المملكة العربية السعودية
وزارة التربية والتعليم

رياضيات ٢

التعليم الثانوي - نظام المقررات
البرنامج المشترك

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الدائـرة

الفصل
٤

العبيكان
Obekan

١٤٣٣هـ - ٢٠١٢م

وزارة التربية والتعليم
MINISTRY OF EDUCATION
المملكة العربية السعودية

رياضيات ٢

التعليم الثانوي - نظام المقررات

(البرنامج المشترك)

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الرابع: الدائرة

العبيكان Obeikan

McGraw Hill Education

يوزع مجانًا ولا يباع

١٤٣٣هـ - ٢٠١٢م

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Geometry

رياضيات ٢
التعليم الثانوي- نظام المقررات (البرنامج المشترك)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

بسم الله الرحمن الرحيم

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحتين لتدريبات إعادة التعليم و صفحة واحدة لكل من التدريبات الأخرى لكل درسٍ من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس حسب مستوىً كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات المهارات

تركِّز هذه التدريبات على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس . فتقدم تدريبات إضافية على مهارات الدرس وبعض المسائل التي تركز على تلك المهارات. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط وفوق المتوسط.

الفهرس

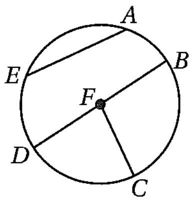
4-1 تدريبات إعادة التعليم

الدائرة ومحيطها

قطع مستقيمة في الدائرة: الدائرة هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى التي تبعد بعدًا ثابتًا، عن نقطة معلومة تسمّى مركز الدائرة.

للقطع المستقيمة التي تقطع الدائرة أسماء خاصة.

- تسمّى القطعة المستقيمة التي يقع أحد طرفيها على الدائرة والآخر عند مركز الدائرة نصف قطر.
- تسمّى القطعة المستقيمة التي يقع طرفاها على الدائرة وترًا.
- يسمّى الوتر المار بمركز الدائرة قطرًا ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.



وتر: $\overline{BD}, \overline{AE}$

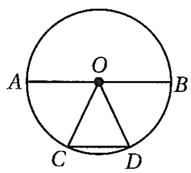
نصف قطر: $\overline{FD}\,, \overline{FC}\,, \overline{FB}$

قطر: $\overline{BD}$

تكون العلاقات الآتية صحيحة، في الدائرة التي نصف قطرها r وقطرها d:

$d = 2r \qquad r = \frac{1}{2}d \qquad r = \frac{d}{2}$

مثال



a) **سمِّ الدائرة في الشكل المجاور.**

اسم هذه الدائرة $\odot O$

b) **سمِّ أنصاف أقطار الدائرة.**

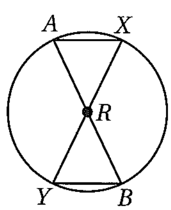
$\overline{AO}, \overline{BO}, \overline{CO}, \overline{DO}$ أنصاف أقطار في هذه الدائرة.

c) **سمِّ أوتار الدائرة.**

$\overline{AB}, \overline{CD}$ وتران في هذه الدائرة.

تمارين

استعمل الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة 7 – 1.



1) سمِّ الدائرة.

2) سمِّ أنصاف أقطار الدائرة.

3) سمِّ أوتار الدائرة.

4) سمِّ أقطار الدائرة.

5) إذا كان $AB = 18$ mm، فأوجد AR.

6) إذا كان RY=10 in، فأوجد AR وAB.

7) هل $\overline{AB} \cong \overline{XY}$؟ فسّر إجابتك.

الاسم ________________ التاريخ ________

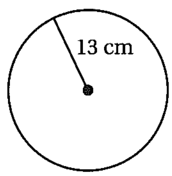
4-1 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

الدائرة ومحيطها

محيط الدائرة: محيط الدائرة هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ويرمز إليه بالرمز C.

محيط الدائرة	إذا كان محيط الدائرة يساوي C، وقطرها d، أو نصف قطرها r، فيمكننا التعبير عن المحيط بالعلاقتين الآتيتين: $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

مثال أوجد محيط الدائرة المجاورة، مقربًا إلى أقرب جزء من مائة.



$C = 2\pi r$ صيغة محيط الدائرة

$= 2\pi(13)$ $r = 13$

$= 26\pi$ بالتبسيط

≈ 81.68 مستعملًا الآلة الحاسبة

محيط هذه الدائرة يساوي 26π cm أو 81.68 cm تقريبًا.

تمارين

أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا كان محيطها كما هو مبيّن في الأسئلة 6–1، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.

1) $C = 40$ in.

2) $C = 256$ ft.

3) $C = 15.62$ m.

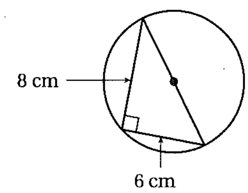
4) $C = 9$ cm.

5) $C = 79.5$ yd.

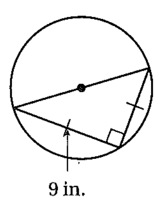
6) $C = 204.16$ m.

أوجد القيمة الفعلية لمحيط الدائرة في كلٍّ من مما يأتي:

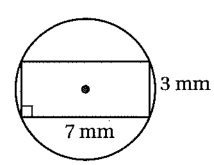
7)



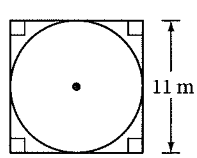
8)



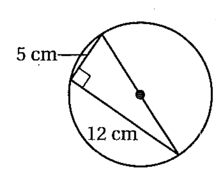
9)



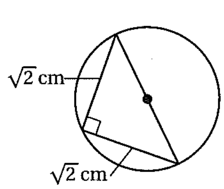
10)



11)



12)

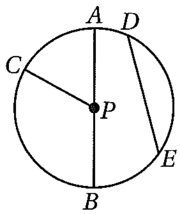


الاسم ________________ التاريخ ________

4-1 تدريبات المهارات

الدائرة ومحيطها

استعمل $\odot P$ للإجابة عن الأسئلة 7 – 1.



1) سمِّ الدائرة.

2) سمِّ نصف قطر في الدائرة.

3) سمِّ وترًا في الدائرة.

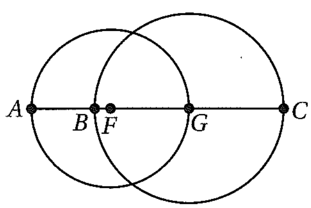
4) سمِّ قطرًا في الدائرة.

5) سمِّ نصف قطر في الدائرة لا يكون جزءًا من قطر مرسوم فيها.

6) إذا كان قطرا الدائرة هما 16 سم، فأوجد نصف قطرها.

7) إذا كان $PC = 11$ in ، فأوجد AB.

إذا كان قطرا $\odot F$ و$\odot G$ هما 5 و6 وحدات على الترتيب، فأوجد كلًا من القياسين الآتيين:



8) BF

9) AB

أوجد قطر ونصف قطر كلّ دائرة عُلم محيطها فيما يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:

10) $C = 36$ cm.

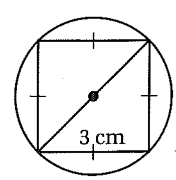
11) $C = 17.2$ ft.

12) $C = 81.3$ cm.

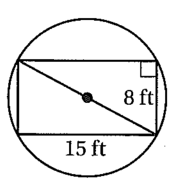
13) $C = 5$ yd.

أوجد القيمة الفعلية لمحيط كلّ دائرة من الدائرتين الآتيتين:

14)



15)

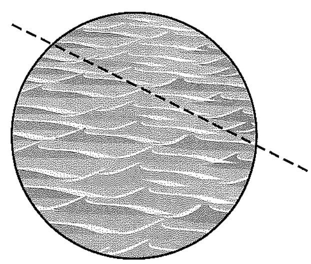


4-1 تدريبات حل المسألة

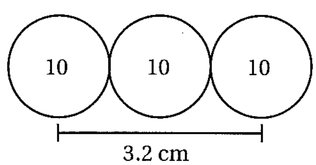
الدائرة ومحيطها

1) عجلات: يعمل سالم على تصميم إطارات لسيارة. إذا كان قطر الإطار يساوي 18 in، وأراد أن يضع دعامات تمتد من مركز الإطار إلى حافته، أي أن كلّ دعامة تمثل نصف قطر للإطار، فما طول كلٍّ من هذه الدعامات؟

2) تقطيع الكعك: قامت عائشة بتقطيع طبق كعك دائري الشكل. إذا كان قطر الطبق يساوي 14 in، و كانت قطعتها مستقيمة طولها 11 in، فهل قَطَعت عائشة الكعك على طول نصف قطر أم قطر أم وتر للدائرة؟

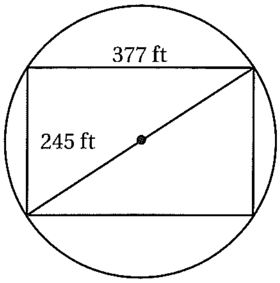


3) نقود معدنية: وضعت ثلاث قطع نقود متماثلة دائرية الشكل في صف واحد كما في الشكل أدناه.



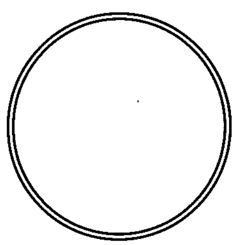
فإذا كانت المسافة بين مركزي القطعتين الأولى والثالثة تساوي 3.2 cm، فما نصف قطر قطعة النقود ؟

4) ساحة عامّة: أحيطت ساحة عامة مستطيلة الشكل بسياج دائري. على أن يصل كلّ من قطري المستطيل بين نقطتين على السياج مرورًا بمركز الدائرة.



ما قطر السياج ،اعتمادًا على المعلومات المعطاة في الشكل؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من القدم.

5) أطواق التمرين: يريد همّام أن يصنع طوقًا دائريًا يدوّره حول جسمه للتمرينات الرياضية. ومن أجل ذلك استعمل أنبوبًا طوله 2.5 m.



a) ما قطر الطوق الذي صنعه همّام؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من الألف من المتر.

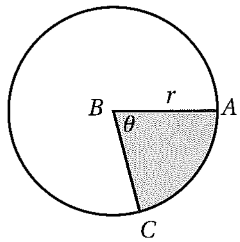
b) ما نصف قطر الطوق الذي صنعه همّام؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من الألف من المتر.

الاسم ______________________ التاريخ ______________

4-1 التدريبات الإثرائية

القطاع الدائري

يمكنك إيجاد مساحة الدائرة مستعملًا القانون $A = \pi r^2$. والقطاع الدائري جزء من الدائرة يشبه الفطيرة وينحصر بين نصفي قطرين وقوس من الدائرة.



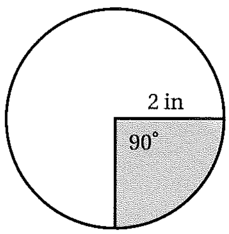
والزاوية المركزيّة للقطاع الدائري زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة.

وتتناسب مساحة القطاع الدائري ذي الزاوية المركزيّة θ مع الجزء الذي تمثله θ من 360.

أي أن:

$$\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\theta}{360} \quad \text{أو مساحة القطاع} = \frac{\theta}{360}\pi r^2.$$

مثال **أوجد مساحة القطاع الدائري في الشكل المجاور.**



$$A = \frac{\theta}{360}\pi r^2$$

$$r = 2 \quad \theta = 90 \qquad = \frac{90}{360}\pi(2)^2$$

$$= \frac{1}{4}(4\pi) = \pi$$

إذن ، مساحة القطاع الدائري تساوي π in^2 أو 3.14 in^2 تقريبًا.

تمارين:

1) أوجد مساحة القطاع الدائري، إذا كان قياس زاويته المركزيّة °72، ونصف قطر الدائرة 10 cm .

2) أوجد مساحة القطاع الدائري، إذا كان قياس زاويته المركزيّة °60، ونصف قطر الدائرة 5 in .

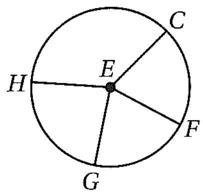
3) إذا كانت مساحة قطاع دائري 15π cm^2، ونصف قطر الدائرة يساوي 5 cm، فأوجد قياس الزاوية المركزيّة للقطاع.

4) إذا كانت مساحة قطاع دائري تساوي $\frac{1}{3}$ مساحة الدائرة، فأوجد قياس زاويته المركزية.

4-2 تدريبات إعادة التعليم

قياس الزوايا والأقواس

الزوايا والأقواس: الزاوية المركزيّة زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة، وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة. وتقسم الزاوية المركزيّة الدائرة إلى قوسين، **القوس الأكبر والقوس الأصغر.**



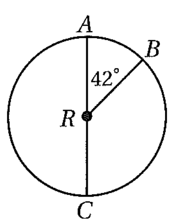
$\widehat{GF}$ قوس أصغر.
$\widehat{CHG}$ قوس أكبر.
$\angle GEF$ زاوية مركزية.

وهذه بعض خصائص الزوايا المركزيّة والأقواس:

- مجموع قياسات الزوايا المركزيّة غير المتداخلة في الدائرة يُساوي 360 درجة.
  $m\angle HEC + m\angle CEF + m\angle FEG + m\angle GEH = 360^{o}$.
- قياس القوس الأصغر أقل من 180^{o}،ويساوي قياس زاويته المركزيّة.
  $m\widehat{CF} = m\angle CEF$.
- قياس القوس الأكبر يساوي 360^{o} مطروحًا منها قياس القوس الأصغر الذي له نفس الطرفين.
  $m\widehat{CGF} = 360 - m\widehat{CF}$
- قياس نصف الدائرة يساوي 180^{o}.
- يتطابق قوسان أصغران، إذا وفقط إذا تطابقت الزاويتان المركزيتان المناظرتان لهما.
  $\widehat{FG} \cong \widehat{CF}$ إذا وفقط إذا كانت $\angle FEG \cong \angle CEF$.
- قياس القوس المكوَّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين.
  $m\widehat{CF} + m\widehat{FG} = m\widehat{CG}$

تسمّى هذه الخاصية (مسلّمة جمع الأقواس).

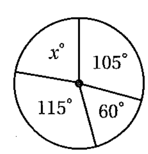
مثال إذا كان $\overline{AC}$ قطرًا في $\odot R$، فأوجد $m\widehat{AB}$ و $m\widehat{ACB}$.

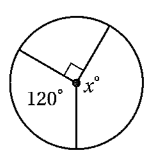


$\angle ARB$زاوية مركزية و$m\angle ARB = 42^{o}$، إذن $m\widehat{AB} = 42^{o}$.
ولذا فإن $m\widehat{ACB} = 360^{o} - 42^{o} = 318^{o}$

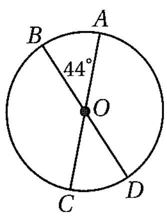
تمارين

أوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

(1


(2


إذا كان $\overline{BD}$ و $\overline{AC}$ قطرين في$\odot O$، فحدّد إن كان كلّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أم قوسًا أصغر أم نصف دائرة.ثم أوجد قياسه.



(3 $m\widehat{BA}$
(4 $m\widehat{BC}$
(5 $m\widehat{CD}$
(6 $m\widehat{ACB}$
(7 $m\widehat{BCD}$
(8 $m\widehat{AD}$

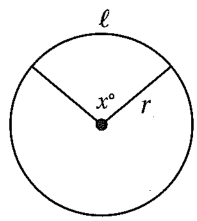
4-2 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

قياس الزوايا والأقواس

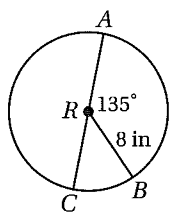
طول القوس: القوس جزء من الدائرة، وطوله جزء من محيطها.

يمكنك إيجاد طول القوس l مستعملًا المعادلة الآتية:

$l = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$.



مثال أوجد طول $\widehat{AB}$، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

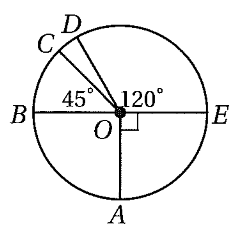


يمكنك إيجاد طول $\widehat{AB}$، مستعملًا المعادلة الآتية: $\widehat{AB} = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$

$\widehat{AB} = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$	معادلة طول القوس
$\widehat{AB} = \frac{135}{360} \cdot 2\pi(8)$	بالتعويض
$\widehat{AB} \approx 18.85$	باستعمال الآلة الحاسبة

تمارين

استعمل $\odot O$ لإيجاد طول كلّ قوس ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:



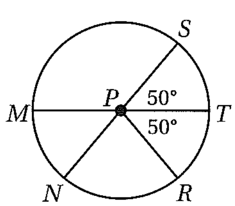
1) $\widehat{DE}$، إذا كان نصف القطر يساوي 2 m.

2) $\widehat{DEA}$، إذا كان القطر يساوي 7 in.

3) $\widehat{CB}$ ، إذا كان $BE = 24$ ft.

4) $\widehat{CBA}$ ، إذا كان $DO = 3$ mm .

استعمل $\odot P$ لإيجاد طول كلِّ قوس ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:



5) $\widehat{RT}$، إذا كان $MT = 7$ m.

6) $\widehat{NR}$، إذا كان $PR = 13$ ft .

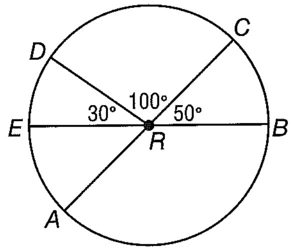
7) $\widehat{MST}$، إذا كان $MP = 2$ in.

8) $\widehat{MRS}$ ، إذا كان $NS = 10$ cm.

4-2 تدريبات المهارات

قياس الزوايا والأقواس

$\overline{AC}$ و $\overline{EB}$ قطران في $\odot R$. حدّد إن كان كلّ قوس ممّا يأتي قوسًا أكبر أم قوسًا أصغر أم نصف دائرة، ثم أوجد قياسه:



1) $m\widehat{EA}$

2) $m\widehat{CB}$

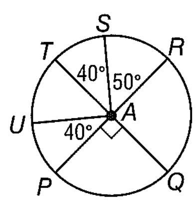
3) $m\widehat{DC}$

4) $m\widehat{DEB}$

5) $m\widehat{AB}$

6) $m\widehat{CDA}$

$\overline{PR}$ و $\overline{QT}$ قطران في $\odot A$. أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:



7) $m\widehat{UPQ}$

8) $m\widehat{PQR}$ 180°

9) $m\widehat{UTS}$

10) $m\widehat{RS}$ 50°

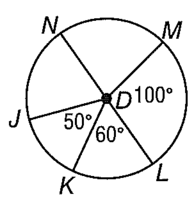
11) $m\widehat{RSU}$

12) $m\widehat{STP}$ 130°

13) $m\widehat{PQS}$

14) $m\widehat{PRU}$ 320°

استعمل $\odot D$ لإيجاد طول كلّ قوس ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:



15) $\widehat{LM}$ إذا كان نصف القطر يساوي 5 in.

16) $\widehat{MN}$ إذا كان القطر يساوي 3 m.

17) $\widehat{KL}$ إذا كان $JD = 7$ cm .

18) $\widehat{NJK}$ إذا كان $NL = 12$ ft .

19) $\widehat{KLM}$ إذا كان $DM = 9$ mm.

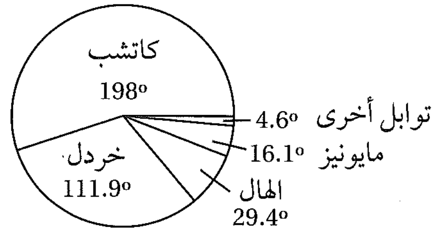
20) $\widehat{JK}$ إذا كان $KD = 15$ in.

الاسم ______________________ التاريخ ______________

4-2 تدريبات حل المسألة

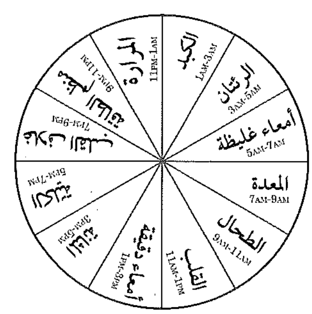
قياس الزوايا والأقواس

1) توابل: سُئل عدد من الأشخاص الموجودين في متنزه عن نوع التوابل المفضلة عندهم. ومثّلت النتائج بالقطاعات الدائرية على النحو الآتي:



أي نوع من التوابل حلّ في المرتبة الأفضل الثانية؟

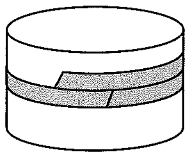
2) ساعات: يعتقد اليابانيون أن كلّ عضو من أعضاء الجسم المختلفة يكون أكثر نشاطًا في وقت معين خلال اليوم. ولتمثيل ذلك استعانوا بالساعة الصينية التي تعتمد على دائرة مقسمة إلى أقسام متساوية عددها 12 قسمًا برسم أنصاف أقطار فيها.



ما قياس كلٍّ من هذه الزوايا المركزية الاثنتي عشرة المتطابقة؟

3) فطائر: قطعت خديجة فطيرة تفاح دائرية الشكل إلى أربع قطع على طول 4 أنصاف أقطار. فكانت الزوايا المركزيّة للأقسام الأربعة هي: $4x + 10$, $6x - 10$, $5x$ و $3x$ درجة. فما قياس كلٍّ من الزوايا المركزيّة الأربع؟

4) شريط: لفّت آمنة شريط تزيين طوله 60 in حول علبة هدية أسطوانية الشكل قطرها يساوي 15 بوصة. وقد لفت الشريط حول العلبة لفة واحدة، وتابعت آمنة لفّ الشريط بعدما وصلت نقطة البداية. ما قياس الزاوية المركزيّة التي تكونت بين طرفي الشريط؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من الدرجة؟ **98.4°**



5) إطارات الدراجة الهوائية: اشترى عمر إطارًا لدراجته الهوائية قطره يساوي 20 in.

a) إذا دحرج عُمر الإطار على الأرض بحيث دار دورة كاملة، فما المسافة التي يقطعها الإطار؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من البوصة.

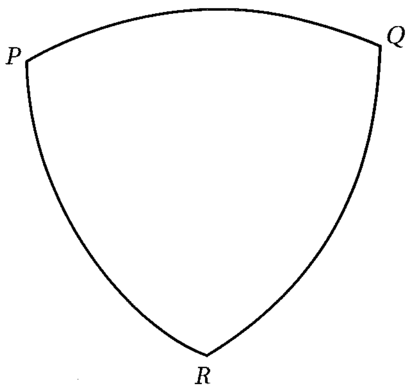
b) إذا تدحرج الإطار على الأرض بحيث دار 45°، فما المسافة التي يقطعها؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من البوصة.

c) إذا تدحرج الإطار على الأرض مسافة 10 in، فما قياس زاوية دورانه؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من الدرجة.

4-2 التدريبات الإثرائية

منحنيات ذات عرض ثابت

تُعدّ الدائرة من المنحنيات ذات العرض الثابت، لأنه كيفما وضعت الدائرة، تبقى أكبر مسافة عبرها ثابتة دائمًا. ولكن الدائرة ليست الشكل الوحيد الذي له هذه الخاصية.
تأمل الشكل المجاور الذي يُسمّى **مثلث ريلوكس**.



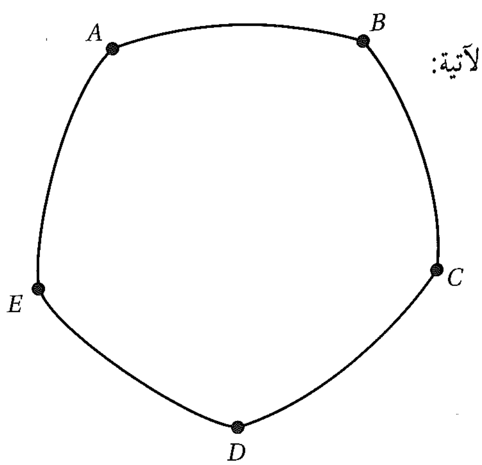
1) استعمل المسطرة لقياس المسافة من P إلى أي نقطة على الجهة المقابلة.

