



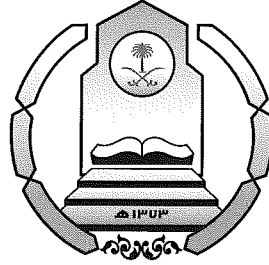
رياضيات ٢

التعليم الثانوي - نظام المقررات
البرنامج المشترك

مصادر المعلم للأنشطة الصفية
الأشكال الرباعية

الفصل





وزارة التربية والتعليم
MINISTRY OF EDUCATION
المملكة العربية السعودية

رياضيات ٢

التعليم الثانوي - نظام المقررات
(البرنامج المشترك)

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الأول: الأشكال الرباعية

العبدان
Obekan

Mc
Graw
Hill Education

يوزع مجاناً ولا يباع

١٤٣٣ هـ - ٢٠١٢ م

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Geometry

رياضيات ٢
التعليم الثانوي- نظام المقررات (البرنامج المشترك)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدت النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحتين لتدريبات إعادة التعليم و صفحة واحدة لكل من التدريبات الأخرى لكل درس من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس حسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس . فتقدم تدريبات إضافية على مهارات الدرس وبعض المسائل التي تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقاً من اهتمام هذه المناهج بحل المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط وفوق المتوسط.

المقدمة	4
الدرس 1-1 زوايا المضلع	
تدريبات إعادة التعليم	6
تدريبات المهارات	8
تدريبات حل المسألة	9
التدريبات الإثرائية	10
الدرس 1-4 المستطيل	
تدريبات إعادة التعليم	21
تدريبات المهارات	23
تدريبات حل المسألة	24
التدريبات الإثرائية	25
الدرس 1-2 متوازي الأضلاع	
تدريبات إعادة التعليم	11
تدريبات المهارات	13
تدريبات حل المسألة	14
التدريبات الإثرائية	15
الدرس 1-5 المعين والمربع	
تدريبات إعادة التعليم	26
تدريبات المهارات	28
تدريبات حل المسألة	29
التدريبات الإثرائية	30
الدرس 1-3 تمييز متوازي الأضلاع	
تدريبات إعادة التعليم	16
تدريبات المهارات	18
تدريبات حل المسألة	19
التدريبات الإثرائية	20
الدرس 1-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية	
تدريبات إعادة التعليم	31
تدريبات المهارات	33
تدريبات حل المسألة	34
التدريبات الإثرائية	35
ملحق الإجابات	36

1-1 تدريبات إعادة التعليم

زوايا المضلع

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع: تُسمى القطعة المستقيمة التي تصل بين رأسين غير متتاليين لمضلع قطرًا له. والأقطار المرسومة من أحد رؤوس مضلع عدد أضلاعه n تقسمه إلى مثلثات عددها $n-2$. ويمكنك إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع بجمع قياسات الزوايا الداخلية لهذه المثلثات.

نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع.	إذا كان عدد أضلاع مضلع محدب n ، ومجموع قياسات زواياه الداخلية S ، فإن $S = 180(n-2)$.
--	--

مثال 2 إذا كان قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم يساوي 120° ؛ فأوجد عدد أضلاعه.

ليكن عدد الأضلاع n . فيكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع يساوي $120n$.

$$\begin{aligned} S &= 180(n-2) \\ 120n &= 180(n-2) \\ 120n &= 180n-360 \\ -60n &= -360 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

مثال 1 أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه 13 ضلعًا.

$$\begin{aligned} S &= 180^\circ(n-2) \\ &= 180^\circ(13-2) \\ &= 180^\circ(11) \\ &= 1980^\circ \end{aligned}$$

تمارين

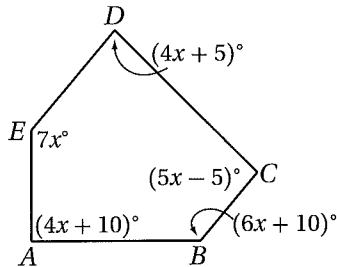
أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع محدب مما يأتي:

- (1) العشاري.
- (2) ذو 16 ضلعًا.
- (3) ذو 30 ضلعًا.
- (4) الثماني.
- (5) ذو 12 ضلعًا.
- (6) ذو 35 ضلعًا.

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

- (7) 150°
- (8) 160°
- (9) 175°
- (10) 165°
- (11) 144°
- (12) 135°

(13) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



1-1

تدريبات إعادة التعليم
زوايا المضلع

(تتمة)

مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع: توجد علاقة بين الزوايا الخارجية للمضلع المحدد.

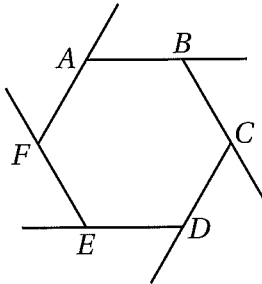
نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع	مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المحدد بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° .
---	---

مثال 1

أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس لمضلع محدب عدد أضلاعه 27.

لأي مضلع محدب يكون مجموع قياسات زواياه الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° .

مثال 2

أوجد قياس زاوية خارجية للسداسي المنتظم $ABCDEF$.بما أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المحدب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° ، وللسداسي 6 زوايا خارجية، وعلى فرض أن قياس كل زاوية خارجية n فإن:

$$6n = 360$$

$$n = 60$$

أي أن قياس كل زاوية خارجية للسداسي المنتظم يساوي 60° .

تمارين

أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس لكل مضلع منتظم:

(3) ذو 36 ضلعًا.

(2) ذو 16 ضلعًا.

(1) العشاري.

أوجد قياس زاوية خارجية لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:

(6) ذو 20 ضلعًا.

(5) السداسي.

(4) ذو 12 ضلعًا.

(9) ذو 18 ضلعًا.

(8) السباعي.

(7) ذو 40 ضلعًا.

(12) الثماني.

(11) ذو 180 ضلعًا.

(10) ذو 24 ضلعًا.

تدريبات المهارات

1-1

زوايا المضلع

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع المحدب في كل مما يأتي:

(1) التساعي.

(2) السباعي.

(3) العشري.

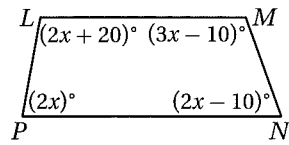
أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس زاويته الداخلية في كل مما يأتي:

150 (6)

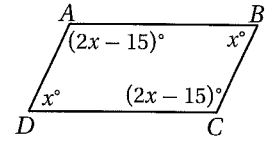
120 (5)

108 (4)

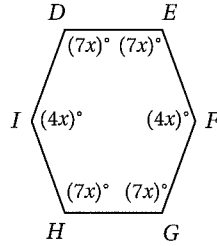
أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من الأشكال الآتية:



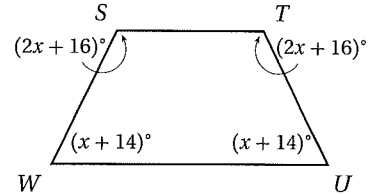
(8)



(7)



(10)



(9)

أوجد قياس الزاوية الداخلية لكل مضلع منتظم مما يأتي:

(11) الرباعي.

(12) الخماسي.

(13) العشري.

أوجد قياسي الزاويتين الداخلية والخارجية لكل مضلع منتظم مما يأتي:

(14) الثماني.

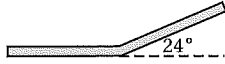
(15) التساعي.

(16) ذو 12 ضلع.

1-1 تدريبات حل المسألة

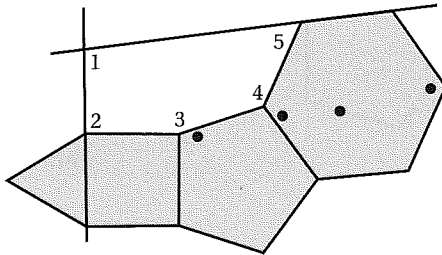
زوايا المضلع

(4) علم الآثار: كشف علماء آثار أجزاء من جدارين متجاورين في قلعة قديمة.



وقد علموا من مخطوطات عثروا عليها في الموقع أن قاعدة القلعة على شكل مضلع منتظم، ولكنهم لم يعلموا عدد أضلاعها. فقال بعضهم إن لها 6 أضلاع، وقال آخرون إن لها 8 أضلاع، وقال آخرون أيضًا إن لها 100 ضلع. ما عدد أضلاع القلعة تبعًا للمعلومات المبينة في الشكل؟

(5) تصميم: صمم طلاب في حصة الرياضيات، نموذجًا مضلعات باستعمال منتظمة أضلاعها متصلة مع بعضها بعضًا كما في الشكل أدناه.

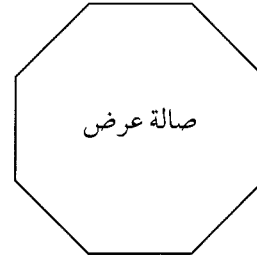


(a) أوجد $m\angle 2$ و $m\angle 5$.

(b) أوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$.

(c) ما قياس $\angle 1$ ؟

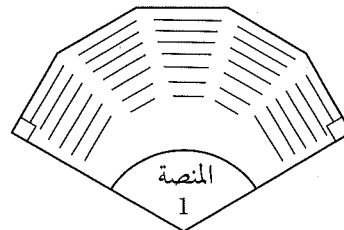
(1) هندسة العمارة: صُممت صالة لعرض قطع أثرية على شكل مضلع ثماني منتظم.



ما قياس الزاوية بين كل جدارين متجاورين فيها؟

(2) صناديق: تُصمَّم جميلة صندوقًا لتحتفظ فيه مجوهراتها، ومن أجل أن تحزم الصندوق بدقة قرَّرت تصميمه على شكل مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية يساوي نصف قياس زاويته الخارجية. ما المضلع المنتظم الذي ستستعمله؟

(3) مسارح: يبين الشكل أدناه مخطط أرضية مسرح. الأضلاع الخمسة العليا فيه جزء من مضلع منتظم عدد أضلاعه اثنا عشر ضلعًا.

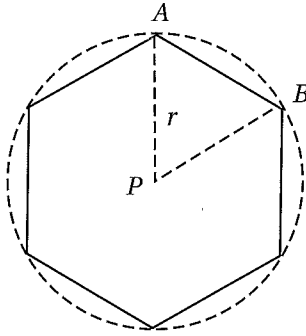


أوجد $m\angle 1$.

التدريبات الإثرائية 1-1

الزوايا المركزية للمضلع المنتظم

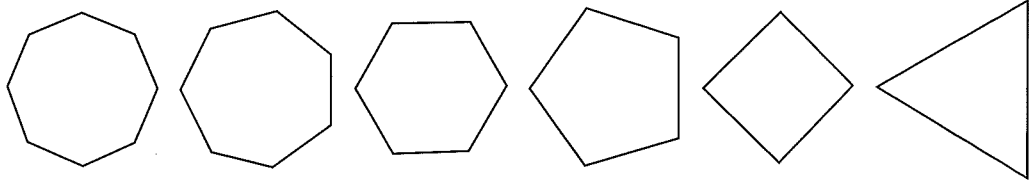
درست الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية للمضلع. وتحتوي المضلعات المنتظمة على زوايا مركزية أيضًا. ويكون رأس الزاوية المركزية عند مركز المضلع.



ومركز المضلع نقطة تبعد عن رؤوس المضلع جميعها أبعادًا متساوية، وهو مثل مركز الدائرة الذي يبعد بُعدًا ثابتًا عن جميع نقاط الدائرة تمامًا.

والزاوية المركزية هي الزاوية التي رأسها عند مركز الدائرة ويمرّ ضلعاها برأسين متتاليين من رؤوس المضلع. فالزاوية APB هي إحدى الزوايا المركزية في المضلع السداسي المنتظم المجاور. ولعلّك تذكر من التمثيل بالقطاعات الدائرية أن مجموع قياسات الزوايا حول مركز الدائرة يساوي 360° .

(1) أوجد قياس الزاوية المركزية لكل مضلع منتظم فيما يأتي مستعملًا المنطق، أو برسم أشكال تقريبية.

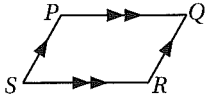


(2) خمن العلاقة بين قياس الزاوية المركزية لمضلع منتظم وقياسي زاويتيّه الداخليّة والخارجيّة.

