



# رياضيات ٢

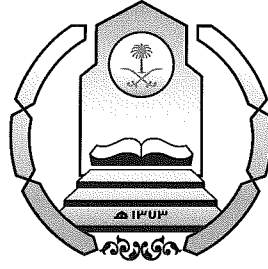
التعليم الثانوي - نظام المقررات  
البرنامج المشترك

مصادر المعلم للأنشطة الصفية  
التحويلات الهندسية والتماثل

الكتاب







وزارة التربية والتعليم  
MINISTRY OF EDUCATION  
المملكة العربية السعودية

# رياضيات ٢

التعليم الثانوي - نظام المقررات  
(البرنامج المشترك)

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الثالث: التحويلات الهندسية

العبيكان  
Obekan

Mc  
Graw  
Hill Education

يوزع مجاناً ولا يباع

١٤٣٣ هـ - ٢٠١٢ م

Glencoe Mathematics © 2010  
**CHAPTER RESOURCE MASTERS**  
Geometry

رياضيات ٢  
التعليم الثانوي- نظام المقررات ( البرنامج المشترك )  
**مصادر المعلم للأنشطة الصفية**

أعدت النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

[www.obeikaneducation.com](http://www.obeikaneducation.com)



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.  
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with  
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار  
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين  
والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



### عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحتين لتدريبات إعادة التعليم و صفحة واحدة لكل من التدريبات الأخرى لكل درس من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس حسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

### تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

### تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس. فتقدم تدريبات إضافية على مهارات الدرس وبعض المسائل التي تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى المتوسط.

### تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقاً من اهتمام هذه المناهج بحل المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

### التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط وفوق المتوسط.

|                              |                   |                             |                                    |
|------------------------------|-------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| المقدمة .....                | 4                 | الدرس 3-1 الانعكاس          | الدرس 3-4 تركيب التحويلات الهندسية |
| تدريبات إعادة التعليم .....  | 6                 | تدريبات إعادة التعليم ..... | 21                                 |
| تدريبات المهارات .....       | 8                 | تدريبات المهارات .....      | 23                                 |
| تدريبات حل المسألة .....     | 9                 | تدريبات حل المسألة .....    | 24                                 |
| التدريبات الإشرافية .....    | 10                | التدريبات الإشرافية .....   | 25                                 |
| الدرس 3-2 الإزاحة (الانسحاب) | الدرس 3-5 التماثل | تدريبات إعادة التعليم ..... | 26                                 |
| تدريبات إعادة التعليم .....  | 11                | تدريبات المهارات .....      | 28                                 |
| تدريبات المهارات .....       | 13                | تدريبات حل المسألة .....    | 29                                 |
| تدريبات حل المسألة .....     | 14                | التدريبات الإشرافية .....   | 30                                 |
| التدريبات الإشرافية .....    | 15                | الدرس 3-6 التمهّد           | الدرس 3-3 الدوران                  |
| تدريبات إعادة التعليم .....  | 16                | تدريبات إعادة التعليم ..... | 31                                 |
| تدريبات المهارات .....       | 18                | تدريبات المهارات .....      | 33                                 |
| تدريبات حل المسألة .....     | 19                | تدريبات حل المسألة .....    | 34                                 |
| التدريبات الإشرافية .....    | 20                | التدريبات الإشرافية .....   | 35                                 |

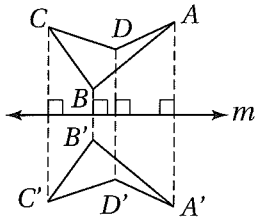


## تدريبات إعادة التعليم

3-1

## الانعكاس

**رسم الانعكاسات:** تعلمت أن الانعكاس تحويل هندسي يمثل قلب الشكل حول مستقيم يسمى خط الانعكاس، بحيث يكون بُعد النقطة وبُعد صورتها عن خط الانعكاس متساويين. وينقل الانعكاس النقطة إلى صورتها بحيث إذا كانت النقطة واقعة على خط الانعكاس فإن صورتها هي النقطة نفسها، وإذا كانت النقطة غير واقعة على خط الانعكاس يكون خط الانعكاس العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل النقطة بصورتها.



ارسم صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  الناتجة من الانعكاس

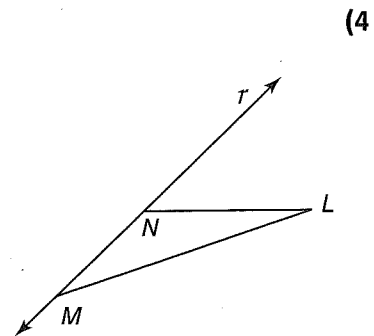
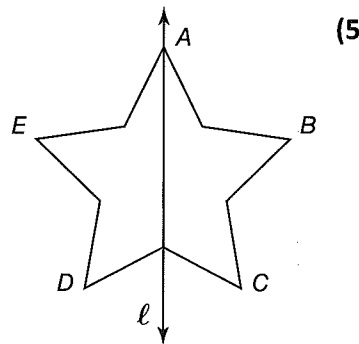
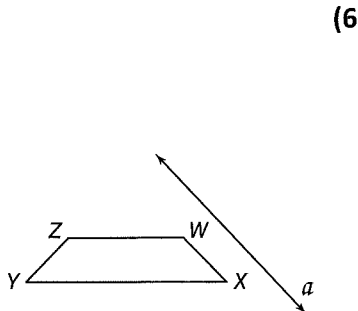
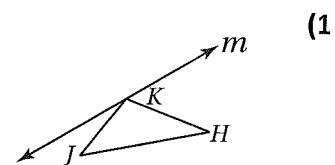
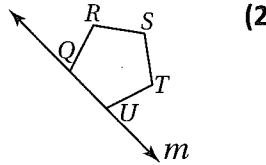
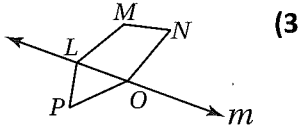
مثال

حول المستقيم  $m$ .

ارسم من كل رأس عموداً على المستقيم  $m$ ، وعيّن النقاط  $A', B', C', D'$  في الجهة الثانية من المستقيم  $m$ ، على أن يكون المستقيم  $m$  على بُعد واحد من كل رأس وصورته. صل الرؤوس  $A', B', C', D'$  فيكون الشكل  $A'B'C'D'$  هو صورة الشكل  $ABCD$  بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .

## تمارين

ارسم صورة كل شكل ممّا يأتي بالانعكاس حول الخطّ المعطى مستعملًا المسطرة.



## 3-1

## تدريبات إعادة التعليم

## الانعكاس

(تتمة)

رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي: يمكن أيضًا رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

- لإيجاد إحداثيي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $x$ ، اضرب الإحداثي  $y$  لها في  $(-1)$ .

$$A(x, y) \rightarrow A'(x, -y)$$

- لإيجاد إحداثيي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $y$ ، اضرب الإحداثي  $x$  لها في  $(-1)$ .

$$M(x, y) \rightarrow M'(-x, y)$$

- لإيجاد إحداثيي صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ ، بدّل الإحداثيين  $x, y$ .

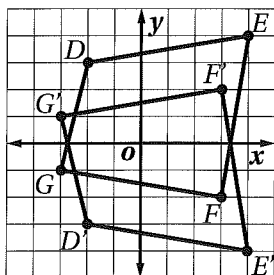
$$L(x, y) \rightarrow L'(y, x)$$

مثال

إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي  $DEFG$  هي:

$D(-2, 3), E(4, 4), F(3, -2), G(-3, -1)$  ارسم صورة الشكل  $DEFG$

بالانعكاس حول المحور  $x$ .



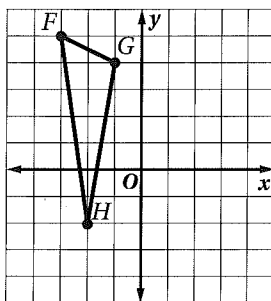
لإيجاد الصورة بالانعكاس حول المحور  $x$ ، استعمل الإحداثي  $x$  نفسه، واضرب الإحداثي  $y$  في  $(-1)$  وبالرموز  $(a, b) \rightarrow (a, -b)$ . الإحداثيات الجديدة هي:  $D'(-2, -3), E'(4, -4), F'(3, 2), G'(-3, 1)$  هي: الشكل الرباعي  $D'E'F'G'$ .

## تمارين

ارسم صورة  $\triangle FGH$  بالانعكاس حول كل من المستقيمين الآتيين:

$$y = 1 \quad (2)$$

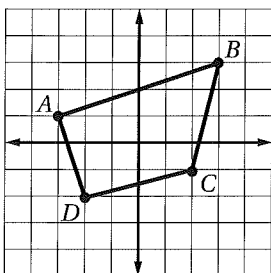
$$x = -1 \quad (1)$$



ارسم صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  بالانعكاس حول كل من المستقيمين الآتيين:

$$x = 1 \quad (4)$$

$$y = 0 \quad (3)$$

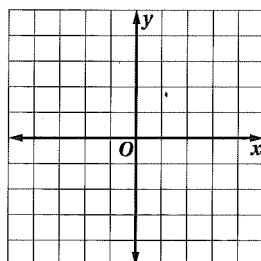


مثّل بيانياً كلّاً من الشكلين الآتيين وصورتيهما بالانعكاس المذكور:

(5)  $\triangle DEF$  الذي إحداثيات رؤوسه

$D(-2, -1), E(-1, 3), F(3, -1)$

بالانعكاس حول المحور  $x$ .

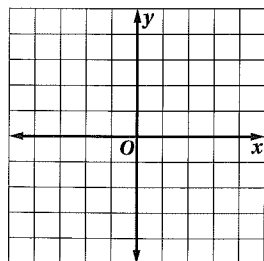


(6)  $ABCD$  الذي إحداثيات رؤوسه

$A(1, 4), B(3, 2), C(2, -2)$

$D(-3, 1)$ ، بالانعكاس

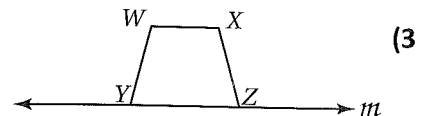
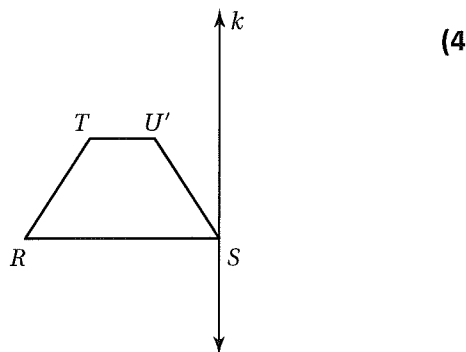
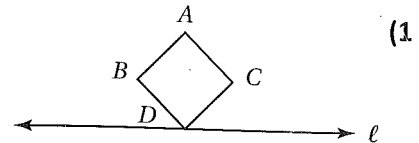
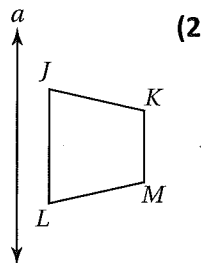
حول المحور  $y$ .





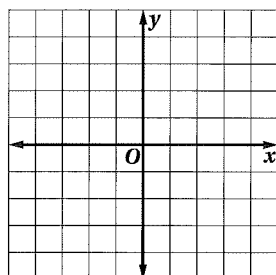
# 3-1 تدريبات المهارات الانعكاس

ارسم صورة كل شكل ممّا يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى مستعملًا المسطرة.

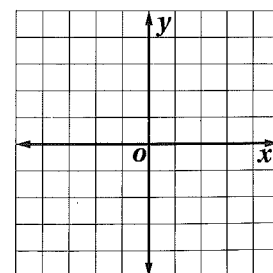


هندسة إحداثيّة: مثل بيانيًا كل شكل وصورته بالانعكاس المذكور.

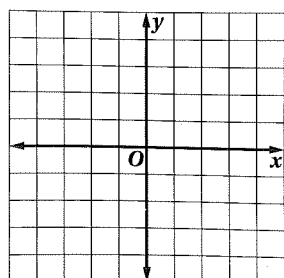
(6) شبه المنحرف  $DEFG$  الذي إحداثيات رؤوسه:  
 $D(0, -3), E(1, 3), F(3, 3), G(4, -3)$   
 بالانعكاس حول المحور  $y$ .



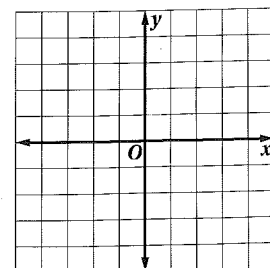
(5)  $\triangle ABC$  الذي إحداثيات رؤوسه:  
 $A(-3, 2), B(0, 1), C(-2, -3)$   
 بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ .



(8) المربع  $KLMN$  الذي إحداثيات رؤوسه:  
 $K(-1, 0), L(-2, 3), M(1, 4), N(2, 1)$   
 حول المحور  $x$ .

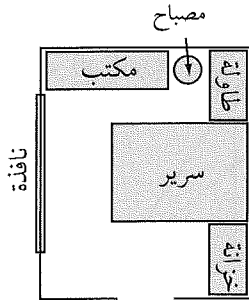


(7) متوازي الأضلاع  $RSTU$  الذي إحداثيات رؤوسه:  
 $R(-2, 3), S(2, 4), T(2, -3), U(-2, -4)$   
 حول المستقيم  $y = x$ .

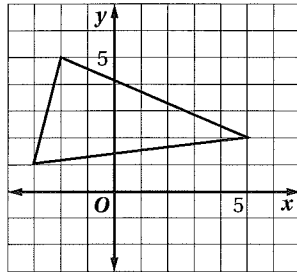


## 3-1 تدريبات حل المسألة الانعكاس

(4) تصميم داخلي: كلف صبحي مصممًا داخليًا ليرتب أثاث غرفة نومه. وقد وضع المصمم المخطط المبين في الشكل أدناه. ولكن لم يرق هذا الوضع لصبحي، فقرر أن يعكس المخطط حول مستقيم رأسي يمر بمركز الغرفة. ارسم صورة المخطط بعد إجراء الانعكاس.



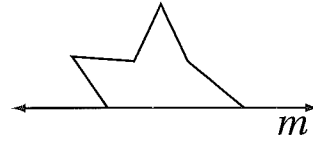
(5) مثلثات: رسم ممدوح المثلث أدناه في المستوى الإحداثي.



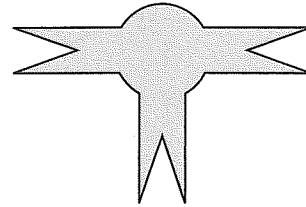
(a) ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث بالانعكاس حول المحور  $y$ ؟

(b) ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ ؟

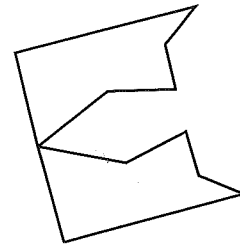
(1) انعكاس: بدأ خالد برسم نجمة. أكمل عمل خالد برسم صورة نصفها المبين في الشكل بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .



(2) أشكال: قصّ جاسر الشكل الآتي من قطعة من الورق المقوّى، ووضعه على طاولة، وذهب لإحضار الصمغ. وقد قلب صديقه صقر الشكل دون أن يخبر جاسرًا بذلك. لم يلاحظ جاسر عند عودته أي تغيير في الشكل. ارسم المستقيم الذي قلب صقر الشكل حوله.

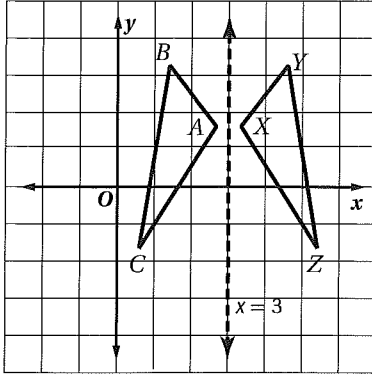


(3) مرايا: رسمت ميساء شكلًا هندسيًا على ورقة ووضعت مرآة عمودية على الورقة بجانب الشكل. يبين الرسم أدناه الشكل الذي رسمته ميساء وصورته في المرآة. ارسم خطًا يبين موقع المرآة.





## 3-1 التدريبات الإثرائية



الانعكاس في المستوى الإحداثي

ادرس الشكل المجاور الذي ينقل المثلث  $ABC$  إلى  $XYZ$  بالتحويل الهندسي الذي قاعدته

المستقيم  $x=3$ . لاحظ أن صورة  $ABC$  بالانعكاس حول

المستقيم  $x=3$  هي  $(-x+6, y)$ .

(1) أثبت أن المستقيم الرأسي  $x=3$  هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة

التي طرفاها  $(x, y)$  و  $(-x+6, y)$  (إرشاد: استعمل قانون نقطة المنتصف).