2) ما المسافة من Q إلى الجهة المقابلة؟

3) ما المسافة من R إلى الجهة المقابلة؟

يتألف مثلث ريلوكس من ثلاثة أقواس. ففي المثال السابق مركز $\overset{\frown}{PQ}$ هو R، ومركز $\overset{\frown}{QR}$ هو P، ومركز $\overset{\frown}{PR}$ هو Q.

4) انسخ مثلث ريلوكس أعلاه على قطعة من الورق ثم قُصّه، وارسم مربعًا طول ضلعه يساوي الطول الذي وجدته في السؤال 1.
بيّن أنه بإمكانك تدوير المثلث داخل المربع مع بقاء جوانبه ملامسة لأضلاع المربع.



5) كوّن منحنى آخر يكون ذا عرض ثابت، مستعملًا النقاط الخمس أدناه متّبعًا الخطوات الآتية:

الخطوة 1: ثبت رأس الفرجار عند النقطة D، وافتحه فتحة تساوي DA.
وارسم قوسًا طرفاه النقطتان A و B.

الخطوة 2: ارسم قوسًا آخر من B إلى C مركزه E.

الخطوة 3: استمر بهذه العملية حتى ترسم خمسة أقواس.

تستعمل بعض الدول هذا النوع من الأشكال في تصميم قطع نقودها المعدنية.

والفائدة في ذلك تكمُن في سهولة تمييزها باللمس، ويمكن استعمالها في أجهزة البيع الآلية أيضًا، لأن عرضها ثابت.

6) قِس عرض الشكل الذي رسمته في السؤال 5. وارسم مستقيمين متوازيين، المسافة بينهما تساوي العرض الذي وجدته. وانسخ الشكل ذا الجوانب الخمسة على قطعة من الورق وقصه، وبيّن أنه يتدحرج بسهولة بين المستقيمين اللذين رسمتهما.

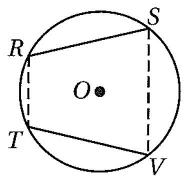
الاسم ________________ التاريخ ________

4-3 تدريبات إعادة التعليم

الأقواس والأوتار

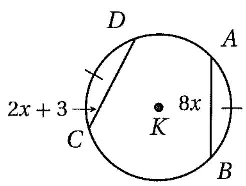
الأقواس والأوتار: تحدد النقاط على الدائرة الأقواس والأوتار، وهناك خصائص متعددة تتعلق بالنقاط على الدائرة.

في الدائرة نفسها أو في الدائرتين المتطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.



$\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$ إذا وفقط إذا كان $\overline{RS} \cong \overline{TV}$.

مثال إذا كان $\widehat{CD} \cong \widehat{AB}$ في $\odot K$ ، فأوجد AB.



$\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ قوسان متطابقان، ولذا فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$.

$CD = AB$ تعريف القطع المستقيمة المتطابقة

$2x + 3 = 8x$ بالتعويض

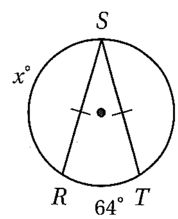
$x = \frac{1}{2}$ بالتبسيط

إذن $AB = 8\left(\frac{1}{2}\right) = 4$

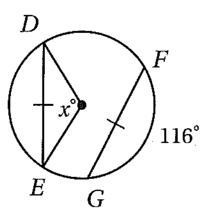
تمارين

جبر: أوجد قيمة x في كلّ دائرة ممّا يأتي:

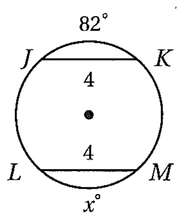
1)



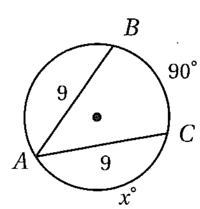
2)



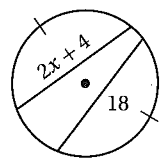
3)



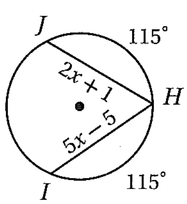
4)



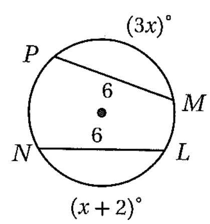
5)



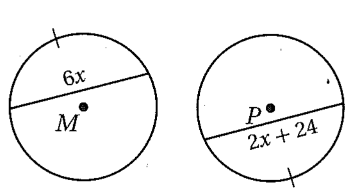
6)



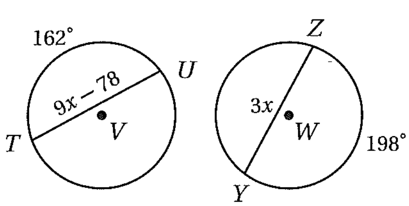
7)



8) $\odot M \cong \odot V$



9) $\odot V \cong \odot W$

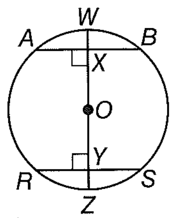


4-3 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

الأقواس والأوتار

الأقطار والأقواس:

- إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًا على وتر فيها، فإنه ينصف الوتر وينصّف قوسه أيضًا.
- المنصّف العمودي للوتر في الدائرة، هو قطر (أو نصف قطر) لها.
- يتطابق الوتران في الدائرة نفسها أو في الدائرتين المتطابقتين، إذا وفقط إذا كان بعداهما عن المركز متساويين.

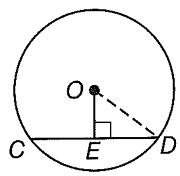


إذا كان $\overline{WZ} \perp \overline{AB}$ ، فإن$\overline{AX} \cong \overline{XB}$ و $\widehat{AW} \cong \widehat{BW}$.

إذا كان $OX = OY$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{RS}$

إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{RS}$ ، فإن $\overline{AB}$ و $\overline{RS}$ يبعدان المسافة نفسها عن النقطة O.

مثال في $\odot O$، $\overline{CD} \perp \overline{OE}$, $OD = 15$ و $CD = 24$. أوجد OE.



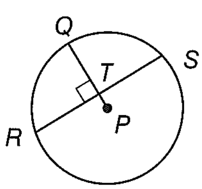
القطر أو نصف القطر العمودي على وتر الدائرة ينصف الوتر، إذن ED يساوي نصف CD.

$$ED = \frac{1}{2}(24)$$
$$= 12$$

استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد OE في $\triangle OED$.

$(OE)^2 + (ED)^2 = (OD)^2$	نظرية فيثاغورس
$(OE)^2 + (12)^2 = (15)^2$	بالتعويض
$(OE)^2 + 144 = 225$	بالتبسيط
$(OE)^2 = 81$	بطرح 144 من الطرفين
$OE = 9$	بأخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين

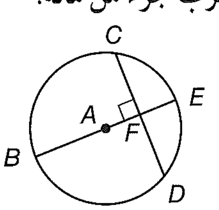
تمارين



في $\odot P$ ، نصف القطر يساوي 13، و $RS = 24$. أوجد كلّ طول ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.

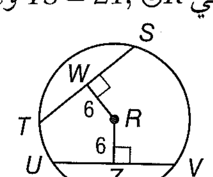
1) RT 2) PT 3) TQ

في $\odot A$، القطر يساوي 12، و $CD = 8$، و $m\widehat{CD} = 90°$ ، أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.

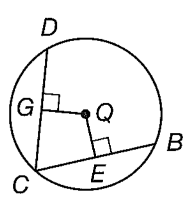


4) $m\widehat{DE}$ 45° 5) FD 6) AF

7) في $\odot R$، $TS = 21$، و $UV = 3x$. ما قيمة x؟



8) في $\odot Q$، $\overline{BC} \cong \overline{DC}$، و $GQ = x + 5$ و $EQ = 3x - 6$. ما قيمة x؟



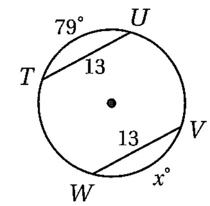
الاسم ________________ التاريخ ____________

4-3 تدريبات المهارات

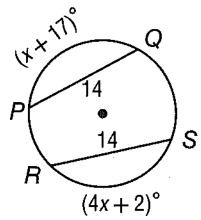
الأقواس والأوتار

جبر: أوجد قيمة x في كلّ دائرة ممّا يأتي:

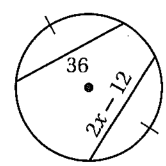
(1



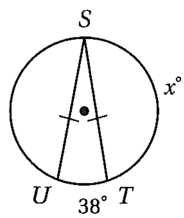
(2



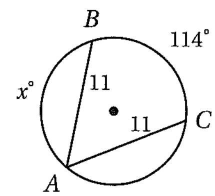
(3



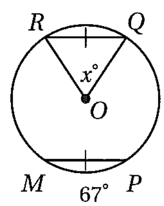
(4



(5

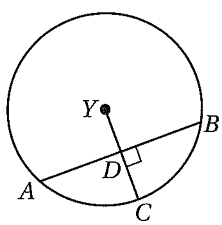


(6



نصف قطر $\odot Y$ يساوي 34، و $AB = 60$, $mAC = 71°$.

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.



(7 $m\widehat{BC}$

(8 $m\widehat{AB}$

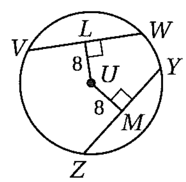
(9 AD

(10 BD

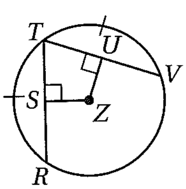
(11 YD

(12 DC

(13 في $\odot U$، $VW = 20$، و $YZ = 5x$. أوجد قيمة x.



(14 في $\odot Z$، $\widehat{TR} \cong \widehat{TV}$, $ZS = x + 4$ و $UZ = 2x - 1$. أوجد قيمة x.

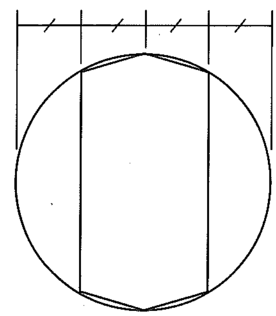


الاسم ______________________ التاريخ ____________

4-3 تدريبات حل المسألة

الأقواس والأوتار

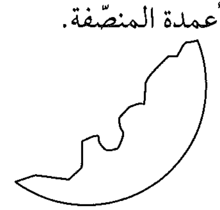
1) مضلع سداسي: أُنشئ مضلع سداسي بالطريقة الموضّحة في الشكل أدناه.



كم طولًا مختلفًا للأوتار التي تشكل أضلاع هذا السداسي؟

2) علامات مائية: تقوم شركة مجوهرات بطبع علامة مائية سرية على الشعار في وثائقها الرسمية كلّها لأغراض أمنيّة. وهذه العلامة المائية هي وتر يبعد 0.7 cm عن مركز طوق دائري نصف قطره 2.5 cm. ما طول هذا الوتر إلى أقرب جزء من عشرة؟

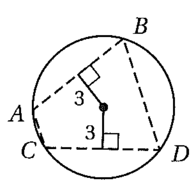
3) علم الآثار: أثناء القيام بحفريات أثرية عُثِرَ على قطعة واحدة فقط من طبق مكسور. استعمل صورة القطعة الفخاريّة أدناه في توضيح طريقة رسم الطبق بحجمه الأصلي عن طريق إنشاء الأوتار والأعمدة المنصّفة.



4) مراكز: أراد نعيم أن يجد مركز دائرة كبيرة، فقام برسم ما يعتقد أنه قطر لهذه الدائرة، ثم وضع علامة على نقطة منتصف هذه القطعة المستقيمة، وأعلن أنه وجد مركز الدائرة. سأله معلّمه: كيف عرفت أن المستقيم الذي رسمته هو بالفعل قطر لهذه الدائرة وليس وترًا؟ أدرك نعيم أنه غير متأكد من صحة استنتاجه. فماذا يتعين عليه أن يعمل للتأكد من أن هذا المستقيم هو قطر للدائرة.

5) صناعة اللحف: تتبع حليمة الخطوات الآتية لتكوين نمط للحاف. "في دائرة قطرها 10 in، رسمت الوتر $\overline{AB}$ الذي يبعد 3 in عن مركز الدائرة ويعامد نصف القطر. ثم قصت القماش على طول الوتر". قامت حليمة بإعادة هذه الخطوات للوتر $\overline{CD}$. ثم قصّت على طول الوترين $\overline{DB}$ و$\overline{AC}$. فحصلت في النهاية على أربع قطع منحنية وشكل رباعي واحد.

a) إذا اتبعت حليمة التعليمات، هل تضمن أن يكون الشكل الرباعي مستطيلًا؟ فسّر إجابتك.

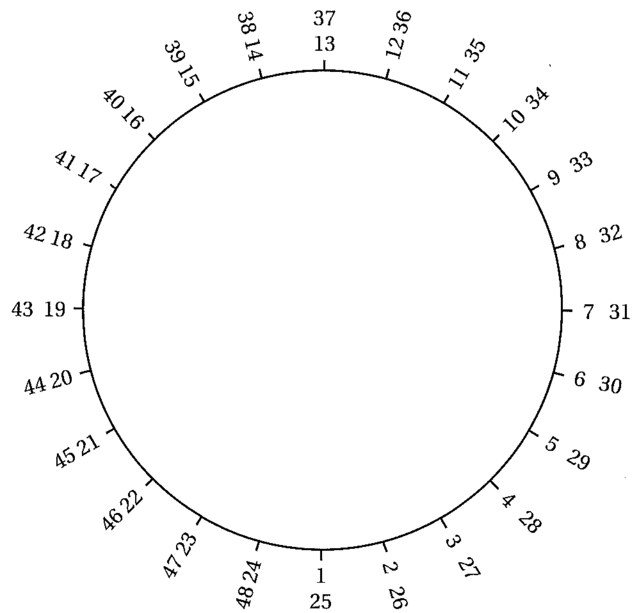


b) افترض أن الشكل الرباعي الناتج مستطيل، وكان قياس قوس إحدى القطع المنحنية يساوي 74°، فما قياس أقواس القطع المنحنية الثلاث الأخرى؟

4-3 التدريبات الإثرائية

تكوين أنماط من أوتار الدائرة

يمكننا الحصول على أنماط جميلة، إذا قمنا برسم أوتار تصل بين نقاط عُيّنت على الدائرة، المسافة بين كلّ نقطتين متتاليتين منها ثابتة. يوجد على الدائرة أدناه 24 نقطة تقسم الدائرة إلى 24 قسماً متساويًا. وقد وضعت الأرقام من 1 إلى 48 إلى جوار هذه النقاط. ادرس الشكل لترى كيف وضعت هذه الأرقام.



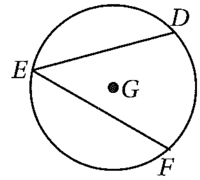
1) استعمل قلم رصاص ومسطرة لرسم أوتار تصل بين النقاط المرّقمة على النحو: 1 إلى 2، 2 إلى 4، 3 إلى 6، 4 إلى 8، وهكذا. استمر في عملية المضاعفة ورسم الأوتار الممكنة جميعها. ما نوع النمط الذي حصلت عليه؟

2) انقل الدائرة ذاتها بنقاطها وأرقامها. جرّب استعمال أنماط مختلفة للتوصيل بين النقاط. يمكنك ضرب رقم النقطة في ثلاثة للحصول على رقم النقطة التي تصلها معها.

احتفظ بالأنماط المميزة لعرضها في غرفة الصف.

4-4 تدريبات إعادة التعليم

الزوايا المحيطية



الزوايا المحيطية : الزاوية المحيطية زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها على وترين في الدائرة. في $\odot G$، القوس الأصغر $\widehat{DF}$ هو القوس المقابل للزاوية المحيطية $\angle DEF$.

$$m\angle DEF = \frac{1}{2} m\widehat{DF}$$

نظرية الزاوية المحيطية	قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

إذا قابلت زاويتان محيطيتان القوس نفسه أو قوسين متطابقين فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.

مثال **في $\odot G$ أعلاه، $m\widehat{DF} = 90°$. أوجد $m\angle DEF$.**

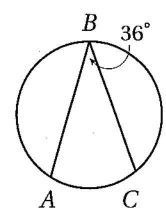
$\angle DEF$ زاوية محيطية، ولذا فإن قياسها يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

$$m\angle DEF = \frac{1}{2} m\widehat{DF}$$
$$= \frac{1}{2}(90°)$$
$$= 45°$$

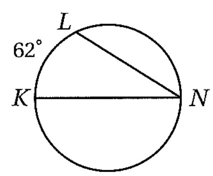
تمارين

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

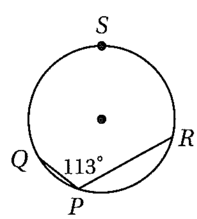
1) $m\widehat{AC}$



2) $m\angle N$



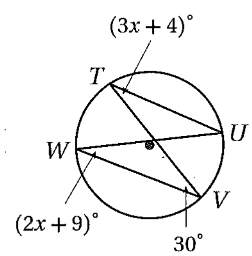
3) $m\widehat{QSR}$



جبر: أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

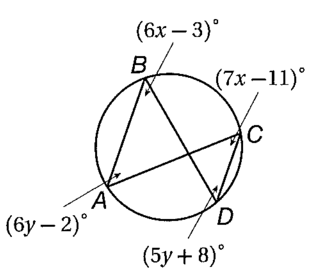
4) $m\angle U$

5) $m\angle T$



6) $m\angle A$

7) $m\angle C$



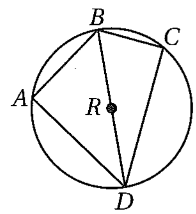
4-4 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

الزوايا المحيطية

زوايا المضلّع المحاط بدائرة:

المضلّع المحاط بدائرة: هو مضلع أضلاعه أوتار للدائرة ورؤوسه تقع على الدائرة. والمضلّعات المحاطة بدائرة لها عدة خصائص منها:

- تقابل الزاوية المحيطية قطرًا أو نصف دائرة، إذا وفقط إذا كانت زاوية قائمة.
- كلّ زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي المحاط بدائرة متكاملتان.



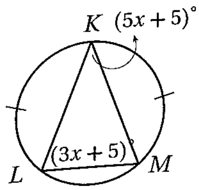
إذا كان $\widehat{BCD}$ نصف دائرة، فإن $m\angle BCD = 90°$

في الشكل الرباعي $ABCD$ المحاط بدائرة

$m\angle A + m\angle C = 180°$

و $m\angle ABC + m\angle ADC = 180°$

مثال أوجد $m\angle K$ في الشكل المجاور.



$\widehat{KL} \cong \widehat{KM}$ إذن $KL = KM$. فيكون هذا المثلث متطابق الضلعين.

ولذا فإن $m\angle L = m\angle M = (3x+5)°$.

$m\angle L + m\angle M + m\angle K = 180°$	نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث
$(3x+5)° + (3x+5)° + (5x+5)° = 180°$	بالتعويض
$11x + 15 = 180$	بالتبسيط
$11x = 165$	بطرح 15 من الطرفين
$x = 15$	بقسمة كلّ طرف على 11

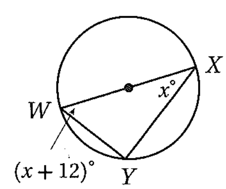
إذن $m\angle K = \left(5 + 5(15)\right)° = 80°$.

تمارين

جبر: أوجد كلّ قيمة أو قياس ممّا يأتي:

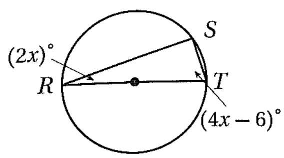
1) x 39

2) $m\angle W$



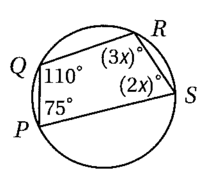
3) x

4) $m\angle T$



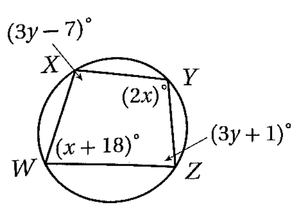
5) $m\angle R$

6) $m\angle S$



7) $m\angle W$

8) $m\angle X$

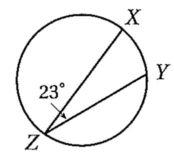


4-4 تدريبات المهارات

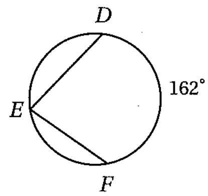
الزوايا المحيطية

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

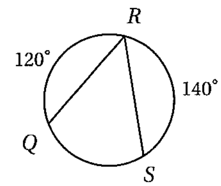
1) $m\widehat{XY}$



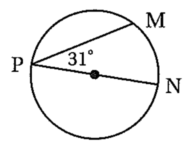
2) $m\angle E$



3) $m\angle R$

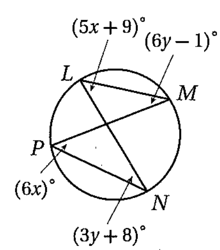


4) $m\widehat{MP}$



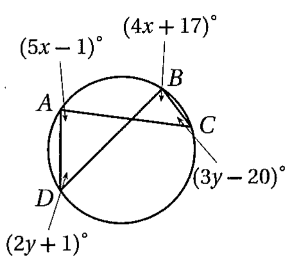
جبر: أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

5) $m\angle N$



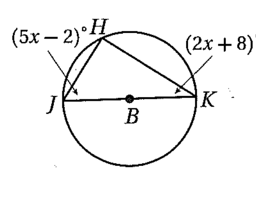
7) $m\angle L$

6) $m\angle C$



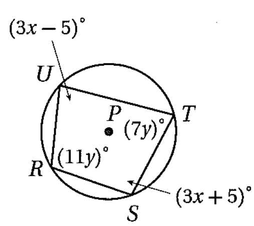
8) $m\angle A$

9) $m\angle J$



11) $m\angle K$

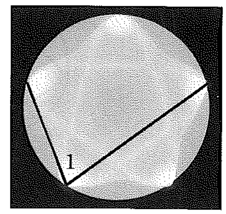
10) $m\angle S$



12) $m\angle R$

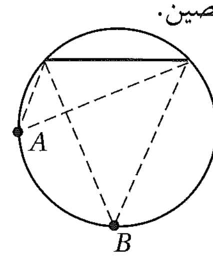
4-4 تدريبات حل المسألة
الزوايا المحيطية

1) سيرك: تضاء حلبة السيرك الدائرية بخمسة مصابيح موضوعة على أبعاد متساوية بعضها عن بعض حول الحلبة كما في الشكل أدناه.



أوجد $m\angle 1$.

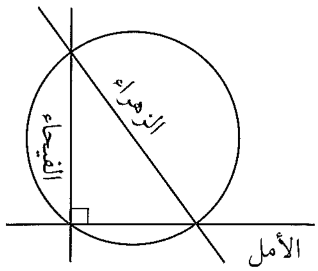
2) مجال الرؤية: يبيّن الشكل أدناه منظرًا علويًّا لشخصين يقفان أمام جدار مستطيل عالٍ جدًّا. ويمثل الجدار وترًا في دائرة تمر بموقعي الشخصين.