(3) تحدّد: الضلع \overline{BC} هو أطول الأضلاع في $\triangle ABC$ المنفرج الزاوية. و \overline{AC} ضلع لمضلع منتظم عدد أضلاعه 21 أيضًا. وهو ضلع لمضلع منتظم عدد أضلاعه 28. المضلع المنتظم ذو 21 ضلعًا والمضلع ذو 28 ضلعًا لهما نقطة المركز P نفسها. إذا كان \overline{BC} ضلعًا في مضلع منتظم عدد أضلاعه n ومركزه النقطة P فأوجد قيمة n . (إرشاد: ارسم دائرة مركزها P وعين عليها النقاط A, B, C).

1-2 تدريبات إعادة التعليم

متوازي الأضلاع

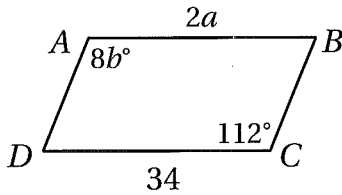


أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه: متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. وفي ما يأتي أربع خصائص لمتوازي الأضلاع.

إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإن:	
$\overline{PS} \cong \overline{QR}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{SR}$	الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة.
$\angle S \cong \angle Q$ و $\angle P \cong \angle R$	الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.
$\angle S$ و $\angle P$ متكاملتان؛ $\angle R$ و $\angle Q$ متكاملتان.	الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع متكاملة.
إذا كان $m\angle P = 90$ فإن $m\angle Q = 90$ ، $m\angle R = 90$ و $m\angle S = 90$	إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة فإن زواياه الأربع قوائم.

مثال

إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فأوجد قيمة كل من a و b .



لما كان \overline{AB} و \overline{CD} ضلعين متقابلين، فإن

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

$$2a = 34$$

$$a = 17$$

ولما كانت $\angle A$ و $\angle C$ متقابلتين، فإن

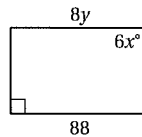
$$\angle C \cong \angle A$$

$$8b = 112$$

$$b = 14$$

تمارين

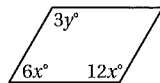
أوجد قيمة كل من x, y في كل متوازي أضلاع مما يأتي:



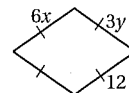
(2)



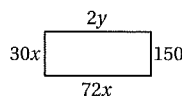
(1)



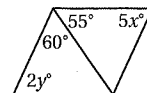
(4)



(3)



(6)



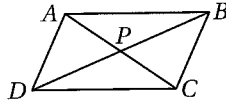
(5)

1-2

تدريبات إعادة التعليم

متوازي الأضلاع

(تتمة)

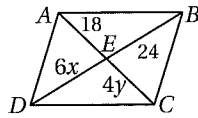


أقطار متوازي الأضلاع: لمتوازي الأضلاع خاصيتان هامتان تتعلقان بقطريه.

إذا كان متوازي أضلاع، فإن:	
$DP = PB$ و $AP = PC$	قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.
$\triangle ADB \cong \triangle CBD$ و $\triangle ACD \cong \triangle CAB$	كل قطر في متوازي أضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

مثال

أوجد قيمة كل من x و y في متوازي الأضلاع $ABCD$ المجاور.

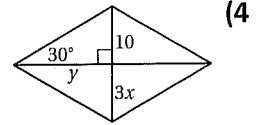
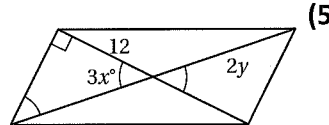
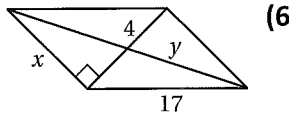
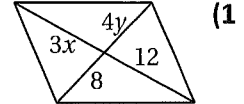
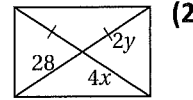
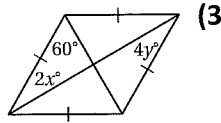


لما كان القطران ينصف كل منهما الآخر، فإن:

$$\begin{aligned} DE &= BE & AE &= CE \\ 6x &= 24 & 18 &= 4y \\ x &= 4 & 4.5 &= y \end{aligned}$$

تمارين

أوجد قيمة كل من x و y في كل متوازي أضلاع مما يأتي:



هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $ABCD$ الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين:

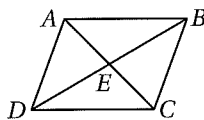
(7) $A(3,6), B(5,8), C(3,-2), D(1,-4)$

(8) $A(-4,3), B(2,3), C(-1,-2), D(-7,-2)$

(9) برهان: اكتب برهاناً حرّاً لما يأتي:

المعطيات: متوازي $ABCD$ أضلاع.

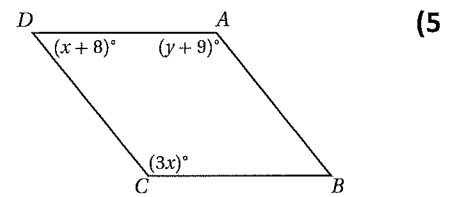
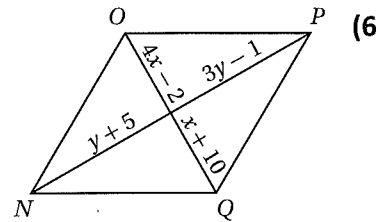
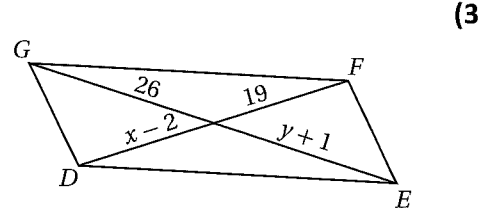
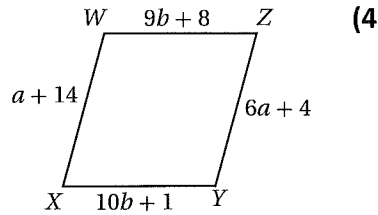
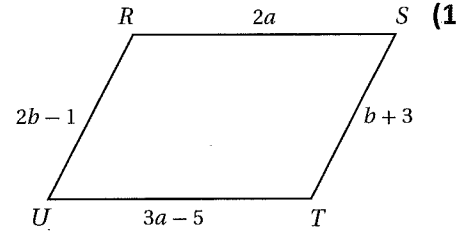
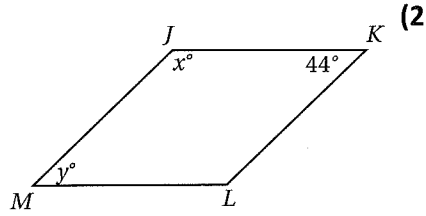
المطلوب: $\triangle AED \cong \triangle BEC$.



1-2 تدريبات المهارات

متوازي الأضلاع

جبر: أوجد قيمة كل من x, y في كل متوازي أضلاع مما يأتي:



هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $HJKL$ في السؤالين الآتيين:

(8) $H(-1, 4), J(3, 3), K(3, -2), L(-1, -1)$

(7) $H(1, 1), J(2, 3), K(6, 3), L(5, 1)$

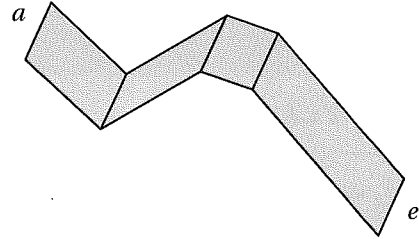
(9) برهان: اكتب برهانًا حرًا للنظرية "كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان".

1-2 تدريبات حل المسألة

متوازي الأضلاع

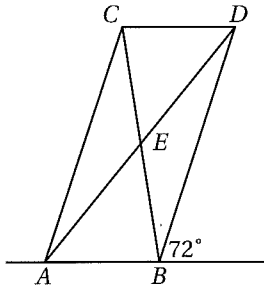
(4) أشكال فن: ارسم شكل فن يبين العلاقة بين المربعات والمستطيلات ومتوازيات الأضلاع.

(1) ممّرات: يتكون ممّر من أربعة متوازيات أضلاع موصولة بعضها ببعض كما في الشكل الآتي.



هل القطعتان المستقيمتان a و e متوازيتان؟ وضح إجابتك.

(5) أبراج: قامت عائلة محمد برحلة في طائرة مروحية فوق إحدى المدن. أخبرهم قائد الطائرة أن أحدث عمارة في المدينة هي العمارة التي يمثّل الشكل أدناه منظرًا علويًا لها، وأن قياس الزاوية الخارجية عند المدخل 72° . أراد محمد أن يعرف مزيدًا عن البناية،

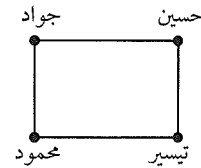


فقام برسم هذا الشكل، واستعمل مهاراته الهندسية ليعرف المزيد عنها. علمًا أن المدخل الأمامي يقع بجانب الرأس B .

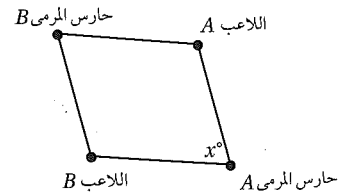
(a) ما قياسات الزوايا الأربع لمتوازي الأضلاع؟

(b) ما عدد أزواج المثلثات المتطابقة في الشكل؟ وما هي؟

(2) مسافات: يسكن أربعة أصدقاء عند الأركان الأربعة لمنطقة سكنية على شكل متوازي أضلاع. إذا كان منزل جواد على بُعد 3 أميال من منزل حسين، فكم ميلا يبعد منزل تيسير عن منزل محمود؟



(3) كرة القدم: يقف اللاعبان A, B عند ركنين متقابلين من أركان متوازي أضلاع، ويقف حارس المرمى A وحارس المرمى B عند الركنين الآخرين. ومن أجل أن يرى حارس المرمى A اللاعبين الثلاثة الآخرين يتعيّن عليه أن يكون قادرًا على الرؤية بزاوية قياسها x° في مجال رؤيته.



ما زاوية الرؤية لحارس المرمى الآخر التي يستطيع من خلالها رؤية اللاعبين الثلاثة الآخرين؟

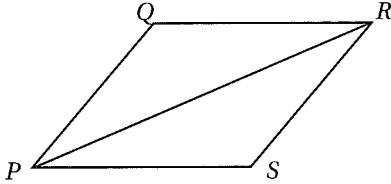
1-2 التدريبات الإثرائية

أقطار متوازي الأضلاع

يبدو قطر متوازي الأضلاع في بعض الرسوم على شكل منصف لزاويتين متقابلتين. متى يكون ذلك صحيحاً؟

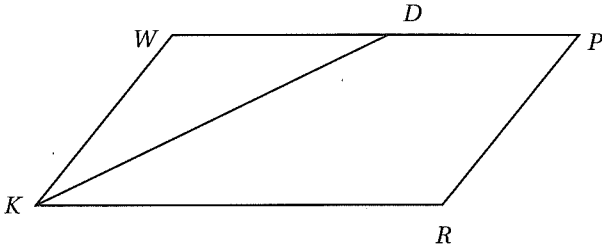
(1) المعطيات: \overline{PR} قطر لمتوازي الأضلاع $SRQP$. \overline{PR} منصف لكل من $\angle QPS$ و $\angle QRS$.

ما نوع متوازي الأضلاع $PQRS$ ؟ برّر إجابتك.



(2) المعطيات: \overline{KD} منصف زاوية في متوازي الأضلاع $WPRK$ ؛ $DP = 5$, $WD = 7$.

أوجد KR و WK .

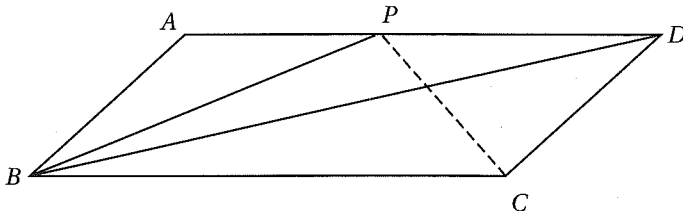


(3) ارجع للسؤال 2. واكتب تخميناً حول متوازي الأضلاع $WPRK$ ومنصف الزاوية \overline{KD} .

(4) المعطيات: \overline{BD} قطر في متوازي الأضلاع $ABCD$ ، و \overline{BP} منصف للزاوية B .