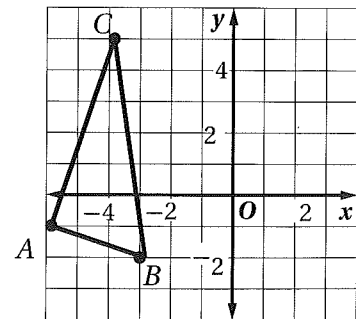
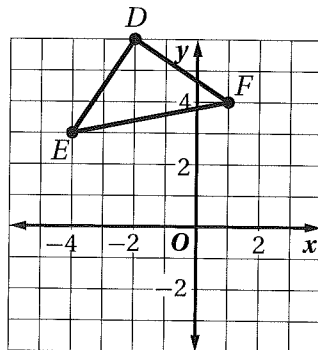
(2) إن كل تحويل هندسي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (-x+2h, y)$  يمثل انعكاساً حول المستقيم الرأسي الذي معادلته  $x=h$ ، ما نوع

التحويل الهندسي الذي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (x, -y+2k)$ ؟

ارسم صورة كل من الشكلين الآتين بالتحويل الهندسي المعطى. هل هو انعكاس؟ وإذا كان كذلك، فما خط الانعكاس؟

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y+8) \quad (4)$$

$$(x, y) \rightarrow (-x-4, y) \quad (3)$$



## تدريبات إعادة التعليم

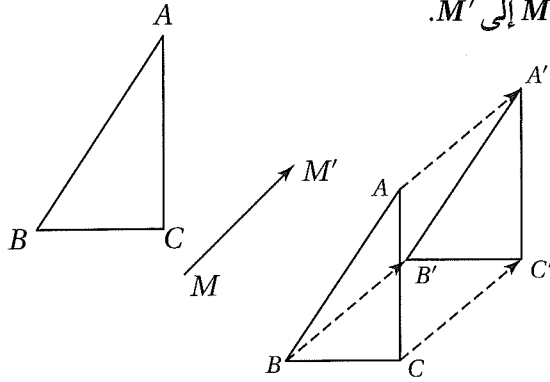
3-2

## الإزاحة (الانسحاب)

رسم الإزاحة (الانسحاب): تعلمت أن الإزاحة أو الانسحاب تحويل هندسي ينقل نقاط الشكل جميعها المسافة نفسها. وبالاتجاه نفسه ويمكن التعبير عن الإزاحة بقطعة مستقيمة تنقل النقطة  $A$  إلى  $A'$ .

مثال 2

ارسم صورة  $ABC$  الناتجة عن الإزاحة التي تنقل  $M$  إلى  $M'$ .

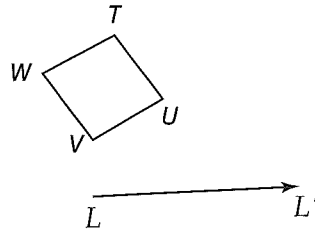


ارسم من كل رأس مستقيماً يوازي  $MM'$ ، ثم قس طول  $MM'$ ، وعين على كل مستقيم صورة الرأس بحيث يكون بعد الصورة عن النقطة الأصلية يساوي  $MM'$  بالاتجاه من  $M$  إلى  $M'$ .

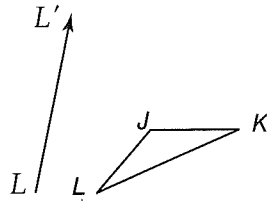
## تمارين

ارسم صورة كل من الأشكال الآتية بالإزاحة التي تنقل النقطة  $L$  إلى  $L'$ :

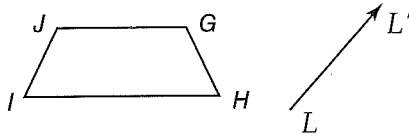
(2)



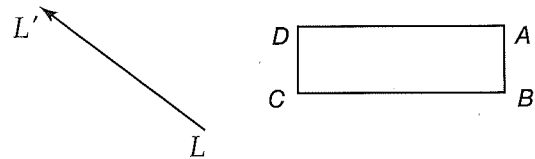
(1)



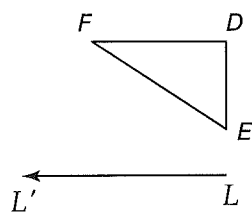
(4)



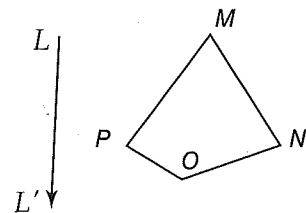
(3)



(6)



(5)



## 3-2

## تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

## الإزاحة (الانسحاب)

**الإزاحات في المستوى الإحداثي:** يمكن رسم الإزاحات في المستوى الإحداثي إذا علم اتجاهها وعدد الوحدات التي تحركها الشكل أفقيًا و/أو رأسيًا. فالإزاحة التي تحرك الشكل  $a$  وحدة أفقيًا و  $b$  وحدة رأسيًا تنقل النقطة  $P(x, y)$  إلى  $P'(x + a, y + b)$ ؛ ويُعبّر عن هذه الإزاحة بالرموز على النحو الآتي:

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

مثال

إحداثيات رؤوس المستطيل  $RECT$  هي:  $R(-2, -1)$ ,  $E(-2, 2)$ ,  $C(3, 2)$ ,  $T(3, -1)$

مثل بيانيًا المستطيل  $RECT$  وصورته الناتجة عن إزاحة وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ .  
تنقل هذه الإزاحة كل نقطة من نقاط المستطيل وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأسفل.

$$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$$

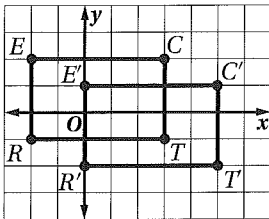
$$R(-2, -1) \rightarrow R'(-2 + 2, -1 - 1) = R'(0, -2)$$

$$E(-2, 2) \rightarrow E'(-2 + 2, 2 - 1) = E'(0, 1)$$

$$C(3, 2) \rightarrow C'(3 + 2, 2 - 1) = C'(5, 1)$$

$$T(3, -1) \rightarrow T'(3 + 2, -1 - 1) = T'(5, -2)$$

مثل بيانيًا المستطيل  $RECT$  وصورته  $R'E'C'T'$ .



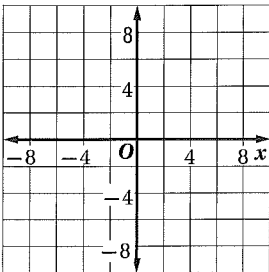
## تمارين

مثل بيانيًا كلاً من الأشكال الآتية وصورها الناتجة عن الإزاحة المعطاة:

(1) الشكل الرباعي  $TUVW$  الذي إحداثيات رؤوسه

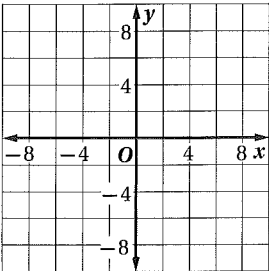
$T(-3, -8)$ ,  $U(-6, 3)$ ,  $V(3, 0)$ ,  $W(0, 3)$  أزيح وفق القاعدة:

$$(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 5)$$



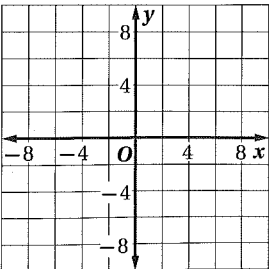
(2) الشكل الرباعي  $QRS$  الذي إحداثيات رؤوسه  $Q(2, 5)$ ,  $R(7, 1)$ ,  $S(-1, y)$

أزيح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x - 1, y - 2)$



(3) متوازي الأضلاع  $ABCD$  الذي إحداثيات رؤوسه  $A(1, 6)$ ,  $B(4, 5)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(-2, 0)$

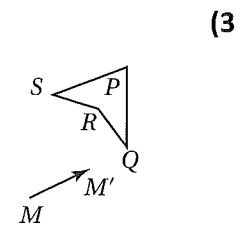
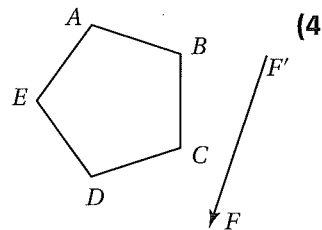
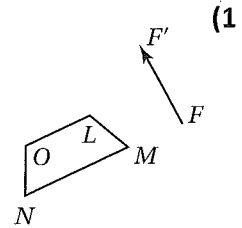
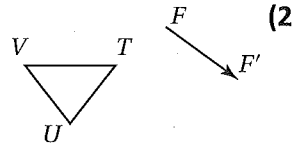
أزيح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 2)$



## 3-2 تدريبات المهارات

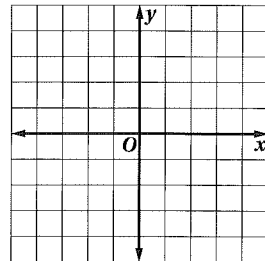
### الإزاحة (الانسحاب)

ارسم صورة كل من الأشكال الآتية الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة  $F$  إلى النقطة  $F'$ .

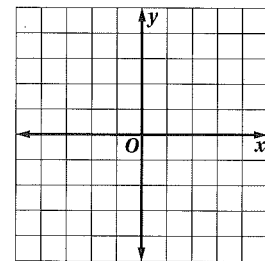


هندسة إحدائية: مثل بيانًا كل شكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المعطاة في السؤالين 5 و 6:

(6) الشكل الرباعي  $LMNP$  الذي رؤوسه:  
 $L(4, 2)$ ,  $M(4, -1)$ ,  $N(0, -1)$ ,  $P(1, 4)$   
 أزيح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x-4, y-3)$ .



(5)  $\triangle JKL$  الذي رؤوسه:  $J(-4, -4)$ ,  $K(-2, -1)$ ,  $L(2, -4)$ ؛  
 أزيح وفق القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x+2, y+5)$ .



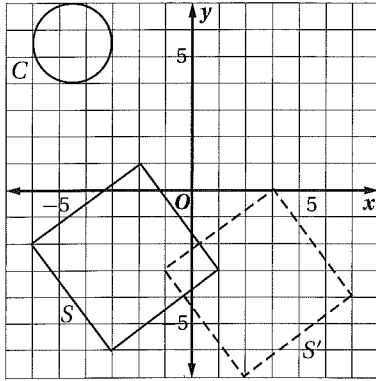


## 3-2 تدريبات حل المسألة

## الإزاحة (الانسحاب)

(4) قصّة إزاحتين: أجرت علياء إزاحة لجسم ما في المستوى الإحداثي وفق القاعدة  $(x,y) \rightarrow (x+5, y+3)$ . ثم أجرت سلمى بعدها إزاحة لصورة الجسم نفسه وفق القاعدة  $(x,y) \rightarrow (x-4, y+2)$ . ما الإزاحة الواحدة التي تعطي النتيجة نفسها التي تعطيها الإزاحتان اللتان نفذتهما علياء وسلمى مجتمعتين؟ هل تكون النتيجة مختلفة لو نفذت سلمى إزاحتها أولاً؟

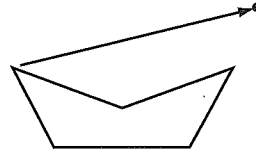
(5) مربعات ودوائر:



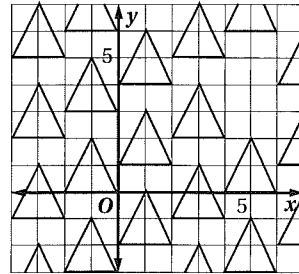
(a) صورة المربع  $S$  الناتجة عن إزاحة ما، هي المربع  $S'$ . اكتب قاعدة هذه الإزاحة.

(b) ارسم صورة الدائرة  $C$  الناتجة عن الإزاحة التي كتبت قاعدتها في الفرع  $a$ .

(1) إزاحة: يرغب وليد في مشاهدة صورة الشكل الخماسي الآتي الناتجة عن إزاحة. ساعده على رسم صورة المضلع الناتجة عن الإزاحة التي تنقل الرأس المحدد إلى النقطة المبينة في الشكل.



(2) ورق الجدران: يتكوّن تصميم لورق الجدران من إزاحات متكررة لمثلث واحد متطابق الضلعين. يبين الشكل الآتي هذا التصميم على المستوى الإحداثي. يتعين أن يُملأ الفراغ فوق المثلث المرسوم حول النقطة  $(5,1)$  برسم مثلث يكون متسقاً مع بقية النمط، فما إحداثيات رؤوس هذا المثلث؟



(3) انعكاسان: أجرى أحمد انعكاسين متتابعين لجسم ما. ففي الخطوة الأولى أجرى له انعكاساً حول المستقيم  $y = -1$ ، ثم أكمل هذا التحويل المركّب بإجراء انعكاس للصورة حول المستقيم  $y = 1$ ، فكانت النتيجة النهائية إزاحة للجسم. اكتب قاعدة هذه الإزاحة.

## 3-2

## التدريبات الإثرائية

## الإزاحة في المستوى الإحداثي

يمكنك استعمال قاعدة الانعكاس لتبين أن نتيجة انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هي إزاحة.

(1) افترض أن  $a$  و  $b$  عدداً حقيقيين مختلفان وليكن  $S$  و  $T$  الانعكاسين الآتيين:

$$S: (x, y) \rightarrow (-x + 2a, y)$$

$$T: (x, y) \rightarrow (-x + 2b, y)$$

أي أن  $S$  انعكاس في المستقيم  $x = a$  وأن  $T$  انعكاس في المستقيم  $x = b$ .

(a) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب :

"الانعكاس  $S$  متبوعاً بالانعكاس  $T$ "

(b) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب :

"الانعكاس  $T$  متبوعاً بالانعكاس  $S$ "

(2) تأمل النتيجةين اللتين توصلت إليهما في السؤال 1.

ما الذي تدل عليه هاتان النتيجةتان حول علاقة المسافة بين المستقيمين المتوازيين مع المسافة بين نقطة وصورتها بالانعكاسين حول هذين المستقيمين المتوازيين؟

(3) وضح بالرسم إجابتك عن السؤالين 1 و 2، استعمل ورقة إضافية إن كان ذلك ضرورياً.

## 3-3 تدريبات إعادة التعليم

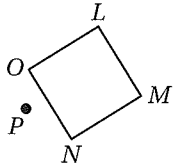
## الدوران

رسم الأشكال الناتجة عن الدوران: الدوران تحويل هندسيّ تدور به كلّ نقطة من نقاط الشكل بزواوية معينة  $x^\circ$  وباتجاه معيّن حول نقطة ثابتة تُسمّى مركز الدوران. وتنتقل النقطة  $A$  بالدوران إلى  $A'$  بحيث:

- إذا كانت  $A$  هي مركز الدوران فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة  $A$  غير مركز الدوران، فإن النقطة  $A$  وصورتها  $A'$  تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران والزواوية المتشكلة من  $A$  و  $A'$  ومركز الدوران تسمى زاوية الدوران. وقياسها يساوي  $x^\circ$ .

مثال

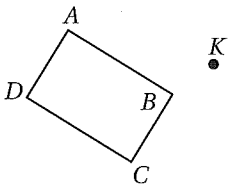
استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة المربع  $LMNO$  الناتجة عن دوران بزواوية  $110^\circ$  حول النقطة  $P$ .



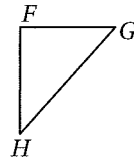
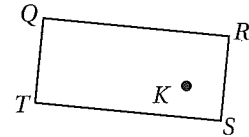
|  |   |
|--|---|
| <p><b>الخطوة 1:</b> ارسم قطعة مستقيمة من الرأس <math>L</math> إلى النقطة <math>P</math>.</p>                 | <p><b>الخطوة 2:</b> ارسم زاوية قياسها <math>110^\circ</math> تكون <math>PL</math> أحد ضلعيها.</p>       |
| <p><b>الخطوة 3:</b> استعمل مسطرة لتعيين <math>L'</math> على الضلع الثاني بحيث يكون <math>PL = PL'</math></p> | <p><b>الخطوة 4:</b> كرر الخطوات 1-3 للرؤوس <math>M, N, O</math> ثم ارسم المربع <math>LM'N'O'</math></p> |

## تمارين

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة  $K$  بالزاوية المحددة في كل مما يأتي:

(3)  $135^\circ$ (2)  $45^\circ$ 

K•

(1)  $75^\circ$ 

## 3-3

## تدريبات إعادة التعليم

## الدوران

(تتمة)

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي: يمكنك استعمال القواعد الآتية لتحديد صورة نقطة عندما يتم تدويرها بزوايا  $90^\circ$  أو  $180^\circ$  أو  $270^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

| الرموز                        | الإجراءات   | زاوية الدوران |
|-------------------------------|---|---------------|
| $(x, y) \rightarrow (-y, x)$  | اضرب الإحداثي $y$ في $(-1)$ ، ثم بدّل موقعي الإحداثيين $x, y$ | $90^\circ$    |
| $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ | اضرب كلّاً من الإحداثيين $x, y$ في $(-1)$                     | $180^\circ$   |
| $(x, y) \rightarrow (y, -x)$  | اضرب الإحداثي $x$ في $(-1)$ ، ثم بدّل موقعي الإحداثيين $x, y$ | $270^\circ$   |

مثال

إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع  $WXYZ$  هي:

$W(-2, 4)$ ,  $X(3, 6)$ ,  $Y(5, 2)$ ,  $Z(0, 0)$ . مثل بياناً متوازي الأضلاع  $WXYZ$  وصورته الناتجة عن دوران بزوايا  $270^\circ$  حول نقطة الأصل.