أيّ الشخصين حجب الجدار عنه قدرًا أكبر من مجال رؤيته الأفقية؟

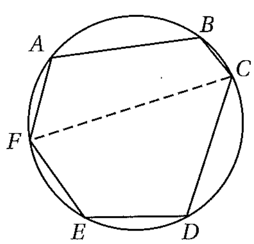
3) مُعيّن: يحاول عبد الله أن يرسم دائرة تحيط بمعين ليس مربعًا. ولكنه يجد صعوبة في ذلك. هل تستطيع أن تساعده؟ فسّر إجابتك.

4) شوارع: البُعد بين تقاطع شارعي الزهراء والفيحاء وتقاطع شارعي الزهراء والأمل يساوي ثلاثة كيلومترات.



ما بعدُ تقاطع شارعي الفيحاء والأمل عن نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي تصل بين تقاطع شارعي الفيحاء والزهراء وتقاطع شارعي الأمل والزهراء؟

5) المضلع السداسي المحاط بدائرة: سوف تبرهن أن مجموع قياسات الزوايا الثلاث الداخلية غير المتتالية في المضلع السداسي المحاط بدائرة يساوي $360°$.



a) ما العلاقة بين $\angle A$ و $\angle BCF$؟
وما العلاقة بين $\angle E$ و $\angle DCF$؟

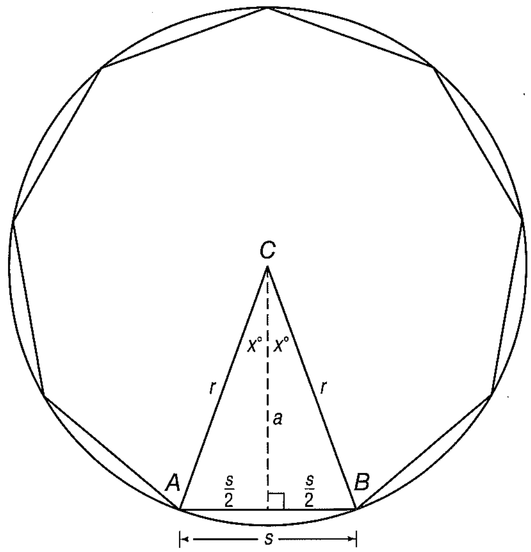
b) أثبت أن:

$m\angle A + m\angle BCD + m\angle E = 360°$.

4-4 التدريبات الإثرائية

صيغ للمضلّعات المنتظمة

افترض أن مضلّعًا منتظمًا عدد أضلاعه n محاط بدائرة نصف قطرها r. يبيّن الشكل أدناه أحد المثلثات المتطابقة الضلعين المتكونة من توصيل نهايتي أحد أضلاع المضلّع المنتظم مع مركز الدائرة C. وفي هذا الشكل، s هي طول ضلع المضلّع المنتظم، a طول العمود النازل من C على $\overline{AB}$.



استعمل معلوماتك المتعلقة بالمثلثات والنسب المثلثية لحل المسائل الآتية:

1) أوجد صيغة تعبّر عن x بدلالة عدد الأضلاع n.

2) أوجد صيغة تعبّر عن s بدلالة n وr، مستعملًا النسب المثلثية.

3) أوجد صيغة تعبّر عن a بدلالة n وr، مستعملًا النسب المثلثية.

4) أوجد صيغة تعبّر عن محيط المضلّع المنتظم، بدلالة n وr.

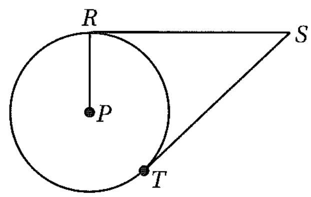
4-5 تدريبات إعادة التعليم

المماسات

المماسات: مماس الدائرة يقطعها في نقطة واحدة فقط، تسمّى نقطة التماس. وهنالك علاقات هامة عدة تتعلق بالمماسات.

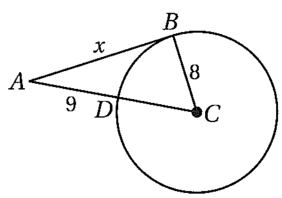
المماس المشترك مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس دائرتين واقعتين في المستوى نفسه.

- يكون المستقيم مماسًا للدائرة، إذا وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر المار بنقطة التماس.
- إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها، فإنهما متطابقتان.



إذا كان $\overline{RP} \perp \overline{RS}$ ، فإن $\overline{RS}$ مماس لـ$\odot P$.إذا كان $\overline{SR}$ مماسًا لـ$\odot P$، فإن $\overline{RP} \perp \overline{RS}$. إذا كان $\overline{ST}$ و $\overline{SR}$ مماسين لـ$\odot P$، فإن $\overline{SR} \cong \overline{ST}$.

مثال $\overline{AB}$ مماس لـ$\odot C$. أوجد قيمة x.

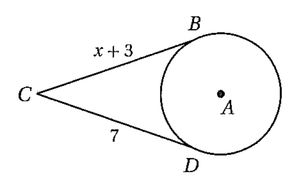


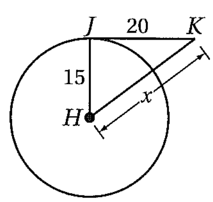
$\overline{AB}$ مماس لـ$\odot C$،وعليه فإن $\overline{AB}$ يعامد نصف القطر $\overline{BC}$. $\overline{CD}$ نصف قطر، إذن $CD = 8$ و$AC = 9 + 8 = 17$. وباستعمال نظرية فيثاغورس مع المثلث القائم $\triangle ABC$ ينتج أن:

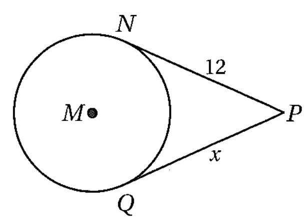
$(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$	نظرية فيثاغورس
$x^2 + 8^2 = 17^2$	بالتعويض
$x^2 + 64 = 289$	بالتبسيط
$x^2 = 225$	بطرح 64 من الطرفين
$x = 15$	بأخذ الجذر التربيعي الموجب للطرفين

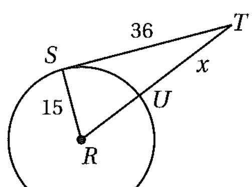
تمارين

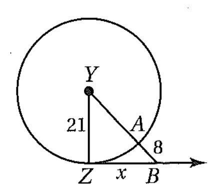
أوجد قيمة x، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو كأنها مماس للدائرة هي مماس فعلًا.

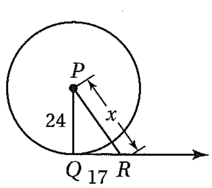
(1


(2


(3


(4


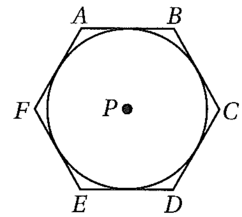
(5


(6


4-5 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

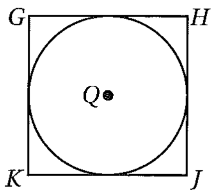
المماسات

المضلّعات المُحيطة بدوائر: يكون المضلّع مُحيطًا بدائرة، إذا كانت جميع أضلاعه مماسات للدائرة.



السداسي $ABCDEF$ محيط بـ $\odot P$.

FA , EF, DE ,CD ,BC , AB مماسات لـ $\odot P$.

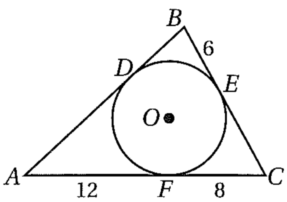


المربع $GHJK$ محيط بـ $\odot Q$.

KG, JK, JH , GH مماسات لـ $\odot Q$.

مثال ΔABC محيط بـ $\odot O$.

أوجد محيط المثلث ΔABC.



ΔABC محيط بالدائرة $\odot O$، لذا النقاط D, E, F نقاط تماس.

إذن $AD = AF, BE = BD, CF = CE$.

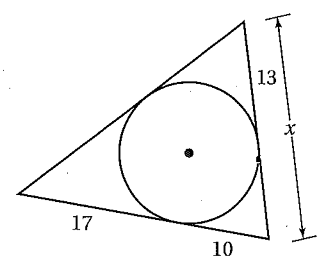
$$P = AD + AF + BE + BD + CF + CE$$
$$= 12 + 12 + 6 + 6 + 8 + 8$$
$$= 52$$

المحيط يساوي 52 وحدة.

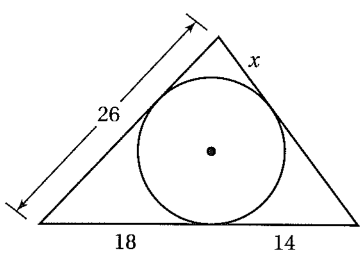
تمارين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية، ثم أوجد محيط المضلّع.

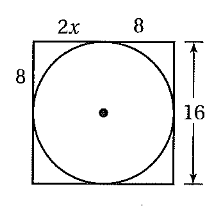
1)



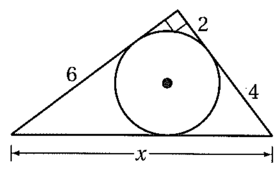
2)



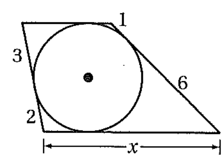
3)



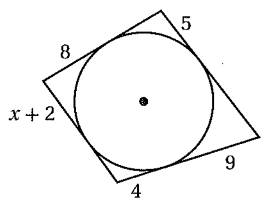
4)



5)



6)

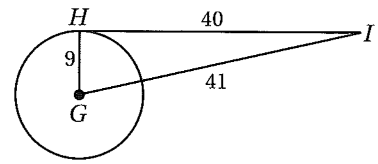


4-5 تدريبات المهارات

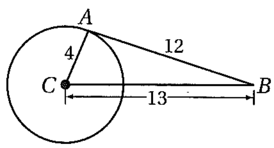
المماسات

حدّد ما إذا كانت القطعة المستقيمة في كلٍّ من السؤالين الآتيين مماسًا للدائرة المعطاة أم لا. وبرّر إجابتك.

1) $\overline{HI}$

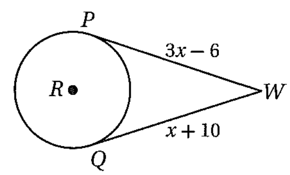


2) $\overline{AB}$

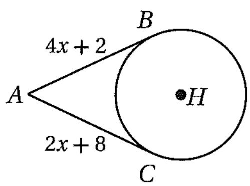


أوجد قيمة x في كلٍّ من الأسئلة الآتية، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلًا، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة، إن كان التقريب ضروريًا.

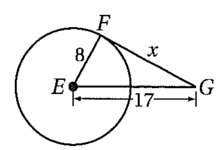
3)



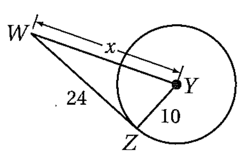
4)



5)

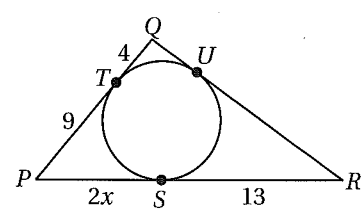


6)

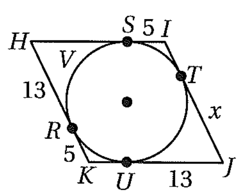


أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين، ثم أوجد محيط المضلّع.

7)



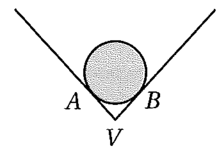
8)



4-5 تدريبات حل المسألة

المماسات

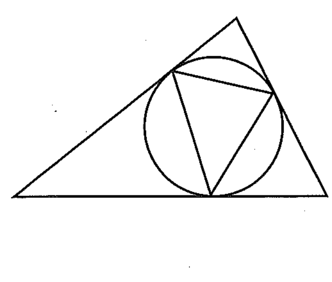
1) قنوات: يشبه الجزء السفلي من قناة اسمنتية شكل الحرف "V". وأثناء سير ياسر بمحاذاة القناة سقط منه أنبوب أسطواني الشكل في القناة التي كانت جافة حينها. ويظهر الشكل أدناه مقطعًا عرضيًا للأنبوب في أسفل القناة.



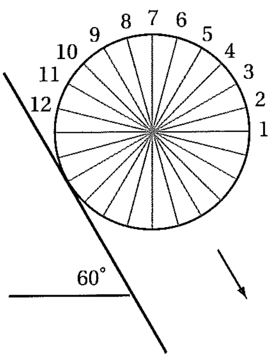
قارن بين الطولين AV وBV.

2) تغليف: أراد أسعد أن يضع كرة داخل صندوق مكعب الشكل. وقد قام قبل ذلك بطلاء جوانب الصندوق الداخلية باللون الأسود. وعندما أُخرجت الكرة من الصندوق، اكتشف وجود بقع سوداء على جوانب الكرة ، لأن جدران الصندوق لم تكن جافة تمامًا عند وضع الكرة فيه. وهذه البقع تمثل نقاط التماس بين الكرة وجوانب الصندوق. إذا استعملت هذه النقاط السوداء رؤوسًا لمضلع، فما نوع هذا المضلّع الناتج؟

3) مثلثات: رُسمت دائرة داخل مثلث قياسات زواياه $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$، وتمثل نقاط التماس هذه رؤوس مثلث محاط بدائرة. ما قياسات زوايا المثلث الداخلي؟

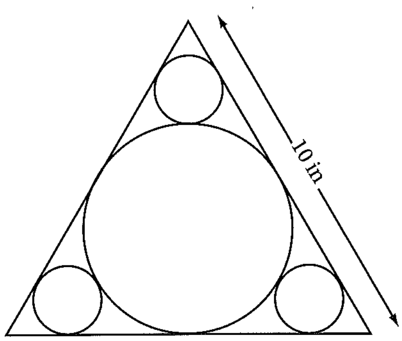


4) دحرجة: يتدحرج إطار على سطح مائل. تمثل دعامات الإطار المرقمة من 1 إلى 12 أقطارًا على أبعاد متساوية بعضها عن بعض.



أي دعامة ستكون عموديّة على السطح المائل، عندما تكون الدعامة رقم 2 رأسيّة؟

5) تصميم: رسم محمود التصميم المبيّن أدناه المكوّن من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.



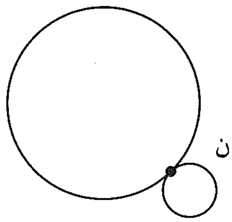
a) ما طول نصف قطر الدائرة الكبرى، مقربًا إلى أقرب جزء من مائة من البوصة؟

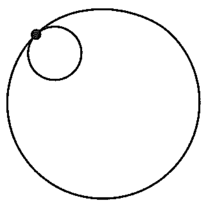
b) ما أطوال أنصاف أقطار الدوائر الصغرى، مقربًا إلى أقرب جزء من مائة من البوصة؟

4-5 التدريبات الإثرائية

الدوائر المتماسّة

تكون الدائرتان المرسومتان في المستوى نفسه متماستين إذا اشتركتا في نقطة واحدة فقط. والدائرتان المتماستان غير المشتركتين في نقاط داخلية تسميان دائرتين متماستين من الخارج. وإذا كانت الدائرتان المتماستان مشتركتين في نقاط داخلية فتسميان دائرتين متماستين من الداخل. وتكون ثلاثة دوائر أو أكثر متماسة إذا كانت كلّ دائرتين منها متماستين.





1) ارسم أشكالًا تمثل كلّ الأوضاع المحتملة لثلاث دوائر متماسة.

2) ارسم أشكالًا تمثل كلّ الأوضاع المحتملة لأربع دوائر متماسة.

3) ارسم أشكالًا تمثل كلّ الأوضاع المحتملة لخمس دوائر متماسة.

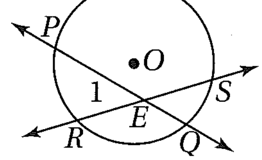
4) اكتب تخمينًا حول عدد الأوضاع المحتملة لدوائر متماسة عددها n، إذا كان n عددًا كليًّا أكبر من 4.

4-6 تدريبات إعادة التعليم

القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

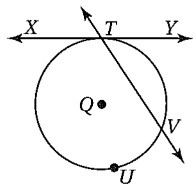
التقاطع على الدائرة أو في داخلها : نُسَمِّي المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطتين **قاطعًا**. وترتبط قياسات الزوايا المتكونة من القاطع والمماس بالأقواس التي تقابلها.

- إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس أي من الزوايا المتكونة يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.



$$m\angle 1 = \frac{1}{2}\left(m\overparen{PR} + m\overparen{QS}\right)$$

- إذا تقاطع قاطع (أو وتر) مع مماس عند نقطة التماس، فإن قياس كلّ زاوية يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله.

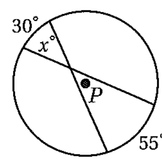


$$m\angle XTV = \frac{1}{2} m\overparen{TUV}$$

$$m\angle YTV = \frac{1}{2} m\overparen{TV}$$

مثال 1 أوجد قيمة x.

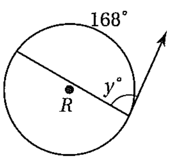
يتقاطع الوتران داخل الدائرة، لذا، فإن قيمة x تساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية المقابلة لها بالرأس.



$$x = \frac{1}{2}(30 + 55)$$
$$= \frac{1}{2}(85)$$
$$= 42.5$$

مثال 2 أوجد قيمة y.

يتقاطع الوتر والمماس عند نقطة التماس، لذا، فإن قياس الزاوية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

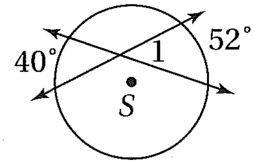


$$y = \frac{1}{2}(168)$$
$$= 84$$

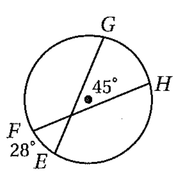
تمارين

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو كأنها مماس هي مماس فعلًا.

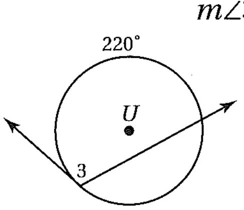
(1 $m\angle 1$



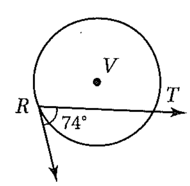
(2 $m\overparen{GH}$



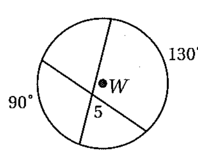
(3 $m\angle 3$



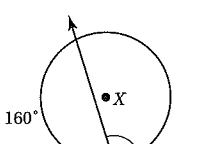
(4 $m\overparen{RT}$



(5 $m\angle 5$



(6 $m\angle 6$

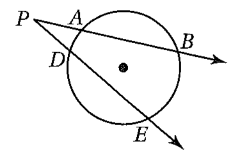


4-6 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

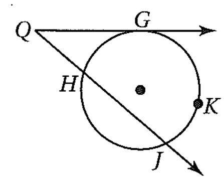
التقاطع خارج الدائرة: إذا تقاطع القاطعان والمماسان خارج الدائرة، فإنهما يكوّنان زاوية يرتبط قياسها بقياسي القوسين المقابلين لها.

إذا تقاطع قاطعان، أو قاطع ومماس، أو مماسان خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.



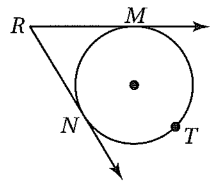
$\overrightarrow{PB}$ و $\overrightarrow{PE}$ قاطعان

$m\angle P = \frac{1}{2}(m\widehat{BE} - m\widehat{AD})$



$\overrightarrow{QG}$ مماس و $\overrightarrow{QJ}$ قاطع

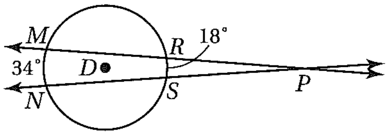
$m\angle Q = \frac{1}{2}(m\widehat{GKJ} - m\widehat{GH})$



$\overrightarrow{RN}, \overrightarrow{RM}$ مماسان

$m\angle R = \frac{1}{2}(m\widehat{MTN} - m\widehat{MN})$

مثال أوجد $m\angle MPN$ في الشكل المجاور.



تكونت $\angle MPN$ من قاطعين تقاطعا خارج الدائرة.

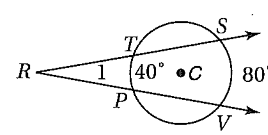
$$m\angle MPN = \frac{1}{2}(m\widehat{MN} - m\widehat{RS})$$
$$= \frac{1}{2}(34° - 18°)$$
$$= \frac{1}{2}(16°) = 8°$$

قياس الزاوية يساوي °8.

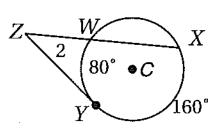
تمارين

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو كأنها مماس هي مماس فعلًا.

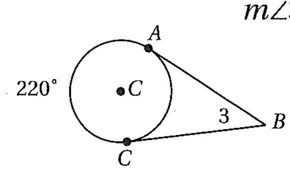
1) $m\angle 1$



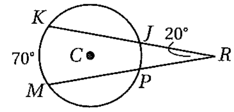
2) $m\angle 2$



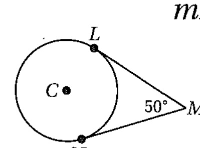
3) $m\angle 3$



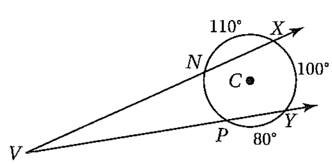
4) $m\widehat{JP}$



5) $m\widehat{LN}$



6) $m\angle V$

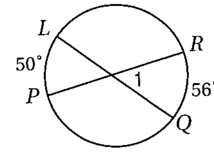


4-6 تدريبات المهارات

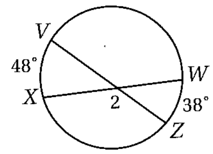
القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مفترضًا أن القطع التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلًا.

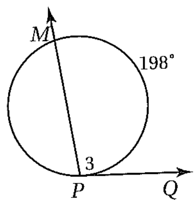
1) $m\angle 1$



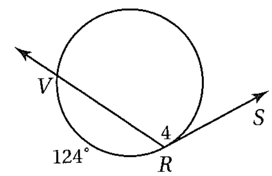
2) $m\angle 2$



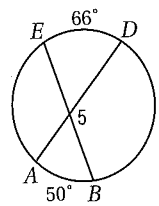
3) $m\angle 3$



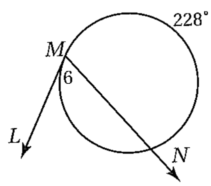
4) $m\angle 4$



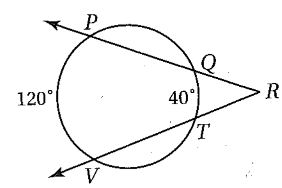
5) $m\angle 5$



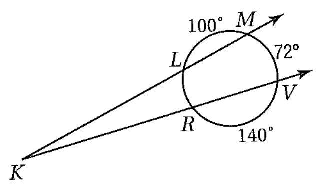
6) $m\angle 6$



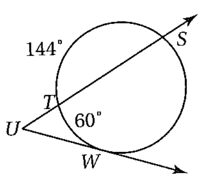
7) $m\angle R$



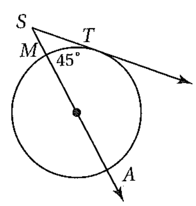
8) $m\angle K$



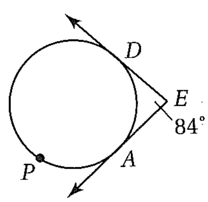
9) $m\angle U$



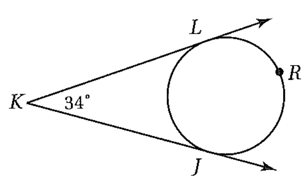
10) $m\angle S$



11) $m\widehat{DPA}$



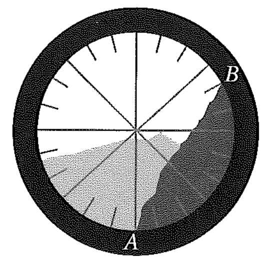
12) $m\widehat{LJ}$



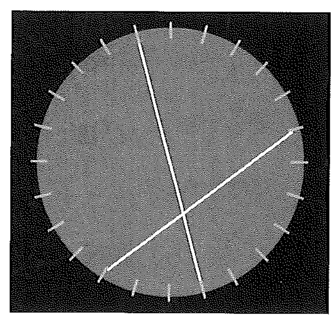
4-6 تدريبات حل المسألة

القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

1) تلسكوب: نظر محمد من خلال تلسكوب إلى منطقة جبلية. يبيّن الشكل أدناه ما رآه محمد. معتمدًا على الشكل، ما القيمة التقريبية لقياس الزاوية التي يصنعها جانب الجبل الممتد من A إلى B مع الأفق؟

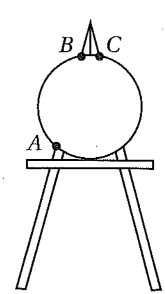


2) رادار: رصد رادار مسارَيْ طائرتين، فظهر المساران على الشاشة كما في الشكل أدناه.

