrix}_{n\times n}$$

سـؤال

العبارة التالية (صحيحة دائمًا–صحيحة أحيانًا–غير صحيحة أبدًا)

" يشترط ان تكون مصفوفة الوحدة مصفوفة مربعة "

معًا للقمة

النَّظِير الضَّرْبِيّ لِلْمَصْفُوفَة

Inverse Matrix

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, |\underline{A}| \neq 0$$

معًا للقمة

تعريف المفردة

النظير الضربي لمصفوفة مربعة $\underline{A}$: هي مصفوفة مربعة حاصل ضربها مع المصفوفة $\underline{A}$ يساوي مصفوفة الوحدة $\underline{I}$، ويرمز لها بالرمز $\underline{A}^{-1}$، وتحقق $\underline{A}^{-1} \cdot \underline{A} = \underline{A} \cdot \underline{A}^{-1} = \underline{I}$

إذا كانت $|\underline{A}| = 0$ فليس لها نظير ضربي.

مثال

لإيجاد النظير الضربي للمصفوفة: $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

1) نوجد محددة المصفوفة: $|\underline{A}| = 2 \times 5 - (-4 \times 1) = 14$

2) نعوض في قانون النظير الضربي: $\underline{A}^{-1} = \frac{1}{14}\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{14} & \frac{2}{7} \\ \frac{-1}{14} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$

3) التأكد من تحقق: $\underline{A}^{-1} \cdot \underline{A} = \underline{I} = \underline{A} \cdot \underline{A}^{-1}$

سؤال

صح أو خطأ:

يكون للمصفوفة المربعة نظير ضربي إذا وفقط إذا كانت محددتها لا تساوي الصفر.

معًا للقمة

الْمُعَادَلَة المصْفُوفِيَّة

Matrix Equation

$$ax + by = m$$
$$cx + dy = n$$
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$
$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

تعريف المفردة

المعادلة المصفوفية: هي معادلة تتضمن مصفوفات،
وتكتب على الصورة $\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{X}} = \underline{\mathbf{B}}$، حيث $\underline{\mathbf{A}}$ هي مصفوفة المعاملات.
وتستعمل المعادلة المصفوفية لتمثيل وحل نظام من المعادلات.

مثـــال

المعادلة المصفوفية للنظام $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$ هي: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$

سـؤال

أيّ مما يأتي المعادلة المصفوفية الصحيحة لنظام المعادلات: $\begin{cases} 5x + 7y = 19 \\ 3y + 4x = 10 \end{cases}$

$a)\ \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$ $\quad b)\ \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$

معًا للقمة

مَصْفُوفَة الْمُتَغَيِّرَات

Variable Matrix

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

تعريف المفردة

مصفوفة المتغيرات: هي مصفوفة عمود عناصرها المتغيرات في نظام المعادلات بعد ترتيب النظام.

مثال

في النظام: $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$ مصفوفة المتغيرات هي: $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

سؤال

اختار الاجابة الصحيحة: مصفوفة المتغيرات في النظام $\begin{cases} 2y + z = 1 \\ -y + 3z = 2 \end{cases}$ هي:

$a) \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$ $b) \begin{bmatrix} y & z \end{bmatrix}$

معًا للقمة

مَصْفُوفَة الثَّوَابِت

Constant Matrix

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

تعريف المفردة

مصفوفة الثوابت: هي مصفوفة عمود عناصرها الثوابت في نظام المعادلات بعد ترتيب النظام.

مثـــال

في النظام: $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$ مصفوفة الثوابت هي: $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$

سـؤال

أكمل الفراغ:

مصفوفة الثوابت في نظام المعادلات: $\begin{cases} 2y + z = 1 \\ -y + 3z = 2 \end{cases}$ هي.....

معًا للقمة

مفردة
توسع

الْمَصْفُوفَة الْمُوسّعَة

Augmented Matrix

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \left[\begin{array}{cccc:c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right]$$

تعريف المفردة

المصفوفة الموسعة: هي مصفوفة عناصرها مصفوفة المعاملات بعد ترتيب النظام مع عمود إضافي إلى اليمين يحوي الثوابت.

مثـــال

في النظام: $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$ المصفوفة الموسعة هي: $\left[\begin{array}{cc|c} 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 6 \end{array}\right]$

سـؤال

أكمل الفراغ:

المصفوفة الموسعة لنظام المعادلات: $\begin{cases} 2y + z = 1 \\ -y + 3z = 2 \end{cases}$ هي.....

معًا للقمة

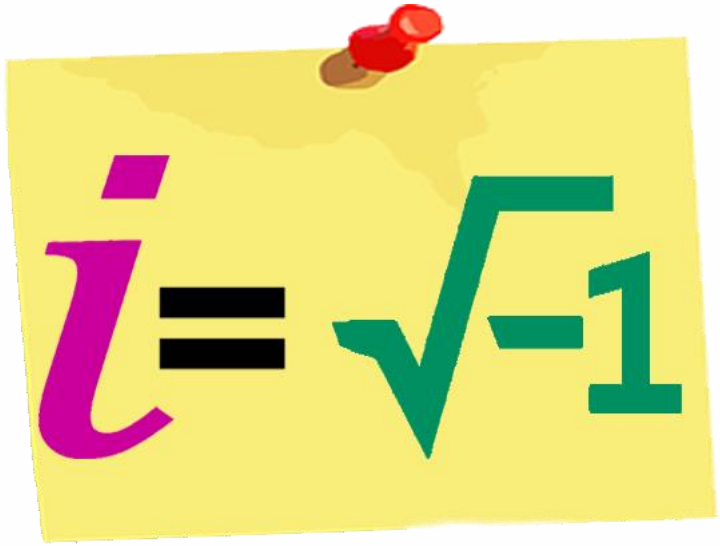
الباب الثالث

كَثِيرَات الْحُدود ودَوَالِها

معًا للقمة

الْوَحِدَة التَّخَيُّلِيَّة

Imaginary Unit



تعريف المفردة

الوحدة التخيلية: هي الجذر التربيعي الموجب للعدد -1 ويرمز لها بالرمز i، أي أن $i = \sqrt{-1}$ أو $i^2 = -1$

مثـــال

يبين الجدول التالي قوى الوحدة التخيلية i:

$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = (i^2)^2 \cdot i = i$	$i^6 = (i^2)^3 = -1$	$i^7 = (i^2)^3 \cdot i = -i$	$i^8 = (i^2)^4 = 1$

سـؤال

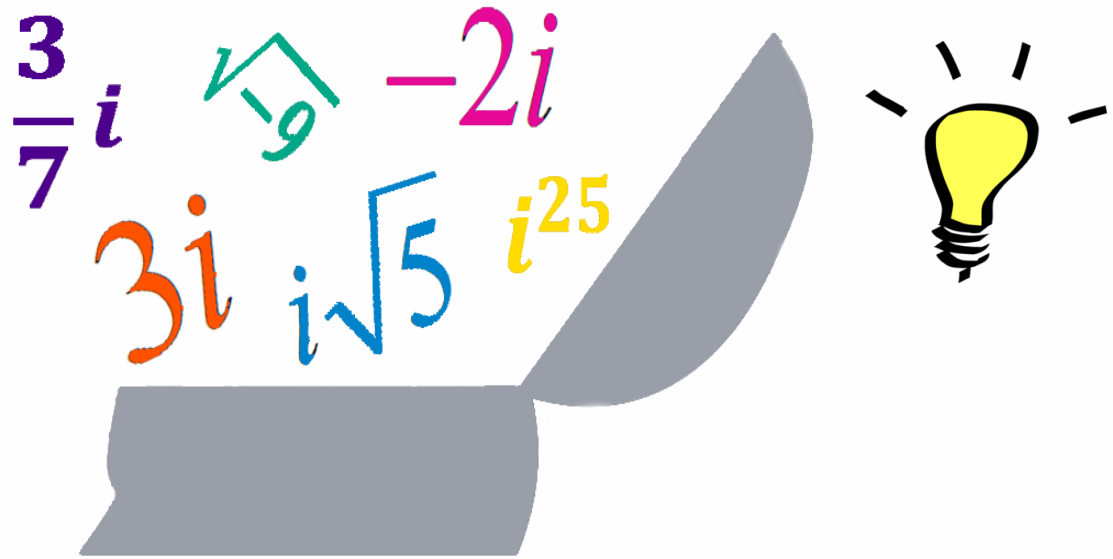
اختر الإجابة الصحيحة: $24\ i^3 = \cdots$

$a)\ -24$ $\quad$ $b)\ -24i$

معًا للقمة

الْعَدَد التَّخَيُّلِيّ الْبَحْت

Pure Imaginary Number



تعريف المفردة

العدد التخيلي البحت: هو جذر تربيعي لعدد حقيقي سالب.

مثـــال

الأعداد التالية أعداد تخيلية بحتة:

$$\sqrt{-9} = 3i \, , \sqrt{\frac{-5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} i \; , \; i^{27} = -i$$

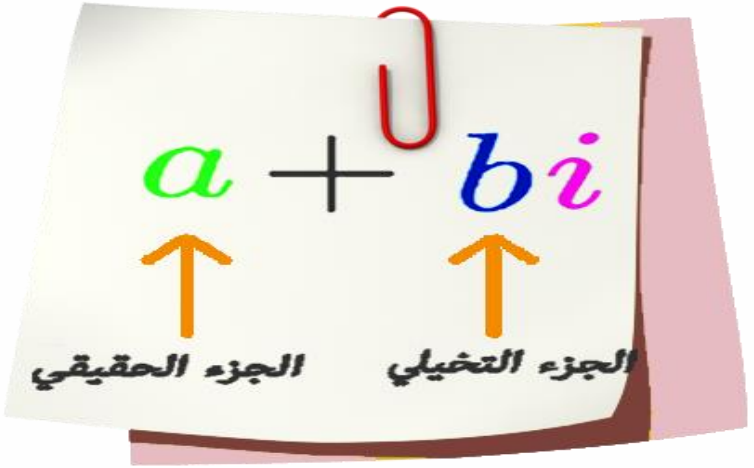
سـؤال

هل العدد $\sqrt{-36}i$ عدد تخيلي بحت؟

معًا للقمة

الْعَدَد الْمُرَكَّب

Complex Number

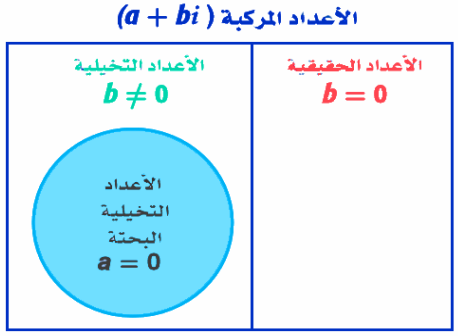


تعريف المفردة

العدد المركب: عبارة رياضية تتكون من حدين غير متشابهين ولا يمكن جمعهما، يكتب على الصورة $a + bi$ حيث b وَ a عددان حقيقيان، و i الوحدة التخيلية ويسمى a الجزء الحقيقي و b الجزء التخيلي.