اضرب الإحداثي  $x$  لكل رأس في  $(-1)$ ، ثم بدّل الإحداثيين

$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

$$W(-2, 4) \rightarrow W'(4, 2)$$

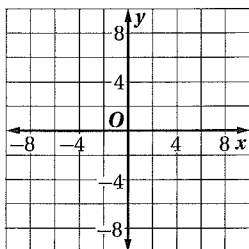
$$X(3, 6) \rightarrow X'(6, -3)$$

$$Y(5, 2) \rightarrow Y'(2, -5)$$

$$Z(0, 0) \rightarrow Z'(0, 0)$$

## تمارين

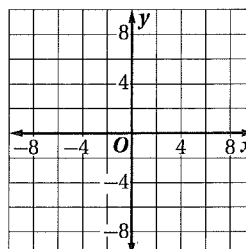
ارسم كلّاً من الأشكال الآتية وصورته الناتجة عن الدوران بالزاوية المحددة في كل من الأسئلة الآتية حول نقطة الأصل:



(2)  $\triangle LMN$  الذي رؤوسه:

$$L(-1, -1), M(0, -4),$$

$$N(-6, -2), \text{ زاوية الدوران } 90^\circ$$

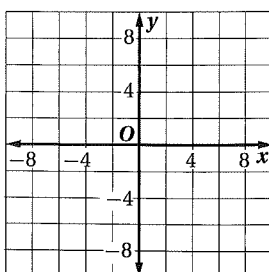


(1) شبه المنحرف  $FGHI$  الذي

$$\text{رؤوسه: } F(7, 7), G(9, 2),$$

$$H(3, 2), I(5, 7), \text{ زاوية}$$

$$\text{الدوران } 90^\circ$$

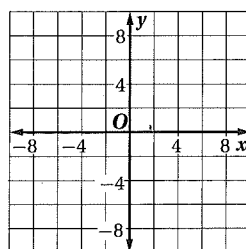


(4) متوازي الأضلاع  $PQRS$  الذي

$$\text{رؤوسه: } P(4, 7), Q(6, 6),$$

$$R(3, -2), S(1, -1),$$

$$\text{زاوية الدوران } 270^\circ$$



(3)  $\triangle ABC$  الذي رؤوسه:

$$A(-3, 5), B(0, 2),$$

$$C(-5, -1), \text{ زاوية}$$

$$\text{الدوران } 180^\circ$$



## تدريبات المهارات

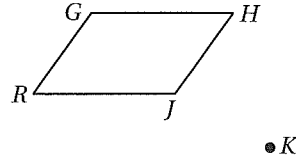
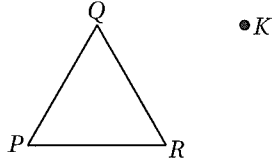
3-3

## الدوران

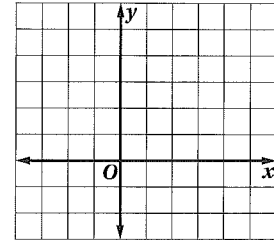
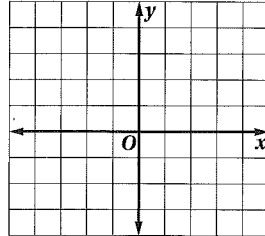
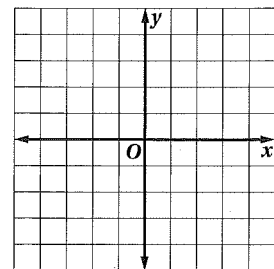
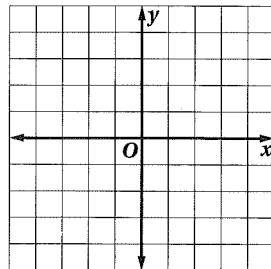
ارسم صورة كلٍّ من الشكلين الآتيين بالدوران المحدد حول النقطة  $K$ ، مستعملًا منقلة ومسطرة.

30° (2)

150° (1)



مثل بيانيًا كلًّا من الأشكال الآتية وصورته بالدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في الأسئلة الآتية:

(4)  $\triangle DEF$  الذي رؤوسه:(3)  $\triangle STU$  الذي رؤوسه:  $S(2, -1)$ ,  $T(5, 1)$ ,  $U(3, 3)$ زاوية الدوران  $180^\circ$ ؛  $D(-4, 3)$ ,  $E(1, 2)$ ,  $F(-3, -3)$ زاوية الدوران  $90^\circ$ .(6) شبه المنحرف  $ABCD$  الذي رؤوسه:(5) الشكل الرباعي  $WXYZ$  الذي رؤوسه:؛  $A(9, 0)$ ,  $B(6, -7)$ ,  $C(3, -7)$ ,  $D(0, 0)$ ؛  $W(-1, 8)$ ,  $X(0, 4)$ ,  $Y(-2, 1)$ ,  $Z(-4, 3)$ زاوية الدوران  $270^\circ$ زاوية الدوران  $180^\circ$ 

## 3-3 تدريبات حل المسألة

## الدوران

(1) **بوصلة:** تشير إبرة بوصلة معطوبة إلى اتجاه الشمال الغربي. إذا سرت باتجاه الغرب وفق هذه البوصلة فما زاوية الدوران الذي ينقلك إلى اتجاه الشمال الفعلي.

(2) **إعلانات:** يصنع نائل إعلانًا يحتوي على الحرف "M".

M

وقد قرّر أن يدور ذلك الحرف مع اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية  $60^\circ$ . ارسم صورة الحرف الناتجة عن هذا الدوران.

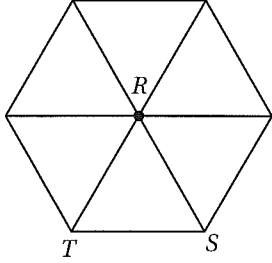
(3) **دوران:** نظر محمود إلى مغسلته، فوجد رمز صنبور الماء البارد في الوضع الظاهر أدناه.



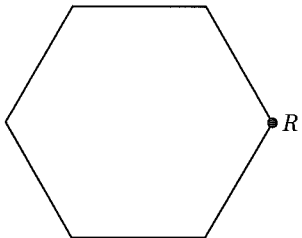
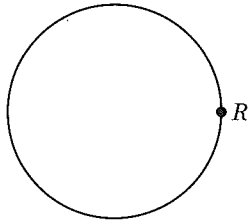
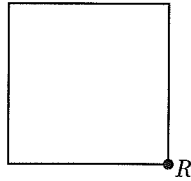
ما قياس زاوية الدوران الذي يعيد هذا الرمز إلى الوضع الصحيح؟

(4) **كُتبت الأرقام 0-9 على أبعاد متساوية بعضها عن بعض على حافة قرص دائري يمكن تدويره بزاوية قياسها  $36^\circ$  باتجاه حركة عقارب الساعة. كم مرة يتعين تنفيذ هذا الدوران حتى يعود القرص إلى وضعه الأصلي؟**

(5) **تبليط:** التبليط نمط يتكون من شكل واحدة أو أكثر يغطي سطحًا من دون تقاطعات أو فراغات. تم تدوير  $\triangle RST$  حول النقطة  $R$  لتكوين التبليط الظاهر في الشكل أدناه.



هل يمكن تكوين تبليط بتدوير كلٍّ من الأشكال الآتية حول النقطة  $R$ ؟



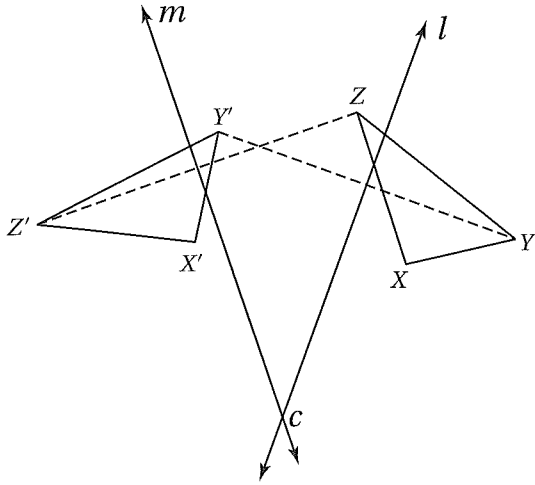
### 3-3 التدريبات الإثرائية

#### إيجاد مركز الدوران:

إذا علمت أن صورة  $\triangle XYZ$  بدوران مركزه وقياس زاويته غير معلومين، فهل يمكنك أن تجدتهما؟

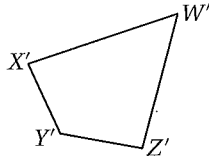
نعم. ارسم قطعتين مستقيمتين متصلان بين زوجين من الرؤوس المتناظرة.

لقد رُسمت القطعتان  $YY'$  و  $ZZ'$  في الشكل المجاور. ارسم الآن المنصف العمودي  $l$  للقطعة  $YY'$  والمنصف العمودي  $m$  للقطعة  $ZZ'$ ، فتكون النقطة  $C$  التي يتقاطع عندها هذان المستقيمان هي مركز الدوران.

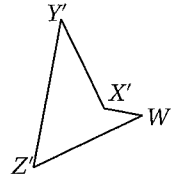


(1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟

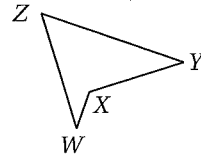
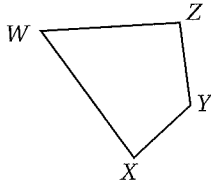
عين مركز الدوران الذي ينقل الشكل  $WXYZ$  إلى  $W'X'Y'Z'$  في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران.



(3)



(2)



3-4

## تدريبات إعادة التعليم

## تركيب التحويلات الهندسية

**تركيب الإزاحة والانعكاس:** عند إجراء تحويلين هندسيين متعاقبين على شكل هندسي فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية يسمى تحويلًا هندسيًا مركبًا. وأحد هذه التحويلات المركبة هو التحويل الناتج عن تركيب إزاحة متبوعة بانعكاس حول خط يوازي اتجاه الإزاحة.

مثال

إحداثيات رؤوس  $\triangle ABC$  هي:  $A(3, 3)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(-1, -3)$ . مثل بيانًا  $\triangle ABC$  وصورته الناتجة

عن إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .

**الخطوة 1:** إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار، ووحدة واحدة إلى أسفل **الخطوة 2:** انعكاس حول المحور  $x$

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$A'(1, 2) \rightarrow A''(1, -2)$$

$$B'(2, -3) \rightarrow B''(2, 3)$$

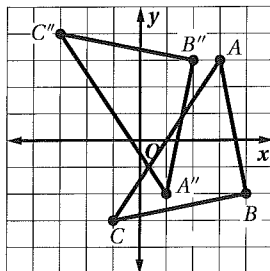
$$C'(-3, -4) \rightarrow C''(-3, 4)$$

$$(x, y) \rightarrow (x-2, y-1)$$

$$A(3, 3) \rightarrow A'(1, 2)$$

$$B(4, -2) \rightarrow B'(2, -3)$$

$$C(-1, -3) \rightarrow C'(-3, -4)$$



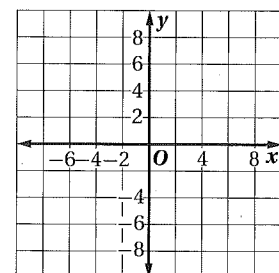
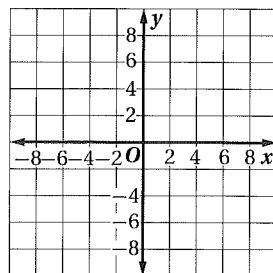
**الخطوة 3:** مثل بيانًا  $\triangle ABC$  وصورته  $\triangle A''B''C''$

## تمارين

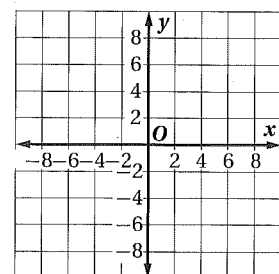
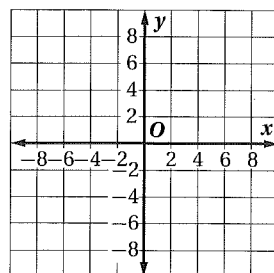
إحداثيات رؤوس  $\triangle XYZ$  هي:  $X(6, 5)$ ,  $Y(7, -4)$ ,  $Z(5, -5)$  .

مثل بيانًا  $\triangle XYZ$  وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

- (1) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين، ووحدة واحدة إلى أعلى،  
ثم انعكاس حول المحور  $y$ .
- (2) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار، و4 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .



- (3) إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين ثم انعكاس حول المحور  $y = x$ .
- (4) إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليسار، وثلاث وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .





3-4

## تدريبات إعادة التعليم

## تركيب التحويلات الهندسية

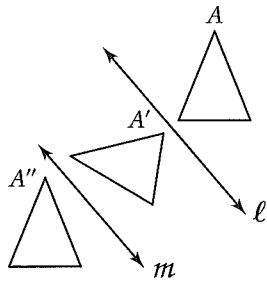
(تتمة)

تركيب انعكاسين إن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين يعادل إزاحة.

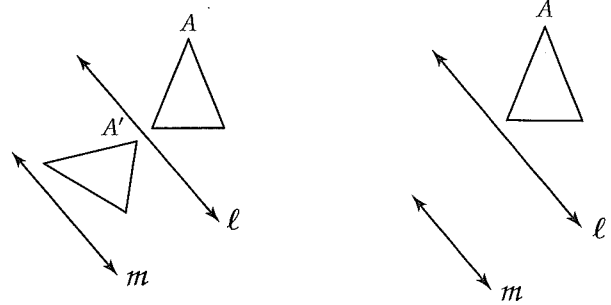
مثال

ارسم صورة الشكل  $A$  بالانعكاس حول المستقيم  $\ell$  ثم بالانعكاس حول المستقيم  $m$ . ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $A$  إلى  $A''$ .

الخطوة 2 ارسم صورة  $A'$  بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .



الخطوة 1: ارسم صورة  $A$  بالانعكاس حول المستقيم  $\ell$ .

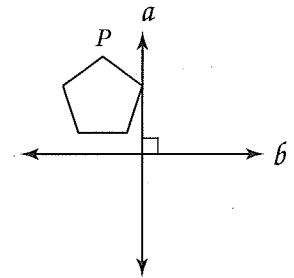


تلاحظ أن تركيب هذين الانعكاسين يعادل إزاحة  $A$  إلى  $A''$

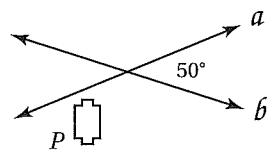
## تمارين

ارسم صورة الشكل  $P$  الناتجة عن انعكاس حول المستقيم  $a$  ثم حول المستقيم  $b$ . ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $P$  إلى  $P''$  في كل من الأسئلة الآتية:

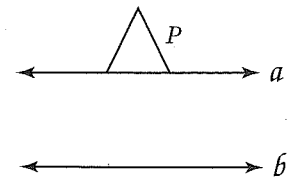
(1)



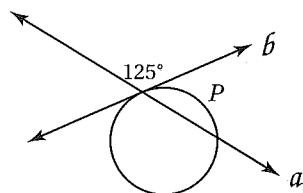
(2)



(3)



(4)

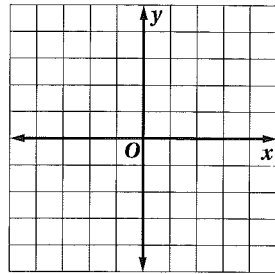


## 3-4 تدريبات المهارات

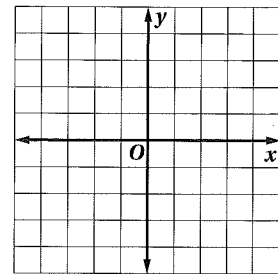
## تركيب التحويلات الهندسية

إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة  $\overline{DE}$  هي:  $D(1, 3)$ ,  $E(3, -3)$ . مثل بياناً  $\overline{DE}$  وصورتها الناتجة عن التحويل الهندسي المحدد في كل مما يأتي:

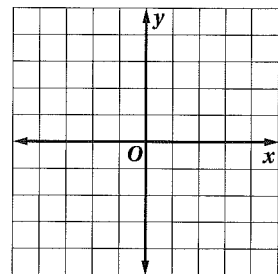
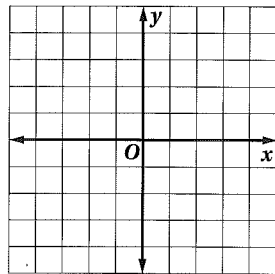
(2) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين ووحدين إلى الأعلى  
ثم انعكاس حول المحور  $y$ .