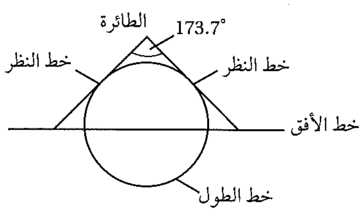


فما قياس الزاوية الحادة بين مساري الطائرتين؟

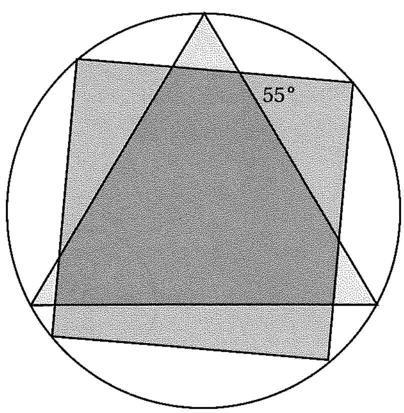
3) حامل اللوحة: يعمل فارس رسّامًا. فوضع لوحة رسم دائرية على حامل على صورة الحرف A، وركّزها بدقة. إذا كان قياس زاوية رأس الحامل 30^o وقياس القوس BC يساوي 22. فما قياس القوس AB؟



4) طيران: عند الطيران على ارتفاع 5 أميال، يصنع خطًّا النظر إلى الأفق باتجاهي الشمال و الجنوب زاوية قياسها 173.7^o تقريبًا. ما قياس الجزء الذي يمكننا رؤيته من ارتفاع 5 أميال من خط الطول الواقع تحت الطائرة مباشرة؟ **6.3**



5) زجاج ملّون: صمّم إبراهيم النافذة المبينة أدناه من الزجاج الملوّن. ولقد استعمل في تصميمها مربعًا ومثلثًا متطابق الأضلاع محاطين بدائرة.



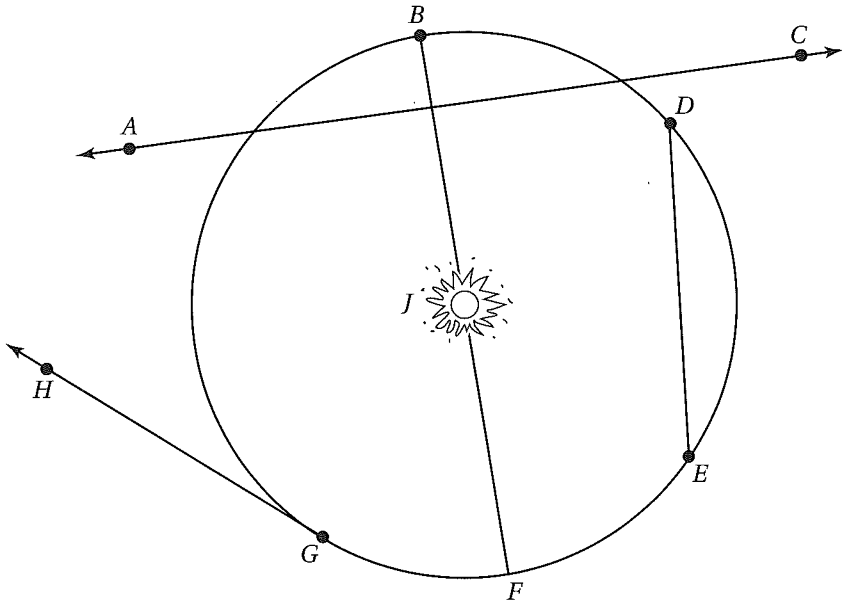
a) اكتب قياسات الزوايا الناتجة عن تقاطع أضلاع المثلث مع أضلاع المربع.

b) اكتب قياسات جميع الأقواس بالدرجات؟

4-6 التدريبات الإثرائية

الأجسام التي تدور في مدارات

تدور الأرض حول الشمس في مدار إهليلجي. وبرغم ذلك يُعَدُّ هذا المدار دائريًا في أحيان كثيرة.



استعمل الشكل أعلاه الذي يمثل مسار الأرض حول الشمس، لتسميّ المستقيم أو القطعة المستقيمة لكل وصف ممّا يأتي، وحدّد إن كان نصف قطر أم قطرًا أم وترًا أم مماسًا أم قاطعًا لهذا المسار:

1) مسار كويكب.

2) المسافة بين موقع الأرض في يوليو وموقعها في أكتوبر.

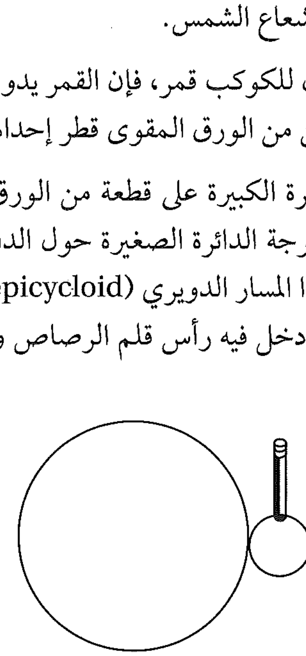
3) المسافة بين موقع الأرض في ديسمبر وموقعها في يونيو.

4) مسار صاروخ منطلق نحو زُحَل.

5) مسار شعاع الشمس.

6) إذا كان للكوكب قمر، فإن القمر يدور حول هذا الكوكب مثلما يدور الكوكب حول الشمس. ولرؤية مسار هذا القمر قصّ دائرتين من الورق المقوى قطر إحداهما يساوي 4 in وقطر الأخرى يساوي 1 in.

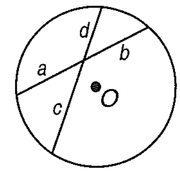
ألصق الدائرة الكبيرة على قطعة من الورق، ثم اثقب طرف الدائرة الصغيرة عند حافتها وأدخل رأس قلم رصاص في الثقب. ثم قم بدحرجة الدائرة الصغيرة حول الدائرة الكبيرة من الخارج فسوف يرسم القلم مسار القمر حول الكوكب في أثناء ذلك. ويسمى هذا المسار الدويري (epicycloid). ولرؤية مسار الكوكب حول الشمس اثقب الدائرة الصغيرة (تمثل هنا الكوكب) في مركزها، وادخل فيه رأس قلم الرصاص وقم بدحرجة الدائرة الصغيرة حول الكبيرة (تمثل الشمس)، فسوف يرسم القلم المسار المطلوب.



4-7 تدريبات إعادة التعليم

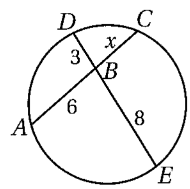
قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة: إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني.



$a \cdot b = c \cdot d$

مثال أوجد قيمة x مستعملاً الشكل أدناه.



$AB \cdot BC = EB \cdot BD$

يتقاطع الوتران داخل دائرة. إذن،

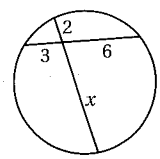
$AB \cdot BC = EB \cdot BD$

$6 \cdot x = 8 \cdot 3$	بالتعويض
$6x = 24$	بالضرب
$x = 4$	بقسمة الطرفين على 6

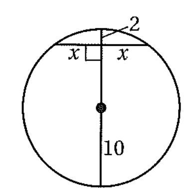
تمارين

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي، مقرّبة إلى أقرب جزء من عشرة.

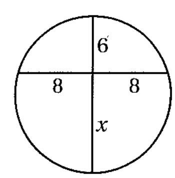
(1



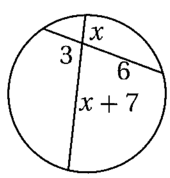
(2



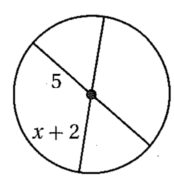
(3



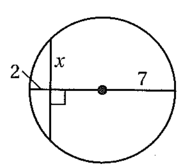
(4



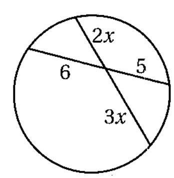
(5



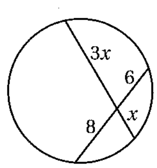
(6



(7



(8

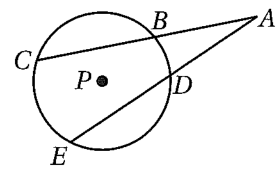


4-7 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة: توضّح النظريتان الآتيتان العلاقة بين أطوال أجزاء قاطعين أو قاطع ومماس، عندما يتقاطعان خارج الدائرة.

- إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

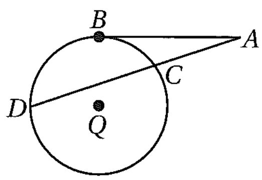


$\overline{AC}$ و $\overline{AE}$ قاطعان للدائرة.

$\overline{AB}$ و $\overline{AD}$ الجزءان الخارجيان من القاطعين.

$AC \cdot AB = AE \cdot AD$

- إذا رُسم مماس وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.



$\overline{AB}$ مماس للدائرة.

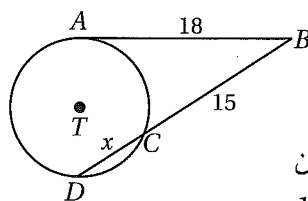
AD قاطع للدائرة.

AC الجزء الخارجي من القاطع $\overline{AD}$.

$(AB)^2 = AD \cdot AC$

مثال $\overline{AB}$ **مماس للدائرة. أوجد قيمة x مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.**

$\overline{AB}$ مماس، و $\overline{BD}$ قاطع، وجزء القاطع الخارجي هو $\overline{BC}$.



$(AB)^2 = BC \cdot BD$

$(18)^2 = 15\,(15 + x)$ بالتعويض

$324 = 225 + 15x$ بالضرب

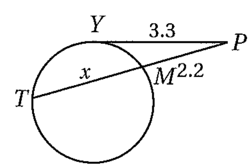
$99 = 15x$ بطرح 225 من الطرفين

$6.6 = x$ بقسمة الطرفين على 15

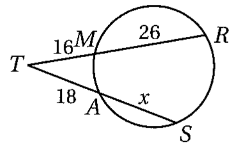
تمارين

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة ، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

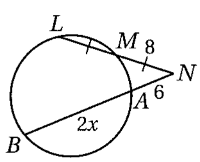
1)



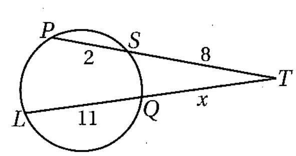
2)



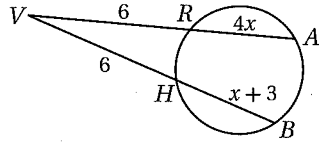
3)



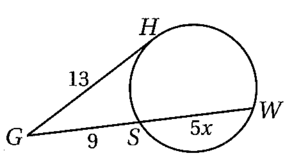
4)



5)



6)



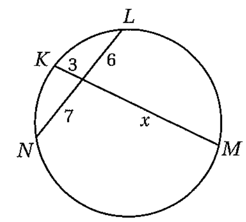
الاسم ____________________ التاريخ ____________

4-7 تدريبات المهارات

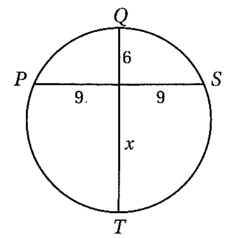
قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلًا.

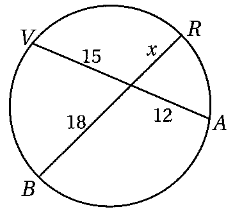
(1



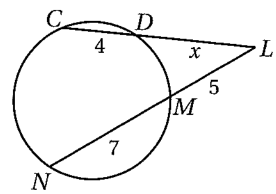
(2



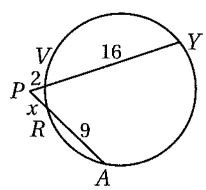
(3



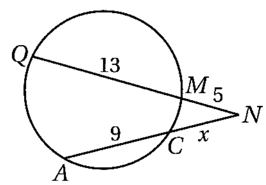
(4



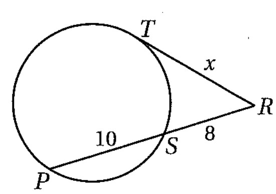
(5



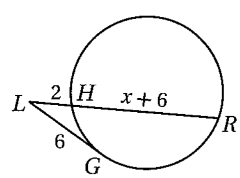
(6



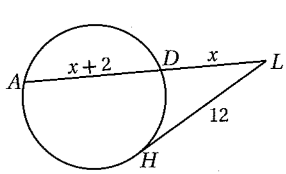
(7



(8



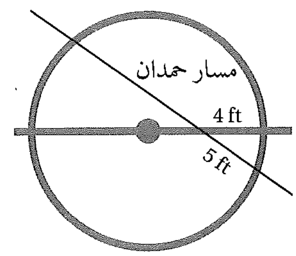
(9



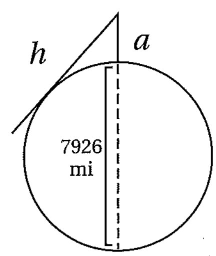
4-7 تدريبات حل المسألة

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

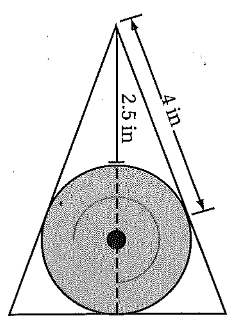
1) التزلج على الجليد: قام حمدان بالتزلج مارًا خلال دائرة في حلبة التزلج. وكان مساره خلال الدائرة كما في الشكل أدناه. إذا علمت أن قطر الدائرة يساوي 15 ft، فما المسافة التي قطعها حمدان عبر هذه الدائرة أثناء تزلجه؟



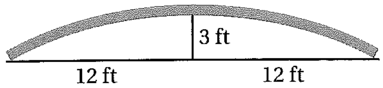
2) آفاق: افرض أن الأرض كروية تمامًا وقطرها يساوي 7926 ميلًا. ما طول خط الأفق h من ارتفاع a ميل عن الأرض؟



3) محور الدولاب: يبين الشكل أدناه مقطعًا عرضيًا لمحور دولاب مثبت بواسطة أنبوب معدني مثلث الشكل. يمتد كابح من رأس المثلث، وعندما يمتد الكابح مسافة 2.5 in في الأنبوب المعدني، فإنه يلامس محور الدولاب. ما قطر المحور؟

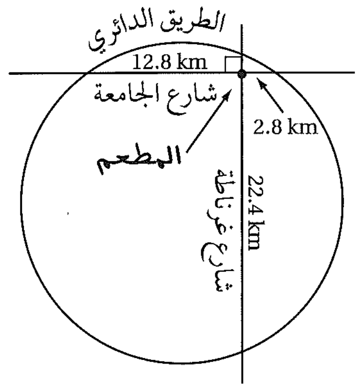


4) علم الآثار: أزال علماء الآثار الأتربة عن حائط دائري. وأجروا بعض القياسات فكانت على الصورة الموضحة في الشكل.



بناءً على هذه المعطيات، ما طول نصف قطر الدائرة؟

5) خدمة توصيل الطعام: يقع مطعم عند تقاطع شارع غرناطة مع شارع الجامعة في مدينة تحوي طريقًا سريعًا دائريًا يمر حول ضواحي المدينة جميعها. طول نصف قطر الطريق الدائري 13 km، ويضع المطعم الخريطة المبينة أدناه على إعلانات يوزعها في المدينة.



a) كم يبعد المطعم عن تقاطع الطريق الدائري مع شارع غرناطة من جهة الشمال؟

b) أنشأت المدينة طريقًا جديدًا على طول قطر الطريق الدائري يمر بتقاطع شارع الجامعة مع شارع غرناطة، فما المسافة الأقصر بين المطعم والطريق الدائري على هذا الطريق الجديد؟

4-7 التدريبات الإثرائية

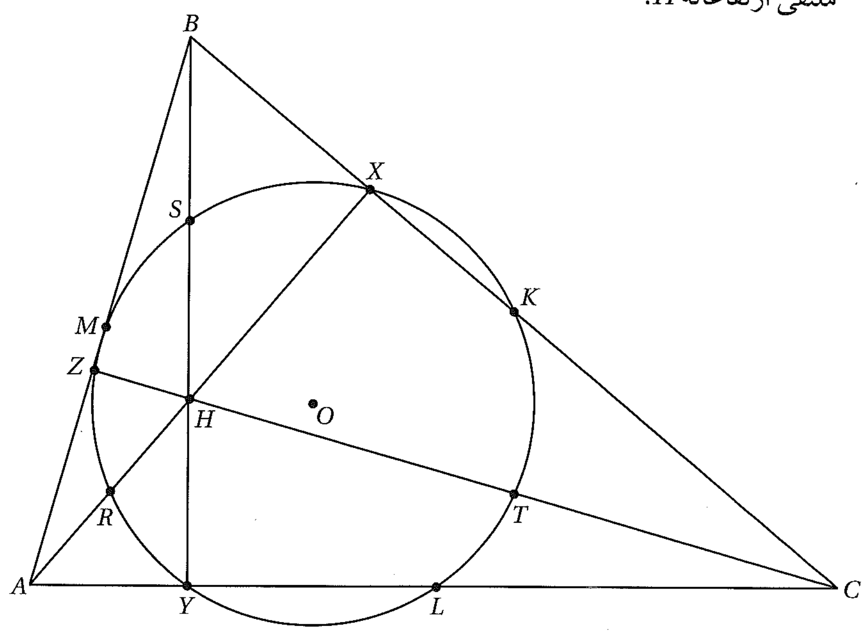
دائرة النقاط التسع

يوضح الرسم أدناه حقيقة مدهشة حول المثلثات والدوائر. لأي ΔABC، توجد دائرة تحوي النقاط التسع الآتية جميعها:

(1) نقاط منتصفات أضلاع ΔABC وهي: M, L, K

(2) النقاط Z, Y, X، علماً أن $\overline{BY}$, $\overline{AX}$ و$\overline{CZ}$ ارتفاعات ΔABC.

(3)النقاط R , S, T ، وهي نقاط منتصفات القطع المستقيمة التي تصل رؤوس ΔABC مع ملتقى ارتفاعاته H.



1) ارسم على ورقة منفصلة ΔABC المنفرج الزاوية. ثم أنشئ مستعملاً المسطرة والفرجار دائرة تمر بنقاط منتصفات الأضلاع. راعِ أن يكون الإنشاء دقيقًا. هل تحتوي دائرتك على النقاط الست الأخرى التي وصفت أعلاه؟

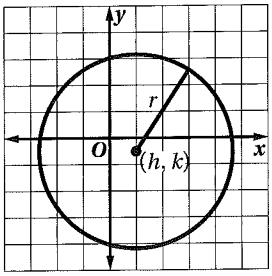
2) ارسم $\overline{RK}$, $\overline{SL}$ و $\overline{TM}$ في الشكل الذي أنشأته في السؤال 1. ماذا تلاحظ؟

الاسم ______________ التاريخ ______________

4-8 تدريبات إعادة التعليم

معادلة الدائرة

معادلة الدائرة: الدائرة هي المحل الهندسي للنقاط المستوية التي تبعد بُعدًا ثابتًا عن نقطة معلومة. ويمكنك استعمال تعريف الدائرة لكتابة معادلتها.



الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة	معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) وطول نصف قطرها r وحدة هي: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

مثال اكتب معادلة الدائرة التي مركزها $(-1, 3)$ ونصف قطرها 6.

استعمل المعادلة $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$، وعوّض $r=6, k=3, h=-1$

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ معادلة الدائرة

$(x-(-1))^2+(y-3)^2=6^2$ بالتعويض

$(x+1)^2+(y-3)^2=36$ بالتبسيط

تمارين

اكتب معادلة الدائرة في الحالات الآتية:

1) مركزها $(0, 0)$، ونصف قطرها 8.

2) مركزها $(-2, 3)$، ونصف قطرها 5.

3) مركزها $(2, -4)$، ونصف قطرها 1.

4) مركزها $(-1, -4)$، ونصف قطرها 2.

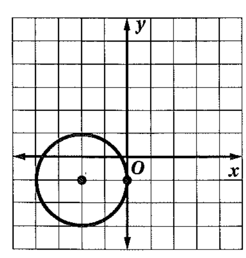
5) مركزها $(-2, -6)$، وقطرها 8.

6) مركزها نقطة الأصل، وقطرها 4.

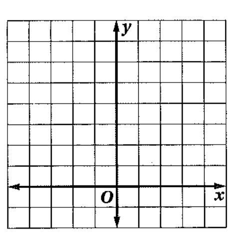
7) مركزها $(3, -4)$، وتمر بالنقطة $(-1, -4)$.

8) مركزها $(0, 3)$، وتمر بالنقطة $(2, 0)$.

9)



10)



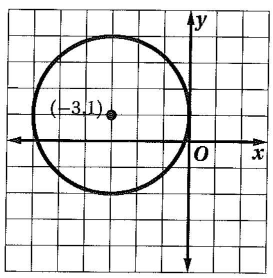
4-8 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

معادلة الدائرة

تمثيل الدوائر بيانيًا في المستوى الإحداثي: إذا أعطيت معادلة دائرة، يمكنك تحليلها لإيجاد معلومات تساعدك في تمثيلها بيانيًا في المستوى الإحداثي.

مثال أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها: $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 9$ ، ثم مثّلها بيانيًا.

قارن كلّ مقدار جبري في المعادلةبنظيره في الصيغة القياسية لإيجاد المركز (h, k) ونصف القطر r.



أعد كتابة المعادلة بالصيغة القياسية لإيجاد المركز ونصف القطر بسهولة.

$$[x-(-3)]^2 + (y-1)^2 = 3^2$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

لذا فإن $h=-3, k=1, r=3$

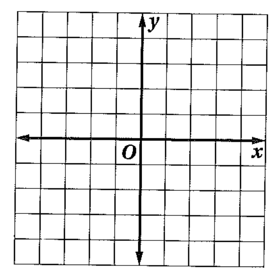
إذن مركز الدائرة هو $(-3, 1)$ ونصف القطر 3.

عيّن المركز، وارسم الدائرة مستعملًا الفرجار بفتحة مقدارها 3 وحدات من مربعات الشبكة الإحداثية.