مثـــال

يوضح شكل فن المجاور مجموعة الأعداد المركبة.



- إذا كانت $b = 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا حقيقيًا.
- إذا كانت $b \neq 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًا.
- إذا كانت $a = 0, b \neq 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًا بحتًا.

الأعداد التالية $3 - 6i$,$5i$,$\sqrt{2}$ أعداد مركبة.

سـؤال

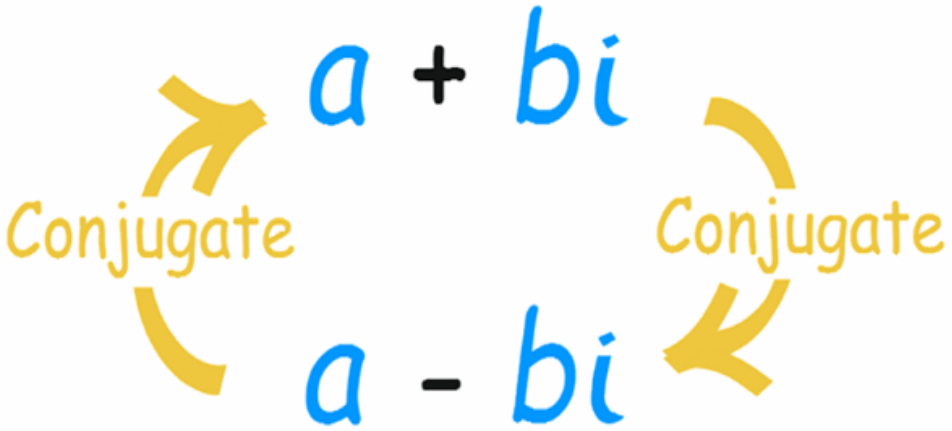
حدّد الجزء التخيلي والحقيقي للأعداد المركبة التالية:

$a) 3 \quad b) -9i \quad c) 2 - 7i$

معًا للقمة

الْمُرَكَّبَان الْمُتَرَافِقَان

Complex Conjugates



تعريف المفردة

المركبان المترافقان: هما العددان المركبان $a - bi$ وَ $a + bi$،
أي أنهما يختلفان فقط في إشارة الجزء التخيلي.

مثـــال

العدد	مرافقه
$2 + 5i$	$2 - 5i$
$-12i$	$12i$
8	8

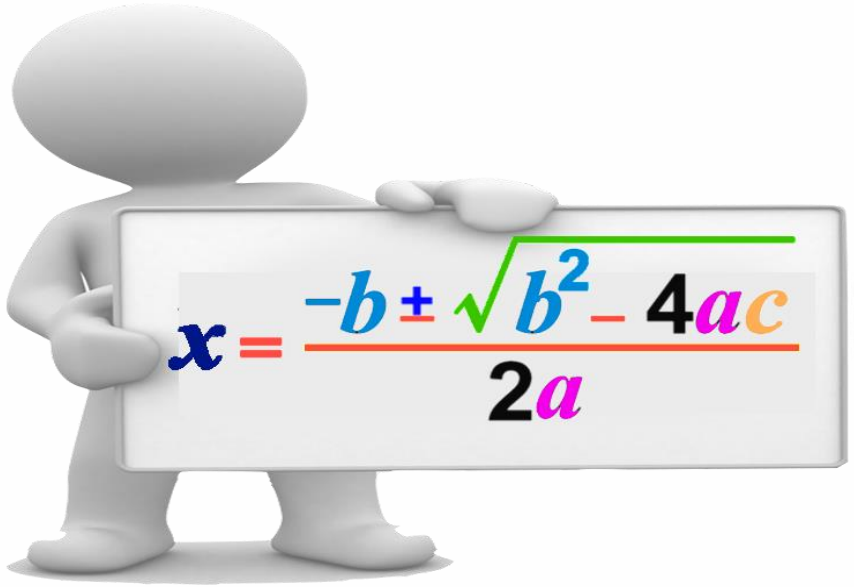
سـؤال

أكمل الفراغ:
المركب المرافق للعدد $-5 + 2i$ هو .....

معًا للقمة

الْقَانُون الْعَام

Quadratic Formula



تعريف المفردة

القانون العام: هو القانون المستخدم لحل أي معادلة من الدرجة الثانية على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0 \quad ,a \neq 0$

مثال

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

$$x = -3 \ , x = -2$$

سؤال

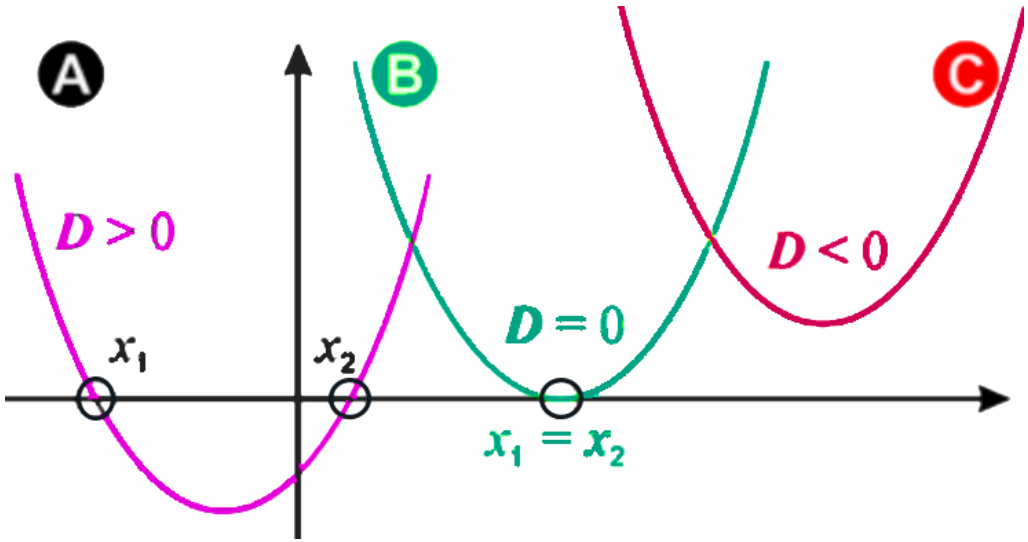
صح أو خطأ:

يمكن حل أيّ معادلة تربيعية باستعمال القانون العام.

معًا للقمة

الْمُمَيِّز

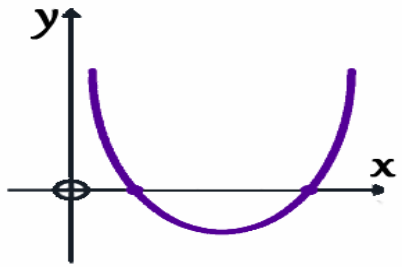
Discriminant



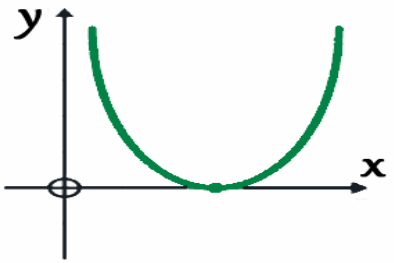
تعريف المفردة

المميز: هو قيمة العبارة تحت الجذر التربيعي في القانون العام ويساوي $b^2 - 4\,ac$
ويستخدم في تحديد عدد جذور المعادلة التربيعية وأنواعها.

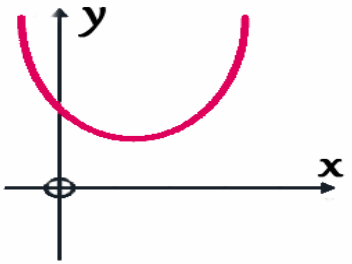
مثـــال



المميز < 0
المنحنى يقطع محور x في نقطتين
للمعادلة جذران حقيقيان نسبيان
إذا كان المميز مربعًا كاملًا غير الصفر
وجذران حقيقيان غير نسبيين
إذا كان المميز ليس مربعًا كاملًا



المميز = 0
المنحنى يمس محور x في نقطة واحدة
للمعادلة جذر حقيقي مكرر
مرتين



المميز > 0
المنحنى لا يقطع محور x
للمعادلة جذران مركبان

سـؤال

قيمة المميز للمعادلة $x^2 - 8x = 0$ هي:

$a)\ -64$ $b)\ -8$ $c)\ 8$ $d)\ 64$

معًا للقمة

التَّبْسِيط

Simplifying

تعريف المفردة

التبسيط: هو إعادة كتابة العبارة بحيث:
لا تتضمن قوى القوة – لا تتضمن أقواسًا – لا تتضمن أسسًا سالبة –
يظهر كل أساس مرة واحدة – تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.
وذلك باستخدام خصائص الأسس والعمليات الجبرية.