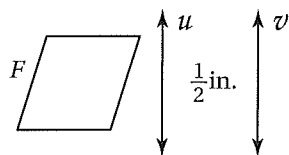
(1) إزاحة مقدارها وحدتين إلى الأسفل  
ثم انعكاس حول المحور  $x$ .



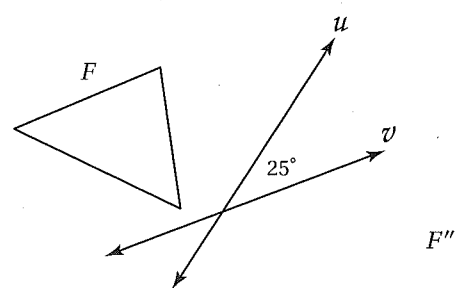
(3) إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار ووحدة واحدة إلى الأسفل، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية  $270^\circ$ .  
(4) انعكاس حول المحور  $x$ ، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية  $90^\circ$ .



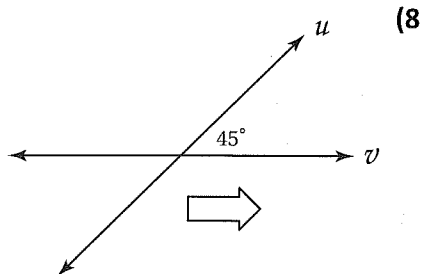
ارسم الشكل  $F$  وصورته الناتجة عن انعكاس حول المستقيم  $u$  ثم انعكاس حول المستقيم  $v$ ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $F$  إلى  $F''$  في كلٍّ من الأسئلة الآتية:



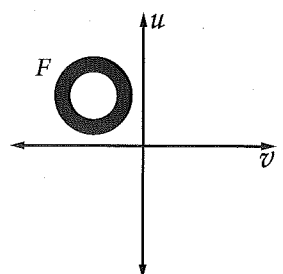
(6)



(5)



(8)



(7)

## 3-4

## تدريبات حل المسألة

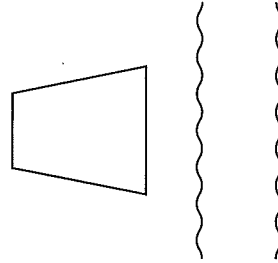
## تركيب التحويلات الهندسية

(4) **تبرير:** إذا أخضع شكل ما لدوران ثم انعكاس فهل لترتيب التحويلين تأثير على موقع الصورة النهائية دائماً أو أحياناً أو ليس له تأثير أبداً؟ وضح إجابتك.

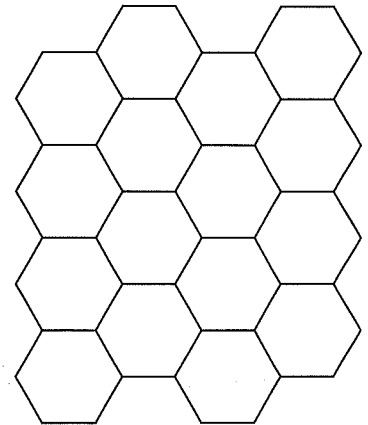
(5) **إطارات:** صف تحويلاً هندسياً مركباً يمكن استعماله لتكوين كل من الإطارات الآتية:



(1) **إنشاءات:** حتى يكون الجسر فوق النهر متيناً يجب أن تكون كل واحدة من قاعدتيه صورة للأخرى بانعكاس حول خط ينصف المسافة بين جانبي النهر. ارسم القاعدة الثانية للجسر



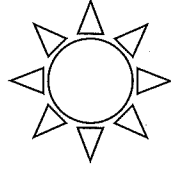
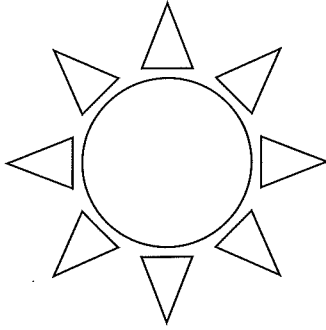
(2) **أنماط:** صف تحويلاً هندسياً مركباً يمكن استعماله لتكوين نمط السجاد المبين أدناه.



(3) **اكتشف الخطأ:** يقول سعد إن الانعكاس حول المحور  $x$  ثم الانعكاس حول المحور  $y$  يعادلان دوراناً بزاوية  $180^\circ$  حول نقطة الأصل. وأما حمد فيقول إن الانعكاس حول المحور  $y$  ثم الانعكاس حول المحور  $x$  يعادلان انعكاساً حول المستقيم  $y = x$ . هل كان أيّ منهما على صواب؟ برّر إجابتك.

## 3-4 التدريبات الإثرائية

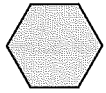
## تصميم فني



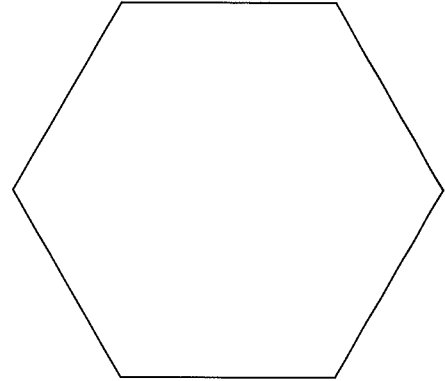
تحفظ تحويلات التقايس الأبعاد بين النقاط. لكن ليس كل التحويلات الهندسية تحويلات تقايس. إذا أن بعضها يكبر الأبعاد أو يصغرها بنسبة محددة. يلجأ الرسامون والمصممون إلى تغير الأبعاد في رسوماتهم للإيحاء بالعمق أو الحركة فيقوموا بتكبير القياسات أو تصغيرها باستعمال مقياس رسم أو معامل قياس ثابت.

## مثال

ارسم صورة الشكل المظلل المجاور باستعمال مقياس رسم 1:3

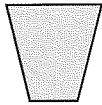


استعمل مسطرة لقياس طول كل ضلع، ثم اضرب هذا الطول في 3.



## تمارين

ارسم صورة الشكل المظلل المجاور مستعملًا مقياس الرسم المناسب في كل مما يأتي:



2:3 (2)

1:4 (1)

2:1 (4)

4:5 (3)

4:3 (6)

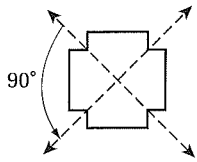
6:1 (5)



## 3-5 تدريبات إعادة التعليم

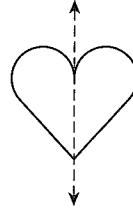
## التمائل

**التمائل في الاشكال الثنائية الأبعاد:** يكون الشكل الثنائي الأبعاد مماثلًا حول محور إذا كانت صورته الناتجة عن الانعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه ويسمى هذا المستقيم محور التماثل. ويكون للشكل الثنائي الأبعاد تماثل دوراني إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  حول مركزه هي الشكل نفسه. ويسمى مركز الشكل عندئذ مركز التماثل (أو نقطة التماثل).



**مثال 2** بين ما إذا كان للشكل المجاور تماثل دوراني أم لا. وإذا كان كذلك فعين مركز التماثل. وحدد رتبته ومقداره.

لهذا الشكل تماثل دوراني من الرتبة 4 ومقدار التماثل يساوي  $360 \div 4 = 90^\circ$ ، ومركز التماثل هو نقطة التقاء قطريه.

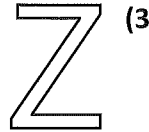


**مثال 1** بين ما إذا كان للشكل المجاور محور تماثل أم لا. وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها وحدد عددها.

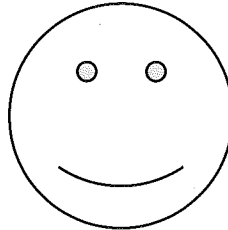
هذا الشكل متماثل حول وله محور تماثل واحد.

## تمارين

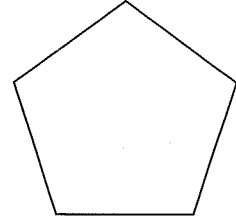
بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول محور أم لا. وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها في كل مما يأتي:



(3)



(2)



(1)

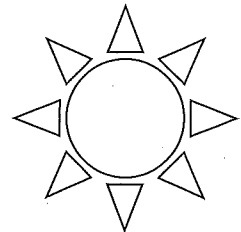
بين ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا. وإذا كان كذلك فعين مركز التماثل وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:



(6)



(5)



(4)

3-5

## تدريبات إعادة التعليم

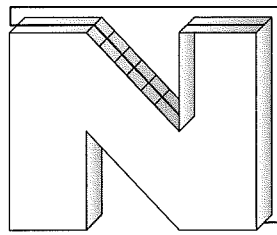
(تتمة)

## التماثل

التماثل في الاشكال الثلاثية الأبعاد، يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلًا حول مستوى إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول هذا المستوى هي الشكل نفسه ويكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلًا حول محور إذا كانت صورته الناتجة عن الدوران حول هذا المحور بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  هي الشكل نفسه.

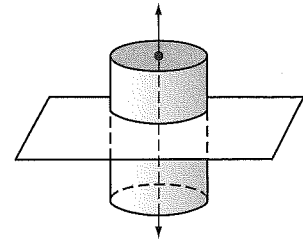
مثال

بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



(b)

الحرف N متماثل حول مستوى.

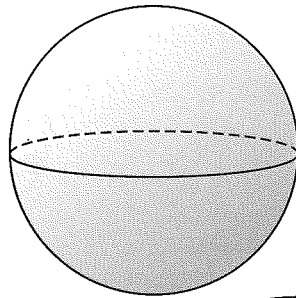


(a)

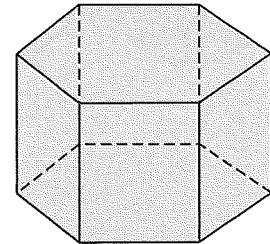
الأسطوانة متماثلة حول مستوى ومتماثلة حول محور

## تمارين

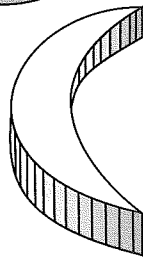
بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل مما يأتي:



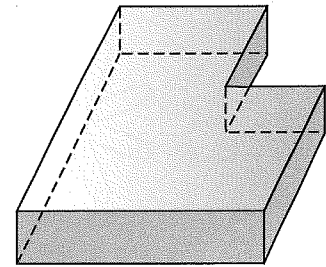
(2)



(1)



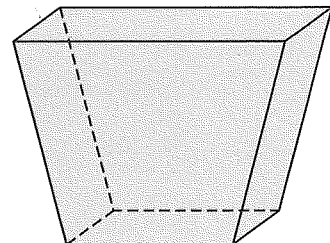
(4)



(3)



(6)

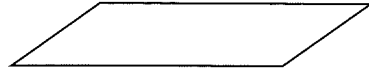


(5)

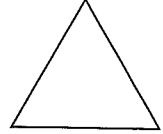
## 3-5 تدريبات المهارات

## التماثل

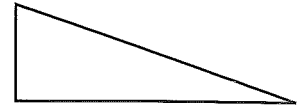
بيّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك ارسم محاور التماثل جميعها وحدد عددها في كلٍّ مما يأتي:



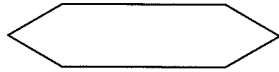
(2)



(1)

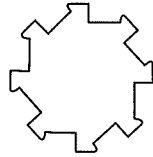


(3)

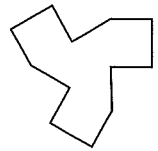


(4)

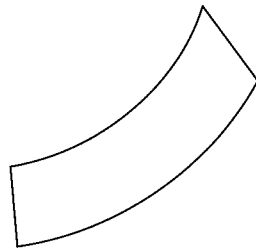
بيّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فعَيّن مركز التماثل وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:



(6)



(5)

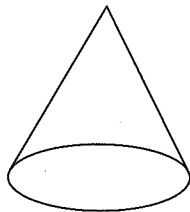


(8)

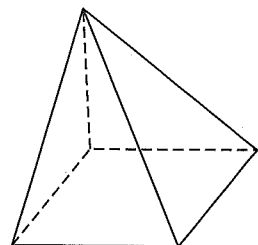


(7)

بيّن ما إذا كان الشكل متماثلاً حول مستوى أو متماثلاً حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كلٍّ مما يأتي:



(10)



(9)

## تدريبات حل المسألة

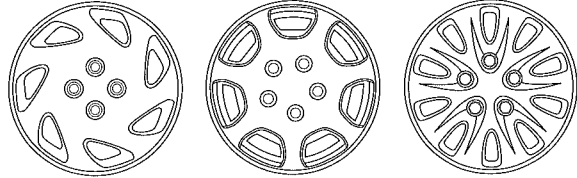
3-5

## التماثل

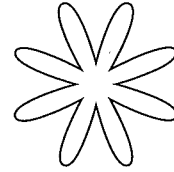
(1) حروف: أي الحروف الكبيرة لها تماثل دوراني حول مركز الحرف بزاوية  $180^\circ$ .

(2) مضلعات: مضلع منتظم له تماثل دوراني رتبته 5 ومقداره  $72^\circ$ . ما اسم هذا المضلع.

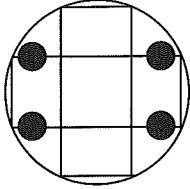
(3) أغطية الإطارات: بين ما إذا كانت أغطية الإطارات أدناه متماثلة حول محور أم لا.



(4) تماثل، ما عدد محاور التماثل للشكل أدناه؟

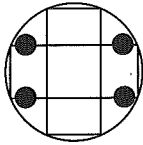


(5) ترتيب أماكن الجلوس: أعدت هند تصميمًا لترتيب أماكن الجلوس في حفلة، ورأت أن تكون الطاولات متماثلة. وقد وضعت الأطباق على الهيئة المبينة في الشكل أدناه.



(a) ما رتبة التماثل الدوراني لهذا الشكل وما مقداره؟

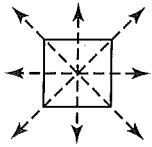
(b) أضف الحد الأدنى من الأطباق لهذا الشكل، على أن يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني حول مركزه من الرتبة 4؟



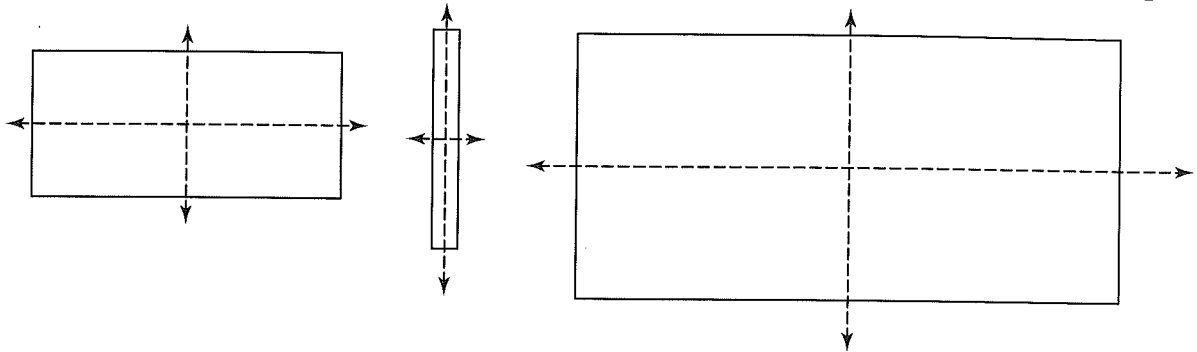
(c) هل يمكنك إعادة ترتيب مواقع الأطباق الأربعة في الشكل الأصلي على أن تحقق الشروط الآتية:  
(1) تبقى أبعادها عن مركز الطاولة ثابتة، (2) تبقى مراكزها على المستطيلات المبينة في التصميم،  
(3) يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني من الرتبة 4؟ إذا كان كذلك، ارسم الشكل، وإلا، فوضح الأسباب.