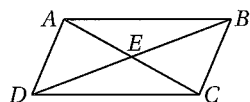
$PD = 5$, $BP = 6$, $CP = 6$ ومحيط $\triangle PCD$ يساوي 15.

أوجد BC و AB .



1-3 تدريبات إعادة التعليم

تمييز متوازي الأضلاع

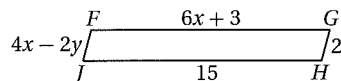


شروط متوازي الأضلاع: توجد عدة طرق لإثبات أن شكلاً رباعياً ما هو متوازي أضلاع.

إذا كان:	إذا:
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$	كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متوازيين،
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$	كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين،
$\angle DAB \cong \angle BCD$ و $\angle ABC \cong \angle ADC$	كانت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقتين،
$\overline{DE} \cong \overline{BE}$ و $\overline{AE} \cong \overline{CE}$	نصف قطرا شكل رباعي كل منهما الآخر،
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ أو $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$	كان ضلعان متقابلان في شكل رباعي متطابقين ومتوازيين،
فإن: الشكل متوازي أضلاع.	
فإن: الشكل متوازي أضلاع.	

مثال

أوجد قيمة كل من x و y بحيث يكون الشكل الرباعي $FGHJ$ متوازي أضلاع.



يكون الشكل الرباعي $FGHJ$ متوازي أضلاع إذا كان طول كل ضلعين متقابلين فيه متساويين.

$$4x - 2y = 2 \quad 6x + 3 = 15$$

$$4(2) - 2y = 2 \quad 6x = 12$$

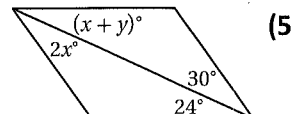
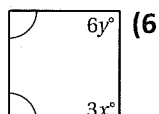
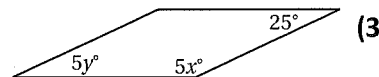
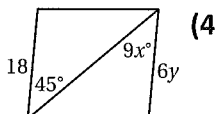
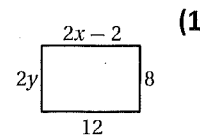
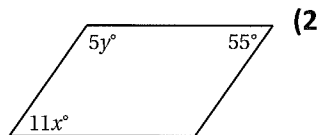
$$8 - 2y = 2 \quad x = 2$$

$$-2y = -6$$

$$y = 3$$

تمارين

أوجد قيمة كل من x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



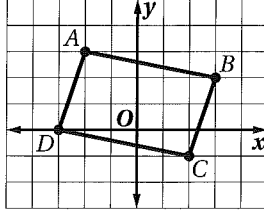
1-3

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

تمييز متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي: يمكنك استعمال صيغة المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان شكل رباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.



مثال حدّد إذا كان الشكل ABCD الذي إحداثيات رؤوسه :

$A(-2, 3), B(3, 2), C(2, -1), D(-3, 0)$ متوازي أضلاع أم لا.

الطريقة 1: استعمال صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{2 - (-1)}{3 - (-2)} = \frac{3}{5} = 3 \text{ : } \overline{BC} \text{ وميل } m = \frac{3 - 0}{-2 - (-3)} = \frac{3}{1} = 3 \text{ : } \overline{AD}$$

$$\text{وميل } \overline{AB} : m = \frac{2 - 3}{3 - (-2)} = -\frac{1}{5} \text{ وميل } \overline{DC} : m = \frac{-1 - 0}{2 - (-3)} = -\frac{1}{5}$$

بما أنّ كلّ ضلعين متقابلين لهما الميل نفسه، فإنّ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. إذن فالشكل ABCD متوازي أضلاع وفق التعريف.

الطريقة 2: استعمال صيغة المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$AB = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$CD = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$AD = \sqrt{(-2 - (-3))^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(3 - 2)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

لما كان كلّ ضلعين متقابلين متساويين في الطول فإنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. لذلك فالشكل ABCD متوازي أضلاع وفق النظرية 5.9.

تمارين

مثّل بيانياً كلّ شكل رباعيّ معطاة رؤوسه في الأسئلة 1-6. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك بالطريقة المذكورة.

$$D(-1, 1), E(2, 4), F(6, 4), G(3, 1) \quad (2)$$

صيغة الميل.

$$A(0, 0), B(1, 3), C(5, 3), D(4, 0) \quad (1)$$

صيغة الميل.

$$A(-3, 2), B(-1, 4), C(2, 1), D(0, -1) \quad (4)$$

صيغتا المسافة بين نقطتين والميل.

$$R(-1, 0), S(3, 0), T(2, -3), U(-3, -2) \quad (3)$$

صيغة المسافة بين نقطتين.

$$F(3, 3), G(1, 2), H(-3, 1), I(-1, 4) \quad (6)$$

صيغة نقطة المنتصف.

$$S(-2, 4), T(-1, -1), U(3, -4), V(2, 1) \quad (5)$$

صيغتا المسافة بين نقطتين والميل.

(7) إذا كانت إحداثيات ثلاثة من رؤوس متوازي أضلاع هي: $T(0, -3), S(2, 1), R(-2, -1)$ ، فأوجد الإحداثيات الممكنة للرأس الرابع جميعها.

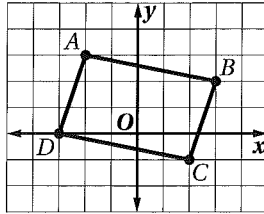
3-1

تدريبات إعادة التعليم

تمييز متوازي الأضلاع

(تتمة)

متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي: يمكنك استعمال صيغة المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان شكل رباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.



مثال حدّد إذا كان الشكل ABCD الذي إحداثيات رؤوسه :

$A(-2, 3), B(3, 2), C(2, -1), D(-3, 0)$ متوازي أضلاع أم لا.

الطريقة 1: استعمال صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{2 - (-1)}{3 - (-2)} = \frac{3}{5} = 3 \text{ : } \overline{BC} \text{ وميل } m = \frac{3 - 0}{-2 - (-3)} = \frac{3}{1} = 3 \text{ : } \overline{AD}$$

$$\text{وميل } \overline{AB} : m = \frac{2 - 3}{3 - (-2)} = -\frac{1}{5} \text{ : } \overline{DC} \text{ وميل } m = \frac{-1 - 0}{2 - (-3)} = -\frac{1}{5}$$

بما أنّ كلّ ضلعين متقابلين لهما الميل نفسه، فإنّ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ إذن فالشكل ABCD متوازي أضلاع وفق التعريف.

الطريقة 2: استعمال صيغة المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$AB = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$CD = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$AD = \sqrt{(-2 - (-3))^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(3 - 2)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

لما كان كلّ ضلعين متقابلين متساويين في الطول فإنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ لذلك فالشكل ABCD متوازي أضلاع وفق النظرية 5.9.

تمارين

مثّل بيانياً كلّ شكل رباعيّ معطاة رؤوسه في الأسئلة 1-6. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك بالطريقة المذكورة.

$$D(-1, 1), E(2, 4), F(6, 4), G(3, 1) \quad (2)$$

صيغة الميل.

$$A(0, 0), B(1, 3), C(5, 3), D(4, 0) \quad (1)$$

صيغة الميل.

$$A(-3, 2), B(-1, 4), C(2, 1), D(0, -1) \quad (4)$$

صيغتا المسافة بين نقطتين والميل.

$$F(3, 3), G(1, 2), H(-3, 1), I(-1, 4) \quad (6)$$

صيغة نقطة المنتصف.

$$R(-1, 0), S(3, 0), T(2, -3), U(-3, -2) \quad (3)$$

صيغة المسافة بين نقطتين.

$$S(-2, 4), T(-1, -1), U(3, -4), V(2, 1) \quad (5)$$

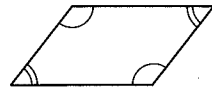
صيغتا المسافة بين نقطتين والميل.

(7) إذا كانت إحداثيات ثلاثة من رؤوس متوازي أضلاع هي: $T(0, -3), S(2, 1), R(-2, -1)$ ، فأوجد الإحداثيات الممكنة للرأس الرابع جميعها.

1-3 تدريبات المهارات

تمييز متوازي الأضلاع

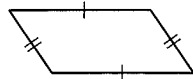
حدّد ما إذا كان كلّ من الأشكال الرباعيّة الآتية متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.



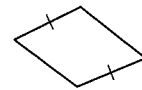
(2)



(1)



(4)



(3)

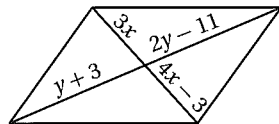
هندسة إحداثيّة: مثل بيانيًا كلّ شكل رباعيّ ممّا يأتي. وحدّد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا، وبرّر إجابتك بالطريقة المحدّدة في كلّ سؤال.

(5) $P(0, 0)$, $Q(3, 4)$, $S(7, 4)$, $Y(4, 0)$ ؛ صيغة الميل.

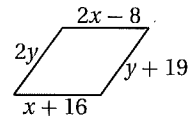
(6) $S(-2, 1)$, $R(1, 3)$, $T(2, 0)$, $Z(-1, -2)$ ؛ صيغة المسافة بين نقطتين والميل.

(7) $W(2, 5)$, $R(3, 3)$, $Y(-2, -3)$, $N(-3, 1)$ ؛ صيغة نقطة المنتصف.

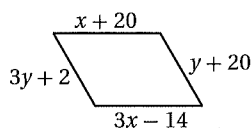
جبر: أوجد قيمة كلّ من x و y ، بحيث يكون كلّ من الأشكال الرباعيّة الآتية متوازي أضلاع.



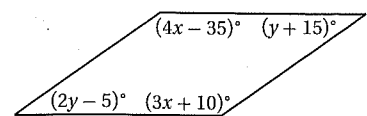
(9)



(8)



(11)



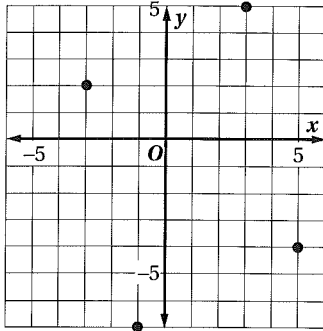
(10)

تدريبات حل المسألة

1-3

تمييز متوازي الأضلاع

(4) خرائط: وضع خالد مستوى إحداثيًا فوق خريطة مدينته فظهرت أركانها الأربعة كما في الشكل أدناه. هل تشكل الأركان الأربعة رؤوس متوازي أضلاع؟ وضح إجابتك.

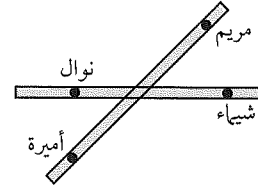


(5) إطار صورة: لدى مسعود قطعتان من الخشب طول كلٍّ منها 3 ft وقطعتان أخريان طول كلٍّ منهما 4 ft، ويريد أن يصنع منها إطار صورة خشبيًا على شكل متوازي أضلاع. (a) إذا ثبت القطع الأربع عند أطرافها، فما الترتيب الذي يتعين أن يثبت به القطع حتى يكون متوازي أضلاع؟

(b) ما عدد متوازيات الأضلاع التي يمكنه تكوينها بهذه القطع الأربع؟

(c) وضح ما يمكن أن يفعله مسعود ليحدد بدقة شكل متوازي الأضلاع.

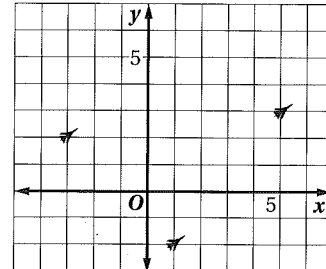
(1) توازن: توازن نوال ومريم وأميرة وشيماء أنفسهن على جسم على شكل "X" يطفو على سطح الماء، وذلك بالجلوس في أربعة مواقع تشكل رؤوسًا لمتوازي أضلاع.



هل يتعين أن تبعد الفتيات الأربع المسافة نفسها عن مركز الجسم، إذا كان لكل فتاتين متقابلتين الوزن نفسه؟ وضح إجابتك.