مثـــال

تبسيط العبارة: $(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-2})$ هو: $\frac{2\cdot 3a^3b^2}{a^2c^2} = \frac{6ab^2}{c^2}$

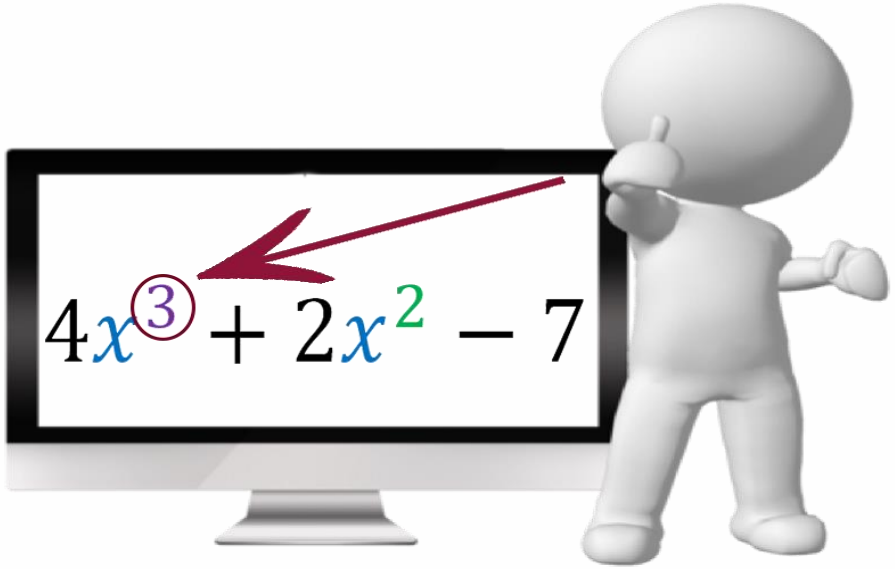
سـؤال

صح أو خطأ:
$\frac{-yz}{y^2}$ مكتوبة في أبسط صورة لها.

معًا للقمة

درجة كَثِيرَة الْحُدود

Degree of Polynomial



معًا للقمة

تعريف المفردة

درجة كثيرة الحدود: هي أكبر درجة لوحيدات الحد المكونة لها بعد تبسيطها.

مثـــال

كثيرة الحدود $x^2 + 4x + 58$ من الدرجة الثانية.

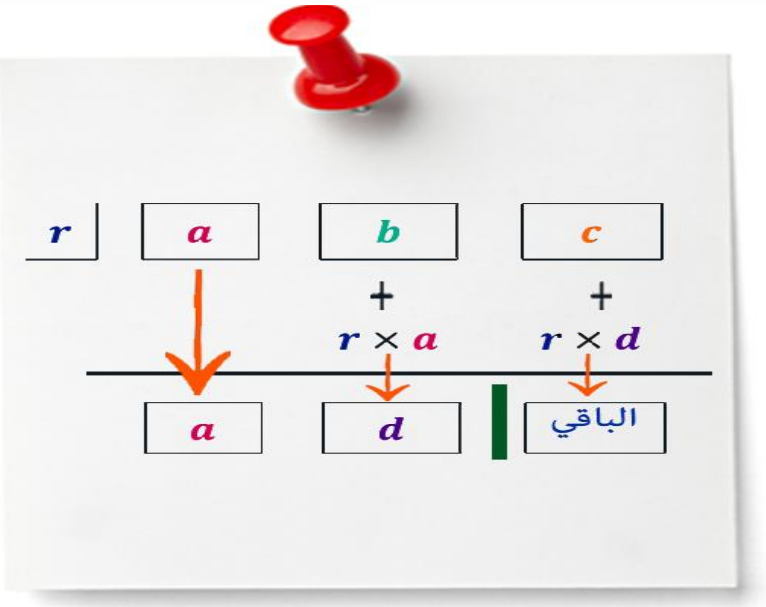
سـؤال

حدّد درجة كثيرة حدود التالية: $x^5 + 9\,x^4 - x^5 - 2x$

الْقِسْمَة التَّرْكِيبِيَّة

Synthetic Division

$$(ax^2+bx+c) \div (x-r)$$



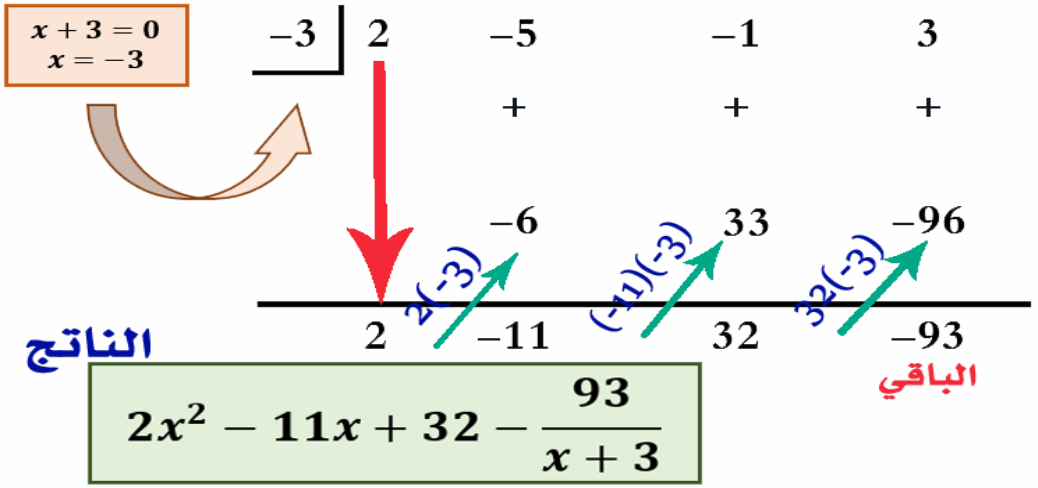
معًا للقمة

تعريف المفردة

القسمة التركيبية: هي طريقة مبسطة لقسمة كثيرة حدود بعد ترتيب حدودها على ثنائية حد.

مثـــال

$$(2x^3 - 5x^2 - x + 3) \div (x + 3)$$



$$2x^2 - 11x + 32 - \frac{93}{x+3}$$

سـؤال

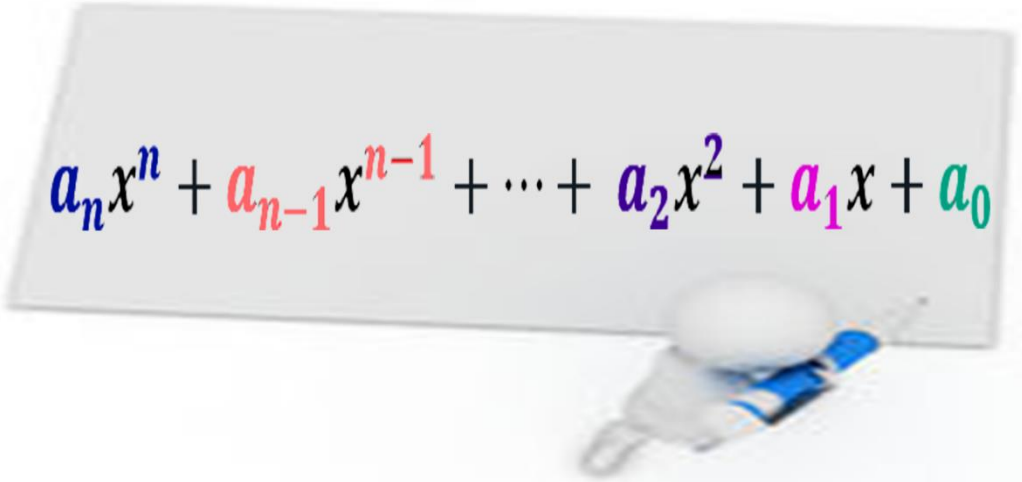
صح أو خطأ:

باقي القسمة التركيبية دائمًا يساوي صفر.

معًا للقمة

كَثِيرَة حُدُود بِمُتَغَيِّر واحد

Polynomial in One Variable



تعريف المفردة

كثيرة الحدود بمتغير واحد: هي عبارة جبرية على الصورة:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

بحيث أن: $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ أعداد حقيقية وَ $a_n \neq 0$،
n عددصحيح غير سالب.

مثـــال

العبارة الجبرية	مثال
كثيرة الحدود الثابتة	12
كثيرة الحدود الخطية	$4x - 9$
كثيرة الحدود التربيعية	$5x^2 - 6x - 9$
كثيرة الحدود التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$
ليست كثيرة الحدود بمتغير واحد	$5x^3 - 4xy - 9$

سـؤال

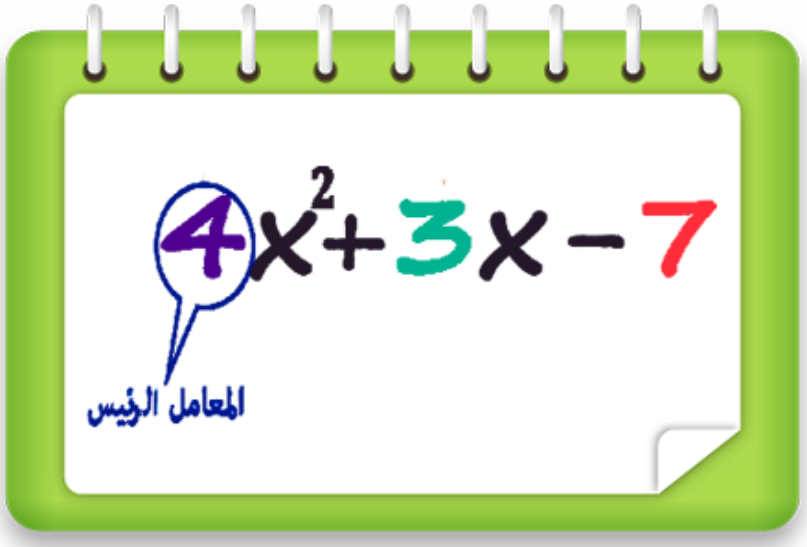
صح أو خطأ:

العبارة الجبرية $5x^3 - 4x^2 + 8x^{-1}$ كثيرة حدود بمتغير واحد.

معًا للقمة

الْمُعَامِل الرَّئِيس

Leading Coefficient



تعريف المفردة

المعامل الرئيس: هو معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية.