## 3-5 التدريبات الإثرائية

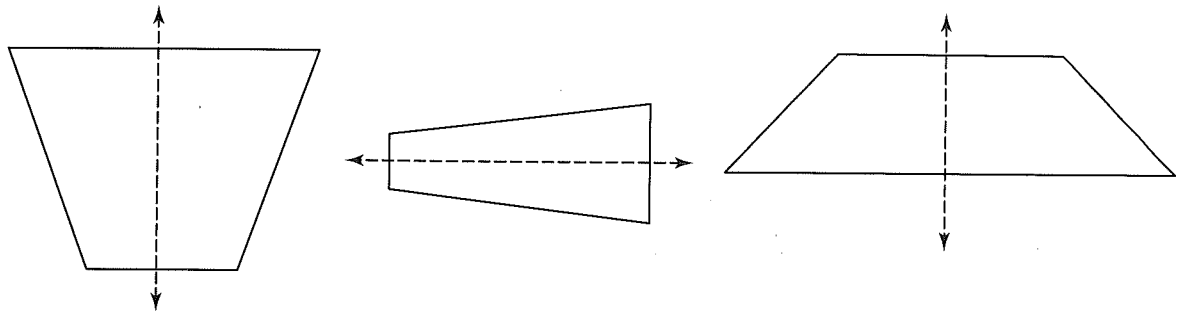
### التمائل في الأشكال الرباعية



لكل نوع من الأشكال الرباعية عدد من محاور التماثل يختلف عن عددها في الأنواع الأخرى. والمربع هو الشكل الوحيد الذي له 4 محاور تماثل. ويمكنك أن تحدد نوع الشكل الرباعي من عدد محاور التماثل التي يحتويها. جميع المستطيلات التي ليست مربعات لها محورا تماثل.



وكل شبه منحرف متساوي الساقين له محور تماثل واحد فقط.



### تمارين

اقرأ كلاً من الجمل الآتية، وبيّن ما إذا كانت صحيحة أو خطأ. وإذا كانت خطأ، فارسم مثالاً مضاداً:

- (1) المعينات التي ليست مربعات لها محورا تماثل فقط.
- (2) لشكل الطائرة الورقية محورا تماثل فقط.
- (3) شبه المنحرف غير المتساوي الساقين ليس له محاور تماثل.
- (4) لكل متوازي أضلاع محورا تماثل فقط.
- (5) **تعميم:** فكّر في التماثل الدوراني في الأشكال الرباعية، واكتب من عندك بعض التعميمات ذات العلاقة بالتماثل الدوراني في الأشكال الرباعية.

## تدريبات إعادة التعليم

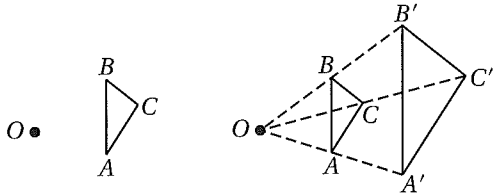
3-6

## التمدد

**رسم التمدد:** التمدد تحويل هندسي يكبر الشكل أو يصغره بنسبة محدد هي نسبة طول الشكل الأصلي إلى طول صورته. وهو تحويل تشابه لأن الصورة تشابه الشكل الأصلي. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامل التمدد.

## مثال

استعمل مسطرة لرسم صورة  $\triangle ABC$  الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة  $O$ ، ومعامله  $r = 2$ .



ارسم  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$ . عيّن النقاط  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  على أن يكون

$$OA' = 2(OA) \text{ و } OB' = 2(OB) \text{ و } OC' = 2(OC)$$

وصِلْ النقاط  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  لتحصل على  $\triangle A'B'C'$ .

فيكون  $\triangle A'B'C'$  هو صورة  $\triangle ABC$  الناتجة عن التمدد.

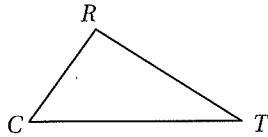
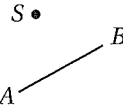
## تمارين

استعمل مسطرة لرسم الصورة الناتجة عن تمدد كل شكل ممّا يأتي، إذا كان مركز التمدد  $S$  ومعامله العدد  $r$  المحدد في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

$$r = \frac{1}{2} \quad (2)$$

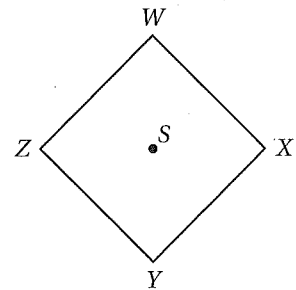
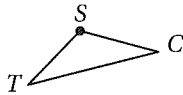
$$r = 2 \quad (1)$$

• S



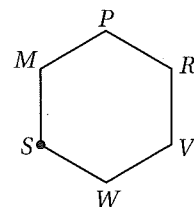
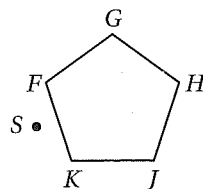
$$r = 3 \quad (4)$$

$$r = 1 \quad (3)$$



$$r = 1 \quad (6)$$

$$r = \frac{2}{3} \quad (5)$$



## 3-6

تدريبات إعادة التعليم  
التمدد

(تتمة)

التمدد في المستوى الإحداثي لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله  $r$ ، اضرب الإحداثيين  $x, y$  لكل نقطة من الشكل الأصلي في العدد  $r$ .

$$(x, y) \rightarrow (rx, ry)$$

مثال

إحداثيات رؤوس  $\triangle ABC$  هي  $A(-2, -2), B(1, -1), C(2, 0)$ . مثل بياناً  $\triangle ABC$  وصورته الناتجة

عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2.

اضرب الإحداثيين  $x, y$  لكل رأس في العدد 2.

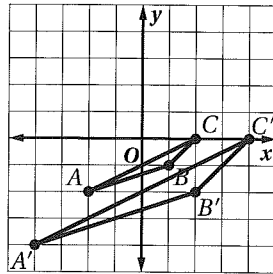
$$(x, y) \rightarrow (2x, 2y)$$

$$A(-2, -2) \rightarrow A'(-4, -4)$$

$$B(1, -1) \rightarrow B'(2, -2)$$

$$C(2, 0) \rightarrow C'(4, 0)$$

ومثل بياناً  $\triangle ABC$  وصورته  $\triangle A'B'C'$



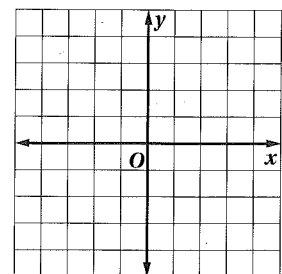
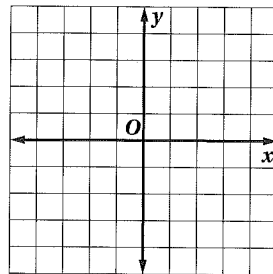
تمارين

مثل بياناً المضلع وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $r$  المحدد في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

(3)  $A(-2, -2), B(-1, 2), C(2, 1); r = 2$

(1)  $E(-2, -2), F(-2, 4), G(2, 4), H(2, -2);$

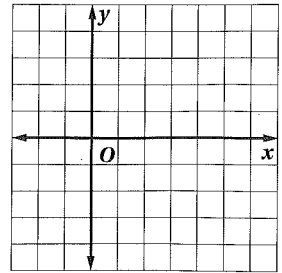
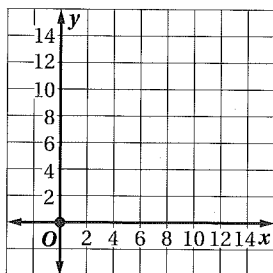
$r = 0.5$



(4)  $A(2, 2), B(3, 4), C(5, 2); r = 2.5$

(2)  $A(0, 0), B(3, 3), C(6, 3), D(6, -3),$

$E(3, -3); r = \frac{1}{3}$



## تدريبات المهارات

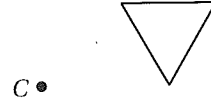
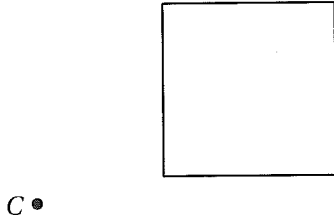
### التمدد

3-6

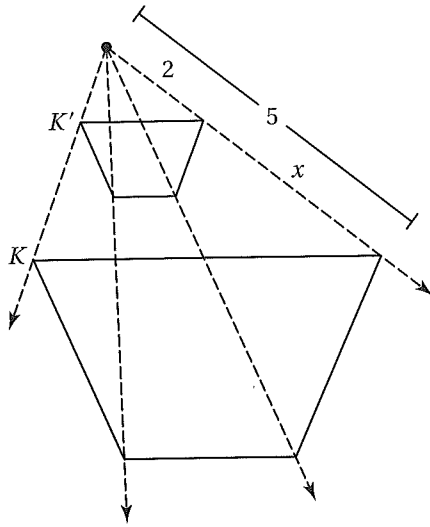
استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد الذي مركزه  $C$  ومعامله العدد  $r$  المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

$$r = \frac{1}{4} \quad (2)$$

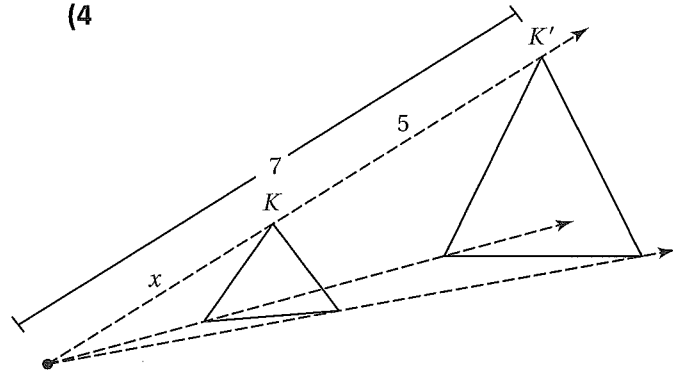
$$r = 2 \quad (1)$$



حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل  $K$  إلى  $K'$  تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معامل التمدد وقيمة  $x$ .



(4)

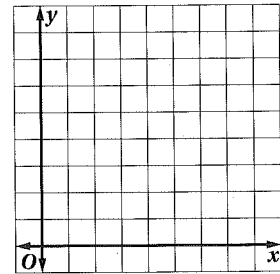
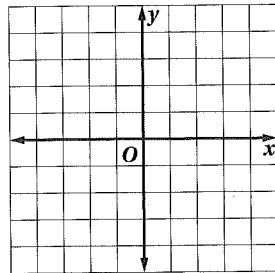


(3)

مثل بيانياً كل مضلع وصورته الناتجة عن التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $r$  المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

$$D(-2, 0), G(0, 2), F(2, -2); r = 1.5 \quad (6)$$

$$J(2, 4), K(4, 4), P(3, 2); r = 2 \quad (5)$$

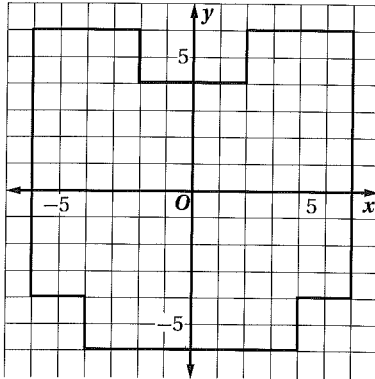




## 3-6 تدريبات حل المسألة التمدد

(4) إحداثيات: رسمت ليلي مضلعًا إحداثيات رؤوسه  $(-1, 2)$  و  $(1, 2)$  و  $(1, -2)$  و  $(-1, -2)$ . ثم أجرت تمددًا لهذا المضلع، فحصلت على مضلع جديد إحداثيات رؤوسه  $(6, 12)$  و  $(-6, 12)$  و  $(-6, -12)$  و  $(6, -12)$ . فما معامل هذا التمدد وما مركزه؟

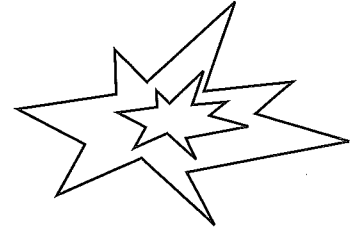
(5) مخططات: رسم فريد على المستوى الإحداثي مخططًا لمنصة يعدها لقاعة الاحتفالات في المدرسة، وقد قرّر أن يصغرها لكي تكون صالحة للاستعمال في أماكن أصغر مساحة من قاعة المدرسة.



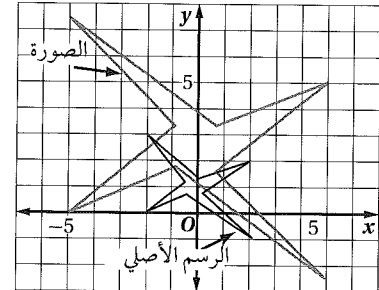
(a) ارسم صورة هذا المخطط الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة  $(0, 0)$  ومعامله 0.5

(b) إذا كان محيط الصورة الناتجة عن التمدد 26 وحدة، فما محيط المخطط الأصلي؟

(1) مركز التمدد: وضع سعيد صورة شكل نتجت عن تمدد فوق الشكل الأصلي، كما في الشكل أدناه. عيّن مركز هذا التمدد، وشرح الطريقة التي اتبعتها لتعيينه.



(2) معامل التمدد: رسم طاهر شكلاً و صورته الناتجة عن تمدد على المستوى الإحداثي نفسه، كما هو موضح أدناه:



ما معامل هذا التمدد؟

(3) تمدد: يرسم فهد صوراً لوضعها في لوحة. ويريد أن يزيد سماكة خطوط هذه النجمة الخماسية بإجراء تمدد لها، ومن ثم يظلّ المساحة بين الشكل الأصلي والصورة. ارسم صورة النجمة الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة المبيّنة في الشكل ومعامله 1.5.

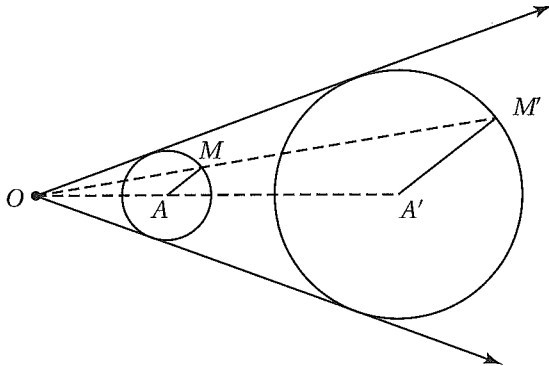


## التدريبات الإثرائية

3-6

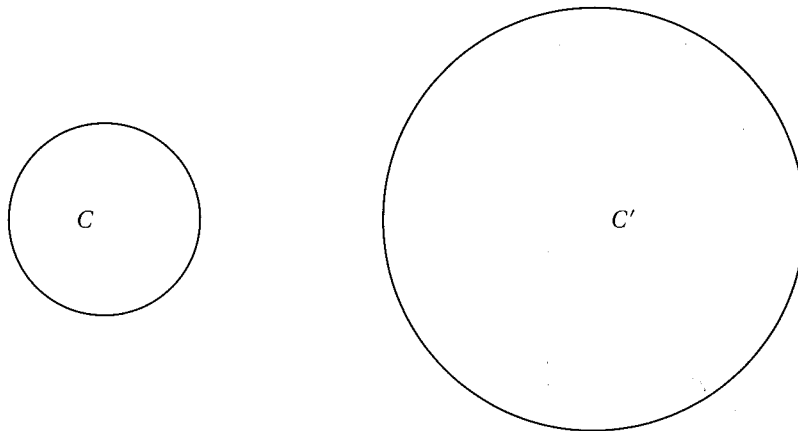
## الدوائر المتشابهة

قد تستغرب إذا علمت أن أي دائرتين غير متطابقتين واقعتين في المستوى نفسه ولا تشتركان في نقاط داخلية، يمكنك نقل إحداها إلى الأخرى بأكثر من تمدد واحد.



1) يبين الشكل المجاور إحدى طرق نقل الدائرة الصغيرة إلى الدائرة الكبيرة باستعمال التمدد. إذا أعطيت الدائرتان، يمكنك تحديد مركز التمدد بالطريقة التي توضّحها المستقيمات المرسومة في الشكل. صف الطريقة التي يمكنك تحديد مركز التمدد بها. استعمال القطع المستقيمة المميّنة في الشكل للتعبير عن معامل التمدد.

2) إليك زوجًا آخر من الدوائر غير المتطابقة التي لا تشترك بأي نقطة داخلية، فلقد تبين لك من السؤال 1 أنه يمكنك تحديد نقطة على يسار الدائرة الصغيرة تمثل مركز التمدد الذي ينقل  $\odot C$  إلى  $\odot C'$ . أوجد مركزًا آخر لتمدد آخر يحول  $\odot C$  إلى  $\odot C'$ . ثم عيّن قطعًا مستقيمة وسمّها واستعملها للتعبير عن معامل التمدد.



# ملحق الإجابات

الاسم \_\_\_\_\_ التاريخ \_\_\_\_\_

(تقمة)

### 3-1 تدريبات إعادة التعليم الانعكاس

رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي: يمكن أيضًا رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

• لإيجاد إحداثيي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $x$  اضرب الإحداثي  $y$  لها في  $(-1)$ .