(2) بوصلة: وُضعت إبرتا بوصلتين متجاورتين على طاولة. إذا كان طول كلٍّ منهما 2 in وتشيران نحو الشمال، فهل تشكلان ضلعين في متوازي أضلاع؟

(3) تشكيلات: يبين الرسم أدناه مواقع ثلاث طائرات من بين أربع تحلق مشكلة رؤوس متوازي أضلاع، ما المواقع الثلاثة الممكنة للطائرة الرابعة؟



1-3

التدريبات الإثرائية

تمييز متوازي الأضلاع

وفق التعريف، يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا وفقط إذا كان كل ضلعين متقابلين متوازيين. ما الشروط الأخرى الكافية لإثبات أن شكلاً رباعياً ما متوازي أضلاع غير شرط توازي كل ضلعين متقابلين؟ في هذا النشاط ستستقصى عدة حالات ممكنة من خلال رسم أشكال رباعية تحقق شروطاً معينة.

لا تنس أنه لا يعد أي اختبار صالحاً لأنه يبدو كذلك، حتى تثبت صحته.

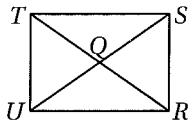
نفذ كلاً مما يأتي:

- (1) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟
- (2) ارسم شكلاً رباعياً فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟
- (3) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متوازيان والضلعان الآخران متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟
- (4) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟
- (5) ارسم شكلاً رباعياً فيه زاويتان متقابلتان متطابقتان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟
- (6) ارسم شكلاً رباعياً فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟
- (7) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متوازيان وزاويتان متقابلتان متطابقتان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟

1-4 تدريبات إعادة التعليم

المستطيل

خصائص المستطيل: المستطيل هو شكل رباعيّ زواياه الأربع قوائم. وفي ما يأتي خصائص المستطيل:



- الأضلاع المتقابلة متوازية.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الأضلاع المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتحالفة متكاملة.
- القطران ينصف كل منهما الآخر.

بالإضافة إلى:

- جميع الزوايا الأربع قوائم.
- القطران متطابقان.

$$\overline{TR} \cong \overline{US}$$

مثال 2 إذا كان الشكل الرباعيّ $RUTS$ أعلاه مستطيلاً،

وكان $m\angle STR = 8x + 3$ و $m\angle UTR = 16x - 9$ ، فأوجد $m\angle STR$.

لما كانت $\angle UTS$ زاوية قائمة،

$$\text{فإن } m\angle STR + m\angle UTR = 90$$

$$8x + 3 + 16x - 9 = 90$$

$$24x - 6 = 90$$

$$24x = 96$$

$$x = 4$$

$$\text{إذن، } m\angle STR = 8x + 3 = 8(4) + 3 = 35$$

مثال 1 إذا كان الشكل الرباعيّ $RUTS$ أعلاه

مستطيلاً. وكان $RT = 7x - 2$ ، $US = 6x + 3$ ، فأوجد قيمة x .

لما كان قطرا المستطيل متطابقين، فإن: $US = RT$

$$6x + 3 = 7x - 2$$

$$3 = x - 2$$

$$5 = x$$

تمارين

الشكل الرباعيّ $ABCD$ مستطيل.

(1) إذا كان $AE = 36$ و $CE = 2x - 4$ ، فأوجد قيمة x .

(2) إذا كان $BE = 6y + 2$ و $CE = 4y + 6$ ، فأوجد قيمة y .

(3) إذا كان $BC = 24$ و $AD = 5y - 1$ ، فأوجد قيمة y .

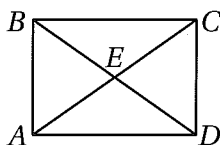
(4) إذا كان $m\angle BEA = 62$ ، فأوجد $m\angle BAC$.

(5) إذا كان $m\angle AED = 12x$ و $m\angle BEC = 10x + 20$ ، فأوجد $m\angle AED$.

(6) إذا كان $BD = 8y - 4$ و $AC = 7y + 3$ ، فأوجد BD .

(7) إذا كان $m\angle DBC = 10x$ و $m\angle ACB = 4x^2 - 6$ ، فأوجد $m\angle ACB$.

(8) إذا كان $AB = 6y$ و $BC = 8y$ ، فأوجد BD بدلالة y .



1-4

تدريبات إعادة التعليم

المستطيل

(تتمة)

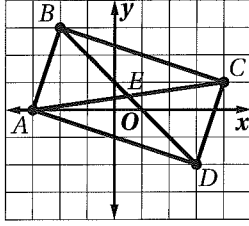
إثبات أن متوازي الأضلاع مستطيل: إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان، وعكس هذه النظرية صحيح أيضاً. فإذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنه مستطيل.

وفي المستوى الإحداثي، يمكنك استعمال صيغة المسافة بين نقطتين وصيغة الميل وخصائص القطرين لتحديد ما إذا كان شكل ما مستطيلاً أم لا.

مثال

إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي: $A(-3,0), B(-2,3), C(4,1), D(3,-2)$. حدد ما إذا كان

$ABCD$ مستطيلاً أم لا.



الطريقة 1: استعمال صيغة الميل، $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ميل \overline{AB} : $m = \frac{3-0}{-2-(-3)} = \frac{3}{1} = 3$ ، وميل \overline{AD} : $m = \frac{-2-0}{3-(-3)} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

و ميل \overline{CD} : $m = \frac{-2-1}{3-4} = \frac{-3}{-1} = 3$ ، وميل \overline{BC} : $m = \frac{1-3}{4-(-2)} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

لما كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متوازيين، فإنه متوازي أضلاع. ولما كانت الأضلاع المتتالية متعامدة، فإن الشكل $ABCD$ مستطيل.

الطريقة 2: استعمال صيغة المسافة بين نقطتين، $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$AB = \sqrt{(-3 - (-2))^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{40}$$

$$CD = \sqrt{(4 - 3)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{10}$$

$$AD = \sqrt{(-3 - 3)^2 + (0 - (-2))^2} = \sqrt{40}$$

لما كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

$$AC = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{50}$$

$$BD = \sqrt{(-3 - 4)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{50}$$

ولما كان $ABCD$ متوازي أضلاع قطراه متطابقان، إذن هو مستطيل.

تمارين

هندسة إحداثية: مثل بياناً كل شكل رباعي أعطيت إحداثيات رؤوسه في الأسئلة 1-4، وحدد ما إذا كان مستطيلاً أم لا. وبرر إجابتك مستعملاً الصيغة المحدد في كل سؤال.

(1) $A(-3, 1), B(-3, 3), C(3, 3), D(3, 1)$ ؛ صيغة المسافة بين نقطتين.

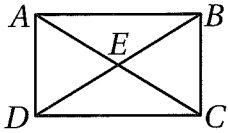
(2) $A(-3, 0), B(-2, 3), C(4, 5), D(3, 2)$ ؛ صيغة الميل.

(3) $A(-3, 0), B(-2, 2), C(3, 0), D(2, -2)$ ؛ صيغة المسافة بين نقطتين.

(4) $A(-1, 0), B(0, 2), C(4, 0), D(3, -2)$ ؛ صيغة المسافة بين نقطتين.

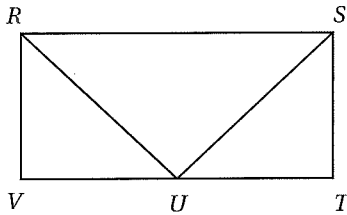
1-4 تدريبات المهارات

المستطيل



جبر: الشكل الرباعي $ABCD$ مستطيل.

- (1) إذا كان $AC = 2x + 13$ و $DB = 4x - 1$ ، فأوجد DB .
- (2) إذا كان $AC = x + 3$ و $DB = 3x - 19$ ، فأوجد AC .
- (3) إذا كان $AE = 3x + 3$ و $EC = 5x - 15$ ، فأوجد AC .
- (4) إذا كان $DE = 6x - 7$ و $AE = 4x + 9$ ، فأوجد DB .
- (5) إذا كان $m\angle DAC = 2x + 4$ و $m\angle BAC = 3x + 1$ ، فأوجد $m\angle BAC$.
- (6) إذا كان $m\angle BDC = 7x + 1$ و $m\angle ADB = 9x - 7$ ، فأوجد $m\angle BDC$.
- (7) إذا كان $m\angle ABD = 7x - 31$ و $m\angle CDB = 4x + 5$ ، فأوجد $m\angle ABD$.
- (8) إذا كان $m\angle BAC = x + 3$ و $m\angle CAD = x + 15$ ، فأوجد $m\angle BAC$.



(9) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين

المعطيات: الشكل $RSTV$ مستطيل، و U نقطة منتصف \overline{VT} .

المطلوب: $\triangle RUV \cong \triangle SUT$

هندسة إحداثية: مثل بيانيًا كل شكل رباعي في الأسئلة 10-12. ثم حدّد إذا كان الشكل مستطيلًا أم لا. برّر إجابتك مستعملًا الصيغة المحددة في كل سؤال.

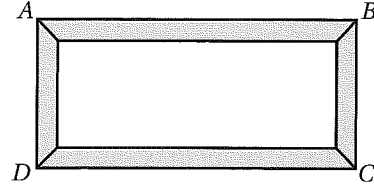
(10) $P(-2, -3)$, $Q(-4, 2)$, $R(2, 4)$, $S(3, 0)$; صيغة الميل.

(11) $J(-6, 3)$, $K(0, 6)$, $L(2, 2)$, $M(-4, -1)$; صيغة المسافة بين نقطتين.

(12) $T(4, 1)$, $U(3, -1)$, $X(-3, 2)$, $Y(-2, 4)$; صيغة المسافة بين نقطتين.

1-4 تدريبات حل المسألة المستطيل

(1) إطارات: كوّن جواد الإطار المستطيل المبيّن أدناه.

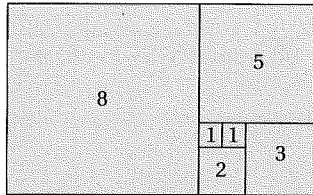


ثم قاس المسافتين AC و BD لكي يتأكد من أن الإطار مستطيل،
ما العلاقة بين هاتين المسافتين إذا كان الإطار مستطيلاً؟

(2) رفوف الكتب: تتكوّن خزانة كتب من لوح خشب رأسيين وخمسة رفوف أفقية. هل كل قسم من الأقسام الأربعة المخصصة لوضع الكتب مستطيل؟ وضح إجابتك.



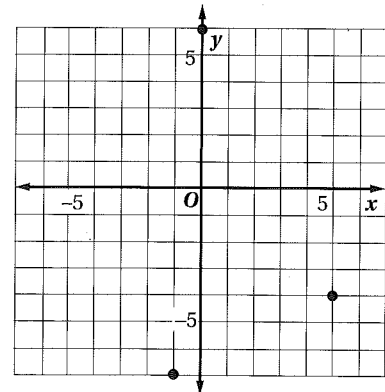
(5) أنماط: كوّن خالد النمط الآتي مستعملاً 6 مربعات. وقد كتب طول ضلع كل مربع داخله.



(a) كم مستطيلاً يمكن تكوينه باستعمال المستقيبات الظاهرة في هذا الشكل؟

(b) إذا أراد خالد أن يوسع هذا النمط بإضافة مستطيل آخر أضلاعه متساوية الطول لتكوين مستطيل أكبر، فما الأطوال الممكنة لأضلاع المستطيل الذي يمكنه إضافته؟

(3) مسح الأراضي: يحدّد مساح أرض رؤوس قطعة أرض مستطيلة. ثلاثة رؤوس منها مبيّنة في الشكل أدناه.



ما إحداثيات الرأس الرابع؟

1-4 التدريبات الإثرائية

المحيط الثابت

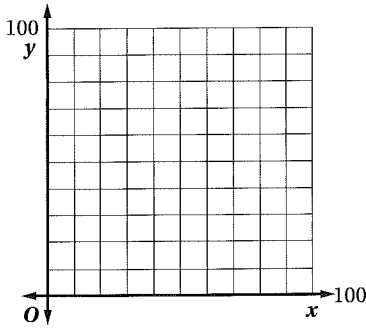
يريد سلمان أن يحيط قطعة مستطيلة الشكل من حديقة بيته بسياج. فاشترى 200 ft منه.

المحيط	الطول	العرض	المساحة
200			
200			
200			
200			
200			

(1) أكمل الجدول المجاور لبيان أبعاد القطع المستطيلة الخمس التي سيُستعمل في تسييجها السياج كله. ثم أوجد مساحة كل قطعة.