مثـــال

العبارة الجبرية	مثال	المعامل الرئيس
كثيرة الحدود الثابتة	12	12
كثيرة الحدود الخطية	$4x - 9$	4
كثيرة الحدود التربيعية	$5x^2 - 6x - 9$	5
كثيرة الحدود التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	8

سـؤال

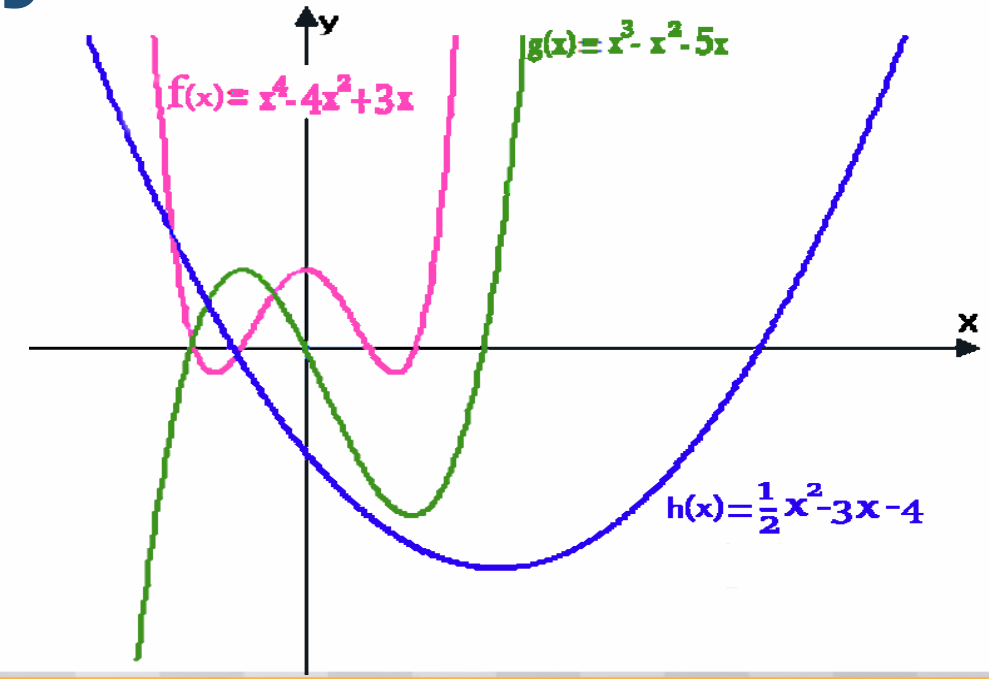
أكمل الفراغ:

في كثيرة الحدود $3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x$ المعامل الرئيس هو .....

معًا للقمة

دَالَّة كَثِيرَة الْحُدُود

Polynomial Function



تعريف المفردة

دالة كثيرة الحدود: هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد.

مثـــال

دالة تكعيبية $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$

دالة تربيعية $g(x) = -4x^2 + 2x - 5$

سـؤال

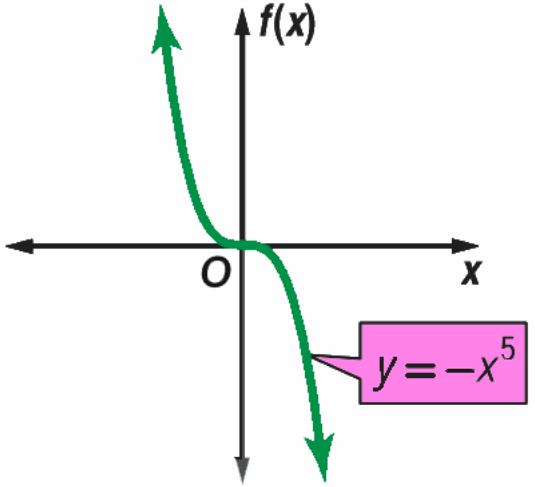
صح أو خطأ:

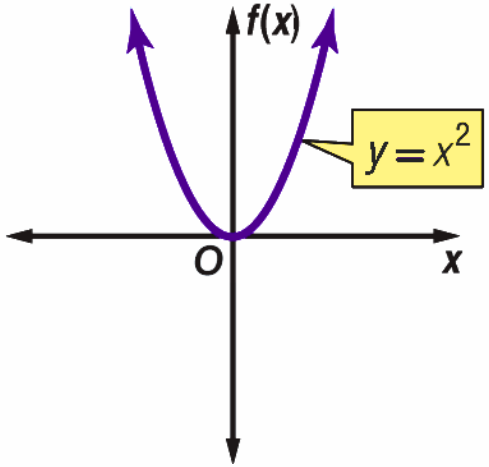
$d(x) = 3x - 1$ دالة خطية.

معًا للقمة

دَالَّة الْقُوَّة

Power Function

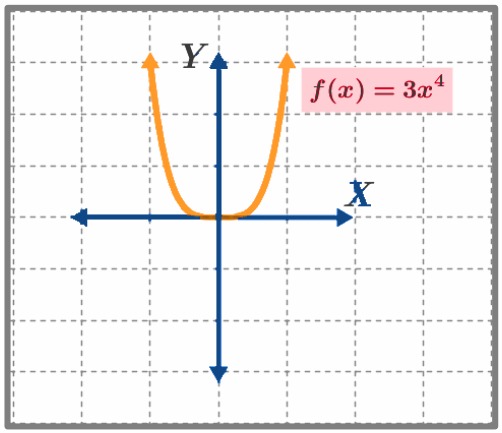


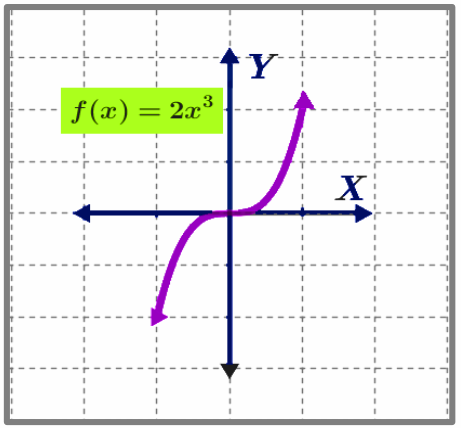


تعريف المفردة

دالة القوة: هي أبسط دوال كثيرات الحدود، وتكتب على الصورة $f(x) = ax^b$ حيث a عدد حقيقي و b عدد صحيح غير سالب.

مثـــال





سـؤال

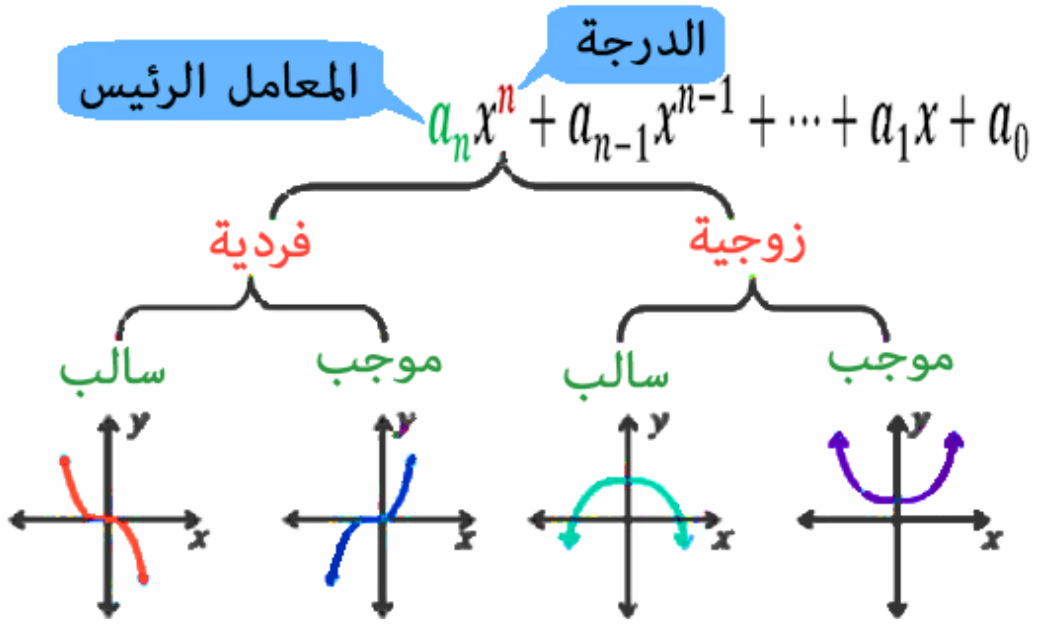
صح أو خطأ:

الدالة $f(x) = 2x^7 - 6$ هي دالة قوة.

معًا للقمة

سُلُّوك طَرَفِي التَّمْثيل الْبَيَانِيّ

End Behavior

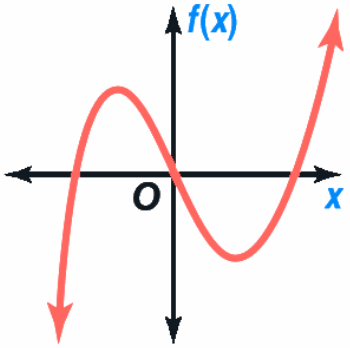


تعريف المفردة

سلوك طرفي التمثيل البياني: هو وصف لشكل الدالة عند طرفي منحناها، أي وصف قِيَم $f(x)$ عندما تقترب x من مالانهاية $(x \to \infty)$، أو سالب مالانهاية $(x \to -\infty)$، ويحدّد السلوك بدرجة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس لها.

مثـــال

سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة المجاورة:

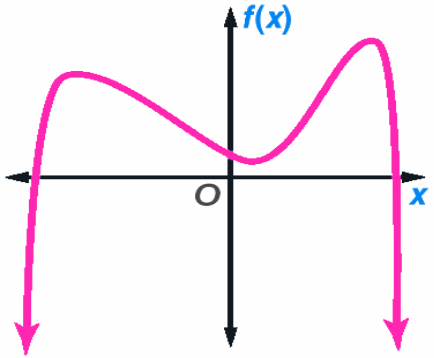


$f(x) \to \infty$ عندما $x \to \infty$

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

سـؤال

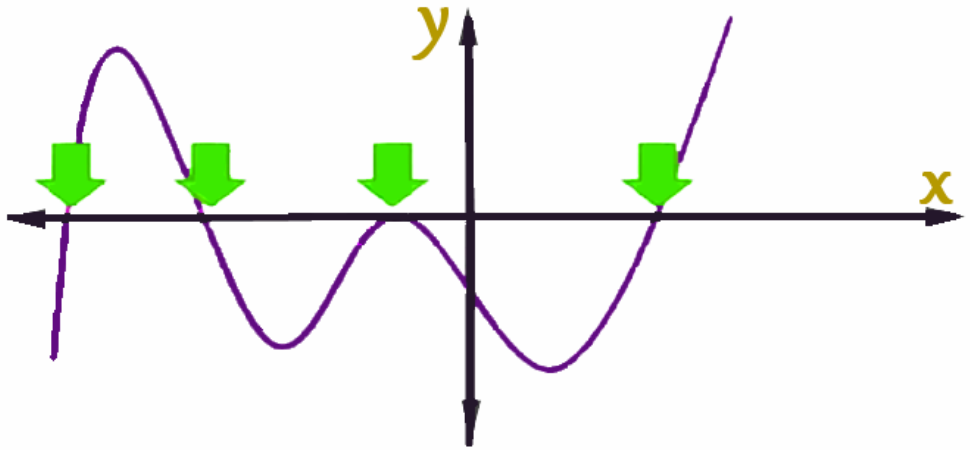
صف سلوك طرفي التمثيل البياني المجاور.