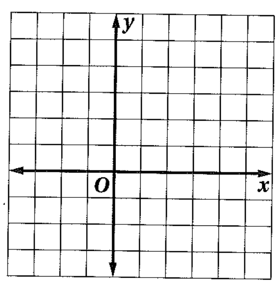
تمارين

عيّن إحداثيات المركز ونصف القطر لكلٍ من الدوائر التي علمت معادلاتها فيما يأتي، ثُم مثّل كلًا منها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

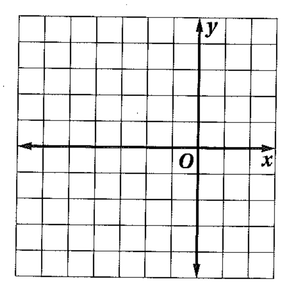
1) $x^2 + y^2 = 16$



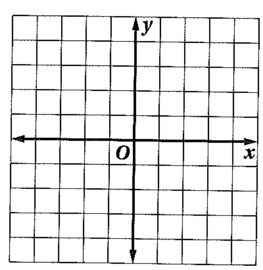
2) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$



3) $(x+2)^2 + y^2 = 16$

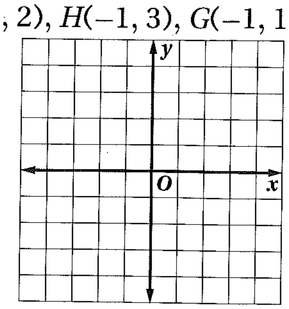


4) $x^2 + (y-1)^2 = 9$

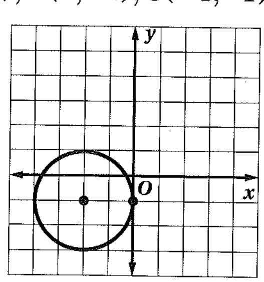


اكتب معادلة الدائرة المارة بالنقاط المعطاة في كل من السؤالين الآتيين ، ثم مثّلها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

5) $F(-2, 2), H(-1, 3), G(-1, 1)$



6) $R(-2,1), T(0,-1), S(-4,-1)$



الاسم ________________ التاريخ ________

4-8 تدريبات المهارات

معادلة الدائرة

اكتب معادلة الدائرة في الحالات الآتية:

1) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها 6

2) مركزها (0,0)، ونصف قطرها 2.

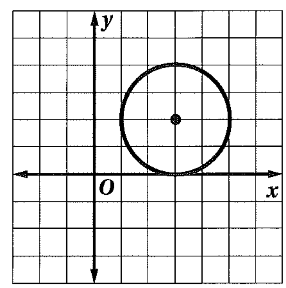
3) مركزها (4,3) ونصف قطرها 9.

4) مركزها (1 ,7)، وقطرها 24.

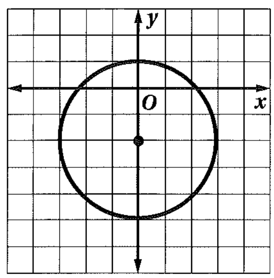
5) مركزها (1− ,4−) وتمر بالنقطة (3 ,2−).

6) مركزها (2− ,5−)، وتمر بالنقطة (0, 4)

(7

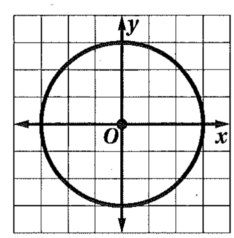


(8

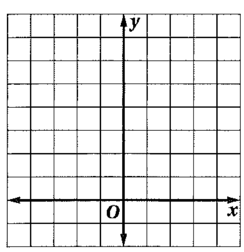


أوجد إحداثيات المركز وطول نصف القطر لكل دائرة أعطيت معادلتها في السؤالين الآتيين، ثم مثّلها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

(9 $x^2 + y^2 = 16$

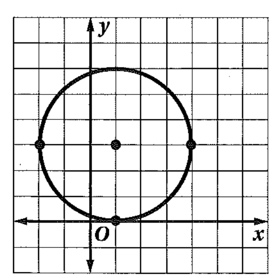


(10 $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 9$

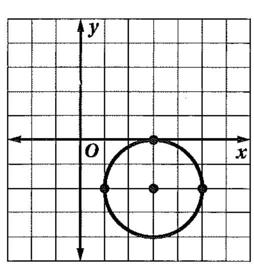


اكتب معادلة الدائرة المارة بالنقاط المعطاة في السؤالين الآتيين، ثم مثّلها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

(11 $A(-2,3), B(1,0), C(4,3)$



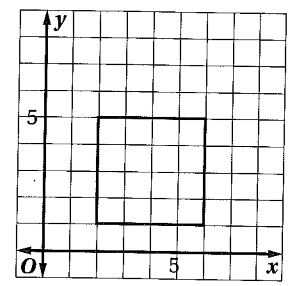
(12 $F(3,0), G(5,-2), H(1,-2)$



4-8 تدريبات حل المسألة

معادلة الدائرة

1) تصميم: يريد أحمد كتابة معادلة الدائرة المحاطة بالمربع الذي يظهر في الشكل أدناه.



ما معادلة هذه الدائرة؟

2) مخطط هندسي: رُسم مُخطط متنزه على ورق رسم بياني. ومُثّل محيط المتنزه بالمعادلة:
$(x-3)^2+(y-7)^2=225$، إذا كانت كلّ وحدة على المستوى البياني تمثل 10 ft، فما طول نصف قطر المتنزه الحقيقي؟

3) ورق جدران: يتكون تصميم لورق الجدران من دوائر يمكنك تمثيلها بالمعادلة :
$(x-a)^2+(y-b)^2=4$، لكل عدد صحيح زوجي b.
ارسم جزءًا من ورق الجدران في مستوى إحداثي.

4) طوق أمني: يحيط طوق أمني دائري بمعمل سري للغاية. يُعطى الطوق على خريطة للمعمل بالمعادلة:
$(x-8)^2+(y+2)^2=324$. فإذا كانت كلّ وحدة على الخريطة تمثل 1 km على الأرض، فما نصف قطر الطوق الأمني؟

5) مسافة: يبعد منزل عاتكة مسافات متساوية عن المكتبة العامة ومكتب البريد ومدرستها. يبيّن الجدول أدناه إحداثيات هذه المواقع الثلاثة على خريطة إحداثية حيث تمثل كلّ وحدة على الخريطة 1 m.

الموقع	الإحداثيات
المكتبة العامة	$(-78, 202)$
مكتب البريد	$(111, 193)$
المدرسة	$(202, -106)$

a) ما إحداثيات موقع منزل عاتكة؟ ارسم الدائرة على خريطة، وعيّن عليها المواقع الثلاثة والمنزل.

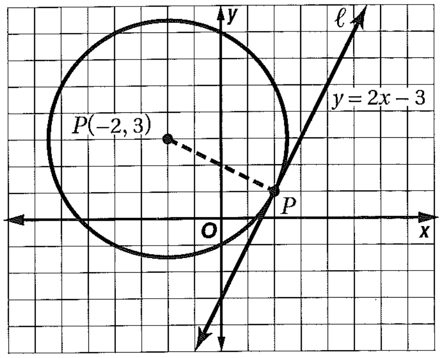
b) كم مترًا يبعد منزل عاتكة عن المواقع المذكورة؟

c) اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالمكتبة العامة ومكتب البريد والمدرسة؟

4-8 التدريبات الإثرائية

معادلة الدائرة والمماس

تذكّر أن الدائرة التي نصف قطرها r وإحداثيات مركزها (h,k) هي التمثيل البياني للمعادلة $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$. يمكنك استعمال هذه الفكرة وما تعرفه عن الدوائر والمماسات لإيجاد معادلة الدائرة، إذا علم مركزها ومعادلة مستقيم تمسه.



اتّبع الخطوات الآتية لإيجاد معادلة الدائرة التي مركزها $C(-2, 3)$ وتمسّ المستقيم الذي معادلته $y = 2x - 3$ ، مستعملًا الشكل أعلاه .

1) أوجد ميل المستقيم l الذي معادلته $y = 2x - 3$.

2) إذا كانت $\odot C$ التي مركزها $C\ (-2,3)$ تمس المستقيم l عند النقطة P، فما ميل نصف القطر $\overline{CP}$ ؟

3) اكتب معادلة المستقيم الذي يحوي $\overline{CP}$.

4) استعمل المعادلة التي حصلت عليها من السؤال 3، والمعادلة $y = 2x - 3$، لإيجاد نقطة تقاطع المستقيمين اللذين يمثلان هاتين المعادلتين . ما إحداثيات هذه النقطة؟

5) أوجد طول نصف القطر $\overline{CP}$.

6) استعمل إحداثيات المركز $C(-2,3)$، وإجابتك عن السؤال 5 لكتابة معادلة $\odot C$.

ملحق الإجابات

الاسم ________________ التاريخ ________

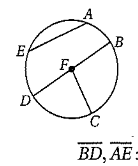
4-1 تدريبات إعادة التعليم

الدائرة ومحيطها

قطع مستقيمة في الدائرة: الدائرة هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى التي تبعد بعدًا ثابتًا عن نقطة معلومة تسمّى مركز الدائرة.

للقطع المستقيمة التي تقطع الدائرة أسماء خاصة.

- تسمّى القطعة المستقيمة التي يقع أحد طرفيها على الدائرة والآخر عند مركز الدائرة نصف قطر.
- تسمّى القطعة المستقيمة التي يقع طرفاها على الدائرة وترًا.
- يسمّى الوتر المار بمركز الدائرة قطرًا ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.



وتر: $\overline{BD}, \overline{AE}$

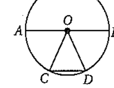
نصف قطر: $\overline{FD}, \overline{FC}, \overline{FB}$

قطر: $\overline{BD}$

تكون العلاقات الآتية صحيحة، في الدائرة التي نصف قطرها r وقطرها d:

$r = \frac{d}{2}$ $\quad r = \frac{1}{2}d \quad$ $d = 2r$

مثال



a) سمِّ الدائرة في الشكل المجاور.

اسم هذه الدائرة $\odot O$

b) سمِّ أنصاف أقطار الدائرة.

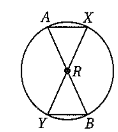
$\overline{AO}, \overline{BO}, \overline{CO}, \overline{DO}$ أنصاف أقطار في هذه الدائرة.

c) سمِّ أوتار الدائرة.

$\overline{AB}, \overline{CD}$ وتران في هذه الدائرة.

تمارين

استعمل الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة 7 – 1.



1) سمِّ الدائرة.

$\odot R$

2) سمِّ أنصاف أقطار الدائرة.

$\overline{RA}, \overline{RB}, \overline{RY}, \overline{RX}$

3) سمِّ أوتار الدائرة.

$\overline{BY}, \overline{AX}, \overline{AB}, \overline{XY}$

4) سمِّ أقطار الدائرة.

$\overline{XY}$ و $\overline{AB}$

5) إذا كان $AB = 18$ mm، فأوجد AR.

9 mm

6) إذا كان $RY = 10$ in، فأوجد AR و AB.

$AR = 10$ in؛ $AB = 20$ in

7) هل $\overline{AB} \cong \overline{XY}$؟ فسّر إجابتك. **نعم؛ أقطار الدائرة الواحدة متطابقة كلها.**

الاسم ________________ التاريخ ________

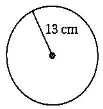
4-1 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

الدائرة ومحيطها

محيط الدائرة: محيط الدائرة هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ويرمز إليه بالرمز C.

محيط الدائرة	إذا كان محيط الدائرة يساوي C، وقطرها d، أو نصف قطرها r، فيمكننا التعبير عن المحيط بالعلاقتين الآتيتين: $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

مثال أوجد محيط الدائرة المجاورة، مقربًا إلى أقرب جزء من مائة.



$C = 2\pi r$	صيغة محيط الدائرة
$= 2\pi(13)$	$r = 13$
$= 26\pi$	بالتبسيط
≈ 81.68	مستعملًا الآلة الحاسبة

محيط هذه الدائرة يساوي 26π cm أو 81.68 cm تقريبًا.

تمارين

أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا كان محيطها كما هو مبيّن في الأسئلة 6–1، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.

1) $C = 40$ in.
12.73 in, 6.37 in

2) $C = 256$ ft.
81.49 ft, 40.74 ft

3) $C = 15.62$ m.
4.97 m, 2.49 m

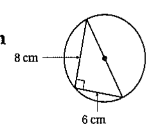
4) $C = 9$ cm.
2.86 cm, 1.43 cm

5) $C = 79.5$ yd.
25.31 yd, 12.65 yd

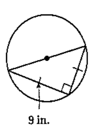
6) $C = 204.16$ m.
64.99 m, 32.49 m

أوجد القيمة الفعلية لمحيط الدائرة في كلٍّ من مما يأتي:

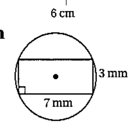
7) **10π cm**



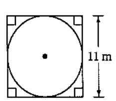
8) **$9\sqrt{2}\pi$ in**



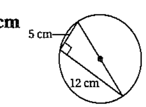
9) **$\sqrt{58}\pi$ mm**



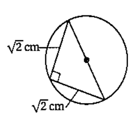
10) **11π m**



11) **13π cm**



12) **2π cm**

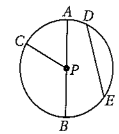


الاسم ___________ التاريخ ___________

4-1 تدريبات المهارات

الدائرة ومحيطها

استعمل $\odot P$ للإجابة عن الأسئلة 7 – 1.



1) سمِّ الدائرة. $\odot P$

2) سمِّ نصف قطر في الدائرة. $\overline{PC}$ أو $\overline{PB}$ أو $\overline{PA}$

3) سمِّ وترًا في الدائرة. $\overline{AB}$ أو $\overline{DE}$

4) سمِّ قطرًا في الدائرة. $\overline{AB}$

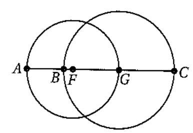
5) سمِّ نصف قطر في الدائرة لا يكون جزءًا من قطر مرسوم فيها. $\overline{PC}$

6) إذا كان قطرًا الدائرة هما 16 سم، فأوجد نصف قطرها.

8 cm

7) إذا كان $PC = 11$ in ، فأوجد AB. **22 in**

إذا كان قطرا $\odot F$ و $\odot G$ هما 5 و 6 وحدات على الترتيب، فأوجد كلًا من القياسين الآتيين:



8) BF **0.5 وحدة**

9) AB **2 وحدة**

أوجد قطر ونصف قطر كلّ دائرة عُلم محيطها فيما يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:

10) $C = 36$ cm.
$d = 11.46$ cm؛ $r = 5.73$ cm

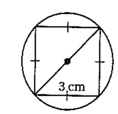
11) $C = 17.2$ ft.
$d = 5.47$ ft؛ $r = 3.74$ ft

12) $C = 81.3$ cm.
$d = 25.88$ cm؛ $r = 12.94$ cm

13) $C = 5$ yd.
$d = 1.59$ yd؛ $r = 0.80$ yd

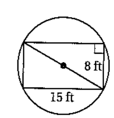
أوجد القيمة الفعلية لمحيط كلّ دائرة من الدائرتين الآتيتين:

14)



$3\pi\sqrt{2}$ cm

15)



17π ft

الاسم ___________ التاريخ ___________

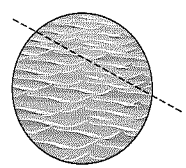
4-1 تدريبات حل المسألة

الدائرة ومحيطها

1) عجلات: يعمل سالم على تصميم إطارات لسيارة. إذا كان قطر الإطار يساوي 18 in، وأراد أن يضع دعامات تمتد من مركز الإطار إلى حافته، أي أن كلّ دعامة تمثل نصف قطر للإطار، فما طول كلٍّ من هذه الدعامات؟

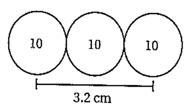
9 in

2) تقطيع الكعك: قامت عائشة بتقطيع طبق كعك دائري الشكل. إذا كان قطر الطبق يساوي 14 in، وكانت قطعتها مستقيمة طولها 11 in، فهل قَطَعت عائشة الكعك على طول نصف قطر أم قطر أم وتر للدائرة؟



وتر

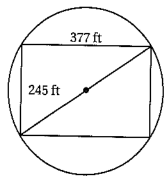
3) نقود معدنية: وضعت ثلاث قطع نقود متماثلة دائرية الشكل في صف واحد كما في الشكل أدناه.



فإذا كانت المسافة بين مركزي القطعتين الأولى والثالثة تساوي 3.2 cm، فما نصف قطر قطعة النقود؟

0.8 cm

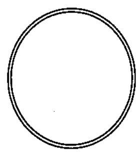
4) ساحة عامّة: أحيطت ساحة عامة مستطيلة الشكل بسياج دائري. على أن يصل كلّ من قطري المستطيل بين نقطتين على السياج مرورًا بمركز الدائرة.



ما قطر السياج، اعتمادًا على المعلومات المعطاة في الشكل؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من القدم.

449.6 ft

5) أطواق التمرين: يريد همّام أن يصنع طوقًا دائريًا يدوّره حول جسمه للتمرينات الرياضية. ومن أجل ذلك استعمل أنبوبًا طوله 2.5 m.



a) ما قطر الطوق الذي صنعه همّام؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من الألف من المتر.

0.796 m

b) ما نصف قطر الطوق الذي صنعه همّام؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من الألف من المتر.

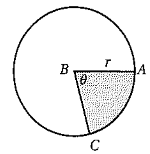
0.398 m

الاسم ________________ التاريخ ________

4-1 التدريبات الإثرائية

القطاع الدائري

يمكنك إيجاد مساحة الدائرة مستعملًا القانون $A = \pi r^2$. والقطاع الدائري جزء من الدائرة يشبه الفطيرة وينحصر بين نصفي قطرين وقوس من الدائرة.



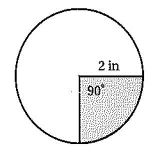
والزاوية المركزيّة للقطاع الدائري زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة.

وتتناسب مساحة القطاع الدائري ذي الزاوية المركزيّة θ مع الجزء الذي تمثله θ من 360.

أي أن:

$\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\theta}{360}$ أو مساحة القطاع $= \frac{\theta}{360}\pi r^2$.

مثال أوجد مساحة القطاع الدائري في الشكل المجاور.



$A = \frac{\theta}{360}\pi r^2$

$r = 2 \quad \theta = 90 \qquad = \frac{90}{360}\pi(2)^2$

$= \frac{1}{4}(4\pi) = \pi$

إذن ، مساحة القطاع الدائري تساوي π in^2 أو 3.14 in^2 تقريبًا.

تمارين:

1) أوجد مساحة القطاع الدائري، إذا كان قياس زاويته المركزيّة 72°، ونصف قطر الدائرة 10 cm .

20π cm²

2) أوجد مساحة القطاع الدائري، إذا كان قياس زاويته المركزيّة 60°، ونصف قطر الدائرة 5 in .

$\frac{25}{6}\pi$ in²

3) إذا كانت مساحة قطاع دائري 15π cm^2، ونصف قطر الدائرة يساوي 5 cm، فأوجد قياس الزاوية المركزيّة للقطاع.

216°

4) إذا كانت مساحة قطاع دائري تساوي $\frac{1}{3}$ مساحة الدائرة، فأوجد قياس زاويته المركزية.

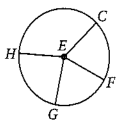
120°

الاسم ________________ التاريخ ________

4-2 تدريبات إعادة التعليم

قياس الزوايا والأقواس

الزوايا والأقواس: الزاوية المركزيّة زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة، وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة. وتقسم الزاوية المركزيّة الدائرة إلى قوسين، **القوس الأكبر والقوس الأصغر.**



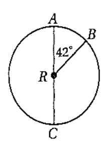
$\widehat{GF}$ قوس أصغر.
$\widehat{CHG}$ قوس أكبر.
$\angle GEF$ زاوية مركزية.

وهذه بعض خصائص الزوايا المركزيّة والأقواس:

- مجموع قياسات الزوايا المركزيّة غير المتداخلة في الدائرة يُساوي 360 درجة. $m\angle HEC + m\angle CEF + m\angle FEG + m\angle GEH = 360°$.
- قياس القوس الأصغر أقل من 180°،ويساوي قياس زاويته المركزيّة. $m\widehat{CF} = m\angle CEF$.
- قياس القوس الأكبر يساوي 360° مطروحًا منها قياس القوس الأصغر الذي له نفس الطرفين. $m\widehat{CGF} = 360 - m\widehat{CF}$
- قياس نصف الدائرة يساوي 180°.
- يتطابق قوسان أصغران، إذا وفقط إذا تطابقت الزاويتان المركزيتان المناظرتان لهما. $\widehat{FG} \cong \widehat{CF}$ إذا وفقط إذا كانت $\angle FEG \cong \angle CEF$.
- قياس القوس المكوَّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين. $m\widehat{CF} + m\widehat{FG} = m\widehat{CG}$

تسمّى هذه الخاصية (مسلّمة جمع الأقواس).

مثال إذا كان $\overline{AC}$ قطرًا في $\odot R$، فأوجد $m\widehat{AB}$ و $m\widehat{ACB}$.

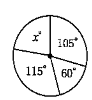


$\angle ARB$زاوية مركزية و$m\angle ARB = 42°$، إذن $m\widehat{AB} = 42°$.

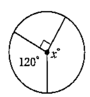
ولذا فإن $m\widehat{ACB} = 360° - 42° = 318°$

تمارين

أوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

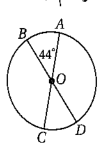
1) 

80

2) 

150

إذا كان $\overline{BD}$ و $\overline{AC}$ قطرين في$\odot O$، فحدّد إن كان كلّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أم قوسًا أصغر أم نصف دائرة.ثم أوجد قياسه.



3) $m\widehat{BA}$ **قوس أصغر؛ 44**
4) $m\widehat{BC}$ **قوس أصغر؛ 136**
5) $m\widehat{CD}$ **قوس أصغر؛ 44**
6) $m\widehat{ACB}$ **قوس أكبر؛ 316**
7) $m\widehat{BCD}$ **نصف دائرة؛ 180**
8) $m\widehat{AD}$ **قوس أصغر؛ 136**

الاسم ______________ التاريخ ______________

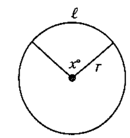
4-2 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

قياس الزوايا والأقواس

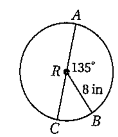
طول القوس: القوس جزء من الدائرة، وطوله جزء من محيطها.