(2) هل القطع المستطيلة الخمس لها المساحة نفسها؟ وإلا فما مساحة القطعة الكبرى؟

(3) اكتب قاعدة لإيجاد أبعاد المستطيل الذي له أكبر مساحة ممكنة عندما يكون محيط المستطيل معلومًا.



(4) ليكن x يمثل طول مستطيل و y يمثل عرضه. اكتب علاقة تربط بين x و y لجميع المستطيلات التي محيطها 200 ft. ثم مثل هذه العلاقة في المستوى الإحداثي المجاور.

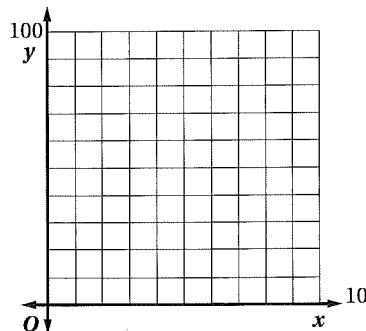
أراد سلمان أن يضع سياجًا حول قطعة مستطيلة أخرى مساحتها 100 ft^2 . وقبل أن يذهب لشراء السياج، كوّن سلمان جدولاً لتحديد أبعاد القطعة المستطيلة التي سيُسيجها.

المساحة	الطول	العرض	طول السياج
100			
100			
100			
100			
100			

(5) أكمل الجدول لإيجاد الأبعاد الممكنة للقطع المستطيلة الخمس التي مساحتها 100 ft^2 .

(6) يُريد سلمان أن يكون ثمن شراء السياج أقل ما يمكن. ساعده في إيجاد أبعاد القطعة التي تكلفه سياجها أقل ما يمكن؟

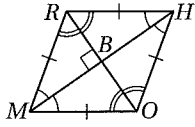
(7) اكتب قاعدة لإيجاد أبعاد المستطيل ذي المحيط الأصغر عندما تكون مساحة المستطيل معطاة.



(8) افترض أن x يمثل طول المستطيل و y يمثل عرضه. اكتب علاقة تربط بين x و y للمستطيل الذي مساحته 100 ft^2 . ثم مثل هذه العلاقة في المستوى الإحداثي المجاور.

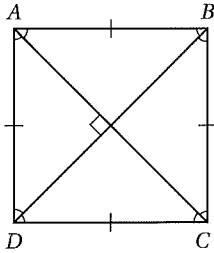
1-5 تدريبات إعادة التعليم

المعين والمربع



خصائص المعين: المعين هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متطابقة. ولما كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين، فهو متوازي أضلاع أيضًا. وتتوافر فيه خصائص متوازي الأضلاع جميعها بالإضافة إلى الخصائص الآتية:

قطرا المعين متعامدان.	$\overline{MH} \perp \overline{RO}$
كل قطر ينصف الزاويتين المتقابلتين اللتين يمر بهما.	\overline{MH} ينصف $\angle RHO$ و $\angle RMO$ ، \overline{RO} ينصف $\angle MOH$ و $\angle MRH$

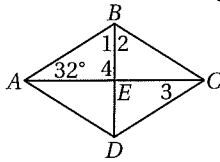


المربع ABCD

المربع هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه متطابقة. تذكر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قوائم يكون مستطيلًا، ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معينًا؛ لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معينًا وإحدى زواياه قائمة فإنه يكون مربعًا أيضًا.

مثال

الشكل الرباعي ABCD معين. إذا كان $m\angle BAC = 32^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مرقمة.



لما كان ABCD معينًا فإن قطريه متعامدان و $\triangle ABE$ قائم الزاوية. لذا فإن: $m\angle 4 = 90^\circ$ ،

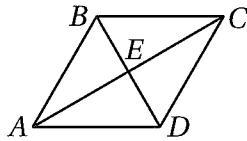
و $m\angle 1 = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$. ولما كان كل قطر في المعين ينصف الزاويتين اللتين يمر بهما،

فإن $m\angle 1 = m\angle 2 = 58^\circ$.

ولما كان المعين متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة فيه متوازية. ولما كانت الزاويتان $\angle BAC$ و $\angle 3$ متبادلتين داخليًا بين مستقيمين متوازيين، فإن $m\angle 3 = 32^\circ$.

تمارين

استعمل المعين ABCD المجاور في الإجابة عن الأسئلة 1-8:



(1) إذا كان $m\angle ABD = 60^\circ$ ، فأوجد $m\angle BDC$.

(2) إذا كان $AE = 8$ فأوجد AC.

(3) إذا كان $AB = 26$ و $BD = 20$ فأوجد AE.

(4) أوجد $m\angle CEB$.

(5) إذا كان $m\angle CBD = 58^\circ$ ، فأوجد $m\angle ACB$.

(6) إذا كان $AE = 3x - 1$ و $AC = 16$ فأوجد قيمة x.

(7) إذا كان $m\angle CDB = 6y$ و $m\angle ACB = 2y + 10$ فأوجد قيمة y.

(8) إذا كان $AD = 2x + 4$ و $CD = 4x - 4$ ، فأوجد قيمة x.

1-5

تدريبات إعادة التعليم
المعين والمربع

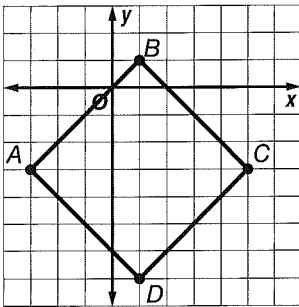
(تتمة)

إثبات أن الشكل الرباعي معين أو مربع: تحدد النظريات الآتية الشروط الكافية لتحديد ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.

- إذا كان قطراً متوازي الأضلاع متعامدان فإنه معين.
- إذا نصّف قطراً متوازي أضلاع كلاً من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما فإن متوازي الأضلاع يكون معيناً.
- إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنه معين،
- إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً ومعيناً فإنه مربع.

مثال حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه

$A(-3, -3), B(1, 1), C(5, -3), D(1, 7)$ معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً.



$$AC = \sqrt{(-3-5)^2 + (-3-(-3))^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$BD = \sqrt{(1-1)^2 + (-7-1)^2} = \sqrt{64} = 8$$

القطران متطابقان؛ إذن فمتوازي الأضلاع $ABCD$ مستطيل.

$$\text{ميل } \overline{AC} : m = \frac{-3 - (-3)}{-3 - 5} = \frac{0}{-8} = 0 \text{ ميل } \overline{AC} \text{ مستقيم أفقي.}$$

$$\text{ميل } \overline{BD} : \text{كمية غير معرفة} = \frac{1 - (-7)}{1 - 1} = \frac{8}{0}$$

وبما أن المستقيمان الأفقي والرأسي متعامدان دائماً، فإن قطراً متوازي الأضلاع $ABCD$ متعامدان؛ ولذلك فهو معين ومستطيل.

تمارين

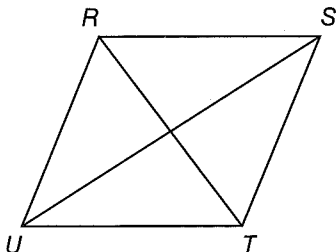
مستعملًا إحداثيات الرؤوس المعطاة في كل من الأسئلة 1-4، حدّد ما إذا كان $ABCD$ معيناً أم مستطيلاً أم مربعاً. اذكر كل ما ينطبق عليه من تسميات، وفسّر إجابتك.

$$A(0, 2), B(2, 4), C(4, 2), D(2, 0) \quad (1)$$

$$A(-2, 1), B(-1, 3), C(3, 1), D(2, -1) \quad (2)$$

$$A(-2, -1), B(0, 2), C(2, -1), D(0, -4) \quad (3)$$

$$A(-3, 0), B(-1, 3), C(5, -1), D(3, -4) \quad (4)$$

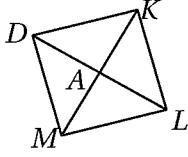


(5) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: في متوازي الأضلاع $RSTU$, $\overline{RS} \cong \overline{ST}$
المطلوب: $RSTU$ معين.

1-5 تدريبات المهارات

المعين والمربع



جبر: الشكل الرباعي $DKLM$ معين.

(1) إذا كان $DK = 8$ ، فأوجد KL .

(2) إذا كان $m\angle DML = 82$ ، فأوجد $m\angle DKM$.

(3) إذا كان $m\angle KAL = 2x - 8$ ، فأوجد قيمة x .

(4) إذا كان $DA = 4x$ و $AL = 5x - 3$ ، فأوجد DL .

(5) إذا كان $DA = 4x$ و $AL = 5x - 3$ ، فأوجد AD .

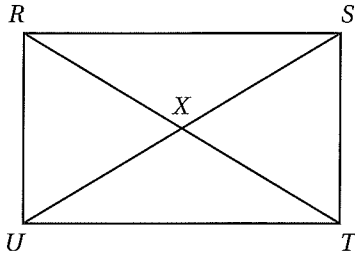
(6) إذا كان $DM = 5y + 2$ و $DK = 3y + 6$ ، فأوجد KL .

(7) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: الشكل الرباعي $RSTU$ متوازي أضلاع.

$$\overline{RX} \cong \overline{TX} \cong \overline{SX} \cong \overline{UX}$$

المطلوب إثبات أن: الشكل $RSTU$ مستطيل.



هندسة إحداثية: مستعملاً إحداثيات الرؤوس المعطاة في كل الأسئلة 8-11، حدّد ما إذا كان $QRST$ معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب كلّ ما ينطبق عليه من تسميات. ووضّح إجابتك.

$$(8) T(-1,5), S(-1,1), R(3,1), Q(3,5)$$

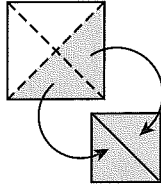
$$(9) T(-11,4), S(-1,4), R(5,12), Q(-5,12)$$

$$(10) T(-8,10), S(2,5), R(4,-6), Q(-6,-1)$$

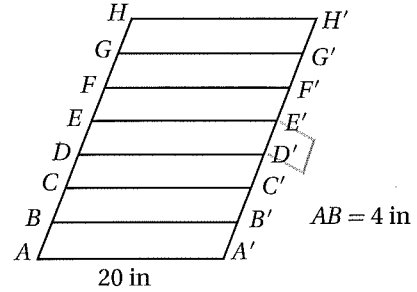
$$(11) T(-2,6), S(-10,2), R(-6,-8), Q(2,-4)$$

1-5 تدريبات حل المسألة المعيّن والمربّع

(4) مربّعات: قصّت مروة مربّعاً على طول قطريه فحصلت على أربعة مثلثات قائمة ومتطابقة. ثم لصقت اثنين منها من جهة ضلعيهما الطويلين. أثبت أن الشكل الناتج مربّع.

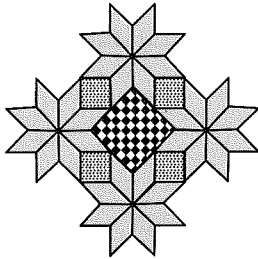


(1) رفوف الأطباق: المنظر الجانبي للحامل أدناه الذي توضع عليه الأطباق يبدو على صورة متوازي أضلاع. إذا كانت المسافات بين الرفوف متساوية،



فما النقطتان اللتان تشكّلان مع النقطتين A و A' معيّناً؟

(5) تصميم: استعملت هدى 32 من المعيّنات المتطابقة لتكوين تصميم يشبه الزهرة عند كل ركن كما في الشكل أدناه.

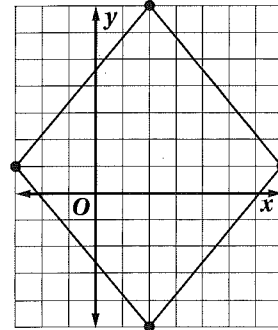


(a) ما قياسات زوايا المعيّنات الموجودة في الأركان؟

(b) ما أنواع الأشكال الرباعيّة المنقطّة والشكل الرباعي الذي يتوسط التصميم؟

(2) شرائح: قسّم سامر معيّناً على طول قطريه. فحصل على أربعة مثلثات متطابقة. صنف هذه المثلثات إلى حادة الزوايا أو منفرجة الزوايا أو قائمة الزوايا.

(3) نوافذ: رُسمت نافذة في المستوى الإحداثي أدناه.