معًا للقمة

صَفِر الدَّالَّة

Zero of a Function

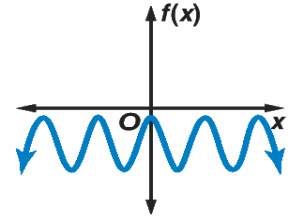


تعريف المفردة

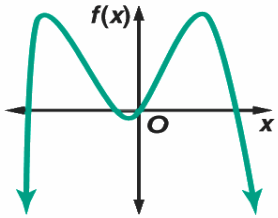
صفر الدالة: هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x، ويمكن تحديد عدد الأصفار الحقيقية لمعادلة كثيرة الحدود من التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود المرتبطة بها.

مثال

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة

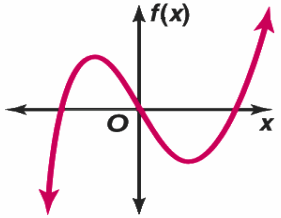


ليس لها أصفار حقيقية

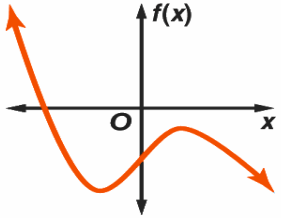


لها 4 أصفار حقيقية

كثيرتا حدود فرديتا الدرجة



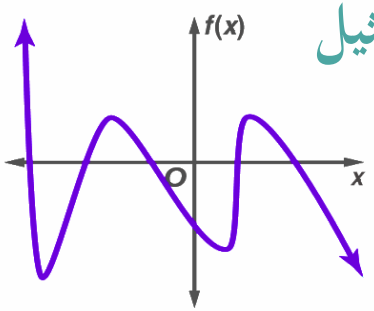
لها 3 أصفار حقيقية



لها صفر واحد حقيقي

سؤال

اختر الاجابة الصحيحة: عدد الأصفار الحقيقية للدالة في التمثيل البيانيّ المجاور:



a) 3

b) 4

c) 5

معًا للقمة

كَثِيرَة حُدود أَوَلِيَّة

Prime Polynomial

تعريف المفردة

كثيرة الحدود الأولية: هي كثيرة حدود لا يمكن تحليلها الى كثيرتي حدود درجة كل منها أقل من درجة كثيرة الحدود المعطاة.

مثال

كثيرة حدود ليست أولية ← $16\,x^4 + 54\,x\,y^3$

$2x\,,\ 2x + 3y\,,\ 4x^2 - 6xy + 9y^2$

كثيرات حدود أولية

سؤال

صح أو خطأ:

كثيرة الحدود $8x^3 + 5y^2$ أولية.

معًا للقمة

الصُّورَة التَّرْبِيعِيَّة

Quadratic Form

$$x^4 + 12x^2 + 32 = 0$$

$$u^2 + 12u + 32 = 0$$

تعريف المفردة

الصورة التربيعية: هي الصورة $au^2 + bu + c \ , a \neq 0$
حيث a,b,c أعداد حقيقية، ويمكن كتابة بعض كثيرات الحدود في المتغير x على هذه الصورة، بعد تعريف u بدلالة x.

مثـــال

$$12x^6 + 8x^3 + 1 = 3(2x^3)^2 + 4(2x^3) + 1$$
$$= 3u^2 + 4u + 1$$

سـؤال

الصورة التربيعية للعبارة $8\,x^4 + 12\,x^2 + 18$ هي:

a) $8u^2 + 12\,u + 18$

b) $2u^2 + 6u + 18$

معًا للقمة

نَظَرِيَّة البَاقِيّ

Remainder Theorem

$$f(x) = q(x)(x - q) + f(a)$$

معًا للقمة

تعريف المفردة

نظرية الباقي: إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $(x-r)$ فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$،
وكذلك: $P(x) = Q(x) \cdot (x-r) + P(r)$
حيث $Q(x)$ دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة $P(x)$.

مثـــال

تكتب كثيرة الحدود $f(x) = x^2 + 6x + 2$ بعد قسمتها على $(x-4)$
بالشكل: $(x-4)(x+10) + 42$
ويكون الباقي: $f(4) = 42$

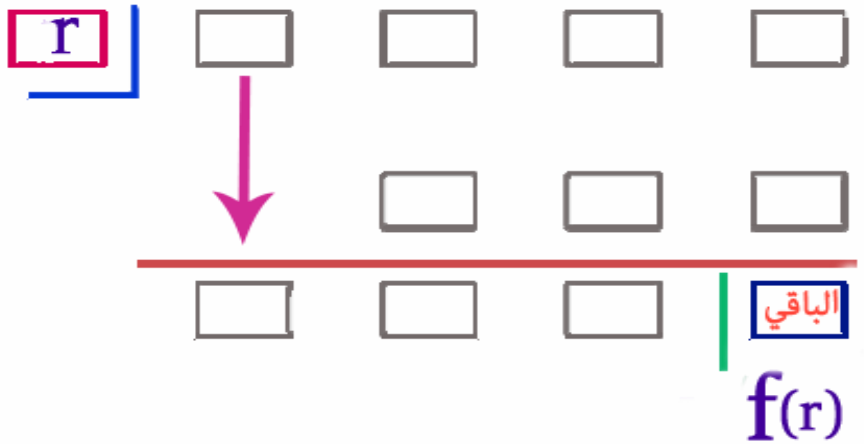
سـؤال

أكمل الفراغ: كُتبت كثيرة الحدود $f(x) = x^2 + 11x - 52$ بعد قسمتها على $(x-3)$ بالشكل $(x-3)(x+14) - 10$.
باستخدام نظرية الباقي يكون الباقي .....

معًا للقمة

التَّعْويض التَّرْكِيبِيّ

Synthetic Substitution



تعريف المفردة

التعويض التركيبي: هي عملية إيجاد قيمة الدالة عند عدد ما بتطبيق نظرية الباقي واستعمال القسمة التركيبية.

مثـــال

إذا كانت $f(x) = 2x^4 - 5x^3 - 4x + 8$ يمكن إيجاد $f(3)$ بالشكل التالي:

3	2	−5	0	−4	8
		+	+	+	+
		6	3	9	15
	2	1	3	5	23

$f(3) = 23$

سـؤال

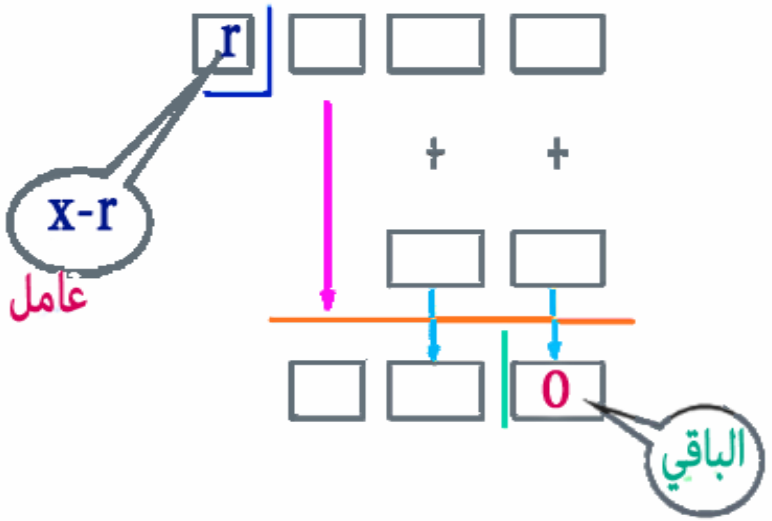
صح أو خطأ:

قيمة $f(-2)$ يساوي باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x + 2)$.

معًا للقمة

نَظَرِيَّة الْعَوَامِل

Factor Theorem



تعريف المفردة

نص نظرية العوامل: تكون ثنائية الحد $(x - r)$ عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r) = 0$.

مثـــال

في الشكل المجاور

بما أن $f(4) = 0$ فإن $(x - 4)$ عامل.