يمكنك إيجاد طول القوس l مستعملًا المعادلة الآتية:

$.l = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$



مثال أوجد طول $\widehat{AB}$، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

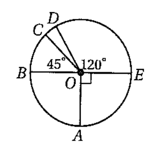


يمكنك إيجاد طول $\widehat{AB}$، مستعملًا المعادلة الآتية: $\widehat{AB} = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$

معادلة طول القوس	$\widehat{AB} = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$
بالتعويض	$\widehat{AB} = \frac{135}{360} \cdot 2\pi(8)$
باستعمال الآلة الحاسبة	$\widehat{AB} \approx 18.85$

تمارين

استعمل $\odot O$ لإيجاد طول كلّ قوس ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:



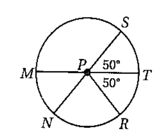
1) $\widehat{DE}$، إذا كان نصف القطر يساوي 2 m. **4.19 m**

2) $\widehat{DEA}$، إذا كان القطر يساوي 7 in. **12.83 in**

3) $\widehat{CB}$ ، إذا كان $BE = 24$ ft. **9.42 ft**

4) $\widehat{CBA}$ ، إذا كان $DO = 3$ mm. **7.07 mm**

استعمل $\odot P$ لإيجاد طول كلٍّ قوس ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:



5) $\widehat{RT}$، إذا كان $MT = 7$ m. **3.05 m**

6) $\widehat{NR}$، إذا كان $PR = 13$ ft. **8.15 ft**

7) $\widehat{MST}$، إذا كان $MP = 2$ in. **6.28 in**

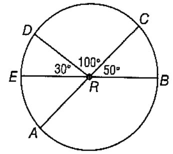
8) $\widehat{MRS}$ ، إذا كان $NS = 10$ cm. **20.07 cm**

الاسم ______________ التاريخ ______________

4-2 تدريبات المهارات

قياس الزوايا والأقواس

$\overline{AC}$ و $\overline{EB}$ قطران في $\odot R$. حدّد إن كان كلّ قوس ممّا يأتي قوسًا أكبر أم قوسًا أصغر أم نصف دائرة، ثم أوجد قياسه:



1) $m\widehat{EA}$ قوس أصغر؛ 50°

2) $m\widehat{CB}$ قوس أصغر؛ 50°

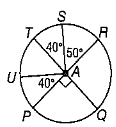
3) $m\widehat{DC}$ قوس أصغر؛ 100°

4) $m\widehat{DEB}$ قوس أكبر؛ 210°

5) $m\widehat{AB}$ قوس أصغر؛ 130°

6) $m\widehat{CDA}$ نصف دائرة؛ 180°

$\overline{PR}$ و $\overline{QT}$ قطران في $\odot A$. أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:



7) $m\widehat{UPQ}$ 130°

8) $m\widehat{PQR}$ 180°

9) $m\widehat{UTS}$ 90°

10) $m\widehat{RS}$ 50°

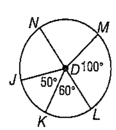
11) $m\widehat{RSU}$ 140°

12) $m\widehat{STP}$ 130°

13) $m\widehat{PQS}$ 230°

14) $m\widehat{PRU}$ 320°

استعمل $\odot D$ لإيجاد طول كلّ قوس ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة:



15) $\widehat{LM}$ إذا كان نصف القطر يساوي 5 in. **8.73 in**

16) $\widehat{MN}$ إذا كان القطر يساوي 3 m. **2.09 m**

17) $\widehat{KL}$ إذا كان $JD = 7$ cm. **7.33 cm**

18) $\widehat{NJK}$ إذا كان $NL = 12$ ft. **12.57 ft**

19) $\widehat{KLM}$ إذا كان $DM = 9$ mm. **25.13 mm**

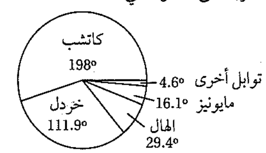
20) $\widehat{JK}$ إذا كان $KD = 15$ in. **13.09 in**

الاسم ________________ التاريخ ________

4-2 تدريبات حل المسألة

قياس الزوايا والأقواس

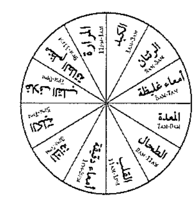
1) توابل: سُئل عدد من الأشخاص الموجودين في متنزه عن نوع التوابل المفضلة عندهم. ومثّلت النتائج بالقطاعات الدائرية على النحو الآتي:



أي نوع من التوابل حلّ في المرتبة الأفضل الثانية؟

الخردل

2) ساعات: يعتقد اليابانيون أن كلّ عضو من أعضاء الجسم المختلفة يكون أكثر نشاطًا في وقت معين خلال اليوم. ولتمثيل ذلك استعانوا بالساعة الصينية التي تعتمد على دائرة مقسمة إلى أقسام متساوية عددها 12 قسمًا برسم أنصاف أقطار فيها.



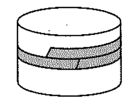
ما قياس كلٍّ من هذه الزوايا المركزية الاثنتي عشرة المتطابقة؟

30°

3) فطائر: قطعت خديجة فطيرة تفاح دائرية الشكل إلى أربع قطع على طول 4 أنصاف أقطار. فكانت الزوايا المركزيّة للأقسام الأربعة هي: $4x + 10$, $6x - 10$, $5x$ و $3x$ درجة. فما قياس كلٍ من الزوايا المركزيّة الأربع؟

60°, 110°, 90°, 100°

4) شريط: لفّت آمنة شريط تزيين طوله 60 in حول علبة هدية أسطوانية الشكل قطرها يساوي 15 بوصة. وقد لفت الشريط حول العلبة لفة واحدة، وتابعت آمنة لفّ الشريط بعدما وصلت نقطة البداية. ما قياس الزاوية المركزيّة التي تكونت بين طرفي الشريط؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من الدرجة؟ **98.4°**



5) إطارات الدراجة الهوائية: اشترى عمر إطارًا لدراجته الهوائية قطره يساوي 20 in.

a) إذا دحرج عُمر الإطار على الأرض بحيث دار دورة كاملة، فما المسافة التي يقطعها الإطار؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من البوصة.

62.83 in

b) إذا تدحرج الإطار على الأرض بحيث دار 45°، فما المسافة التي يقطعها؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من البوصة.

7.85 in

c) إذا تدحرج الإطار على الأرض مسافة 10 in، فما قياس زاوية دورانه؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من الدرجة.

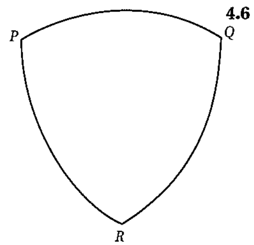
57.30°

الاسم ________________ التاريخ ________

4-2 التدريبات الإثرائية

منحنيات ذات عرض ثابت

تُعدّ الدائرة من المنحنيات ذات العرض الثابت، لأنه كيفما وضعت الدائرة، تبقى أكبر مسافة عبرها ثابتة دائمًا. ولكن الدائرة ليست الشكل الوحيد الذي له هذه الخاصية. تأمل الشكل المجاور الذي يُسمّى مثلث ريلوكس.



1) استعمل المسطرة لقياس المسافة من P إلى أي نقطة على الجهة المقابلة. **4.6 cm**

2) ما المسافة من Q إلى الجهة المقابلة؟ **4.3 cm**

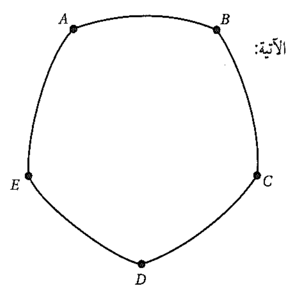
3) ما المسافة من R إلى الجهة المقابلة؟ **4.3 cm**

يتألف مثلث ريلوكس من ثلاثة أقواس. ففي المثال السابق مركز $\widehat{PQ}$ هو R، ومركز $\widehat{QR}$ هو P، ومركز $\widehat{PR}$ هو Q.

4) انسخ مثلث ريلوكس أعلاه على قطعة من الورق ثم قُصّه، وارسم مربعًا طول ضلعه يساوي الطول الذي وجدته في السؤال 1.

بيّن أنه بإمكانك تدوير المثلث داخل المربع مع بقاء جوانبه ملامسة لأضلاع المربع. **انظر إجابات الطلاب**

5) كوّن منحنى آخر يكون ذا عرض ثابت، مستعملًا النقاط الخمس أدناه متبّعًا الخطوات الآتية:



الخطوة 1: ثبت رأس الفرجار عند النقطة D، وافتحه فتحة تساوي DA. وارسم قوسًا طرفاه النقطتان A و B.

الخطوة 2: ارسم قوسًا آخر من B إلى C مركزه E.

الخطوة 3: استمر بهذه العملية حتى ترسم خمسة أقواس.

تستعمل بعض الدول هذا النوع من الأشكال في تصميم قطع نقودها المعدنية.

والفائدة في ذلك تكمُن في سهولة تمييزها باللمس، ويمكن استعمالها في أجهزة البيع الآلية أيضًا، لأن عرضها ثابت.

6) قِس عرض الشكل الذي رسمته في السؤال 5. وارسم مستقيمين متوازيين، المسافة بينهما تساوي العرض الذي وجدته. وانسخ الشكل ذا الجوانب الخمسة على قطعة من الورق وقصه، وبيّن أنه يتدحرج بسهولة بين المستقيمين اللذين رسمتهما.

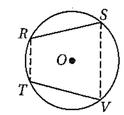
الاسم ________________ التاريخ ________

4-3 تدريبات إعادة التعليم

الأقواس والأوتار

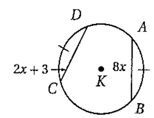
الأقواس والأوتار: تحدد النقاط على الدائرة الأقواس والأوتار، وهناك خصائص متعددة تتعلق بالنقاط على الدائرة.

في الدائرة نفسها أو في الدائرتين المتطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.



$\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$ إذا وفقط إذا كان $\overline{RS} \cong \overline{TV}$.

مثال إذا كان $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$ في $\odot K$، فأوجد AB.



$\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ قوسان متطابقان، ولذا فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$.

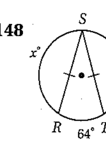
$CD \doteq AB$	تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
$2x + 3 = 8x$	بالتعويض
$x = \frac{1}{2}$	بالتبسيط

إذن $AB = 8\left(\frac{1}{2}\right) = 4$

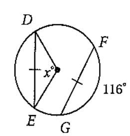
تمارين

جبر: أوجد قيمة x في كلّ دائرة ممّا يأتي:

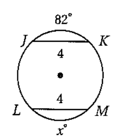
1) 148



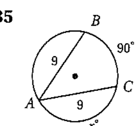
2) 116



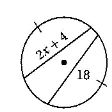
3) 82



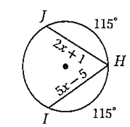
4) 135



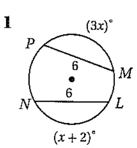
5) 7



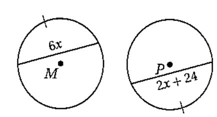
6) 2



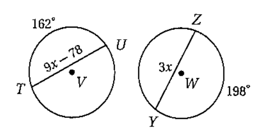
7) 1



8) $\odot M \cong \odot V$ 6



9) $\odot V \cong \odot W$ 13



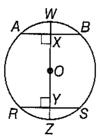
الاسم ________________ التاريخ ________

4-3 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

الأقواس والأوتار

الأقطار والأقواس:

- إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًا على وتر فيها، فإنه ينصف الوتر وينصّف قوسه أيضًا.
- المنصّف العمودي للوتر في الدائرة، هو قطر (أو نصف قطر) لها.
- يتطابق الوتران في الدائرة نفسها أو في الدائرتين المتطابقتين، إذا وفقط إذا كان بعداهما عن المركز متساويين.

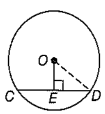


إذا كان $\overline{WZ} \perp \overline{AB}$، فإن $\overline{AX} \cong \overline{XB}$ و $\widehat{AW} \cong \widehat{BW}$.

إذا كان $OX = OY$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{RS}$.

إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{RS}$، فإن $\overline{AB}$ و $\overline{RS}$ يبعدان المسافة نفسها عن النقطة O.

مثال في $\odot O$، $\overline{CD} \perp \overline{OE}$، $OD = 15$ و $CD = 24$. أوجد OE.



القطر أو نصف القطر العمودي على وتر الدائرة ينصف الوتر، إذن ED يساوي نصف CD.

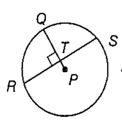
$$ED = \frac{1}{2}(24)$$
$$= 12$$

استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد OE في $\triangle OED$.

$(OE)^2 + (ED)^2 = (OD)^2$	نظرية فيثاغورس
$(OE)^2 + (12)^2 = (15)^2$	بالتعويض
$(OE)^2 + 144 = 225$	بالتبسيط
$(OE)^2 = 81$	بطرح 144 من الطرفين
$OE = 9$	بأخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين

تمارين

في $\odot P$، نصف القطر يساوي 13، و $RS = 24$. أوجد كلّ طول ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.

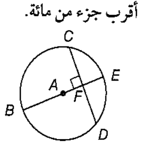


1) RT 12

2) PT 5

3) TQ 8

في $\odot A$، القطر يساوي 12، و $CD = 8$، و $m\widehat{CD} = 90°$، أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.

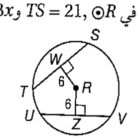


4) $m\widehat{DE}$ 45°

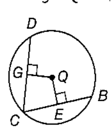
5) FD 4

6) AF 4.47

7) في $\odot R$، $TS = 21$ و $UV = 3x$. ما قيمة x؟ 7



8) في $\odot Q$، $\overline{BC} \cong \overline{DC}$، و $GQ = x + 5$ و $EQ = 3x - 6$. ما قيمة x؟ 5.5



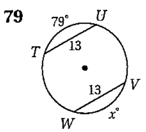
الاسم ____________________ التاريخ ____________

4-3 تدريبات المهارات

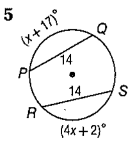
الأقواس والأوتار

جبر: أوجد قيمة x في كلّ دائرة ممّا يأتي:

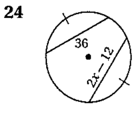
1) **79**



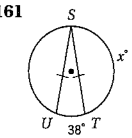
2) **5**



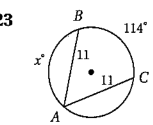
3) **24**



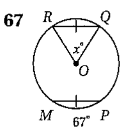
4) **161**



5) **123**

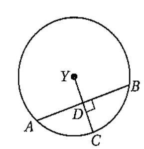


6) **67**



نصف قطر $\odot Y$ يساوي 34، و $AB = 60$ ، $m\widehat{AC} = 71°$.

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مائة.



7) $m\widehat{BC}$ **71°**

8) $m\widehat{AB}$ **142°**

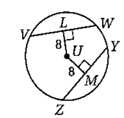
9) AD **30**

10) BD **30**

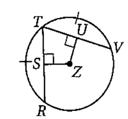
11) YD **16**

12) DC **18**

13) في $\odot U$، $VW = 20$، و $YZ = 5x$. أوجد قيمة x. **4**



14) في $\odot Z$، $\widehat{TR} \cong \widehat{TV}$ ، $ZS = x + 4$ و $UZ = 2x - 1$. أوجد قيمة x. **5**

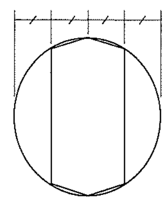


الاسم ____________________ التاريخ ____________

4-3 تدريبات حل المسألة

الأقواس والأوتار

1) مضلع سداسي: أُنشئَ مضلع سداسي بالطريقة الموضّحة في الشكل أدناه.



كم طولًا مختلفًا للأوتار التي تشكل أضلاع هذا السداسي؟

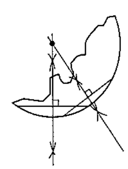
2

2) علامات مائية: تقوم شركة مجوهرات بطبع علامة مائية سرية على الشعار في وثائقها الرسمية كلّها لأغراض أمنيّة. وهذه العلامة المائية هي وتر يبعد 0.7 cm عن مركز طوق دائري نصف قطره 2.5 cm. ما طول هذا الوتر إلى أقرب جزء من عشرة؟

4.8 cm

3) علم الآثار: أثناء القيام بحفريات أثرية عُثِرَ على قطعة واحدة فقط من طبق مكسور. استعمل صورة القطعة الفخارية أدناه في توضيح طريقة رسم الطبق بحجمه الأصلي عن طريق إنشاء الأوتار والأعمدة المنصّفة.

ارسم وترين على القوس، ثم أنشئ العمود المنصف لكلٍّ من الوترين. سيلتقي العمودان المنصفان في مركز الدائرة الأصلية. ثم استعمل الفرجار ونصف القطر في رسم الدائرة التي تمثل الطبق الأصلي.



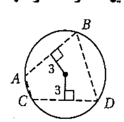
4) مراكز: أراد نعيم أن يجد مركز دائرة كبيرة، فقام برسم ما يعتقد أنه قطر لهذه الدائرة، ثم وضع علامة على نقطة منتصف هذه القطعة المستقيمة، وأعلن أنه وجد مركز الدائرة. سأله معلّمه: كيف عرفت أن المستقيم الذي رسمته هو بالفعل قطر لهذه الدائرة وليس وترًا؟ أدرك نعيم أنه غير متأكد من صحة استنتاجه. فماذا يتعين عليه أن يعمل للتأكد من أن هذا المستقيم هو قطر للدائرة.

يستطيع نعيم أن يرسم مستقيمًا عموديًا على المستقيم الذي رسمه، على أن يمر بالنقطة التي وضع علامة عندها. فإذا كانت نقطة منتصف القطعة الأولى هي نفسها نقطة منتصف القطعة الثانية، فإنه يثبت أن القطعة قطر للدائرة.

5) صناعة اللحف: تتبع حليمة الخطوات الآتية لتكوين نمط للحاف. "في دائرة قطرها 10 in، رسمت الوتر $\overline{AB}$ الذي يبعد 3 in عن مركز الدائرة ويعامد نصف القطر. ثم قصت القماش على طول الوتر". قامت حليمة بإعادة هذه الخطوات للوتر $\overline{CD}$. ثم قصّت على طول الوترين $\overline{DB}$ و $\overline{AC}$. فحصلت في النهاية على أربع قطع منحنية وشكل رباعي واحد.

a) إذا اتبعت حليمة التعليمات، هل تضمن أن يكون الشكل الرباعي مستطيلًا؟ فسّر إجابتك.

لا؛ الطريقة تُنتج الوترين المتطابقين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$، ولكنهما ليسا متوازيين بالضرورة.



b) افترض أن الشكل الرباعي الناتج مستطيل، وكان قياس قوس إحدى القطع المنحنية يساوي 74°، فما قياس أقواس القطع المنحنية الثلاث الأخرى؟

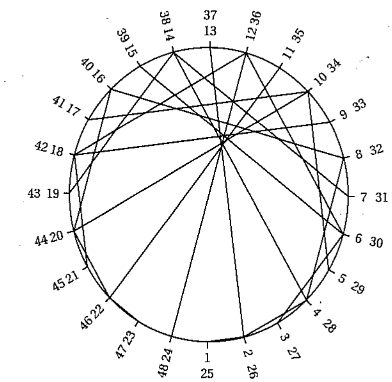
106°, 106°, 74°

الاسم ______________ التاريخ ________

4-3 التدريبات الإثرائية

تكوين أنماط من أوتار الدائرة

يمكننا الحصول على أنماط جميلة، إذا قمنا برسم أوتار تصل بين نقاط عُيّنت على الدائرة، المسافة بين كلّ نقطتين متتاليتين منها ثابتة. يوجد على الدائرة أدناه 24 نقطة تقسم الدائرة إلى 24 قسمًا متساويًا. وقد وضعت الأرقام من 1 إلى 48 إلى جوار هذه النقاط. ادرس الشكل لترى كيف وضعت هذه الأرقام.



1) استعمل قلم رصاص ومسطرة لرسم أوتار تصل بين النقاط المرقّمة على النحو: 1 إلى 2، 2 إلى 4، 3 إلى 6، 4 إلى 8، وهكذا. استمر في عملية المضاعفة ورسم الأوتار الممكنة جميعها. ما نوع النمط الذي حصلت عليه؟

انظر الشكل أعلاه. يكون النمط الناتج على صورة قلب.

2) انقل الدائرة ذاتها بنقاطها وأرقامها. جرّب استعمال أنماط مختلفة للتوصيل بين النقاط. يمكنك ضرب رقم النقطة في ثلاثة للحصول على رقم النقطة التي تصلها معها.

احتفظ بالأنماط المميزة لعرضها في غرفة الصف.

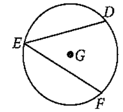
انظر إجابات الطلاب.

الاسم ______________ التاريخ ________

4-4 تدريبات إعادة التعليم

الزوايا المحيطية

الزوايا المحيطية: الزاوية المحيطية زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها على وترين في الدائرة. في $\odot G$، القوس الأصغر $\widehat{DF}$ هو القوس المقابل للزاوية المحيطية $\angle DEF$.



$m\angle DEF = \frac{1}{2} m\widehat{DF}$

نظرية الزاوية المحيطية	قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

إذا قابلت زاويتان محيطيتان القوس نفسه أو قوسين متطابقين فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.

مثال في $\odot G$ أعلاه، $m\widehat{DF} = 90°$. أوجد $m\angle DEF$.

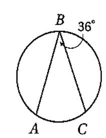
$\angle DEF$ زاوية محيطية، ولذا فإن قياسها يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

$$m\angle DEF = \frac{1}{2} m\widehat{DF}$$
$$= \frac{1}{2}(90°)$$
$$= 45°$$

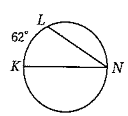
تمارين

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

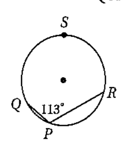
1) $m\widehat{AC}$ **72°**



2) $m\angle N$ **31°**



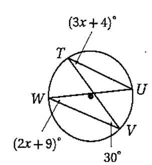
3) $m\widehat{QSR}$ **226°**



جبر: أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

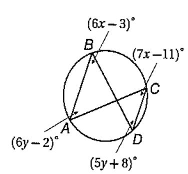
4) $m\angle U$ **30°**

5) $m\angle T$ **19°**



6) $m\angle A$ **58°**

7) $m\angle C$ **45°**



الاسم ________________ التاريخ ________

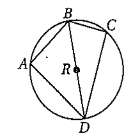
4-4 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

الزوايا المحيطية

زوايا المضلّع المحاط بدائرة:

المضلّع المحاط بدائرة: هو مضلع أضلاعه أوتار للدائرة ورؤوسه تقع على الدائرة. والمضلّعات المحاطة بدائرة لها عدة خصائص منها:

- تقابل الزاوية المحيطية قطرًا أو نصف دائرة، إذا وفقط إذا كانت زاوية قائمة.
- كلّ زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي المحاط بدائرة متكاملتان.



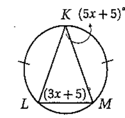
إذا كان $\widehat{BCD}$ نصف دائرة، فإن $m\angle BCD = 90°$

في الشكل الرباعي $ABCD$ المحاط بدائرة

$m\angle A + m\angle C = 180°$

و $m\angle ABC + m\angle ADC = 180°$

مثال أوجد $m\angle K$ في الشكل المجاور.



$\widehat{KL} \cong \widehat{KM}$ إذن $KL = KM$. فيكون هذا المثلث متطابق الضلعين.

ولذا فإن $m\angle L = m\angle M = (3x + 5)°$.

$m\angle L + m\angle M + m\angle K = 180°$	نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث
$(3x + 5)° + (3x + 5)° + (5x + 5)° = 180°$	بالتعويض
$11x + 15 = 180$	بالتبسيط
$11x = 165$	بطرح 15 من الطرفين
$x = 15$	بقسمة كلّ طرف على 11

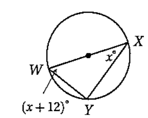
إذن $m\angle K = (5 + 5(15))° = 80°$.

تمارين

جبر: أوجد كلّ قيمة أو قياس ممّا يأتي:

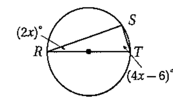
1) x **39**

2) $m\angle W$ **51°**



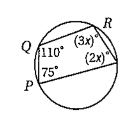
3) x **16**

4) $m\angle T$ **58°**



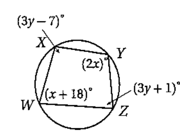
5) $m\angle R$ **105°**

6) $m\angle S$ **70°**



7) $m\angle W$ **72°**

8) $m\angle X$ **86°**



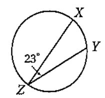
الاسم ________________ التاريخ ________

4-4 تدريبات المهارات

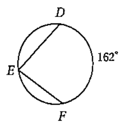
الزوايا المحيطية

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

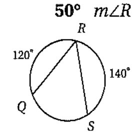
1) $m\widehat{XY}$ **46°**



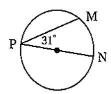
2) $m\angle E$ **81°**



3) $m\angle R$ **50°**



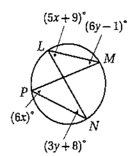
4) $m\widehat{MP}$ **118°**



جبر: أوجد كلّ قياس ممّا يأتي:

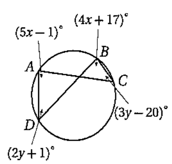
5) $m\angle N$ **17°**

7) $m\angle L$ **54°**



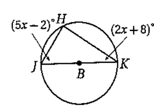
6) $m\angle C$ **43°**

8) $m\angle A$ **89°**



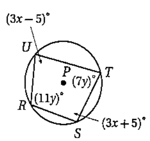
9) $m\angle J$ **58°**

11) $m\angle K$ **32**



10) $m\angle S$ **95°**

12) $m\angle R$ **110**

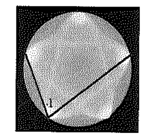


الاسم ______________ التاريخ ________

4-4 تدريبات حل المسألة

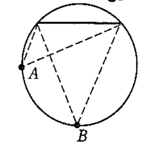
الزوايا المحيطية

1) سيرك: تضاء حلبة السيرك الدائرية بخمسة مصابيح موضوعة على أبعاد متساوية بعضها عن بعض حول الحلبة كما في الشكل أدناه.