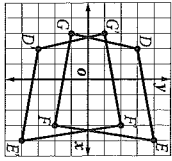
$$A(x_1, y) \rightarrow A'(-x_1, y)$$

• لإيجاد إحداثيي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور  $y$  اضرب الإحداثي  $x$  لها في  $(-1)$ .

$$M(x_1, y) \rightarrow M'(-x_1, y)$$

• لإيجاد إحداثيي صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم  $x = y$  بديل الإحداثيين  $x$  و  $y$ .

$$L(x_1, y) \rightarrow L'(y, x)$$

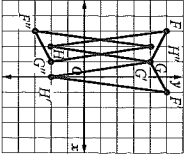


إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي  $DEFG$  هي:

$$D(-2, 3), E(4, 4), F(3, -2), G(-3, -1)$$

ارسم صورة الشكل  $DEFG$  بالانعكاس حول المحور  $x$ .

إيجاد الصورة بالانعكاس حول المحور  $x$ : استعمل الإحداثي  $y$  نفسه، واضرب الإحداثي  $x$  في  $(-1)$  وبالرموز  $(a, b) \rightarrow (-a, b)$ . الإحداثيات الجديدة هي:  $D'(-2, -3), E'(4, -4), F'(3, 2), G'(-3, 1)$ . الشكل الرباعي  $D'E'F'G'$

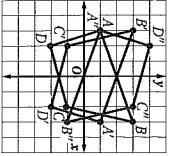


تعالين

ارسم صورة  $\triangle FGH$  بالانعكاس حول كل من المستقيمين الآتيين:

$$y = 1$$

$$x = -1$$



$$x = 1$$

$$y = 0$$

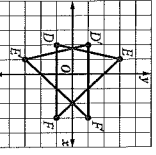
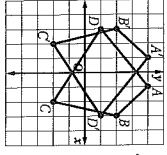
ارسم صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  بالانعكاس حول كل من المستقيمين الآتيين:

الذي إحداثيات رؤوسه

$$A(1, 4), B(3, 2), C(2, -2)$$

بالانعكاس

حول المحور  $y$ .



الذي إحداثيات رؤوسه

$$D(-2, -1), E(-1, 3), F(3, -1)$$

بالانعكاس

حول المحور  $x$ .

7

الفصل الثالث

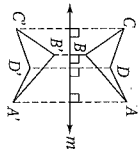
الاسم \_\_\_\_\_ التاريخ \_\_\_\_\_

### 3-1 تدريبات إعادة التعليم الانعكاس

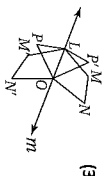
رسم الانعكاسات: تعلمت أن الانعكاس تحويل هندسي يعكس قلب الشكل حول مستقيم يسمى خط الانعكاس، بحيث يكون بُعد النقطة رؤسًا صورتها عن خط الانعكاس متساويين. ونقل الانعكاس النقطة إلى صورتها بحيث إذا كانت النقطة واقعة على خط الانعكاس فإن صورتها هي النقطة نفسها، وإذا كانت النقطة غير واقعة على خط الانعكاس يكون خط الانعكاس العمود المصنف للنقطة المستقيمة التي تصل النقطة بصورتها.

ارسم صورة الشكل الرباعي  $ABCD$  الناتجة من الانعكاس

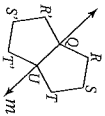
حول المستقيم  $m$ .



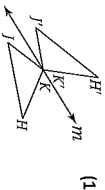
ارسم من كل رأس عمودًا على المستقيم  $m$ ، ونقطة التقاط  $A', B', C', D'$  في الجهة الثانية من المستقيم  $m$ ، على أن يكون المستقيم  $m$  على بُعد واحد من كل رأس وصورة. جمل الرؤوس  $A, B, C, D$  فيكون الشكل  $A'B'C'D'$  هو صورة الشكل  $ABCD$  بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .



(3)

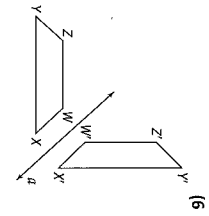


(2)

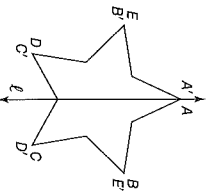


(1)

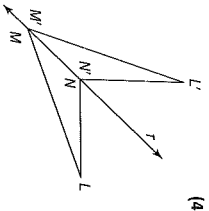
ارسم صورة كل شكل معكافئ بالانعكاس حول الخط المعطى مستعملًا المسطرة.



(6)



(5)



(4)

6

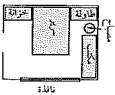
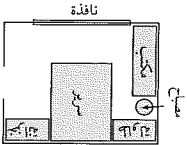
الفصل الثالث

التاريخ \_\_\_\_\_

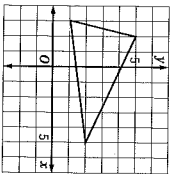
الاسم \_\_\_\_\_

### 3-1 تدريبات حل المسألة الانعكاس

4) تقسيم داخلي: كلف بصيحي مضمناً داخلياً لترتيب الآلة عربة نومه. وقد وضع المصمم المخطط المبين في الشكل أدناه. ولكن لم يوفق هذا الوضع للصيحي، فقرر أن يعكس المخطط حول مستقيم رأسي يمر بـ مركز الثقل. ارسم صورة المخطط بعد إجراء الانعكاس.



5) جملات: رسم ممدوح المثلث أدناه في المستوى الإحداثي.



أ) ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث بالانعكاس حول المحور y؟

(2, 5), (3, 1), (-5, 2)

ب) ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ ؟

(5, -2), (1, -3), (2, 5)

الفصل الثالث

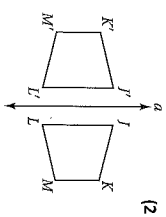
9

التاريخ \_\_\_\_\_

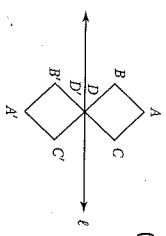
الاسم \_\_\_\_\_

### 3-1 تدريبات المهارات الانعكاس

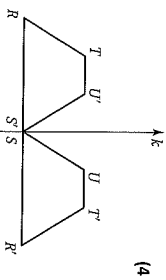
ارسم صورة كل شكل منك في بالانعكاس حول المستقيم المعطى مستخدماً المسطرة.



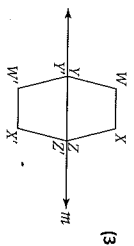
2



1



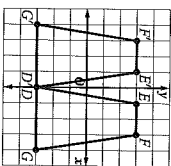
4



3

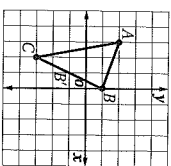
6) شبه المنحرف DEFG الذي إحداثيات رؤوسه:

$D(0, -3), E(1, 3), F(3, 3), G(4, -3)$  بالانعكاس حول المحور y.



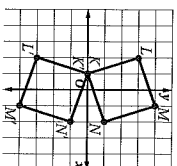
5) المثلث ABC الذي إحداثيات رؤوسه:

$A(-3, 2), B(0, 1), C(-2, -3)$  بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ .



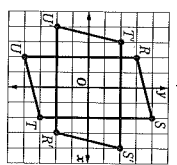
8) المربع KLMN الذي إحداثيات رؤوسه:

$K(-1, 0), L(-2, 3), M(1, 4), N(2, 1)$  بالانعكاس حول المحور x.



7) متوازي الأضلاع RSTU الذي إحداثيات رؤوسه:

$R(-2, 3), S(2, 4), T(2, -3), U(-2, -4)$  بالانعكاس حول المستقيم  $y = x$ .



الفصل الثالث

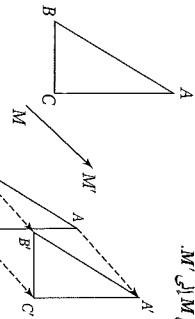
8

التاريخ

الاسم

### 3.2 تدريبات إعادة التعليم الإزاحة (الانسحاب)

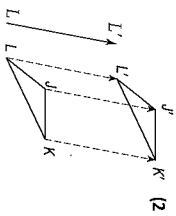
رسم الإزاحة (الانسحاب)؛ علمت أن الإزاحة أو الانسحاب تحول هندسي يقلل نقاط الشكل جميعها المسافة نفسها. وبالإضافة نفسه ويمكن التعبير عن الإزاحة بقطعة مستقيمة تنقل النقطة  $A$  إلى  $A'$ .



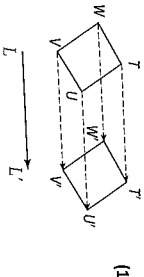
أرسم صورة  $ABC$  ناتجة عن الإزاحة التي تنقل  $M$  إلى  $M'$ .

أرسم من كل رأس مستقيماً يوازي  $\overline{MM'}$ ، ثم في طول  $\overline{MM'}$ ، وعين على كل مستقيم صورة الرأس بحيث يكون بعد الصورة عن النقطة الأصلية يساوي  $MM'$  بالاتجاه من  $M$  إلى  $M'$ .

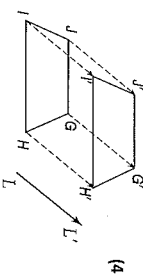
تعاين  
أرسم صورة كل من الأشكال الآتية بالإزاحة التي تنقل النقطة  $L$  إلى  $L'$ :



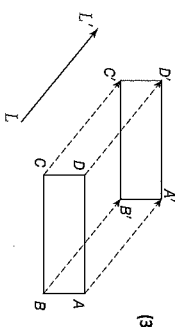
(2)



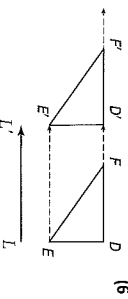
(1)



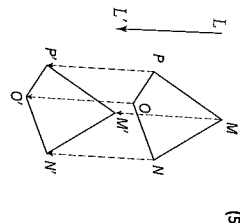
(4)



(3)



(6)



(5)

الفصل الثالث

11

التاريخ

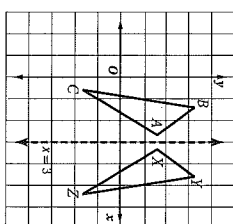
الاسم

### 3.1 التدريبات الإثباتية

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أدرس الشكل الجاور الذي يقلل إلى  $ABC$  بالتحويل الهندسي الذي قاعدته

$$(x, y) \rightarrow (-x, y) \text{ لاحظ أن صورة } \triangle ABC \text{ بالانعكاس حول المستقيم } x = 3.$$



1 أثبت أن المستقيم الرأسي  $x = 3$  هو المنصف العمودي للنقطة المستقيمة التي طرفاها  $(x, y)$  و  $(-x + 6, y)$  (رشد: استعمل قانون نقطة المنتصف).

$$\left( \frac{x + (-x + 6)}{2}, \frac{y + y}{2} \right) = (-x + 6, y) \text{ بصورتها } (x, y) \text{ بصورتها } (-x + 6, y) \text{ بـ } x = 3.$$

هذا أن النقطة التي تصل  $(x, y)$  مع  $(-x + 6, y)$  نقطة أليفة، ولذا فهي تعادل المنصف العمودي. وهذا يعني أن المستقيم  $x = 3$  هو المنصف العمودي للنقطة التي تصل  $(x, y)$  مع صورتها.

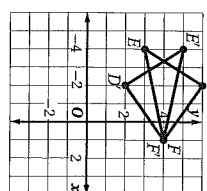
2 إن كل تحويل هندسي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (-x + 2, y)$  يقلل انعكاساً حول المستقيم الرأسي الذي معادلته  $x = h$  ما نوع التحويل الهندسي الذي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (-x - y + 2)$ ؟

انعكاس حول المستقيم الأفقي الذي معادلته  $y = k$ .

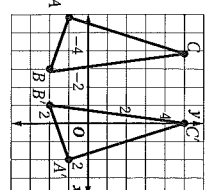
$$(3) \quad (x, y) \rightarrow (-x - y + 2)$$

$$(4) \quad (x, y) \rightarrow (-x - y + 8)$$

أرسم صورة كل من الشكلين الآتين بالتحويل الهندسي المعطى. حل هو انعكاس؟ وإذا كان كذلك، فما خط الانعكاس؟



نقطة:  $y = 4$ .



نقطة:  $x = -2$ .

10

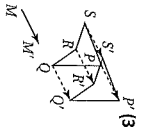
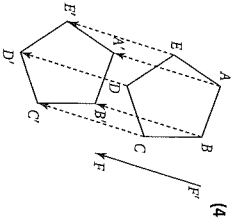
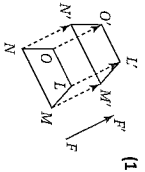
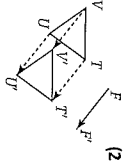
الفصل الثالث

التاريخ

الاسم

### 3-2 تدريبات المهارات

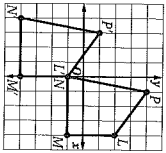
الإزاحة (الانسحاب)

أرسم صورة كل من الأشكال الآتية الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة  $P$  إلى النقطة  $F'$ .

مثل بياني كل شكل وصورة الناتجة عن الإزاحة المعطاة في السؤالين 5 و 6:

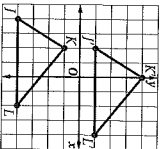
الشكل الرباعي  $LMNP$  الذي رؤوسه:

$L(4, 2), M(4, -1), N(0, -1), P(1, 4)$   
أزح وفق القاعدة:  $(x-4, y-3)$



الشكل  $\Delta KIL$  الذي رؤوسه:  $K(-4, -4), I(2, -4), L(2, -1)$

أزح وفق القاعدة:  $(x+2, y+5)$



الفصل الثالث

13

التاريخ

الاسم

### 3-2 تدريبات إعادة التعليم

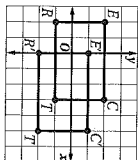
الإزاحة (الانسحاب)

الإزاحات في المستوى الإحداثي؛ يمكن رسم الإزاحات في المستوى الإحداثي إذا علم اتجاهها وعدد الوحدات التي تحركها الشكل أفقياً وأزواً رأسياً، فالإزاحة التي تحرك الشكل  $h$  وحدة رأسياً تنقل النقطة  $P(x, y)$  إلى  $P'(x, y+h)$  ويغير عن هذه الإزاحة بالبروز على النحو الآتي:

$(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$

إحداثيات رؤوس المستطيل  $RECT$  هي:  $R(-2, -1), C(3, 2), T(3, -1), E(-2, 2)$

مثل بياني المستطيل  $RECT$  وصورة الناتجة عن إزاحة وفق القاعدة:  $(x+2, y-1)$   
تنقل هذه الإزاحة كل نقطة من نقاط المستطيل وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأسفل.



$(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$

$R(-2, -1) \rightarrow R'(-2+2, -1-1) = R'(0, -2)$

$E(-2, 2) \rightarrow E'(-2+2, 2-1) = E'(0, 1)$

$C(3, 2) \rightarrow C'(3+2, 2-1) = C'(5, 1)$

$T(3, -1) \rightarrow T'(3+2, -1-1) = T'(5, -2)$

مثل بياني المستطيل  $RECT$  وصورة  $RECT$ .

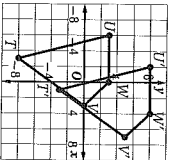
تجارب

مثل بياني كلا من الأشكال الآتية وصورها الناتجة عن الإزاحة المعطاة:

الشكل الرباعي  $TUVW$  الذي إحداثيات رؤوسه:

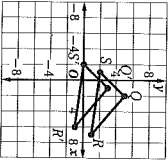
$T(-3, -8), U(-6, 3), V(3, 0), W(0, 3)$

أزح وفق القاعدة:  $(x+4, y+5)$



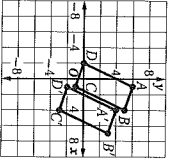
الشكل الرباعي  $QPRS$  الذي إحداثيات رؤوسه:  $Q(2, 5), R(7, 1), S(-1, y)$

أزح وفق القاعدة:  $(x-1, y-2)$



3) متوازي الأضلاع  $ABCD$  الذي إحداثيات رؤوسه:  $A(1, 6), B(4, 5), C(1, -1), D(-2, 0)$

أزح وفق القاعدة:  $(x+3, y-2)$



12

الفصل الثالث

التاريخ

الاسم

### 3-2 التدرجات الإثرائية الإزاحة في المستوى الإحداثي

يمكن استعمال قاعدة الانعكاس لتبين أن نتيجة انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هي إزاحة.

1) افرض أن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين مختلفين وليكن  $S$  و  $T$  الانعكاسين الآتيين:

$$S(x, y) \rightarrow (-x + 2a, y)$$

$$T(x, y) \rightarrow (-x + 2b, y)$$

أي أن  $S$  انعكاس في المستقيم  $a$  وأن  $T$  انعكاس في المستقيم  $b$ .

a) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب:

"الانعكاس  $S$  متبعًا بالانعكاس  $T$ "

$$(x, y) \rightarrow (x + 2(b - a), y)$$

b) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب:

"الانعكاس  $T$  متبعًا بالانعكاس  $S$ "

$$(x, y) \rightarrow (x + 2(a - b), y)$$

2) تأمل التجهيزين التاليين توصلت إليهما في السؤال 1.