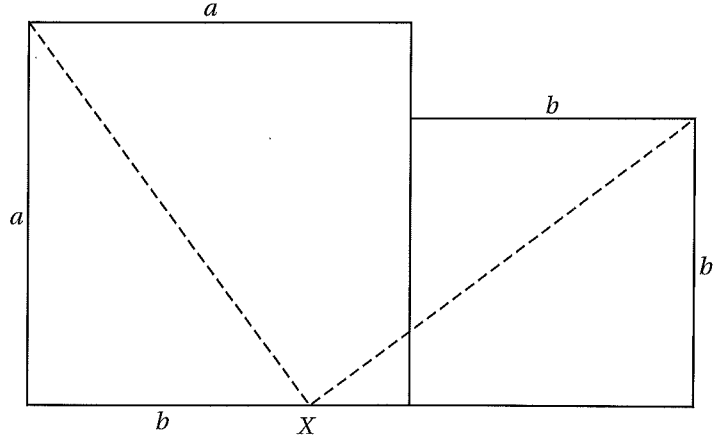


حدّد ما إذا كانت النافذة مربّعاً أم معيّناً.

1-5 التدريبات الإثرائية

أفاز على نظرية فيثاغورس

يمكنك تكوين لغز يوضح نظرية فيثاغورس، وذلك برسم مربعين وقصّهما بطريقة معيّنة. ومثال ذلك اللغز المبين أدناه. ويمكنك تكوين لغز خاص بك بإتباع التعليمات الآتية:



(1) أنشئ مربعًا بدقّة واكتب عليه طول ضلعه a . ثم أنشئ مربعًا صغيرًا إلى يمين المربع الأول، طول ضلعه b على صورة الشكل أعلاه. يتعيّن أن تكون القاعدتان متجاورتين وعلى استقامة واحدة.

(2) عيّن النقطة X على بعد b وحدة من الحافة اليسرى للمربع الكبير، ثم ارسم قطعتين مستقيمتين الأولى من الرأس العلوي الأيسر للمربع الأكبر إلى النقطة X ، والثانية من الرأس العلوي الأيمن للمربع الأصغر إلى النقطة X .

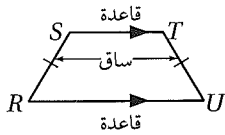
(3) قصّ القطع الخمس وأعد ترتيبها لتشكّل مربعًا كبيرًا. وارسم شكلًا يبيّن إجابتك.

(4) أثبت أنّ طول كلّ من أضلاع المربع يساوي $\sqrt{a^2 + b^2}$.

1-6

تدريبات إعادة التعليم

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية



شبه منحرف متطابق الساقين $STUR$

$$\overline{SR} \cong \overline{TU}, \angle U \cong \angle R; \angle T \cong \angle S$$

خصائص شبه المنحرف: شبه المنحرف شكل رباعيّ فيه ضلعان متوازيان فقط. يُسمّى كلّ منهما قاعدة شبه المنحرف، ويُسمّى الضلعان غير المتوازيين ساقَي شبه المنحرف. وإذا كان الساقان متطابقين فإنه يُسمّى شبه منحرف متطابق الساقين. وفي شبه المنحرف متطابق الساقين تكون زاويتا كلّ قاعدة متطابقتين وقطراه متطابقين أيضًا.

مثال

رؤوس الشكل $ABCD$ هي: $A(-3, -1), B(-1, 3), C(2, 3), D(4, -1)$.

يُبين أن $ABCD$ شبه منحرف. وحدّد ما إذا كان متطابق الساقين أم لا.

$$m = \frac{-1 - (-1)}{4 - (-3)} = -\frac{0}{7} = 0 : \overline{AD} \text{ ميل}, m = \frac{3 - (-1)}{-1 - (-3)} = \frac{4}{2} = 2 : \overline{AB} \text{ ميل}$$

$$m = \frac{-1 - 3}{4 - 2} = -\frac{4}{2} = -2 : \overline{CD} \text{ ميل}, m = \frac{3 - 3}{2 - (-1)} = \frac{0}{3} = 0 : \overline{BC} \text{ ميل}$$

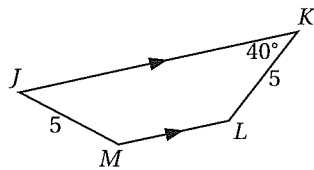
$$CD = \sqrt{(2 - 4)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, AB = \sqrt{(-3 - (-1))^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

بما أن فيه ضلعين متوازيين فقط هما \overline{AD} و \overline{BC} ، فإن الشكل $ABCD$ شبه منحرف. ولما كان $AB = CD$ ، فإنه شبه منحرف متطابق الساقين.

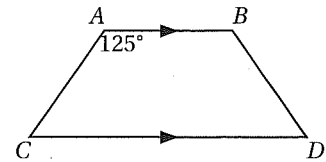
تمارين

أوجد القياس المطلوب في كلّ من السؤالين 1 و 2:

$m\angle L$ (2)



$m\angle D$ (1)



هندسة إحدائيّة: حدّد ما إذا كان الشكل الرباعيّ الذي رؤوسه معطاة في كلّ من السؤالين 3 و 4، شبه منحرف. وإن كان كذلك، فهل هو متطابق الضلعين أم لا؟

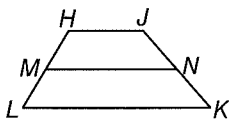
$J(1, 3), K(3, 1), L(3, -2), M(-2, 3)$ (4)

$A(-1, 1), B(3, 2), C(1, -2), D(-2, -1)$ (3)

في الشكل المجاور M, N نقطتا منتصفَي الساقين لشبه المنحرف $HJKL$.

(5) إذا كان $LK = 60, HJ = 5$ ، فأوجد MN .

(6) إذا كان $MN = 28, HJ = 18$ ، فأوجد LK .



(تتمة)

تدريبات إعادة التعليم

1-6

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

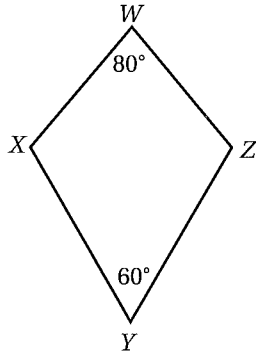
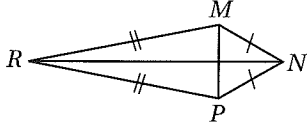
خصائص شكل الطائرة الورقية شكل الطائرة الورقية هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة، وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقية ليسا متطابقين ولا متوازيين.

قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.

في شكل الطائرة الورقية $RMNP$ المجاور، $\overline{MP} \perp \overline{RN}$

يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة.

في شكل الطائرة الورقية $RMNP$ المجاور، $\angle M \cong \angle P$



مثال 1 إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle Z$

مثال 1

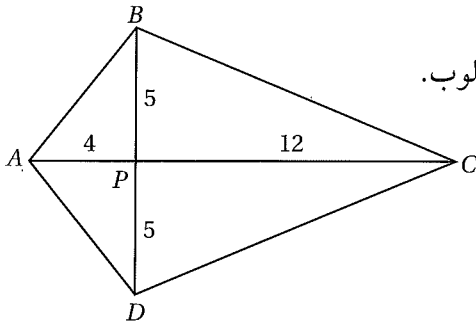
قياسي $\angle Y$ و $\angle W$ ليسا متساويين، لذلك $\angle X \cong \angle Z$.

$$\angle X + \angle Y + \angle Z + \angle W = 360^\circ$$

$$\angle X + 60^\circ + \angle Z + 80^\circ = 360^\circ$$

$$\angle X + \angle Z = 220^\circ$$

$$\angle X = 110^\circ, \angle Z = 110^\circ$$



مثال 2 إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فأوجد BC .

مثال 2

قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان، استعمل نظرية فيثاغورس لتجد الطول المطلوب.

$$BP^2 + PC^2 = BC^2$$

$$5^2 + 12^2 = BC^2$$

$$169 = BC^2$$

$$13 = BC$$

تمارين

إذا كان $GHJK$ شكل طائرة ورقية، فأوجد كل قياس فيما يأتي:

(1) أوجد $\angle JRK$.

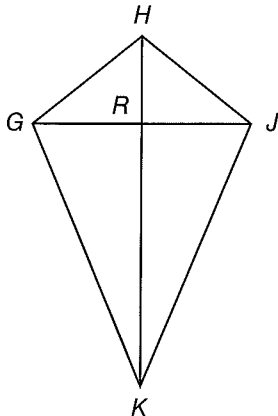
(2) إذا كان $RJ = 3$, $RK = 10$ ، فأوجد JK .

(3) إذا كان $m\angle GHJ = 90^\circ$, $m\angle GJK = 110^\circ$ ، فأوجد $m\angle HGK$.

(4) إذا كان $HJ = 7$ ، فأوجد HG .

(5) إذا كان $HR = 5$, $HG = 7$ ، فأوجد HR .

(6) إذا كان $m\angle GHJ = 52^\circ$, $m\angle GJK = 95^\circ$ ، فأوجد $m\angle HGK$.

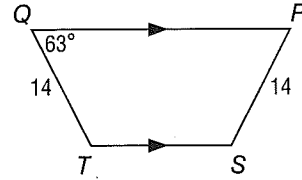
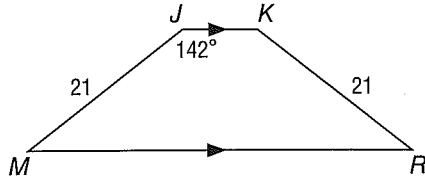
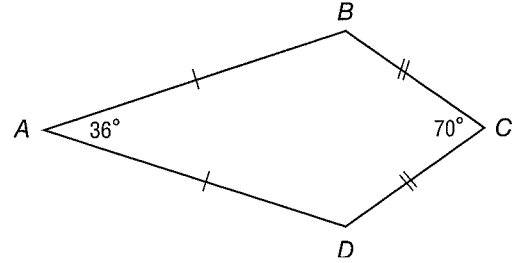
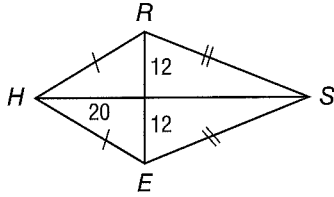


1-6

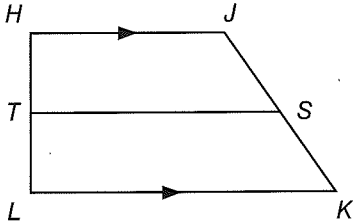
تدريبات المهارات

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

أوجد القياس المطلوب في كل من الأسئلة الآتية:

 $m\angle S$ (1) $m\angle M$ (2) $m\angle D$ (3) RH (4)

في الشكل المجاور S, T نقطتا منتصفي الساقين لشبه المنحرف HJKL.

(5) إذا كان $HJ = 14$, $LK = 42$ ، فأوجد TS .(6) إذا كان $LK = 19$, $TS = 15$ ، فأوجد HJ .(7) إذا كان $HJ = 7$, $TS = 10$ ، فأوجد LK .(8) إذا كان $KL = 17$, $JH = 9$ ، فأوجد ST .هندسة إحداثية: رؤوس الشكل الرباعي EFGH هي $E(1, 3)$, $F(5, 0)$, $G(8, -5)$, $H(-4, 4)$.

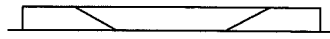
(9) بين أن EFGH شبه منحرف.

(10) حدد إذا كان EFGH شبه منحرف متطابق الساقين أم لا. وضح إجابتك.

1-6 تدريبات حل المسألة

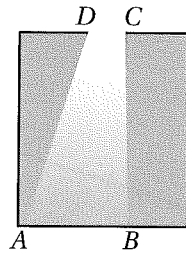
شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

(3) مطارات: يبين الشكل أدناه مخططاً مبسطاً لمدرج مطار.



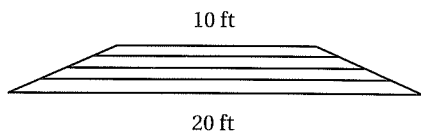
كم شبه منحرف يظهر في الشكل؟

(4) إضاءة: تدخل الأشعة عبر باب غرفة من مصباح خارجها لتُشير منطقة من أرضيتها على صورة شبه المنحرف ABCD.