$(x^4 + x^3 - 17x^2 - 20x + 32) \div (x - 4)$

4	1	1	−17	−20	32
		4	20	12	−32
	1	5	3	−8	0

الباقي

سـؤال

صح أو خطأ:

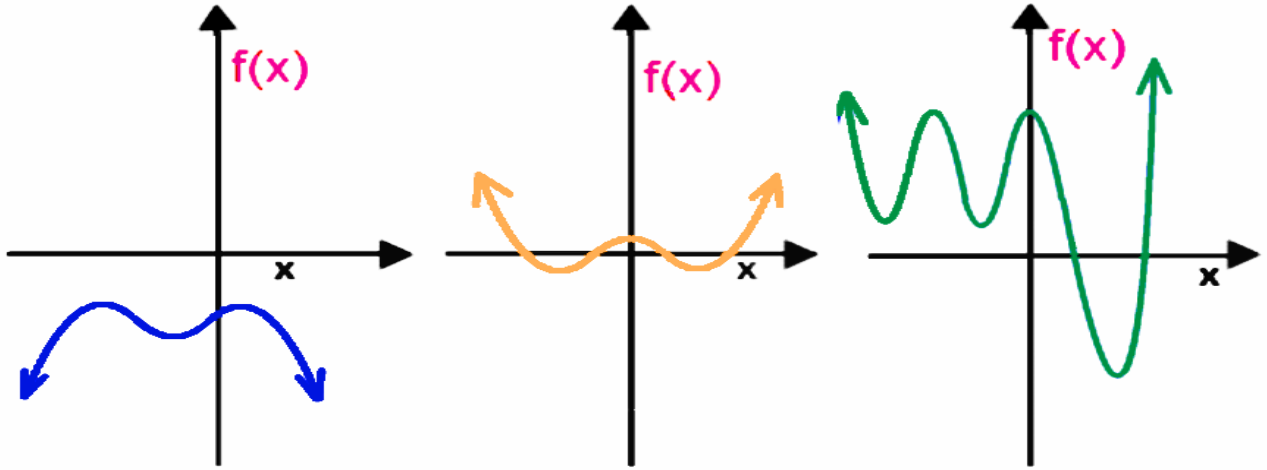
إذا كان $(x + 2)$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $f(x) = x^3 - 3x + 2$

فإن $f(-2) = 0$

معًا للقمة

النَّظَرِيَّة الْأَسَاسِيَّة فِي الْجَبْر

Fundamental Theorem of Algebra



Dergree 4 with no real zero

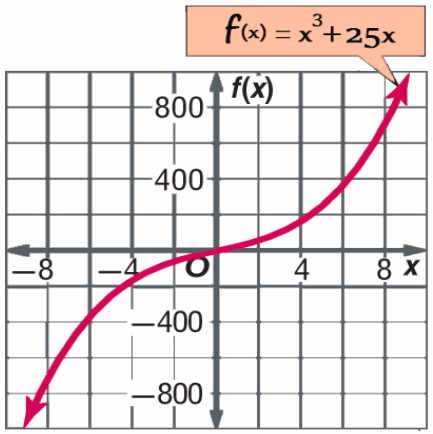
Degree 4with four real zero

Degree 6 with two real zero

تعريف المفردة

النظرية الأساسية في الجبر: كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة.

مثـــال



$x^3 + 25x = 0$

$x(x^2 + 25) = 0$

$x = 0$ أو $x^2 + 25 = 0$

$x^2 = -25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-25} \Rightarrow x = \pm 5i$

للمعادلة 3 جذور، جذر حقيقي واحد، وجذران تخيليان.

سـؤال

اختر الإجابة الصحيحة: المعادلة $x^4 - 16 = 0$ لها:

1) 4 جذور مركبة 2) جذران مركبان

معًا للقمة

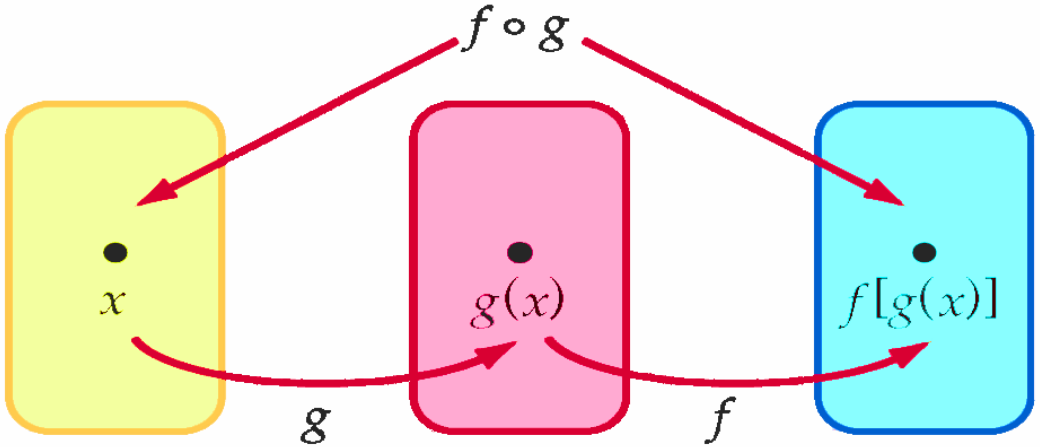
الباب الرابع

الْعَلَاَّقَات والدَّوَال الْعَكْسِيَّة وَالْجِذْرِيَّة

معًا للقمة

تَرْكِيب دَالَتَيْن

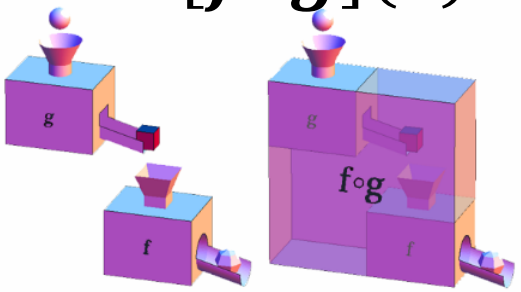
Composition of Function



$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

تعريف المفردة

تركيب دالتين: هو دمج دالتين بحيث يتم إيجاد قيمة دالة باستعمال قيمة الدالة الأخرى، فإذا كانت f وg دالتين وكان مدى g مجموعة جزئية من مجال f، فإنه يمكن إيجاد دالة التركيب fog بالشكل: $[fog](x) = f[g(x)]$



مثـــال

إذا كان $g(x) = 4x$,$f(x) = 2x - 5$ فإن:

$$[fog](x) = f(4x) = 2(4x) - 5 = 8x - 5$$

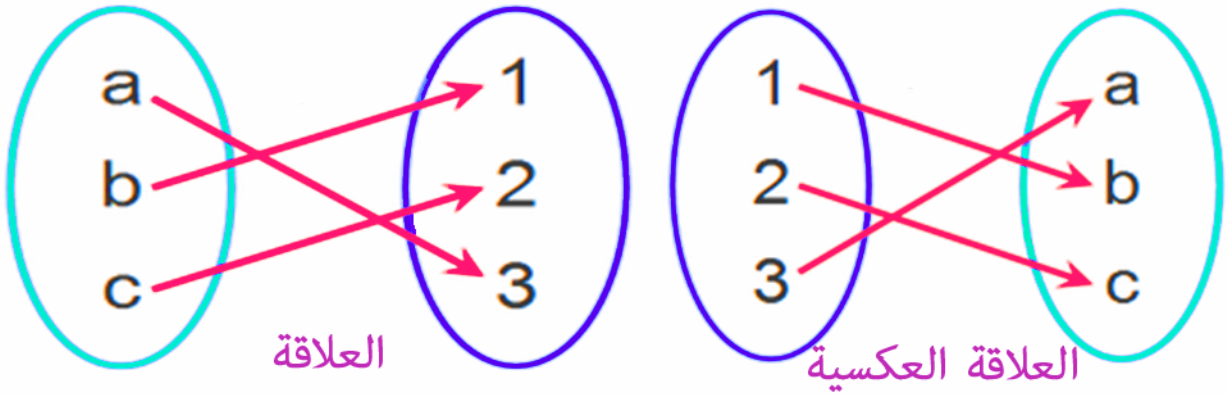
سـؤال

إذا كانت $f(x) = -3x$ وَ $g(x) = 5x - 6$، أوجد $[g \circ f](x)$

معًا للقمة

العَلَاَّقَة العَكْسِيَّة

Inverse Relation



تعريف المفردة

العلاقة العكسية: يقال أن العلاقة A علاقة عكسية للعلاقة B إذا وفقط إذا كان الزوج المرتب (a,b) موجودًا في إحدى العلاقتين، فإن الزوج المرتب (b,a) موجودًا في العلاقة الأخرى.

وإذا مُثِّلت العلاقة بمعادلة فيمكن إيجاد العلاقة العكسية بتبديل المتغير المستقل بالمتغير التابع.

مثـــال

$A= \{(1,5),(2,6),(3,7)\}$, $B=\{(5,1),(6,2),(7,3)\}$

كلاً من العلاقتين A وَ B علاقة عكسية للأخرى.

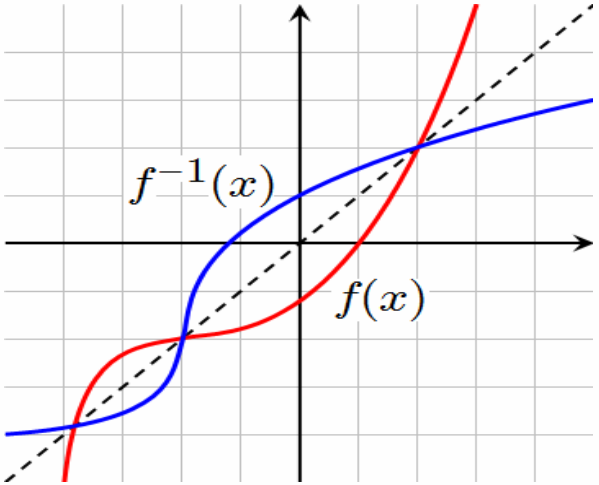
سـؤال

أكمل: إذا كانت الأزواج المرتبة للعلاقة هي $\{(-6,-3),(-8,-6),(-3,-8)\}$ فإن العلاقة العكسية لها هي .....

معًا للقمة

الدَّالَّة العَكْسِيَّة

Inverse Function



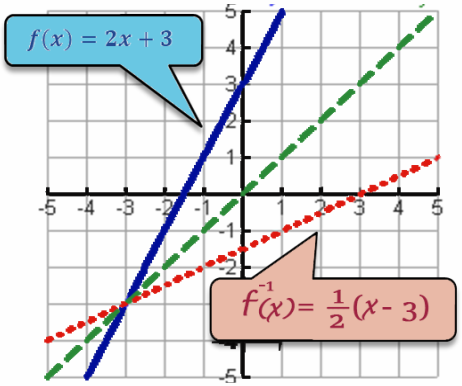
تعريف المفردة

الدالة العكسية: إذا كان معكوس الدالة $f(x)$ يمثل دالة فإنه يسمى دالة عكسية، ويرمز لها بالرمز $f^{-1}(x)$.

$f(a) = b$ إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(b) = a$

مثـــال

التمثيل البياني المجاور يبين منحنى الدالة ومنحنى الدالة العكسية.