أوجد $m\angle 1$. $72°$

2) مجال الرؤية: يبيّن الشكل أدناه منظرًا علويًّا لشخصين يقفان أمام جدار مستطيل عالٍ جدًّا. ويمثل الجدار وترًا في دائرة تمر بموقعي الشخصين.



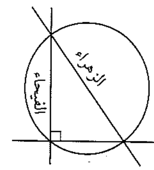
أيّ الشخصين حجب الجدار عنه قدرًا أكبر من مجال رؤيته الأفقية؟

لا أحد؛ كلاهما متساويان في مقدار مجال الرؤية المحجوبة عنهما.

3) مُعيّن: يحاول عبد الله أن يرسم دائرة تحيط بمعين ليس مربعًا. ولكنه يجد صعوبة في ذلك. هل تستطيع أن تساعده؟ فسّر إجابتك.

لا؛ لأنه من المستحيل عمل ذلك. الزوايا المتقابلة في المعيّن تكون متطابقة، فإذا كان المعيّن محاطًا بدائرة، فإن مجموع قياسي كل زاويتين متقابلتين 180°. وهذا يحتّم أن تكون كلّ واحدة من زواياه 90°. والمعين ذو الزوايا القائمة يكون مربعًا.

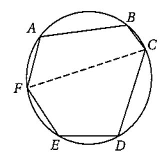
4) شوارع: البُعد بين تقاطع شارعي الزهراء والفيحاء وتقاطع شارعي الزهراء والأمل يساوي ثلاثة كيلومترات.



ما بعدُ تقاطع شارعي الفيحاء والأمل عن نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي تصل بين تقاطع شارعي الفيحاء والزهراء وتقاطع شارعي الأمل والزهراء؟

1.5 km

5) المضلع السداسي المحاط بدائرة: سوف تبرهن أن مجموع قياسات الزوايا الثلاث الداخلية غير المتتالية في المضلع السداسي المحاط بدائرة يساوي 360°.



a) ما العلاقة بين$\angle A$ و$\angle BCF$؟ **متكاملتان**

وما العلاقة بين$\angle E$ و$\angle DCF$؟ **متكاملتان**

b) أثبت أن:

$m\angle A + m\angle BCD + m\angle E = 360°$.

$= m\angle A + m\angle BCD + m\angle E$

$= m\angle A + (m\angle BCF + m\angle DCF) + m\angle E$

$= (m\angle A + m\angle BCF) + (m\angle DCF + m\angle E)$

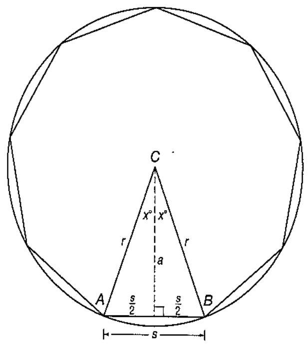
$= 180° + 180° = 360°$

الاسم ______________ التاريخ ________

4-4 التدريبات الإثرائية

صيغ للمضلّعات المنتظمة

افترض أن مضلّعًا منتظمًا عدد أضلاعه n محاط بدائرة نصف قطرها r. يبيّن الشكل أدناه أحد المثلثات المتطابقة الضلعين المتكونة من توصيل نهايتي أحد أضلاع المضلّع المنتظم مع مركز الدائرة C. وفي هذا الشكل، s هي طول ضلع المضلّع المنتظم، a طول العمود النازل من C على $\overline{AB}$.



استعمل معلوماتك المتعلقة بالمثلثات والنسب المثلثية لحل المسائل الآتية:

1) أوجد صيغة تعبّر عن x بدلالة عدد الأضلاع n.

$x = \frac{180}{n}$

2) أوجد صيغة تعبّر عن s بدلالة n وr، مستعملًا النسب المثلثية.

$s = 2r\sin(\frac{180}{n})$

3) أوجد صيغة تعبّر عن a بدلالة n وr، مستعملًا النسب المثلثية.

$a = r\cos(\frac{180}{n})$

4) أوجد صيغة تعبّر عن محيط المضلّع المنتظم، بدلالة n وr.

$P = 2nr\sin(\frac{180}{n})$

الاسم ______________ التاريخ ______________

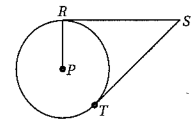
4-5 تدريبات إعادة التعليم

المماسات

المماسات: مماس الدائرة يقطعها في نقطة واحدة فقط، تسمّى نقطة التماس. وهنالك علاقات هامة عدة تتعلق بالمماسات.

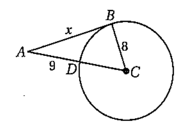
المماس المشترك مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس دائرتين واقعتين في المستوى نفسه.

- يكون المستقيم مماسًا للدائرة، إذا وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر المار بنقطة التماس.
- إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها، فإنهما متطابقتان.



إذا كان $\overline{RP} \perp \overline{RS}$ ، فإن $\overline{RS}$ مماس لـ $\odot P$. إذا كان $\overline{SR}$ مماسًا لـ $\odot P$، فإن $\overline{RP} \perp \overline{RS}$. إذا كان $\overline{ST}$ و $\overline{SR}$ مماسين لـ $\odot P$، فإن $\overline{SR} \cong \overline{ST}$.

مثال $\overline{AB}$ مماس لـ $\odot C$. أوجد قيمة x.



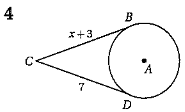
$\overline{AB}$ مماس لـ $\odot C$، وعليه فإن $\overline{AB}$ يعامد نصف القطر $\overline{BC}$. $\overline{CD}$ نصف قطر، إذن $CD = 8$ و $AC = 9 + 8 = 17$. وباستعمال نظرية فيثاغورس مع المثلث القائم $\triangle ABC$ ينتج أن:

$(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$	نظرية فيثاغورس
$x^2 + 8^2 = 17^2$	بالتعويض
$x^2 + 64 = 289$	بالتبسيط
$x^2 = 225$	بطرح 64 من الطرفين
$x = 15$	بأخذ الجذر التربيعي الموجب للطرفين

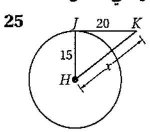
تمارين

أوجد قيمة x، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو كأنها مماس للدائرة هي مماس فعلًا.

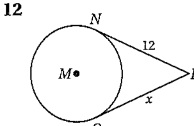
1) **4**



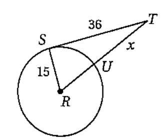
2) **25**



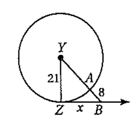
3) **12**



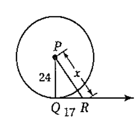
4) **39**



5) **20**



6) $\sqrt{865} \approx 29.41$

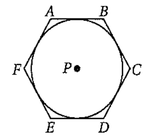


الاسم ______________ التاريخ ______________

4-5 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

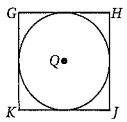
المماسات

المضلّعات المُحيطة بدوائر: يكون المضلّع مُحيطًا بدائرة، إذا كانت جميع أضلاعه مماسات للدائرة.



السداسي $ABCDEF$ محيط بـ $\odot P$.

AB, BC, CD, DE, EF, FA مماسات لـ $\odot P$.

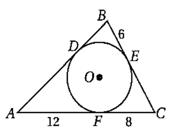


المربع $GHJK$ محيط بـ $\odot Q$.

GH, JH, JK, KG مماسات لـ $\odot Q$.

مثال $\triangle ABC$ محيط بـ $\odot O$.

أوجد محيط المثلث $\triangle ABC$.



$\triangle ABC$ محيط بالدائرة $\odot O$، لذا النقاط D, E, F نقاط تماس.

إذن $AD = AF$, $BE = BD$, $CF = CE$.

$P = AD + AF + BE + BD + CF + CE$

$= 12 + 12 + 6 + 6 + 8 + 8$

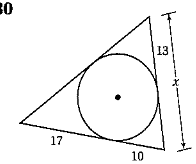
$= 52$

المحيط يساوي 52 وحدة.

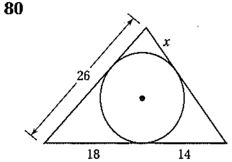
تمارين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية، ثم أوجد محيط المضلّع.

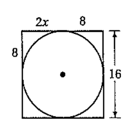
1) **23; 80**



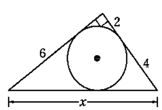
2) **8; 80**



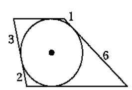
3) **4; 64**



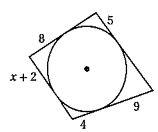
4) **10; 24**



5) **8; 24**



6) **6; 52**



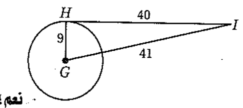
الاسم ____________ التاريخ ________

4-5 تدريبات المهارات

المماسات

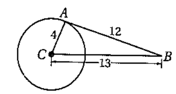
حدّد ما إذا كانت القطعة المستقيمة في كلٍّ من السؤالين الآتيين مماسًا للدائرة المعطاة أم لا. وبرّر إجابتك.

(1 $\overline{HI}$



نعم؛ $9^2 + 20^2 = 41^2$

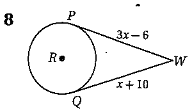
(2 $\overline{AB}$



لا؛ $4^2 + 12^2 \neq 13^2$

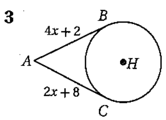
أوجد قيمة x في كلٍّ من الأسئلة الآتية، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلًا، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة، إن كان التقريب ضروريًا.

(3



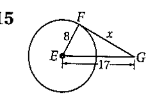
8

(4



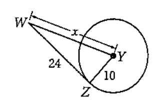
3

(5



15

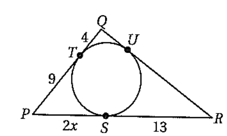
(6



26

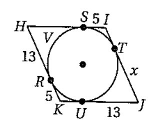
أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين، ثم أوجد محيط المضلّع.

(7



$x = 4.5$ ؛ المحيط = 52 وحدة

(8



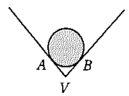
$x = 13$ ؛ المحيط = 72 وحدة

الاسم ____________ التاريخ ________

4-5 تدريبات حل المسألة

المماسات

1) قنوات: يشبه الجزء السفلي من قناة اسمنتية شكل الحرف "V". وأثناء سير ياسر بمحاذاة القناة سقط منه أنبوب أسطواني الشكل في القناة التي كانت جافة حينها. ويظهر الشكل أدناه مقطعًا عرضيًا للأنبوب في أسفل القناة.

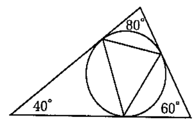


قارن بين الطولين AV وBV. **متساويان**

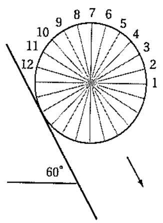
2) تغليف: أراد أسعد أن يضع كرة داخل صندوق مكعب الشكل. وقد قام قبل ذلك بطلاء جوانب الصندوق الداخلية باللون الأسود. وعندما أُخرجت الكرة من الصندوق، اكتشف وجود بقع سوداء على جوانب الكرة ، لأن جدران الصندوق لم تكن جافة تمامًا عند وضع الكرة فيه. وهذه البقع تمثل نقاط التماس بين الكرة وجوانب الصندوق. إذا استعملت هذه النقاط السوداء رؤوسًا لمضلع، فما نوع هذا المضلّع الناتج؟ **مربع**

3) مثلثات: رُسمت دائرة داخل مثلث قياسات زواياه $80°, 60°, 40°$، وتمثل نقاط التماس هذه رؤوس مثلث محاط بدائرة. ما قياسات زوايا المثلث الداخلي؟

$50°, 60°, 70°$



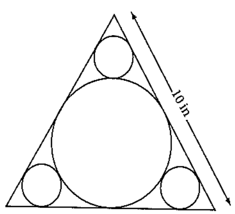
4) دحرجة: يتدحرج إطار على سطح مائل. تمثل دعامات الإطار المرقمة من 1 إلى 12 أقطارًا على أبعاد متساوية بعضها عن بعض.



أي دعامة ستكون عموديّة على السطح المائل، عندما تكون الدعامة رقم 2 رأسيّة؟

الدعامة رقم 10

5) تصميم: رسم محمود التصميم المبيّن أدناه المكوّن من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.



a) ما طول نصف قطر الدائرة الكبرى، مقربًا إلى أقرب جزء من مائة من البوصة؟

2.89 in

b) ما أطوال أنصاف أقطار الدوائر الصغرى، مقربًا إلى أقرب جزء من مائة من البوصة؟

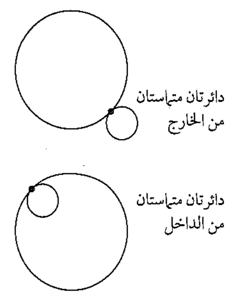
0.96 in

الاسم ______________ التاريخ ______________

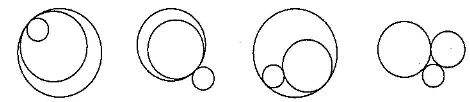
4-5 التدريبات الإثرائية

الدوائر المتماسّة

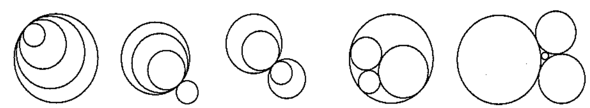
تكون الدائرتان المرسومتان في المستوى نفسه متماستين إذا اشتركتا في نقطة واحدة فقط. والدائرتان المتماستان غير المشتركتين في نقاط داخلية تسميان دائرتين متماستين من الخارج. وإذا كانت الدائرتان المتماستان مشتركتين في نقاط داخلية فتسميان دائرتين متماستين من الداخل. وتكون ثلاثة دوائر أو أكثر متماسة إذا كانت كلّ دائرتين منها متماستين.



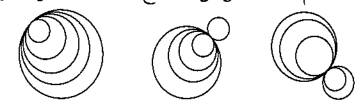
1) ارسم أشكالًا تمثل كلّ الأوضاع المحتملة لثلاث دوائر متماسة.



2) ارسم أشكالًا تمثل كلّ الأوضاع المحتملة لأربع دوائر متماسة.



3) ارسم أشكالًا تمثل كلّ الأوضاع المحتملة لخمس دوائر متماسة.



4) اكتب تخمينًا حول عدد الأوضاع المحتملة لدوائر متماسة عددها n، إذا كان n عددًا كليًّا أكبر من 4.

إجابة ممكنة: إذا كان $n > 4$، فإن عدد الأوضاع يساوي $\frac{n}{2}$، إذا كان n عددًا زوجيًا، أما إذا كان n عددًا فرديًا، فإن عدد الأوضاع يساوي $\frac{1}{2}(n+1)$.

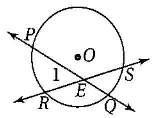
الاسم ______________ التاريخ ______________

4-6 تدريبات إعادة التعليم

القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

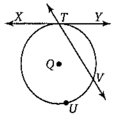
التقاطع على الدائرة أو في داخلها: تُسمّى المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطتين قاطعًا. وترتبط قياسات الزوايا المتكونة من القاطع والمماس بالأقواس التي تقابلها.

- إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس أي من الزوايا المتكونة يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.



$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{PR} + m\widehat{QS})$

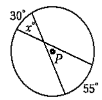
- إذا تقاطع قاطع (أو وتر) مع مماس عند نقطة التماس، فإن قياس كلّ زاوية يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله.



$m\angle XTV = \frac{1}{2} m\widehat{TUV}$

$m\angle YTV = \frac{1}{2} m\widehat{TV}$

مثال 1 أوجد قيمة x.



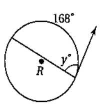
يتقاطع الوتران داخل الدائرة، لذا، فإن قيمة x تساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية المقابلة لها بالرأس.

$x = \frac{1}{2}(30 + 55)$

$= \frac{1}{2}(85)$

$= 42.5$

مثال 2 أوجد قيمة y.



يتقاطع الوتر والمماس عند نقطة التماس، لذا، فإن قياس الزاوية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

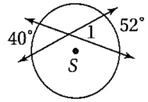
$y = \frac{1}{2}(168)$

$= 84$

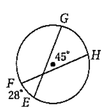
تمارين

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو كأنها مماس هي مماس فعلًا.

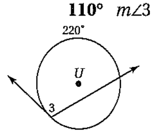
1) $m\angle 1$ **46°**



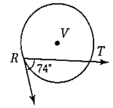
2) $m\widehat{GH}$ **62°**



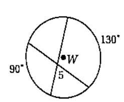
3) $m\angle 3$ **110°**



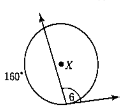
4) $m\widehat{RT}$ **148°**



5) $m\angle 5$ **70°**



6) $m\angle 6$ **100°**



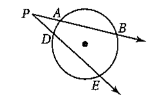
الاسم ________________ التاريخ ________

4-6 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

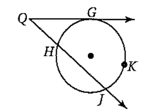
التقاطع خارج الدائرة: إذا تقاطع القاطعان والمماسان خارج الدائرة، فإنهما يكوّنان زاوية يرتبط قياسها بقياسي القوسين المقابلين لها.

إذا تقاطع قاطعان، أو قاطع ومماس، أو مماسان خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.



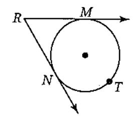
$\overrightarrow{PB}$ و $\overrightarrow{PE}$ قاطعان

$m\angle P=\frac{1}{2}(m\widehat{BE}-m\widehat{AD})$



$\overrightarrow{QG}$ مماس و $\overrightarrow{QJ}$ قاطع

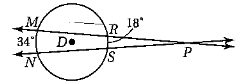
$m\angle Q=\frac{1}{2}(m\widehat{GKJ}-m\widehat{GH})$



$\overrightarrow{RN}, \overrightarrow{RM}$ مماسان

$m\angle R=\frac{1}{2}(m\widehat{MTN}-m\widehat{MN})$

مثال أوجد $m\angle MPN$ في الشكل المجاور.



تكونت $\angle MPN$ من قاطعين تقاطعا خارج الدائرة.

$m\angle MPN=\frac{1}{2}(m\widehat{MN}-m\widehat{RS})$

$=\frac{1}{2}(34°-18°)$

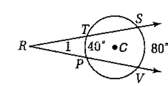
$=\frac{1}{2}(16°)=8°$

قياس الزاوية يساوي 8°.

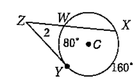
تمارين

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو كأنها مماس هي مماس فعلًا.

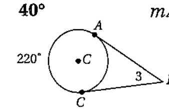
1) $m\angle 1$ 20°



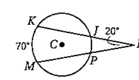
2) $m\angle 2$ 40°



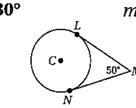
3) $m\angle 3$ 40°



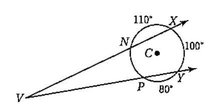
4) $m\widehat{JP}$ 30°



5) $m\widehat{LN}$ 130°



6) $m\angle V$ 15°



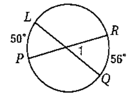
الاسم ________________ التاريخ ________

4-6 تدريبات المهارات

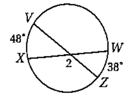
القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

أوجد كلّ قياس ممّا يأتي، مفترضًا أن القطع التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلًا.

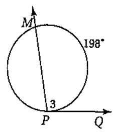
1) $m\angle 1$ 53°



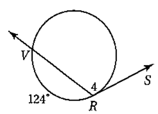
2) $m\angle 2$ 137°



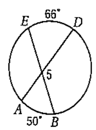
3) $m\angle 3$ 99°



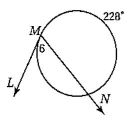
4) $m\angle 4$ 118°



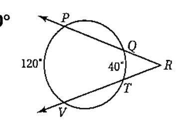
5) $m\angle 5$ 122°



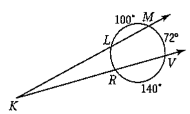
6) $m\angle 6$ 66°



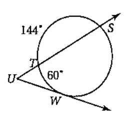
7) $m\angle R$ 40°



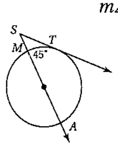
8) $m\angle K$ 12°



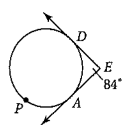
9) $m\angle U$ 48°



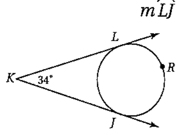
10) $m\angle S$ 45°



11) $m\widehat{DPA}$ 264°



12) $m\widehat{LJ}$ 146°

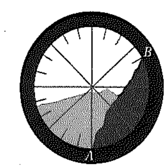


الاسم ______ التاريخ ______

4-6 تدريبات حل المسألة

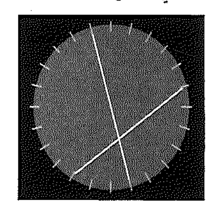
القاطع، والمماس، وقياسات الزوايا

1) تلسكوب: نظر محمد من خلال تلسكوب إلى منطقة جبلية. يبيّن الشكل أدناه ما رآه محمد. معتمدًا على الشكل، ما القيمة التقريبية لقياس الزاوية التي يصنعها جانب الجبل الممتد من A إلى B مع الأفق؟



60°

2) رادار: رصد رادار مساريْ طائرتين، فظهر المساران على الشاشة كما في الشكل أدناه.

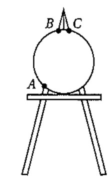


فما قياس الزاوية الحادة بين مساري الطائرتين؟

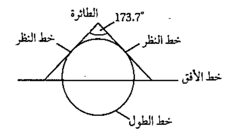
67.5°

3) حامل اللوحة: يعمل فارس رسّامًا. فوضع لوحة رسم دائرية على حامل على صورة الحرف A، وركّزها بدقة. إذا كان قياس زاوية رأس الحامل 30° وقياس القوس BC يساوي 22°. فما قياس القوس AB؟

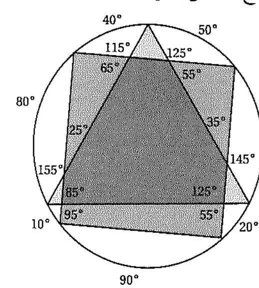
128°



4) طيران: عند الطيران على ارتفاع 5 أميال، يصنع خطّا النظر إلى الأفق باتجاهي الشمال و الجنوب زاوية قياسها 173.7° تقريبًا. ما قياس الجزء الذي يمكننا رؤيته من ارتفاع 5 أميال من خط الطول الواقع تحت الطائرة مباشرة؟ **6.3°**



5) زجاج ملّون: صمّم إبراهيم النافذة المبينة أدناه من الزجاج الملوّن. ولقد استعمل في تصميمها مربعًا ومثلثًا متطابق الأضلاع محاطين بدائرة.



a) اكتب قياسات الزوايا الناتجة عن تقاطع أضلاع المثلث مع أضلاع المربع.