تحت أية شروط سيكون شبه المنحرف ABCD متطابق الساقين؟

(5) درج: صُممت درجات في مسرح مدرسي كما في الشكل. تتكوّن الدرجات من 4 أجزاء، كل منها على صورة شبه منحرف، ويمكنك وضعها الواحد فوق الآخر لتكوين أشكال شبه منحرف مختلفة الارتفاعات.

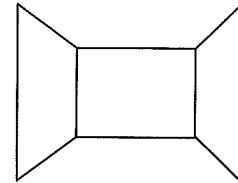


وجميع الدرجات لها الارتفاع نفسه. إذا وضعنا الدرجات الأربع جميعها، يكون عرض قمة الدرج 10 ft.

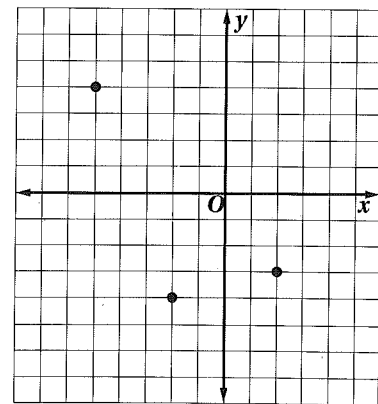
(a) إذا استعملت الدرجتان السفليتان فقط، فكم يكون عرض قمة الدرج؟

(b) كم قدماً يكون عرض قمة الدرج إذا استعملت الدرجات الثلاث السفلى فقط؟

(1) الرسم المنظوري: يستعمل الفنانون طرقاً مختلفة لجعل الأشياء تبدو ثلاثية الأبعاد عند رسمها في بُعدين. رسم كمال جدران غرفة. تعلم أن جميع الجدران تكون مستطيلة في الحياة الواقعية، فعلى أي صورة رسم كمال الجدران الجانبية لجعلها تبدو ثلاثية الأبعاد؟



(2) ساحة عامة: صمّم مهندس ساحة عامة على صورة شكل طائرة ورقية كي تعطي شعوراً بالاتساع. تظهر في المستوى الإحداثي أدناه ثلاثة أركان من الأركان الأربعة للساحة. إذا كان الركن الرابع يقع في الربع الأول من المستوى، فما إحداثيه؟



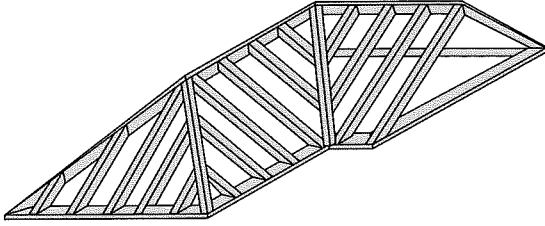
التدريبات الإثرائية

1-6

الأشكال الرباعية في الإنشاءات

تُستعمل الأشكال الرباعية في الأعمال الإنشائية كثيرًا.

(1) يمثّل الشكل المجاور هيكل سقف تظهر فيه أشكال هندسية عدّة. حدد الأشكال الآتية في الشكل وظلّل حوافّها.



(a) مثلث متطابق الضلعين.

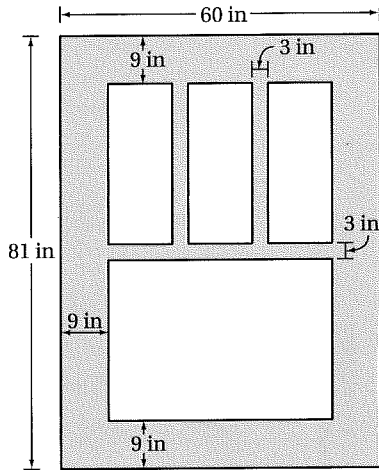
(b) مثلث مختلف الأضلاع.

(c) مستطيل.

(d) معيّن.

(e) شبه منحرف (غير متطابق الساقين).

(f) شبه منحرف متطابق الساقين.

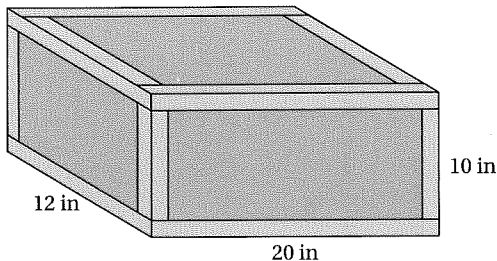


(2) يمثّل الشكل المجاور نافذة، عرض الأجزاء الخشبية بين الألواح الزجاجية فيها 3 in، و عرض الإطار الخارجي 9 in. وبُعْد النافذة من الخارج 60 in في 81 in. إذا علمت أن لجميع الألواح الزجاجية العليا واللوح الزجاجي السفلي الارتفاع نفسه، والألواح الزجاجية الثلاث العليا متطابقة، فأوجد كلًّا ممّا يأتي:

(a) عرض اللوح الزجاجي السفلي.

(b) عرض كلّ من الألواح الزجاجية العليا.

(c) ارتفاع كلّ لوح زجاجي.



(3) دُعِمت كلّ حافة للصندوق المجاور بشريط لاصق. إذا كان طول

الصندوق 20 in، وعرضه 12 in، وارتفاعه 10 in.

فما طول الشريط اللاصق الذي استُعمل؟

ملحق الإجابات

الاسم _____ التاريخ _____

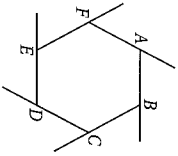
1-1 تدريبات إعادة التعليم زوايا المصنّع

مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمصنّع، توجد علاقة بين الزوايا الخارجية للمصنّع المحيط.

نظرة مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمصنّع المحيط	مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمصنّع المحيط بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° .
--	--

مثال 1: أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس لمصنّع محيط عدد أضلاعه 27.

لاي مصنّع محيط يكون مجموع قياسات زواياه الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° .



أوجد قياس زاوية خارجية للمساوي المتظم $ABCD$.

$$6n = 360$$

$$n = 60$$

أي أن قياس كل زاوية خارجية للمساوي المتظم يساوي 60° .

بأن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمصنّع المحيط بالمحيط بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° ، وللمساوي 6 زوايا خارجية، وعلى فرض أن قياس كل زاوية خارجية n فإن:

تساويين
أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس لكل مصنّع متظم:

11) المتساوي.	360°	12) ذو 16 ضلعًا.	360°	3) ذو 36 ضلعًا.	360°
أوجد قياس زاوية خارجية لكل من المضلعات المستطمة الآتية:					
4) ذو 12 ضلعًا.	30°	5) المتساوي.	60°	6) ذو 20 ضلعًا.	18°
7) ذو 40 ضلعًا.	9°	8) السباعي.	51.4°	9) ذو 18 ضلعًا.	20°
10) ذو 24 ضلعًا.	15°	11) ذو 180 ضلعًا.	2°	12) المتساوي.	45°

الفصل الأول

7

الاسم _____ التاريخ _____

1-1 تدريبات إعادة التعليم زوايا المصنّع

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمصنّع، تُسمى القطعة المستقيمة التي تصل بين رأسين غير متجاورين لمصنّع قطراً له. والأضلاع المتبقية من أحد رؤوس مصنّع عند أضلاعه n تنقسم إلى مثلثات عددها $n-2$. ويمكن إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمصنّع بمجموع قياسات الزوايا الداخلية لهذه المثلثات.

نظرة مجموع قياسات الزوايا الداخلية	إذا كان عدد أضلاع مصنّع محيط n ، ومجموع قياسات زواياه الداخلية S ، فإن $S = 180(n-2)$.
------------------------------------	---

مثال 2: إذا كان قياس زاوية داخلية لمصنّع متظم يساوي 120° ، فأوجد عدد أضلاعه.

ليكن عدد الأضلاع n ، فيكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمصنّع يساوي $120n$.

$$S = 180(n-2)$$

$$120n = 180(n-2)$$

$$120n = 180n - 360$$

$$-60n = -360$$

$$n = 6$$

مثال 1: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمصنّع محيط عدد أضلاعه 13 ضلعًا.

$$S = 180(n-2)$$

$$= 180(13-2)$$

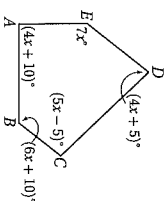
$$= 180(11)$$

$$= 1980^\circ$$

تساويين
أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مصنّع محيط متساوي:

1) العشاري.	1440	2) ذو 16 ضلعًا.	2520	3) ذو 30 ضلعًا.	5040
4) المتساوي.	1080	5) ذو 12 ضلعًا.	1800	6) ذو 35 ضلعًا.	5940
أوجد قياس إحدى الزوايا الداخلية لمصنّع متظم محيط، فأوجد عدد الأضلاع في كل مسألي:					
7) ذو 12 ضلعًا.	150	8) ذو 16 ضلعًا.	160	9) ذو 175 ضلعًا.	72
10) ذو 165 ضلعًا.	24	11) ذو 14 ضلعًا.	10	12) ذو 135 ضلعًا.	8

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



الفصل الأول

6

التاريخ

الاسم

1-1 تدريبات حل المسألة زوايا المضلع

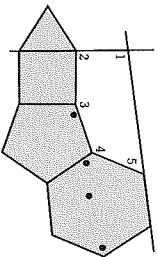
(4) علم الأثر: كُشف علماء الآثار أجزاء من جدارين متجاورين في قلعة قديمة.



وقد علموا من خطوط عثر عليها في الموقع أن قاعدة القلعة على شكل مضلع منتظم، ولكنهم لم يخلطوا عدد أضلاعها فقال بعضهم إن لها 6 أضلاع، وقال آخرون إن لها 8 أضلاع، وقال آخرون أيضًا إن لها 100 ضلع، ما عدد أضلاع القلعة بناءً للمعلومات التي في الشكل؟

15

(5) تصميم: صمم طلاب في حصة الرياضيات، نموذجًا مضلعات باستخدام منتظمة أضلاعها مضلعة مع بعضها بعضًا كما في الشكل أدناه.



أوجد $m\angle 2$ و $m\angle 5$.

60° و 90°

أوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$.

132° و 162°

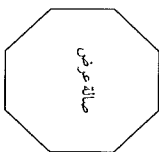
(c) ما قياس $\angle 1$ ؟

96°

الفصل الأول

9

(1) هندسة العمارة: ضُممت صالة لرياضة قطع أثري على شكل مضلع ثنائي منتظم.



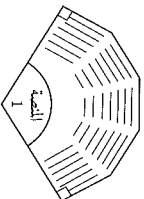
ما قياس الزاوية بين كل جدارين متجاورين فيها؟

135°

(2) صناديق: نُصِّمَ جنيحة صناديقًا لتخفظ فيه مجوهراتها، ومن أجل أن تحترم الصندوق بديقة قُوتت تصميمه على شكل مضلع منتظم. قياس زاوية الداخلية يساوي نصف قياس زاوية الخارجية. ما المقياس المستعمل الذي ستعمله؟

مثبت تطبيق الأضلاع

(3) مسرح: يتبين الشكل أدناه مخطط أرضية مسرح الأضلاع الخمسة.



أوجد $m\angle 1$ ، 120°

التاريخ

الاسم

1-1 تدريبات المهارات زوايا المضلع

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع المحدَّب في كل مما يأتي:

1440 (3) المثلثاني.

900 (2) السباعي.

1260 (1) الثماني.

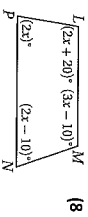
أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس زاوية الداخلية في كل مما يأتي:

12 150 (6)

6 120 (5)

5 108 (4)

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من الأشكال الآتية:

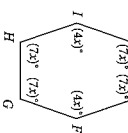


(8)

$m\angle L = 100^\circ$, $m\angle M = 110^\circ$

$m\angle N = 70^\circ$, $m\angle P = 80^\circ$

(10)



(10)

$m\angle D = 140$, $m\angle E = 140$,

$m\angle F = 80$, $m\angle I = 80$,

$m\angle G = 140$, $m\angle H = 140$

أوجد قياس الزاوية الداخلية لكل مضلع منتظم مما يأتي:

144° (13) المثلثاني.

108° (12) الخماسي.

90° (11) الرباعي.

أوجد قياس الزوايا الداخلية والخارجية لكل مضلع منتظم مما يأتي:

30°, 150° (16) ذو 12 ضلع.