ما الذي تلاحظ عليه هاتان النتيجةان حول علاقة المسافة بين المستقيمين المتوازيين مع المسافة بين نقطة وصورتيها بالانعكاسين حول هذين المستقيمين المتوازيين؟

المسافة بين كل نقطة وصورتيها تساوي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

3) وضح بالرسم إجاباتك عن السؤالين 1 و 2، استعمل ورقة إجاباتك إن كان ذلك ضروريًا.

انظر إجابات الطلاب.

الفصل الثالث

15

التاريخ

الاسم

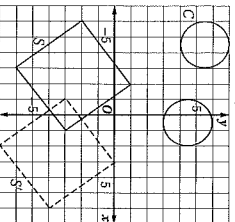
### 3-2 تدريبات حل المسألة الإزاحة (الاستحباب)

1) إزاحة: يوجب زليد في مضاعفة صورة الشكل الخماسي الآتي

النتيجة عن إزاحة، ساعده على رسم صورة المضلع الناتجة عن الإزاحة التي تعقل رأس السحاذ إلى النقطة المبيّنة في الشكل.



5) مربعات ودوائر:



a) صورة المربع  $S$  الناتجة عن إزاحة ماء، هي المربع  $S'$ . اكتب قاعدة هذه الإزاحة.

$$(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 1)$$

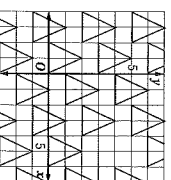
b) ارسم صورة الدائرة  $C$  الناتجة عن الإزاحة التي كتبت

قاعدة في الفرج  $a$ .

انظر الرسم في الشكل أعلاه.

2) ورق الجدران: يتكوّن تصميم ورق الجدران من إزاحات

مكررة لأشكال واحد مطابق الضلعين. تبين الشكل الآتي هذا التصميم على المستوى الإحداثي، بحيث أن مبدأ الفرج هذا المثلث المرسوم حول النقطة  $(5, 1)$  يرسوم مثلث يكون فرق المثلث المرسوم حول النقطة  $(5, 1)$  يرسوم مثلث يكون متطابق مع بقية النمط، فما إحداثيات رؤوس هذا المثلث؟



$$(4, 3), (5, 3), (6, 3)$$

3) انعكاسان: أجرى أحمد انعكاسين متتابعين لجسم ما نقي الخطوط الأربعة التي أجرى ك انعكاسًا حول المستقيم  $1 - 2 = 3$  ثم أكمل هذا التحويل المركب بإجراء انعكاس للصوره حول المستقيم  $1 = 2$  فكانت النتيجة النهائية إزاحة للجسم. اكتب قاعدة هذه الإزاحة.

$$(x, y) \rightarrow (x, y + 4)$$

14

الفصل الثالث



التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

(نقطة)

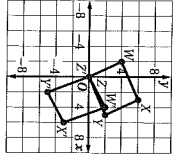
### 3-3 تدريبات إعادة التعليم

الدوران

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي، يمكنك استعمال القواعد الآتية لتحديد صورة نقطة عندما يتم تدويرها بزاوية  $90^\circ$  أو  $180^\circ$  أو  $270^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

| الرموز                        | الإجراءات  | زاوية الدوران |
|-------------------------------|--|---------------|
| $(x, y) \rightarrow (-y, x)$  | أغرب الإحداثي $y$ في $(-1)$ ثم بدل موقعي الإحداثيين $x, y$ . | $90^\circ$    |
| $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ | أغرب كلا من الإحداثيين $x, y$ في $(-1)$                      | $180^\circ$   |
| $(x, y) \rightarrow (y, -x)$  | أغرب الإحداثي $x$ في $(-1)$ ثم بدل موقعي الإحداثيين $x, y$ . | $270^\circ$   |

حل



إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع WXYZ هي:  $W(-2, 4), X(3, 6), Y(5, 2), Z(0, 0)$

عن دوران بزاوية  $270^\circ$  حول نقطة الأصل.

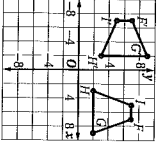
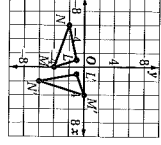
أغرب الإحداثي  $x$  لكل رأس في  $(-1)$  ثم بدل الإحداثيين

- $(x, y) \rightarrow (y, -x)$
- $W(-2, 4) \rightarrow W'(4, 2)$
- $X(3, 6) \rightarrow X'(6, -3)$
- $Y(5, 2) \rightarrow Y'(2, -5)$
- $Z(0, 0) \rightarrow Z'(0, 0)$

تعاريف: ارسم كلاً من الأشكال الآتية وصورة الناتجة عن الدوران بالزاوية المحددة في كل من الأمثلة الآتية حول نقطة الأصل:

أمثلة:  $\triangle LMN$  الذي رؤوسه:

- $L(-1, -1), M(0, -4), N(-6, -2)$



1) شبه المربع FGH الذي رؤوسه:

- $F(7, 7), G(9, 2), H(3, 2), I(5, 7)$

زاوية الدوران  $90^\circ$

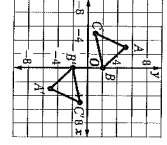
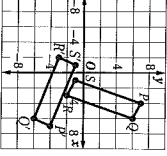
4) متوازي الأضلاع PQRS الذي رؤوسه:

- $P(4, 7), Q(6, 6), R(3, -2), S(1, -1)$

3)  $\triangle ABC$  الذي رؤوسه:

- $A(-3, 5), B(0, 2), C(-5, -1)$

زاوية الدوران  $180^\circ$



الفصل الثالث

17

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

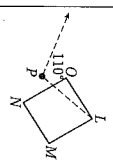
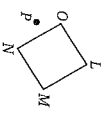
### 3-3 تدريبات إعادة التعليم

الدوران

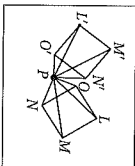
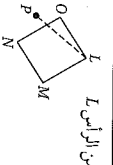
رسم الأشكال الناتجة عن الدوران، الدوران تحويل هندسي تدور به كل نقطة من نقاط الشكل زاوية معينة  $90^\circ$  وباتجاه معين حول نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران. وتتعلق النقطة A بالدوران إلى A' بحيث:

- إذا كانت A هي مركز الدوران فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة A غير مركز الدوران، فإن النقطة A وصورتها A' تبعان المسافة نفسها عن مركز الدوران والزاوية المشكلة من A و A' ومركز الدوران تسمى زاوية الدوران. وقاسها بساوي  $90^\circ$ .

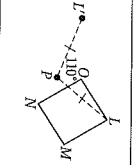
استعمل نقطة وسطية لرسم صورة المربع LMNO الناتجة عن دوران بزاوية  $110^\circ$  حول النقطة P.



الخطوة 1: أرسم نقطة مستقيمة من الرأس L إلى النقطة P.



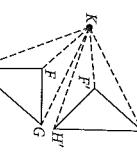
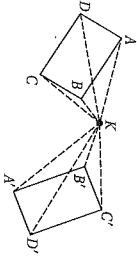
الخطوة 2: أرسم زاوية قاسها  $110^\circ$  سكان PL أحد ضلعها.



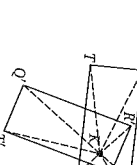
الخطوة 3: استعمل مسطرة لتعين L' على الضلع الثاني بحيث يكون  $PL = PL'$

تعاريف: ارسم متطابقة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل مثال يأتي:

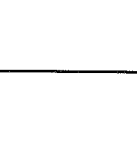
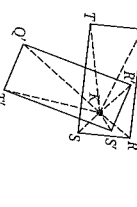
1)  $135^\circ$



2)  $45^\circ$



3)  $75^\circ$



16

الفصل الثالث

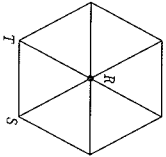
التاريخ

الاسم

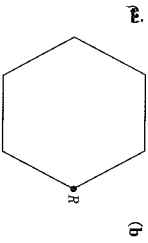
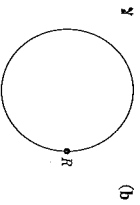
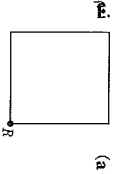
### 3-3 تدريبات حل المسألة

الدوران

5) تطبيق: التبييط نبط يكون من شكل واحدة أو أكثر يغطي سطحاً من دون تقاطعات أو فراغات. تم تدوير  $\triangle RST$  حول النقطة  $R$  لتكوين التبييط الظاهر في الشكل أدناه.



هل يمكن تكوين تبييط بتدوير كل من الأشكال الآتية حول النقطة  $R$  ؟



1) بوسيلة: تشير إشارة بوسيلة معطوية إلى اتجاه الشمال الغربي، إذا سرت باتجاه الغرب وفق هذه البوسيلة فما زاوية الدوران الذي يفتلك إلى اتجاه الشمال الغربي.

2) إعلانات: يصبح باطل إعلاناً يحتوي على الحرف "M".

M

وقد قرأ أن يدور ذلك الحرف مع اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية  $60^\circ$ . ارسم صورة الحرف الناتجة عن هذا الدوران.

M

3) دوران: نظر محمود إلى مفسلة، فوجد رمز صنوبر الشاه البارد في الوضع الظاهر أدناه.  $225^\circ$

C

ما قياس زاوية الدوران الذي يعيد هذا الرمز إلى الوضع الصحيح؟

4) كتبت الأرقام 0-9 على أبعاد متساوية بعضها عن بعض على حافة قرص دائري يمكن تدويره بزاوية قياسها  $36^\circ$  باتجاه حركة عقارب الساعة. كم مرة يتعين تطبيق هذا الدوران حتى يعود القرص إلى وضعه الأصلي؟

10 مرات

الفصل الثالث

19

التاريخ

الاسم

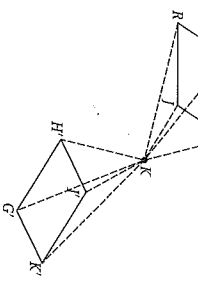
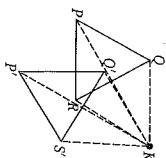
### 3-3 تدريبات المهارات

الدوران

مثل

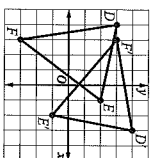
30° (2)

150° (1)

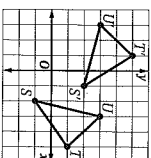


مثل يبيأ كل من الأشكال الآتية وصورة بالدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في الأسئلة الآتية:

الذي رؤوسه:  $\triangle DEF$  (4)  $D(-4, 3), E(1, 2), F(-3, -3)$  زاوية الدوران  $180^\circ$

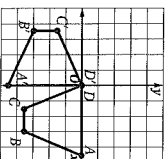


الذي رؤوسه:  $\triangle STU$  (3)  $S(2, -1), T(5, 1), U(3, 1)$  زاوية الدوران  $90^\circ$



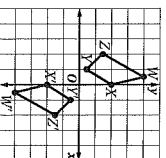
6) شبه المنحرف ABCD الذي رؤوسه:

$A(9, 0), B(6, -7), C(3, -7), D(0, 0)$  زاوية الدوران  $270^\circ$



5) الشكل الرباعي WXYZ الذي رؤوسه:

$W(-1, 8), X(0, 4), Y(-2, 1), Z(-4, 3)$  زاوية الدوران  $180^\circ$



18

الفصل الثالث

التاريخ

الاسم

### 3-4 تدريبات إعادة التعليم

#### تركيب التحويلات الهندسية

تركيب الإزاحة والانعكاس: عند إجراء تحويلين هندسيين متعاقبين على شكل هندسي فإن التحويل الهندسي الذي ينتج الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية يسمى تحويلًا هندسيًا مركبًا. وأحد هذه التحويلات المركبة هو التحويل الناتج عن تركيب إزاحة تليها انعكاس حول خط يوازي اتجاه الإزاحة.

إحداثيات رؤوس  $\Delta ABC$  هي:  $A(3, 3)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(-1, -3)$  مثل يأتينا  $\Delta ABC$  ومصورته الناتجة

مثل

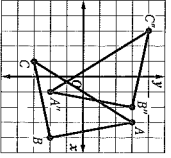
عن إزاحة مقدارها وحتان إلى اليسار ووحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .

الخطوة 1: إزاحة مقدارها وحتان إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل الخطوة 2: انعكاس حول المحور  $x$

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (x, -y) \\ A(1, 2) &\rightarrow A'(1, -2) \\ B(2, -3) &\rightarrow B'(2, 3) \\ C(-3, -4) &\rightarrow C'(-3, 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (x-2, y-1) \\ A(3, 3) &\rightarrow A'(1, 2) \\ B(4, -2) &\rightarrow B'(2, -3) \\ C(-1, -3) &\rightarrow C'(-3, -4) \end{aligned}$$

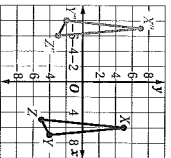
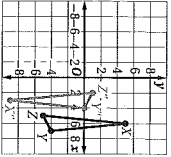
الخطوة 3: مثل يأتينا  $\Delta ABC$  ومصورته  $\Delta A'B'C'$



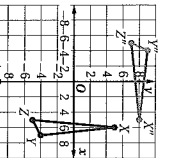
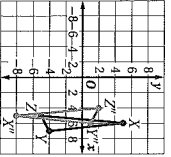
تحويلين

إحداثيات رؤوس  $\Delta XYZ$  هي:  $X(6, 5)$ ,  $Y(7, -4)$ ,  $Z(5, -5)$ . مثل يأتينا  $\Delta XYZ$  ومصورته الناتجة من التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من الأسئلة الآتية:

- إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين، ووحدة إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .
- إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .



- إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليسار و 4 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور  $x$ .
- إزاحة مقدارها وحتان إلى اليمين ثم انعكاس حول المحور  $x$ .



الفصل الثالث

21

التاريخ

الاسم

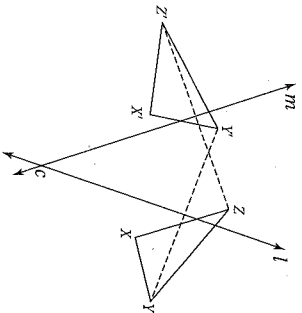
### 3-3 التدريبات الإثباتية

إيجاد مركز الدوران:

إذا علمت أن  $\Delta XYZ$  صورة  $\Delta XYZ$  بدوران مركزه وقياس زاوية غير معلوم، فهل يمكنك أن تجداه؟

نعم. أرسم قطعتين مستقيمتين متصلتين بين زوجين من الرؤوس المتناظرة.

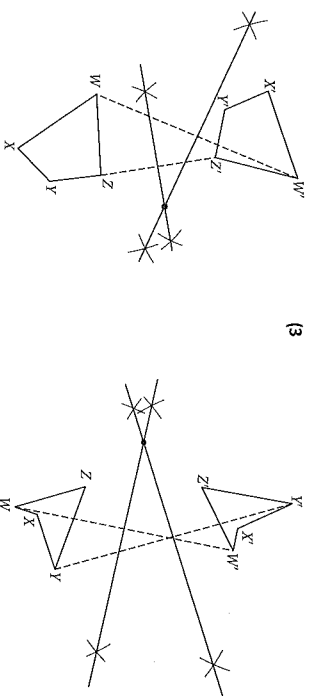
لقد رسمت القطعتين  $YY'$  و  $ZZ'$  في الشكل المجاور. أرسم الآن المثلث المكون من القطعة  $YY'$  والنصف العمودي  $m$  للقطعة  $ZZ'$ . تكون القطعة  $C$  التي يتقاطع عندها مدان المستقيمان هي مركز الدوران.



1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟

أرسم  $\angle X'CX$  (أو  $\angle Y'CY$  أو  $\angle Z'CZ$ ) ونقيسها بالقطعة.

عش من مركز الدوران الذي يمثل الشكل  $WXYZ$  إلى  $WXYZ'$  في كل من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران.



مركز الدوران نقطة تقاطع المودعين النصفين للقطعتين، وزاوية الدوران  $110^\circ$  تقريبًا.

قد تحسنت القطعتان اللتان يتقاطعا عندنا مدان المستقيمان هي

الفصل الثالث

20

التاريخ

الاسم

### 3-4 تدريبات المهارات

#### تركيب التحولات الهندسية

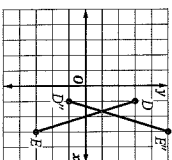
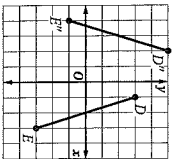
إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة  $DE$  هي:  $D(1, 3)$ ,  $E(3, -3)$ ، مثل بيانياً  $DE$  وصورتها الناتجة عن التحويل الهندسي المحدد في كل مسألي:

(2) إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين ووحيتين إلى الأعلى ثم انعكاس حول المحور  $y$ .