سـؤال

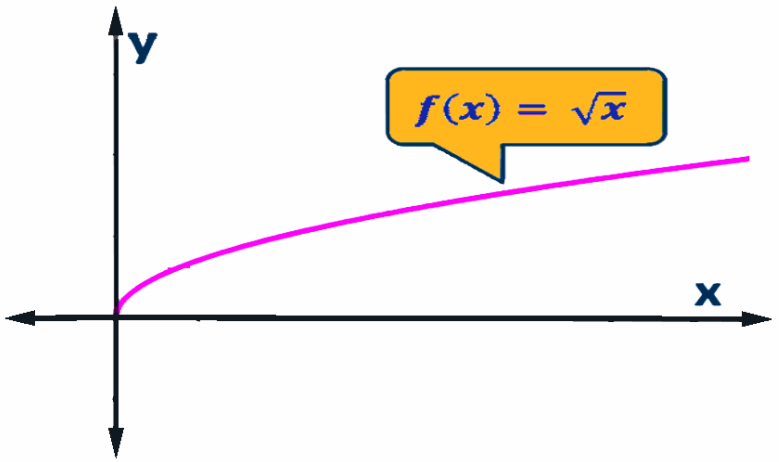
صح أو خطأ:

الدالة $f^{-1}(x) = x + 3$ دالة عكسية للدالة $f(x) = -3x$

معًا للقمة

دَالَّة الْجَذْر التَّرْبِيعِي

Square Root Function



تعريف المفردة

دالة الجذر التربيعي: هي دالة تحتوي على الجذر التربيعي لمتغير.

مثال

$g(x) = \sqrt{x+5}$ ، $f(x) = 3\sqrt{x}$ دوال جذر تربيعي.

سؤال

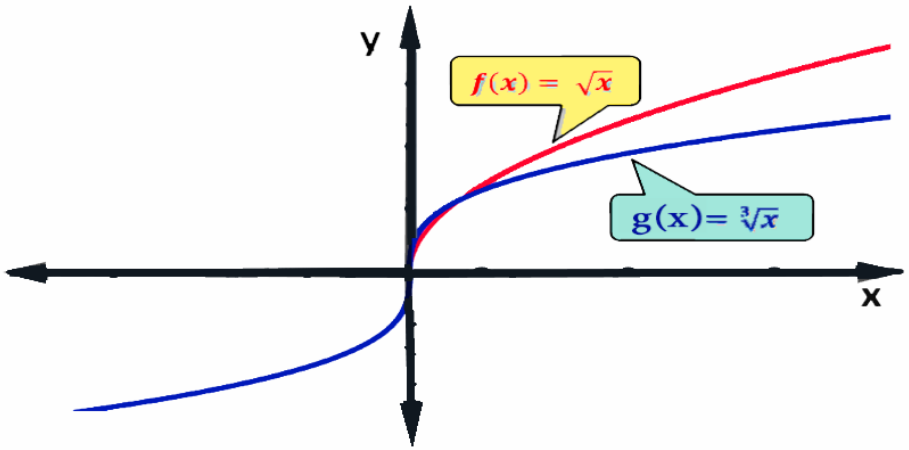
صح أو خطأ:

الدالة $f(x) = \sqrt{3x}$ دالة جذر تربيعي.

معًا للقمة

الدَّالَّة الجَذْرِيَّة

Radical Function



تعريف المفردة

الدالة الجذرية: هي دالة تحتوي على جذر لمتغير.

مثـــال

$f(x) = \sqrt{x+6}$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $d(x) = \sqrt[5]{x+3}$

دوال جذرية.

سـؤال

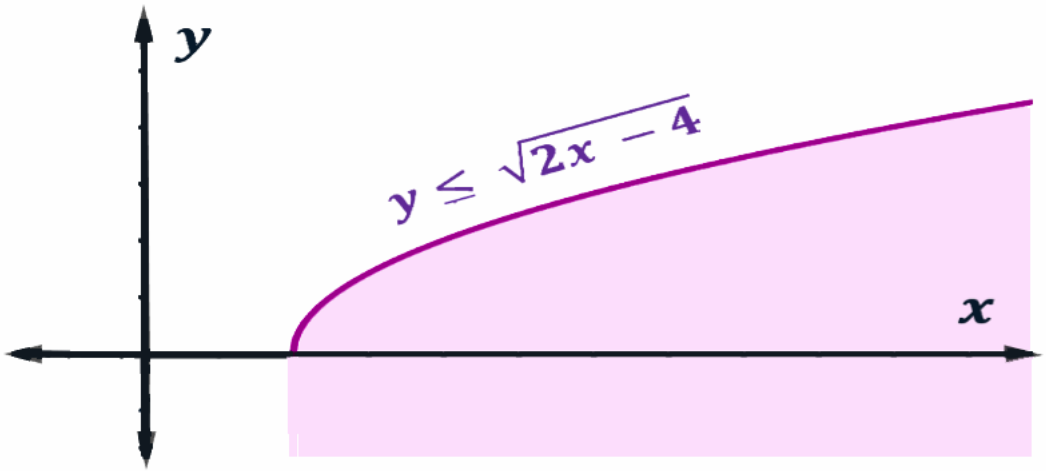
أيّ مما يلي دالة جذرية:

a) $f(x) = \sqrt[3]{5x}$

b) $g(x) = \sqrt{5+x}$

مَتباينَة الجَذْر التَّرْبِيعِي

Square Root Inequality



تعريف المفردة

متباينة الجذر التربيعي: هي متباينة تحتوي الجذر التربيعي.

مثـــال

$f(x) \geq \sqrt{2x+1}$ متباينة جذرية.

سـؤال

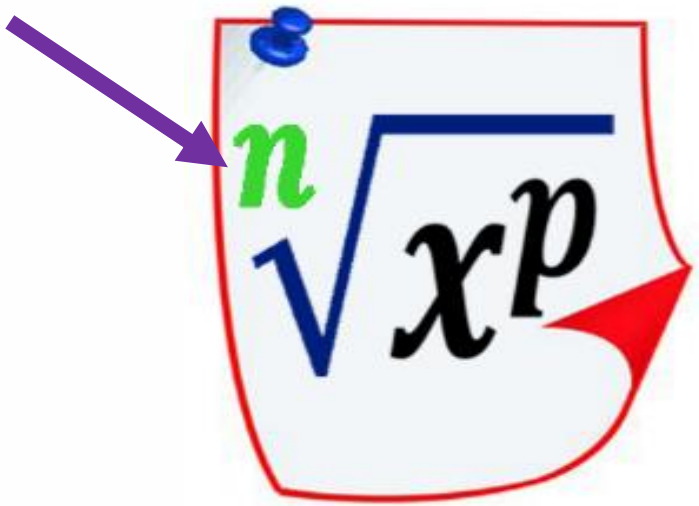
اختر الإجابة الصحيحة: الدالة $f(x) \geq \sqrt{x} + 4$ مثالًا على:

a) متباينة الجذر التربيعي b) دالة الجذر التربيعي

معًا للقمة

الْجَذْر النُّونِيّ

Nth Root



تعريف المفردة

الجذر النوني لعدد: هو العملية العكسية لرفع العدد لقوة (n)،
لأي عددين حقيقيين a, b ولأي عدد صحيح موجب $n > 1$،
إذا كان $a^n = b$ فإن a هو جذر نوني للعدد b، أي أن: $a = \sqrt[n]{b}$

مثـــال

$\sqrt[3]{64} = 4$
4 هو الجذر التكعيبي للعدد 64 لأن $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$

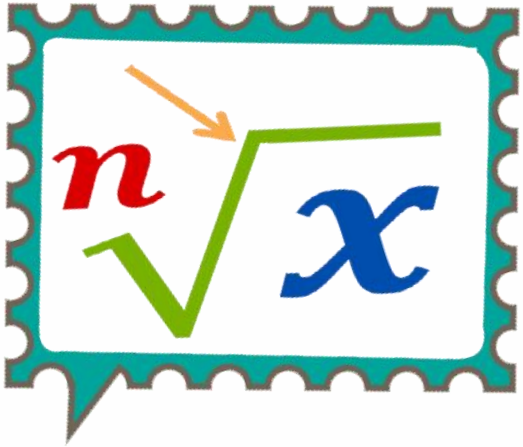
سـؤال

أوجد $\sqrt[5]{32}$

معًا للقمة

رَمز الجَذْر

Radical Sign



تعريف المفردة

رمز الجذر: هو الرمز الذي نضعه قبل العدد أو المتغير الذي نريد إيجاد جذره.

مثال

$\sqrt{}$ رمز الجذر التربيعي.

$\sqrt[3]{}$ رمز الجذر التكعيبي.

سؤال

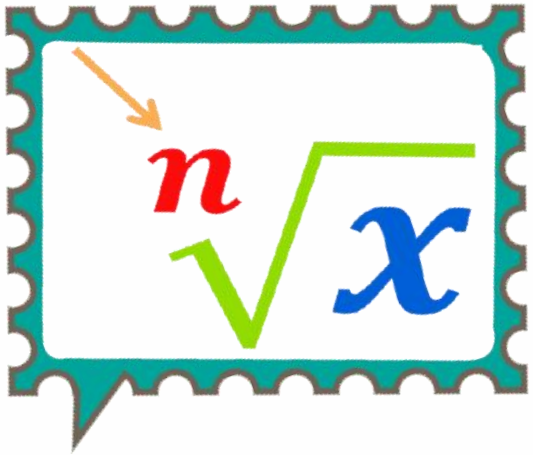
أيّ مما يلي يمثل رمز الجذر؟

a) $\sqrt{a}$ b) $\frac{a}{b}$ c) $|a|$

معًا للقمة

الدَّلِيل

Index



تعريف المفردة

الدليل: العدد n في المقدار $\left(\sqrt[n]{x}\right)$ يسمى دليل الجذر، حيث n عدد صحيح موجب أكبر من 1.

مثـــال

$\sqrt[5]{32}$ دليل الجذر هو 5 .

سـؤال

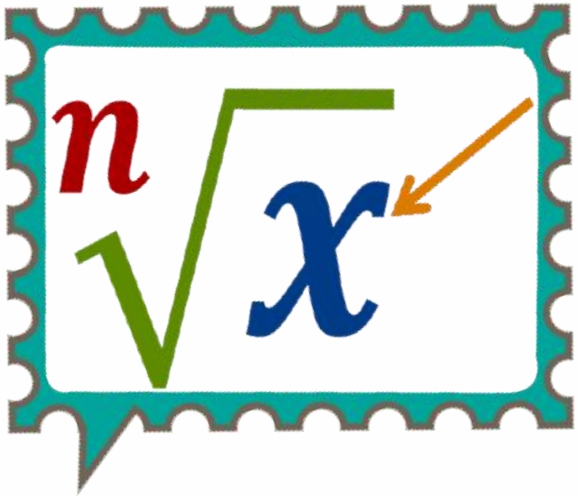
صح أو خطأ:

دليل الجذر $\sqrt{4}$ هو 1

معًا للقمة

مَا تَحْتَ الْجَذْر

Radicand



تعريف المفردة

ما تحت الجذر: هو المقدار الذي يقع داخل الجذر.