انظر الشكل

b) اكتب قياسات جميع الأقواس بالدرجات؟

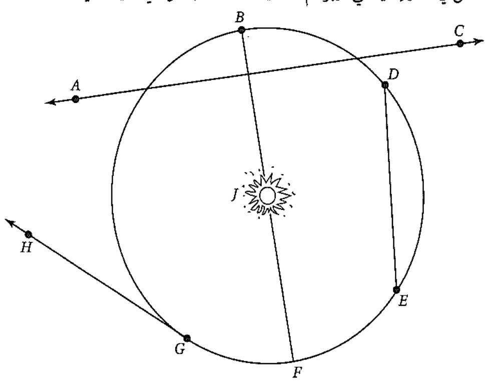
انظر الشكل

الاسم ______ التاريخ ______

4-6 التدريبات الإثرائية

الأجسام التي تدور في مدارات

تدور الأرض حول الشمس في مدار إهليلجي. وبرغم ذلك يُعَدُّ هذا المدار دائريًا في أحيان كثيرة.



استعمل الشكل أعلاه الذي يمثل مسار الأرض حول الشمس، لتسميّ المستقيم أو القطعة المستقيمة لكل وصف ممّا يأتي، وحدّد إن كان نصف قطر أم قطرًا أم وترًا أم مماسًّا أم قاطعًا لهذا المسار:

1) مسار كويكب. $\overleftrightarrow{AC}$ **؛ قاطع**

2) المسافة بين موقع الأرض في يوليو وموقعها في أكتوبر. $\overline{DE}$ **؛ وتر**

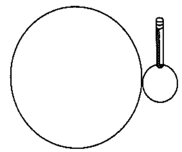
3) المسافة بين موقع الأرض في ديسمبر وموقعها في يونيو. $\overline{BF}$ **؛ قطر**

4) مسار صاروخ منطلق نحو زُحَل. $\overleftrightarrow{GH}$ **؛ مماس**

5) مسار شعاع الشمس. $\overline{JF}$ **؛** $\overline{JB}$ **نصف قطر**

6) إذا كان للكوكب قمر، فإن القمر يدور حول هذا الكوكب مثلما يدور الكوكب حول الشمس.ولرؤية مسار هذا القمر قصّ دائرتين من الورق المقوى قطر إحداهما يساوي 4 in وقطر الأخرى يساوي 1 in.

ألصق الدائرة الكبيرة على قطعة من الورق، ثم اثقب طرف الدائرة الصغيرة عند حافتها وأدخل رأس قلم رصاص في الثقب. ثم قم بدحرجة الدائرة الصغيرة حول الدائرة الكبيرة من الخارج فسوف يرسم القلم مسار القمر حول الكوكب في أثناء ذلك. ويسمى هذا المسار الدويري (epicycloid). ولرؤية مسار الكوكب حول الشمس اثقب الدائرة الصغيرة (تمثل هنا الكوكب) في مركزها، وادخل فيه رأس قلم الرصاص وقم بدحرجة الدائرة الصغيرة حول الكبيرة (تمثل الشمس)، فسوف يرسم القلم المسار المطلوب. **انظر إجابات الطلاب**

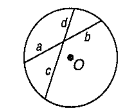


الاسم ____________ التاريخ ________

4-7 تدريبات إعادة التعليم

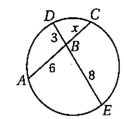
قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة: إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني.



$a \cdot b = c \cdot d$

مثال أوجد قيمة x مستعملًا الشكل أدناه.



$AB \cdot BC = EB \cdot BD$

يتقاطع الوتران داخل دائرة. إذن،

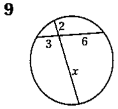
$AB \cdot BC = EB \cdot BD$

$6 \cdot x = 8 \cdot 3$	بالتعويض
$6x = 24$	بالضرب
$x = 4$	بقسمة الطرفين على 6

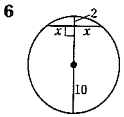
تمارين

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي، مقرّبة إلى أقرب جزء من عشرة.

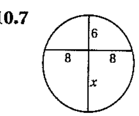
(1 9



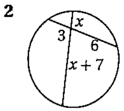
(2 6



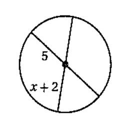
(3 10.7



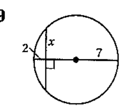
(4 2



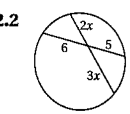
(5 3



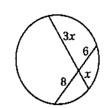
(6 4.9



(7 2.2



(8 4



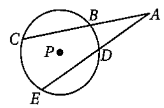
الاسم ____________ التاريخ ________

4-7 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة: توضّح النظريتان الآتيتان العلاقة بين أطوال أجزاء قاطعين أو قاطع ومماس، عندما يتقاطعان خارج الدائرة.

- إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

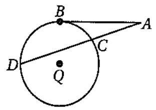


$\overline{AC}$ و $\overline{AE}$ قاطعان للدائرة.

$\overline{AB}$ و $\overline{AD}$ الجزءان الخارجيان من القاطعين.

$AC \cdot AB = AE \cdot AD$

- إذا رُسم مماس وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.



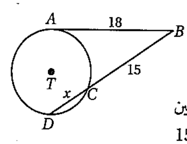
$\overline{AB}$ مماس للدائرة.

$\overline{AD}$ قاطع للدائرة.

$\overline{AC}$ الجزء الخارجي من القاطع $\overline{AD}$.

$(AB)^2 = AD \cdot AC$

مثال $\overline{AB}$ مماس للدائرة. أوجد قيمة x مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



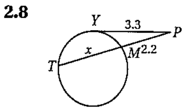
$\overline{AB}$ مماس، و $\overline{BD}$ قاطع، وجزء القاطع الخارجي هو $\overline{BC}$.

$(AB)^2 = BC \cdot BD$	
$(18)^2 = 15\,(15 + x)$	بالتعويض
$324 = 225 + 15x$	بالضرب
$99 = 15x$	بطرح 225 من الطرفين
$6.6 = x$	بقسمة الطرفين على 15

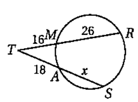
تمارين

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

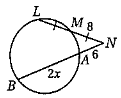
(1 2.8



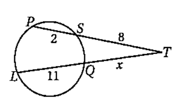
(2 19.3



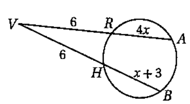
(3 7.7



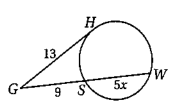
(4 5



(5 1



(6 2



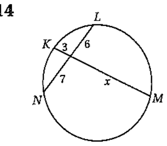
الاسم ________ التاريخ ________

4-7 تدريبات المهارات

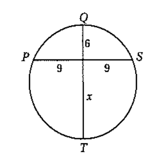
قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات هي مماسات فعلًا.

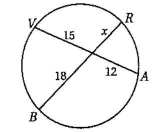
1) **14**



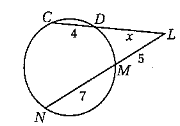
2) **13.5**



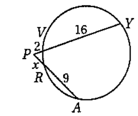
3) **10**



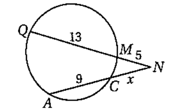
4) **6**



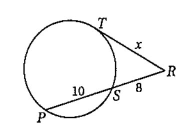
5) **3**



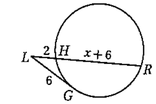
6) **6**



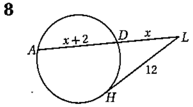
7) **12**



8) **10**



9) **8**

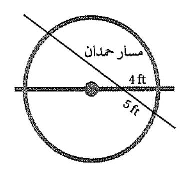


الاسم ________ التاريخ ________

4-7 تدريبات حل المسألة

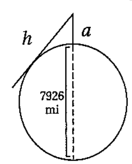
قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

1) التزلج على الجليد: قام حمدان بالتزلج مارًا خلال دائرة في حلبة التزلج. وكان مساره خلال الدائرة كما في الشكل أدناه. إذا علمت أن قطر الدائرة يساوي 15 ft، فما المسافة التي قطعها حمدان عبر هذه الدائرة أثناء تزلجه؟



13.8 ft

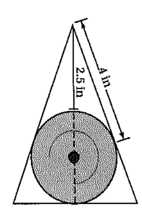
2) آفاق: افرض أن الأرض كروية تمامًا وقطرها يساوي 7926 ميلًا. ما طول خط الأفق h من ارتفاع a ميل عن الأرض؟



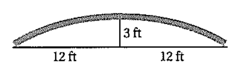
$$h=\sqrt{a(a+7926)}$$

3) محور الدولاب: يبين الشكل أدناه مقطعًا عرضيًّا لمحور دولاب مثبت بواسطة أنبوب معدني مثلث الشكل. يمتد كابح من رأس المثلث، وعندما يمتد الكابح مسافة 2.5 in في الأنبوب المعدني، فإنه يلامس محور الدولاب. ما قطر المحور؟

3.9 in



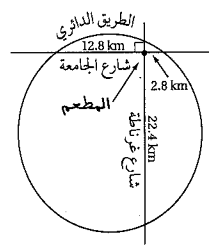
4) علم الآثار: أزال علماء الآثار الأثرية عن حائط دائري. وأجروا بعض القياسات فكانت على الصورة الموضحة في الشكل.



بناءً على هذه المعطيات، ما طول نصف قطر الدائرة؟

25.5 ft

5) خدمة توصيل الطعام: يقع مطعم عند تقاطع شارع غرناطة مع شارع الجامعة في مدينة تحوي طريقًا سريعًا دائريًا يمر حول ضواحي المدينة جميعها. طول نصف قطر الطريق الدائري 13 km، ويضع المطعم الخريطة المبينة أدناه على إعلانات يوزعها في المدينة.



a) كم يبعد المطعم عن تقاطع الطريق الدائري مع شارع غرناطة من جهة الشمال؟

1.6 km

b) أنشأت المدينة طريقًا جديدًا على طول قطر الطريق الدائري يمر بتقاطع شارع الجامعة مع شارع غرناطة، فما المسافة الأقصر بين المطعم والطريق الدائري على هذا الطريق الجديد؟

1.46 km تقريبًا

الاسم ________________ التاريخ ________

4-7 التدريبات الإثرائية

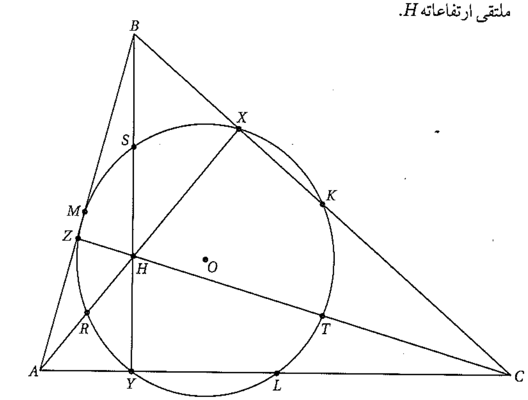
دائرة النقاط التسع

يوضح الرسم أدناه حقيقة مدهشة حول المثلثات والدوائر. لأي $\triangle ABC$، توجد دائرة تحوي النقاط التسع الآتية جميعها:

(1) نقاط منتصفات أضلاع $\triangle ABC$ وهي: M, L, K

(2) النقاط Z, Y, X، علمًا أن $\overline{BY}, \overline{AX}$ و$\overline{CZ}$ ارتفاعات $\triangle ABC$.

(3) النقاط R, S, T، وهي نقاط منتصفات القطع المستقيمة التي تصل رؤوس $\triangle ABC$ مع ملتقى ارتفاعاته H.



1) ارسم على ورقة منفصلة $\triangle ABC$ المنفرج الزاوية. ثم أنشئ مستعملًا المسطرة والفرجار دائرة تمر بنقاط منتصفات الأضلاع. راعِ أن يكون الإنشاء دقيقًا. هل تحتوي دائرتك على النقاط الست الأخرى التي وصفت أعلاه؟

نعم؛ انظر رسومات الطلاب

2) ارسم $\overline{SL}, \overline{RK}$ و $\overline{TM}$ في الشكل الذي أنشأته في السؤال 1. ماذا تلاحظ؟

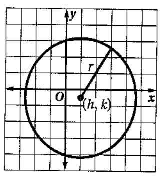
تتلاقى هذه القطع المستقيمة الثلاث عند مركز دائرة النقاط التسع.

الاسم ________________ التاريخ ________

4-8 تدريبات إعادة التعليم

معادلة الدائرة

معادلة الدائرة: الدائرة هي المحل الهندسي للنقاط المستوية التي تبعد بُعدًا ثابتًا عن نقطة معلومة. ويمكنك استعمال تعريف الدائرة لكتابة معادلتها.



الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة	معادلة الدائرة التي مركزها (h,k) وطول نصف قطرها r وحدة هي: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

مثال اكتب معادلة الدائرة التي مركزها $(-1, 3)$ ونصف قطرها 6.

استعمل المعادلة $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$، وعوّض $r=6, k=3, h=-1$

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ معادلة الدائرة

$(x-(-1))^2+(y-3)^2=6^2$ بالتعويض

$(x+1)^2+(y-3)^2=36$ بالتبسيط

تمارين

اكتب معادلة الدائرة في الحالات الآتية:

1) مركزها $(0, 0)$، ونصف قطرها 8.
$x^2+y^2=64$

2) مركزها $(-2, 3)$، ونصف قطرها 5.
$(x+2)^2+(y-3)^2=25$

3) مركزها $(2, -4)$، ونصف قطرها 1.
$(x-2)^2+(y+4)^2=1$

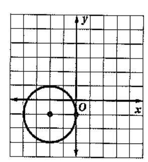
4) مركزها $(-1, -4)$، ونصف قطرها 2.
$(x+1)^2+(y+4)^2=4$

5) مركزها $(-2, -6)$، وقطرها 8.
$(x+2)^2+(y+6)^2=16$

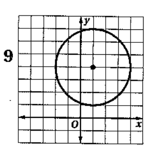
6) مركزها نقطة الأصل، وقطرها 4.
$x^2+y^2=4$

7) مركزها $(3, -4)$، وتمر بالنقطة $(-1, -4)$.
$(x-3)^2+(y+4)^2=16$

8) مركزها $(0, 3)$، وتمر بالنقطة $(2, 0)$.
$x^2+(y-3)^2=13$

9)


$(x+2)^2+(y+1)^2=4$

10)


$(x-1)^2+(y-4)^2=9$

الاسم ________________ التاريخ ________

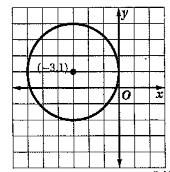
4-8 تدريبات إعادة التعليم (تتمة)

معادلة الدائرة

تمثيل الدوائر بيانيًا في المستوى الإحداثي: إذا أعطيت معادلة دائرة، يمكنك تحليلها لإيجاد معلومات تساعدك في تمثيلها بيانيًا في المستوى الإحداثي.

مثال أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها: $(x+3)^2+(y-1)^2=9$ ، ثم مثّلها بيانيًا.

قارن كلّ مقدار جبري في المعادلةبنظيره في الصيغة القياسية لإيجاد المركز (h, k) ونصف القطر r.



أعد كتابة المعادلة بالصيغة القياسية لإيجاد المركز ونصف القطر بسهولة.

$$[x-(-3)]^2+(y-1)^2=3^2$$

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

لذا فإن $h=-3, k=1, r=3$

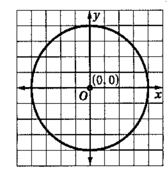
إذن مركز الدائرة هو $(-3, 1)$ ونصف القطر 3.

عيّن المركز، وارسم الدائرة مستعملًا الفرجار بفتحة مقدارها 3 وحدات من مربعات الشبكة الإحداثية.

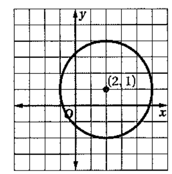
تمارين

عيّن إحداثيات المركز ونصف القطر لكلٍ من الدوائر التي علمت معادلاتها فيما يأتي، ثُم مثّل كلًا منها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

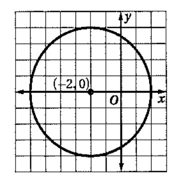
1) $x^2+y^2=16$ **(0,0) ; r = 4**



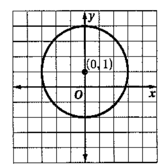
2) $(x-2)^2+(y-1)^2=9$ **(2, 1); r = 3**



3) $(x+2)^2+y^2=16$ **(−2, 0) ; r = 4**

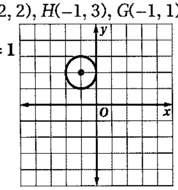


4) $x^2+(y-1)^2=9$ **(0, 1); r = 3**

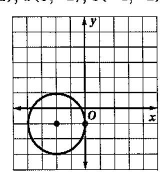


اكتب معادلة الدائرة المارة بالنقاط المعطاة في كل من السؤالين الآتيين ، ثم مثّلها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

5) $F(-2, 2), H(-1, 3), G(-1, 1)$ **$(x+1)^2+(y-2)^2=1$**



6) $R(-2,1), T(0,-1), S(-4,-1)$ **$(x+2)^2+(y+1)^2=4$**



الاسم ________________ التاريخ ________

4-8 تدريبات المهارات

معادلة الدائرة

اكتب معادلة الدائرة في الحالات الآتية:

1) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها 6
$x^2+y^2=36$

2) مركزها (0,0)، ونصف قطرها 2.
$x^2+y^2=4$

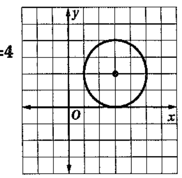
3) مركزها (4,3) ونصف قطرها 9.
$(x-4)^2+(y-3)^2=81$

4) مركزها (7, 1)، وقطرها 24.
$(x-7)^2+(y-1)^2=144$

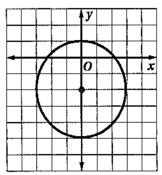
5) مركزها (−4, −1) وتمر بالنقطة (−2, 3).
$(x+4)^2+(y+1)^2=20$

6) مركزها (−2, −5)، وتمر بالنقطة (4, 0)
$(x-5)^2+(y+2)^2=5$

7) **$(x-3)^2+(y-2)^2=4$**

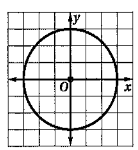


8) **$x^2+(y+2)^2=9$**

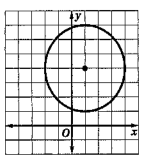


أوجد إحداثيات المركز وطول نصف القطر لكل دائرة أعطيت معادلتها في السؤالين الآتيين، ثم مثّلها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

9) $x^2+y^2=16$ **(0,0); r=4**

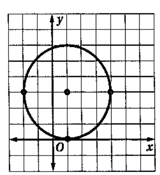


10) $(x-1)^2+(y-4)^2=9$ **(1,4); r=3**

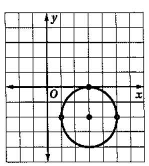


اكتب معادلة الدائرة المارة بالنقاط المعطاة في السؤالين الآتيين، ثم مثّلها بيانيًا في المستوى الإحداثي:

11) $A(-2,3), B(1,0), C(4,3)$ **$(x-1)^2+(y-3)^2=9$**



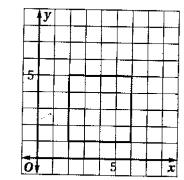
12) $F(3,0), G(5,-2), H(1,-2)$ **$(x-3)^2+(y+2)^2=4$**



الاسم ــــــــــــــــ التاريخ ــــــــ

4-8 تدريبات حل المسألة
معادلة الدائرة

1) تصميم: يريد أحمد كتابة معادلة الدائرة المحاطة بالمربع الذي يظهر في الشكل أدناه.



ما معادلة هذه الدائرة؟

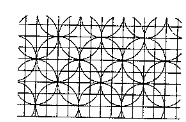
$(x-4)^2+(y-3)^2=4$

2) مخطط هندسي: رُسم مُخطط متنزه على ورق رسم بياني. ومُثِّل محيط المتنزه بالمعادلة: $(x-3)^2+(y-7)^2=225$، إذا كانت كلّ وحدة على المستوى البياني تمثل 10 ft، فما طول نصف قطر المتنزه الحقيقي؟

150 ft

3) ورق جدران: يتكون تصميم لورق الجدران من دوائر يمكنك تمثيلها بالمعادلة: $(x-a)^2+(y-b)^2=4$، لكل عدد صحيح زوجي b. ارسم جزءًا من ورق الجدران في مستوى إحداثي.

إجابة ممكنة:



4) طوق أمني: يحيط طوق أمني دائري بمعمل سري للغاية. يُعطى الطوق على خريطة للمعمل بالمعادلة: $(x-8)^2+(y+2)^2=324$. فإذا كانت كلّ وحدة على الخريطة تمثل 1 km على الأرض، فما نصف قطر الطوق الأمني؟

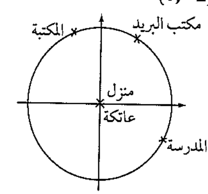
18 km

5) مسافة: يبعد منزل عاتكة مسافات متساوية عن المكتبة العامة ومكتب البريد ومدرستها. يبيّن الجدول أدناه إحداثيات هذه المواقع الثلاثة على خريطة إحداثية حيث تمثل كلّ وحدة على الخريطة 1 m.

الموقع	الإحداثيات
المكتبة العامة	(−78, 202)
مكتب البريد	(111, 193)
المدرسة	(202, −106)

a) ما إحداثيات موقع منزل عاتكة؟ ارسم الدائرة على خريطة، وعيّن عليها المواقع الثلاثة والمنزل.

(7, −2)



b) كم مترًا يبعد منزل عاتكة عن المواقع المذكورة؟

221 m

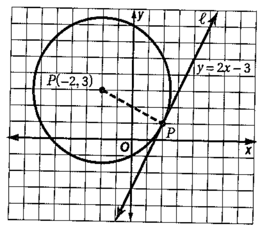
c) اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالمكتبة العامة ومكتب البريد والمدرسة؟

$(x-7)^2+(y+2)^2=221^2$

الاسم ــــــــــــــــ التاريخ ــــــــ

4-8 التدريبات الإثرائية
معادلة الدائرة والمماس

تذكّر أن الدائرة التي نصف قطرها r وإحداثيات مركزها (h,k) هي التمثيل البياني للمعادلة $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$. يمكنك استعمال هذه الفكرة وما تعرفه عن الدوائر والمماسات لإيجاد معادلة الدائرة، إذا علم مركزها ومعادلة مستقيم تمسه.



اتّبع الخطوات الآتية لإيجاد معادلة الدائرة التي مركزها $C(-2, 3)$ وتمسّ المستقيم الذي معادلته $y=2x-3$، مستعملًا الشكل أعلاه.

1) أوجد ميل المستقيم l الذي معادلته $y=2x-3$.

2

2) إذا كانت $\odot C$ التي مركزها $C(-2,3)$ تمس المستقيم l عند النقطة P، فما ميل نصف القطر $\overline{CP}$؟

$-\frac{1}{2}$

3) اكتب معادلة المستقيم الذي يحوي $\overline{CP}$.

$y=-\frac{1}{2}x+2$

4) استعمل المعادلة التي حصلت عليها من السؤال 3، والمعادلة $y=2x-3$، لإيجاد نقطة تقاطع المستقيمين اللذين يمثلان هاتين المعادلتين. ما إحداثيات هذه النقطة؟

P; (2,1)

5) أوجد طول نصف القطر $\overline{CP}$.

$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

6) استعمل إحداثيات المركز $C(-2,3)$، وإجابتك عن السؤال 5 لكتابة معادلة $\odot C$.

$(x-(-2))^2+(y-3)^2=20$ أو $(x+2)^2+(y-3)^2=20$

رياضيات ٢

www.obeikaneducation.com

McGraw Hill Education