ثم انعكاس حول المحور  $x$ .

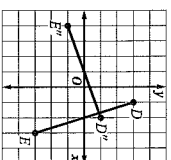
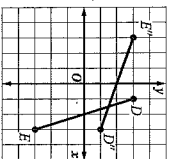
(1) إزاحة مقدارها وحتين إلى الأسفل ثم انعكاس حول المحور  $x$ .

ثم انعكاس حول المحور  $y$ .

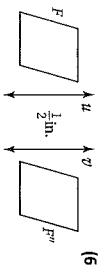


(4) انعكاس حول المحور  $x$ ، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية  $90^\circ$ .

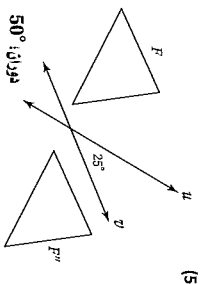
(3) إزاحة مقدارها وحتين إلى اليسار ووحدة واحدة إلى الأسفل، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية  $270^\circ$ .



أرسم الشكل  $F$  وصورة الناتجة عن انعكاس حول المستقيم  $u$  ثم انعكاس حول المستقيم  $v$ ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $F$  إلى  $F''$  في كل من الأسئلة الآتية:



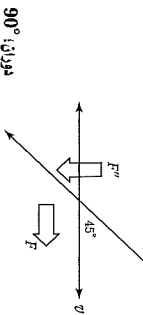
(6)



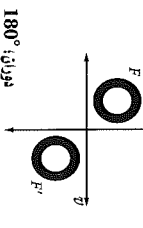
(5)

إزاحة: 1 in

(8)



(8)



(7)

دوران:  $180^\circ$

دوران:  $90^\circ$

الفصل الثالث

23

التاريخ

الاسم

### 3-4 تدريبات إعادة التعليم

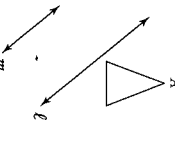
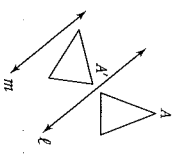
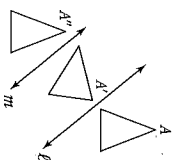
#### تركيب التحولات الهندسية

تركيب انعكاسين: إن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين يعادل إزاحة.

مثال: أرسم صورة الشكل  $A$  بالانعكاس حول المستقيم  $l$  ثم بالانعكاس حول المستقيم  $m$ . ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $A$  إلى  $A''$ .

الخطوة 2: أرسم صورة  $A'$  بالانعكاس حول المستقيم  $m$ .

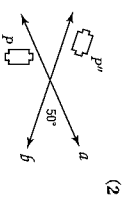
الخطوة 1: أرسم صورة  $A$  بالانعكاس حول المستقيم  $l$ .



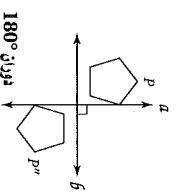
تلاحظ أن تركيب هذين الانعكاسين يعادل إزاحة  $A$  إلى  $A''$

تعاريف

أرسم صورة الشكل  $P$  الناتجة عن انعكاس حول المستقيم  $h$  ثم حول المستقيم  $l$ . ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $P$  إلى  $P''$  في كل من الأسئلة الآتية:



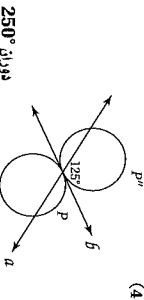
(2)



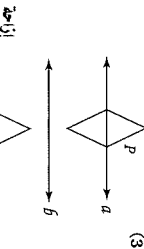
(1)

دوران:  $100^\circ$

دوران:  $180^\circ$



(4)



(3)

دوران:  $250^\circ$

إزاحة

الفصل الثالث

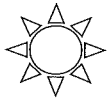
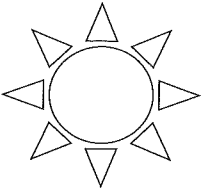
22

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

### 3-4 التحويلات الإثرائية

#### تصميم فني

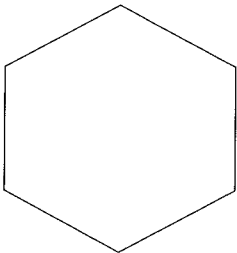


تخطت تحويلات التفاضل الأبعاد بين النقاط. لكن ليس كل التحويلات الهندسية تحويلات تقاس، إذاً فإن بعضها يكرر الأبعاد أو يصغرها بنسبة محددة، بينما الرسامون والمصممون إلى تغير الأبعاد في رسوماتهم للإحاطة بالمعنى أو الحركة فيقوموا بكمبيوتر القياسات أو تصغيرها باستعمال تقاسم رسم أو معامل تقاسم ثابت.

مثال: ارسم صورة الشكل المظلل المجاور باستعمال تقاسم رسم 1:3

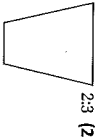


استعمل مسطرة لتقاس طول كل ضلع، ثم اقرب هذا الطول في 3.



تعاريف

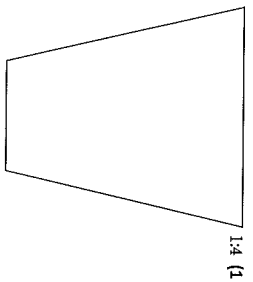
ارسم صورة الشكل المظلل مستعملًا تقاسم الرسم المناسب في كل مما يأتي:



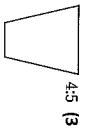
(2)



(1)



(4)



(3)



(6)

(5)

25

الفصل الثالث

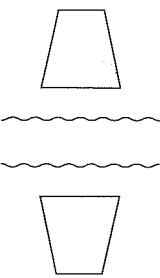
التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

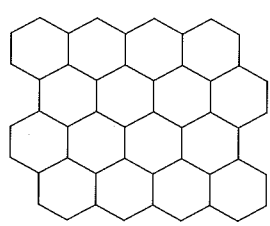
### 3-4 تدريبات حل المسألة

#### تركيب التحويلات الهندسية

(1) انشمارات، حتى يكون الجسر فوق النهر متيناً يجب أن تكون كل واحدة من قاعدتيه صورة للأخرى بانعكاس حول خط منتصف المسافة بين جانبي النهر. ارسم القاعدة الثانية للجسر



(2) انماط، صنف تحويلاً هندسياً مركباً يمكن استعماله لكرين نمط السجاد الصيني أدناه.



تدوير الشكل الأساسي حول أحد رؤوسه ثم إزاحة إلى اليمين وتكرار العملية

(3) اكتشاف الخطأ، يقول سعد إن الانعكاس حول المحور x ثم الانعكاس حول المحور y يعادلان دوراناً بزاوية 180° حول نقطة الأصل. وأما محمد فيقول إن الانعكاس حول المحور y ثم الانعكاس حول المحور x يعادلان انعكاساً حول الأصل. من أيهما على صواب؟ وكرر إجابتك.

سعد على صواب لأن تركيب الانعكاسين يعادل (د) أي (180° - د)، وهي نفسها نتيجة الدوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

24

الفصل الثالث

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

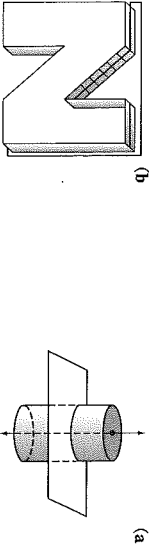
(تمة)

### 3-5 تدريبات إعادة التعليم

#### التمثيل

التمثيل في الأشكال التلافيفية الأبعاد: يكون الشكل التلافي الأبعاد متماثلًا حول مستوى إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول هذا المستوى هي الشكل نفسه ويكون الشكل التلافي الأبعاد متماثلًا حول محور إذا كانت صورته الناتجة عن الدوران حول هذا المحور بزوايا بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  هي الشكل نفسه.

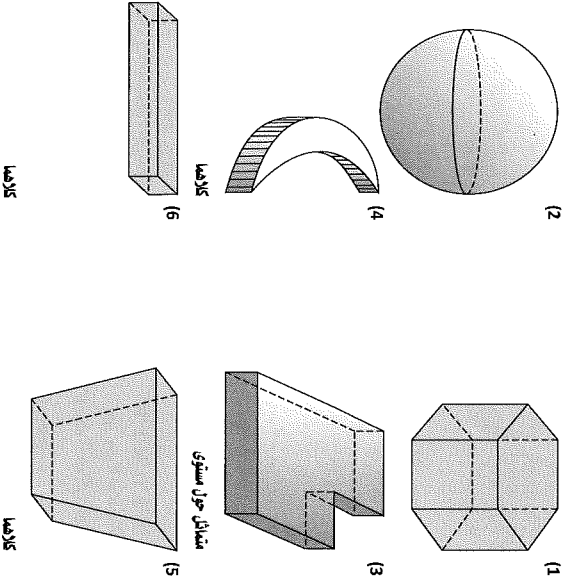
بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



الأسطر الثلاثة متماثلة حول مستوى ومتماثلة حول محور الحرف N متماثل حول مستوى.

#### تعاريف

بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل مثالين:



الفصل الثالث

27

التاريخ \_\_\_\_\_

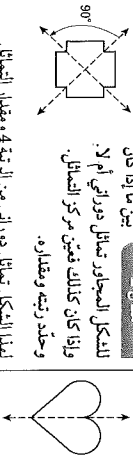
الاسم \_\_\_\_\_

### 3-5 تدريبات إعادة التعليم

#### التمثيل

التمثيل في الأشكال التلافيفية الأبعاد: يكون الشكل التلافي الأبعاد متماثلًا حول مستوى إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول هذا المستوى هي الشكل نفسه ويسمى هذا المستقيم محور التماثل. ويكون الشكل التلافي الأبعاد متماثلًا دورانيًا إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بزوايا بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الشكل عندئذ مركز التماثل (أو نقطة التماثل).

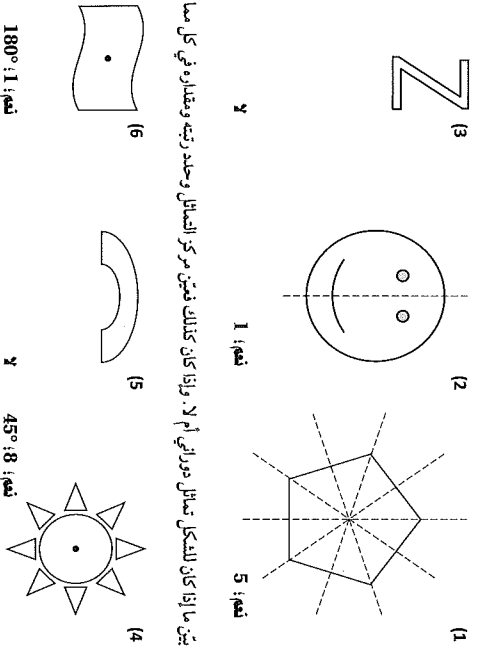
بين ما إذا كان للشكل



المحاور محور تماثل أم لا وإذا كان المحاور تماثل دوراني أم لا. وإذا كان كذلك فمركز التماثل. وحدد رتيبه ومقداره. لهذا الشكل تماثل دوراني من الرتبة 4 ومقدار التماثل يساوي  $4 \div 360^\circ = 90^\circ$  ومركز التماثل هو نقطة التقاء قطريه.

#### تعاريف

بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول محور أم لا وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها في كل مثالين:



الفصل الثالث

26

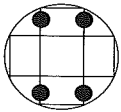
التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

### 3-5 تدريبات حل المسألة

#### التمثيل

5 ترتيب أماكن الجلوس: أعدت هذه تخطيطاً لترتيب أماكن الجلوس في حفلة، ورأت أن تكون الطاولات متماثلة. وقد وضعت الأطباق على النية المبينة في الشكل أدناه.

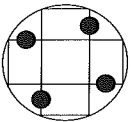


a ما رتبة التماثل الدوراني لهذا الشكل وما مقداره؟  
رتبه: 2، مقداره  $180^\circ$

b أضف الحد الأدنى من الأطباق لهذا الشكل، على أن يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني حول مركزه من الرتبة 4.



c هل يمكنك إعادة ترتيب مواقع الأطباق الأربعة في الشكل الأصلي على أن تحقق الشروط الآتية:  
(1) تبقى أبعادها عن مركز الطاولة ثابتة، (2) تبقى مراكزها على المستويات المبينة في التصميم، (3) يحقق الشكل الناتج التماثل الدوراني من الرتبة 4؟ إذا كان كذلك، رسم الشكل، وإلا، فوضح الأسباب.



نعم

الفصل الثالث

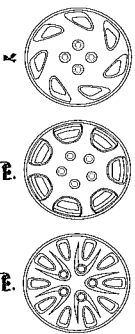
29

1 حروف: أي الحروف الكبيرة لها تماثل دوراني حول مركز الحرف بزاوية  $180^\circ$ .

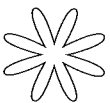
$H, I, N, O, S, X, Z$

2 مضاعفات: مضلع منتظم له تماثل دوراني رتبته 5 ومقداره  $72^\circ$ . ما اسم هذا المضلع. **pentagon**

3 أنصبة الإطارات: بين ما إذا كانت أنصبة الإطارات أدناه متماثلة حول محور أم لا.



4 تماثل: ما عدد محاور التماثل للشكل أدناه؟



8 محاور

التاريخ \_\_\_\_\_

الاسم \_\_\_\_\_

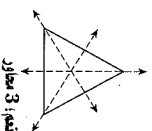
### 3-5 تدريبات المهارات

#### التمثيل

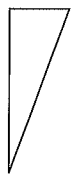
بين ما إذا كان الشكل متماثلاً أم لا، وإذا كان كذلك ارمس محاور التماثل جميعها وحدد عددها في كل مما يأتي:



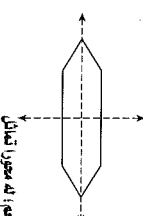
(2)



نعم؛ 3 محاور



(3)



(4)

نعم؛ له محور تماثل

بين ما إذا كان الشكل متماثلاً دوراني أم لا، وإذا كان كذلك فبين مركز التماثل وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:



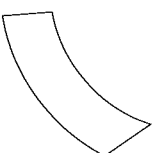
(6)

نعم؛ 8،  $45^\circ$



(5)

نعم؛ 3،  $120^\circ$



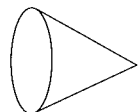
(8)

لا



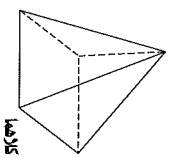
(7)

نعم؛ 2،  $180^\circ$



(10)

كلاهما



(9)

كلاهما

بين ما إذا كان الشكل متماثلاً حول مستوى أو متماثلاً حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل مما يأتي:

28

الفصل الثالث

### 3.5 التدرّيات الإثرائية

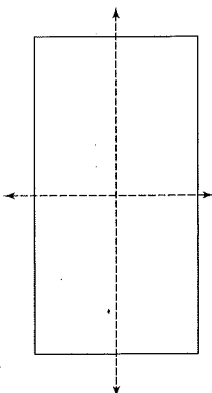
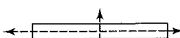
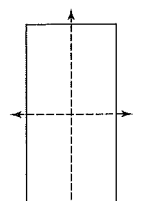
#### التمثيل في الأشكال الرباعية



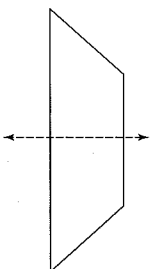
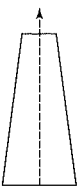
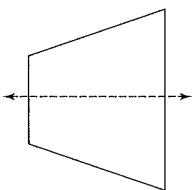
لكل نوع من الأشكال الرباعية عدد من محاور التمثيل يختلف عن عددها في الأنواع الأخرى. والمربع هو الشكل الوحيد الذي له 4 محاور تماثل.

ويمكن أن تحدد نوع الشكل الرباعي من عدد محاور التمثيل التي يحتويها.

جميع المستطيلات التي ليست مربعات لها محور تماثل.



وكل شبه منحرف متساوي الساقين له محور تماثل واحد فقط.



تمارين

اقرأ كل من الجمل الآتية، وبنّ ما إذا كانت صحيحة أو خطأ. وإذا كانت خطأ، فارسم مثالاً مضاداً:

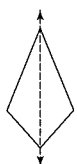
(1) المعينات التي ليست مربعات لها محورا تماثل فقط. **صحيحة**

(2) لشكل الطائرة الورقية محور تماثل فقط. **خطأ**

(3) شبه المنحرف غير المتساوي الساقين ليس له محاور تماثل. **صحيحة**

(4) لكل متوازي أضلاع محور تماثل فقط. **خطأ**

(5) تعيين فكر في التمثيل للدوراني في الأشكال الرباعية، واكتب من عندك بعض التعميمات ذات العلاقة بالتمثيل الدوراني في الأشكال الرباعية. **انظر إجابات الطلاب**





# رياضيات ٢