مثـــال

$\sqrt{81}$ ما تحت الجذر هو العدد 81 .

سـؤال

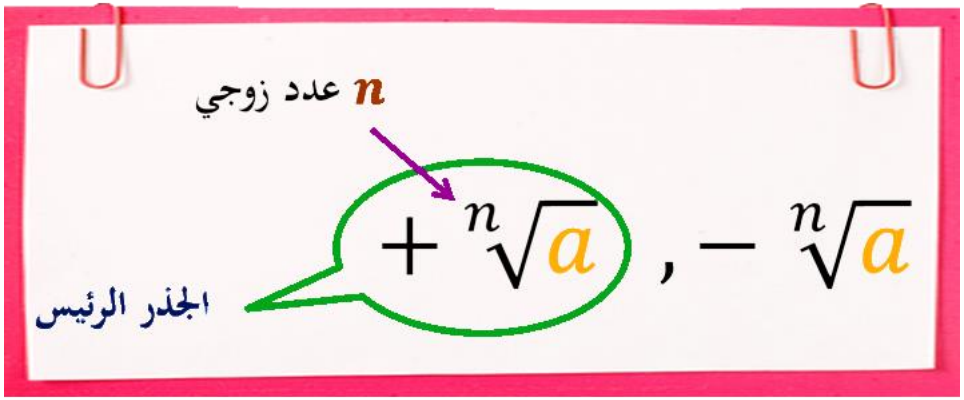
صح أو خطأ:

في الجذر $\sqrt[4]{16}$ يسمى العدد 4 بما تحت الجذر.

معًا للقمة

الْجَذْر الرَّئِيس

Principal Root



تعريف المفردة

الجذر الرئيس: إذا كان هناك أكثر من جذر حقيقي لمقدار وكان الدليل عددًا زوجيًا فإن الجذر غير السالب هو الجذر الرئيس .

مثـــال

الجذر التربيعي الرئيس للعدد 64 هو العدد 8 .

سـؤال

أكمل الفراغ:

الجذر التربيعي الرئيس للعدد 25 هو .....

معًا للقمة

إِنْطَاق المقَام

Rationalizing the Denominator

$$\frac{A}{\sqrt{B}} \cdot \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$$

معًا للقمة

تعريف المفردة

إنطاق المقام: هو التخلص من الجذور في المقام أو الكسور، وذلك بضرب البسط والمقام في مقدار يجعل جميع أسس الثوابت والمتغيرات الموجودة تحت الجذر من مضاعفات دليل الجذر.

مثـــال

1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{3}$

2) $\sqrt[4]{\frac{6}{5x}}$

$= \frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt[4]{5x}} \cdot \frac{\sqrt[4]{5^3x^3}}{\sqrt[4]{5^3x^3}}$

$= \frac{\sqrt[4]{750x^3}}{\sqrt[4]{5^4x^4}}$

$= \frac{\sqrt[4]{750x^3}}{5x}$

سـؤال

أكمل الفراغ:

للتخلص من الجذور في المقام، نستعمل عملية تسمى .....

معًا للقمة

الْجُذُور المتَشَابِهَة

Like Radical Expressions

$$2\sqrt{3} - 5\sqrt{7} + 4\sqrt{3} + 9\sqrt{7}$$

$\sqrt{3}$ $\sqrt{7}$

تعريف المفردة

الجذور المتشابهة: هي جذور لها الدليل نفسه وما تحت الجذور المقادير نفسها.

مثال

الجذور $-\sqrt{3b}$, $\frac{3}{2}\sqrt{3b}$, $4\sqrt{3b}$ جذور متشابهة.

سؤال

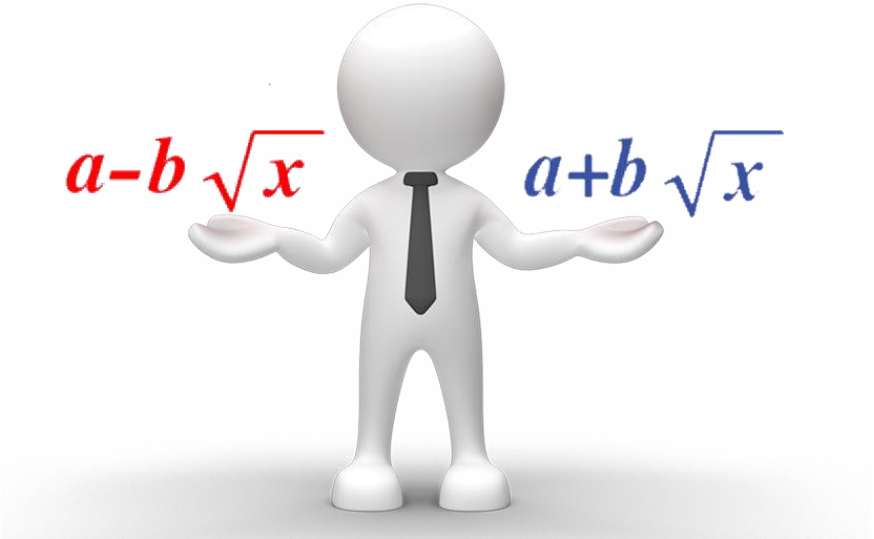
صح أو خطأ:

$\sqrt{5x}$, $\sqrt[3]{5x}$ جذران متشابهان؟

معًا للقمة

الْمُرَافِق

Conjugate



تعريف المفردة

المرافقان: هما ثنائيي حد على الصورة:

$$a\sqrt{b}+c\sqrt{d}\ ,a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$$

حيث $a\ ,b\ ,c\ ,d$ أعداد نسبية

مثـــال

العددان التاليان: $(3\sqrt{2}-\sqrt{3})$, $(3\sqrt{2}+\sqrt{3})$ عددان مرافقان.

سـؤال

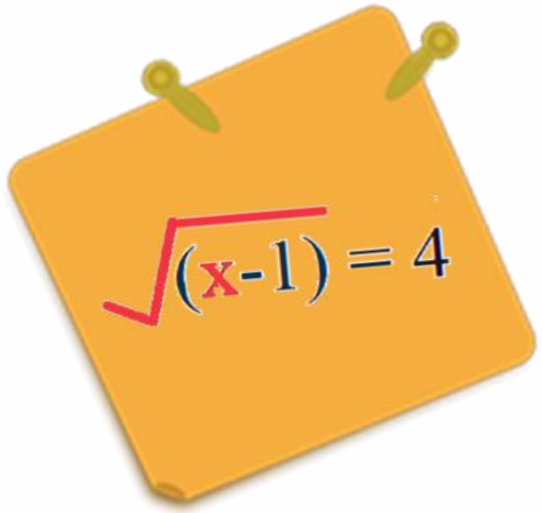
صح أو خطأ:

مرافق العدد $(1+\sqrt{5})$ هو $(1-\sqrt{5})$

معًا للقمة

الْمُعَادَلَة الجِذْرِيَّة

Radical Equation



تعريف المفردة

المعادلة الجذرية: هي معادلة تحتوي عبارات جذرية يوجد متغير فيها تحت الجذر.

مثـــال

المعادلة $\sqrt{x+2}+4=7$ معادلة جذرية.

سـؤال

صح أو خطأ:

المعادلة $\sqrt{2x}-1=1$ معادلة جذرية.

معًا للقمة

الْحَلّ الدَّخِيل

Extraneous Solution

$$\sqrt{9x+10} = x$$

$$9x+10 = x^2$$

$$x^2 - 9x - 10 = 0$$

$$(x-10)(x+1) = 0$$

$$x = 10, x = -1$$

حل دخيل

تعريف المفردة

الحل الدخيل: هو حل يظهر عند حل المعادلة الجذرية لكنه لا يحققها.

مثـــال

$$\sqrt{x-8} = 2 - \sqrt{x}$$
$$x - 8 = 4 - 4\sqrt{x} + x$$
$$-12 = -4\sqrt{x}$$
$$3 = \sqrt{x}$$
$$9 = x$$

حل دخيل لأنه لا يحقق تساوي طرفي المعادلة

سـؤال

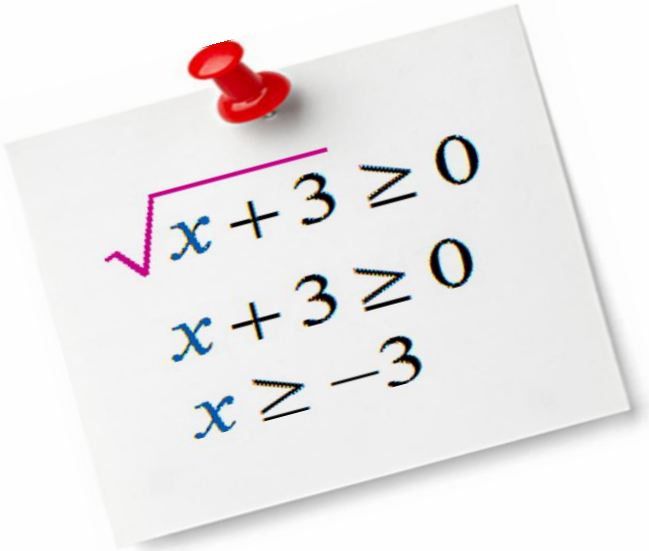
صح أو خطأ:

$x = 1$ هو حل دخيل للمعادلة: $\sqrt{x} = x$

معًا للقمة

الْمُتَباينَة الجِذْرِيَّة

Radical Inequality



تعريف المفردة

المتباينة الجذرية: هي متباينة تحوي عبارات جذرية ويكون المتغير فيها تحت الجذر.

مثـــال

$\sqrt{4x-4}-2<-4$ متباينة جذرية.

سـؤال

صح أو خطأ:

المتباينة $\sqrt{5}\leq 3x+1$ متباينة جذرية.