40°, 140° (15) السباعي.

45°, 135° (14) الثماني.

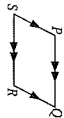
8

الفصل الأول

التاريخ

الاسم

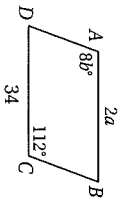
1-2 تدريبات إعادة التعليم متوازي الأضلاع



أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه: متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. وفي حياتي أربع خصائص لمتوازي الأضلاع.

إذا كان PQRS متوازي أضلاع، فإن:	مثال
$\overline{PS} \cong \overline{QR}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{SR}$	الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة.
$\angle S \cong \angle Q$ و $\angle P \cong \angle R$	الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.
$\angle S$ و $\angle R$ متكاملتان، $\angle S$ و $\angle P$ متكاملتان، $\angle P$ و $\angle Q$ متكاملتان، $\angle Q$ و $\angle R$ متكاملتان.	الزوايا المتجاورة في متوازي الأضلاع متكاملة.
إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن $m\angle Q = 90$ ، $m\angle R = 90$ و $m\angle P = 90$ ، $m\angle S = 90$.	إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قوائم.

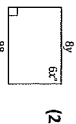
إذا كان ABCD متوازي أضلاع، فأوجد قيمة كل من a و b.



إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ ضلعين متقابلين، فإن
 $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
 $2a = 34$
 $a = 17$
 وبالمثل $\angle C \cong \angle A$ متقابلين، فإن
 $\angle C \cong \angle A$
 $8b = 112$
 $b = 14$

تعالفت

أوجد قيمة كل من x، y، في كل متوازي أضلاع متساوي:



(2)

$$x = 15, y = 11$$

(4)

$$x = 10, y = 40$$

(6)



$$x = 5, y = 180$$



(1)

$$x = 30, y = 22.5$$

(3)



$$x = 2, y = 4$$

(5)



$$x = 13, y = 32.5$$

11

الفصل الأول

التاريخ

الاسم

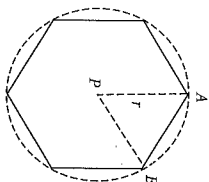
1-1 التدريبات الإثرائية

الزوايا المركزية للمضلع المنتظم

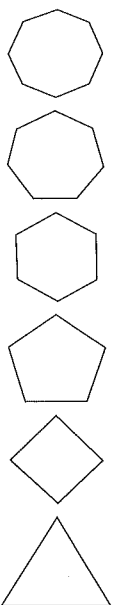
درست الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية للمضلع. وتحتوي القطعات المنتظمة على زوايا مركزية أيضًا. ويكون رأس الزاوية المركزية عند مركز المضلع.

ومركز المضلع نقطة تبعد عن رؤوس المضلع جميعها أبعادًا متساوية، وهو محل مركز الدائرة التي يبعد فيها ثابتًا عن جميع نقاط الدائرة تمامًا.

والزاوية المركزية هي الزاوية التي رأسها عند مركز الدائرة ويمتد ضلعاها برأسين متقابلين من رؤوس المضلع. فالزاوية APB هي إحدى الزوايا المركزية في المضلع السداسي المنتظم المجاور. ولذلك تذكر من التمثيل بالقطاعات الدائرية أن جميع قياسات الزوايا حول مركز الدائرة يساوي 360°.



1) أوجد قياس الزاوية المركزية لكل مضلع منتظم فيما يأتي مستعملًا المخطط، أو برسم أشكال تقريبية.



45° 51.43° تقريبًا 60° 72° 90° 120°

2) تخمين العلاقة بين قياس الزاوية المركزية لمضلع منتظم وقياسي زاويته الداخلية والخارجية.

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس الزاوية الخارجية، والزاوية المركزية مكملة للزاوية الداخلية.

3) نحدد المضلع \overline{BC} هو أطول الأضلاع في $\triangle ABC$ المنفرج الزاوية. و \overline{AC} ضلع لمضلع منتظم عدد أضلاعه 21 أيضًا. وهو ضلع لمضلع منتظم عدد أضلاعه 28. المضلع المنتظم ذو 21 ضلعًا والمضلع ذو 28 ضلعًا لهما نقطة المركز P نفسها. إذا كان \overline{BC} ضلعًا في مضلع منتظم عدد أضلاعه n ومركزه النقطة P فأوجد قيمة n. (إرشاد: لرسم دائرة مركزها P وتحتل عليها النقاط A، B، C، $n = 12$.)

10

الفصل الأول

التاريخ

الاسم

1-2 التدرّيات الإثرائية أقطار متوازي الأضلاع

يدير قطر متوازي الأضلاع في بعض الرسوم على شكل منتصف زاويتين متقابلتين، متى يكون ذلك صحيحاً؟

1) المثلثات: \overline{PR} قطر لموازي الأضلاع $SRQP$ ، \overline{PR} منتصف لكل من $\angle QRS$ و $\angle QPS$.

ما نوع متوازي الأضلاع $SRQP$ ؟ برّر إجابتك.

2) المثلثات: $\angle QRS \cong \angle QPS$ زاويتان متقابلتان في متوازي الأضلاع.

تعريف منتصف الزاوية. $\angle QRP \cong \angle SPR$

تعريف منتصف الزاوية. $\angle QRP \cong \angle SPR$

زاويتان متقابلتان داخلية. $\angle QRP \cong \angle SPR$

خاصية التثاقف. $\angle RPS \cong \angle SPR$

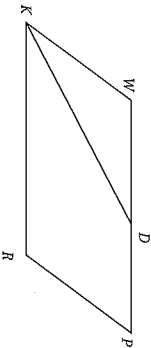
عكس نظرية التثاقف للزاويتين. $\overline{SR} \cong \overline{PR}$

بما أن جميع الأضلاع متطابقة، فشكل $QRPS$ مربع.

2) المثلثات: \overline{KD} منتصف زاوية في متوازي الأضلاع $WPRK$ ، $WD = 5$ ، $WK = 7$ ، $KR = 12$

أوجد WR و KR .

$WK = 7$ ، $KR = 12$



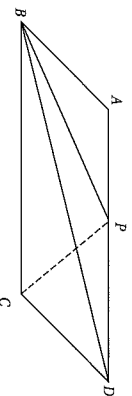
3) ارجع للسؤال 2، واكتب تخطيطاً حول متوازي الأضلاع $WPRK$ ومنتصف الزاوية \overline{KD} .

$WPRK$ ليس مربعاً و \overline{KD} ليس قطراً.

4) المثلثات: \overline{BD} قطر في متوازي الأضلاع $ABCD$ ، \overline{BP} منتصف للزاوية B .

أوجد AB و BC ، $BP = 6$ ، $PD = 5$ ، ومنتصف $\triangle PCD$ يساوي 15.

$AB = 4$ ، $BC = 9$



الفصل الأول

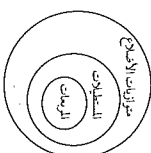
15

التاريخ

الاسم

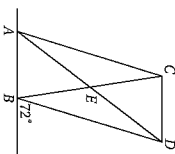
1-2 تدرّيات حل المسألة متوازي الأضلاع

1) مربعات: يكون متوازي الأضلاع متوازي الأضلاع ومربعاً بعضهما بعضاً كما في الشكل الآتي.



2) المسائل: قادت عائلة محمد برحلة في طائرة مروحية فوق إحدى المدن. أخبرهم قائد الطائرة أن أحدث عمارة في المدينة هي العمارة التي يمثل الشكل أدناه منظوراً علوياً لها، وأن قياس الزاوية الحادة عند المدخل 72° .

أراد محمد أن يعرف موقفاً عن البناية،



فقام برسم هذا الشكل، واستعمل مهاراته الهندسية ليعرف الزاوية عنها. علّم أن المدخل الأمامي يقع بجانب الرأس B .

3) ما قياسات الزوايا الأربع لمتوازي الأضلاع؟

108° ، 108° ، 72° ، 72°

4) ما عدد أزواج المثلثات المتطابقة في الشكل الآتي؟

أ) 4 أزواج؛ هي:

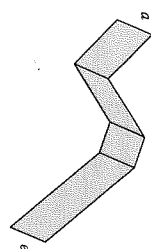
$\triangle ABE \cong \triangle DCE$

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$

$\triangle ACE \cong \triangle DBE$

$\triangle ABD \cong \triangle DCA$

1) مربعات: يكون متوازي الأضلاع متوازي الأضلاع ومربعاً بعضهما بعضاً كما في الشكل الآتي.

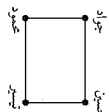


حل القطعتان المستقيمتان e و e متوازيان؟ وضح إجابتك.

نعم؛ الأضلاع المتطابقة في متوازي الأضلاع متوازية وعلاقة المتوازي متطابقة.

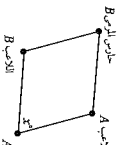
مسألة:

2) مسائل: يمكن أربعة أضلاع عند الأركان الأربعة لمنطقة مكرّبة على شكل متوازي أضلاع، إذا كان متوازي الأضلاع على بعد 3 أمتار من متوازي الأضلاع، فكم يتلأ بعد متوازي الأضلاع عن متوازي الأضلاع؟



3 أمتار

3) كرة القدم: يقف اللاعب B على ركنين متقابلين من أركان متوازي الأضلاع، ويقف حارس المرمى A وحارس المرمى B عند الركنين الآخرين، ومن أجل أن يرى حارس المرمى A اللاعبين الثلاثة الآخرين يتعين عليه أن يكون قادراً على الرؤية بزاوية قياسها 60° في مجال رؤيته.



ما زاوية الرؤية لحارس المرمى الآخر التي يستطيع من خلالها رؤية اللاعبين الثلاثة الآخرين؟ يتعين عليه أن يكون قادراً على الرؤية بزاوية قياسها 60° أيضاً.

14

الفصل الأول

التاريخ

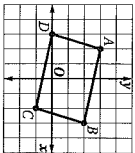
الاسم

(تمة)

1-3 تدريبات إعادة التعليم

تمييز متوازي الاضلاع

متوازي الاضلاع في المستوى الإحداثي: يمكنك استعمال صيغ المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان شكل رباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.



مثال: حدد إذا كان الشكل ABCD الذي إحداثيات رؤوسه:

$A(-2, 3), B(3, 2), C(2, -1), D(-3, 0)$

الطريقة 1: استعمال صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ وميل \overline{BC} : $m = \frac{2 - 3}{3 - (-2)} = \frac{-1}{5} = -\frac{1}{5}$

وميل \overline{AD} : $m = \frac{0 - 3}{-3 - (-2)} = \frac{-3}{-1} = 3$

وبما أن $m \neq -\frac{1}{5}$ ، فإن $\overline{BC} \not\parallel \overline{AD}$

وبما أن كل ضلعين متقابلين في المثلث نفسه، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ، إذن فالشكل ABCD متوازي أضلاع وفق التعريف.

الطريقة 2: استعمال صيغة المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$AB = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$CD = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$AD = \sqrt{(-3 - (-2))^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(3 - 2)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

نأخذ كل ضلعين متقابلين متساويين في الطول فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ، لذلك فالشكل ABCD متوازي أضلاع وفق الطريقة 2.

تمارين

مثل بيثا كل شكل رباعي مسطحة رؤوسه في الأمثلة 6-1. وحد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برز إجاباتك بالطريقة المذكورة.

انظر إجابات الطلاب

$D(-1, 1), E(2, 4), F(6, 4), G(3, 1)$

صيغة الميل

$A(-3, 2), B(-1, 4), C(2, 1), D(0, -1)$

$F(3, 3), G(1, 2), H(-3, 1), I(-1, 4)$

صيغة نقطة المنتصف

إذا كانت إحداثيات ثلاثة رؤوس متوازي أضلاع هي: $T(0, -3), S(2, 1), R(-2, -1)$ ، فأوجد الإحداثيات الممكنة للرأس الرابع جميعها.

$(4, -1), (0, 3), (-4, -5)$

الفضل الأول

17

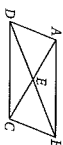
التاريخ

الاسم

1-3 تدريبات إعادة التعليم

تمييز متوازي الاضلاع

شروط متوازي الاضلاع: توجد عدة طرق لإثبات أن شكلًا رباعيًا ما هو متوازي أضلاع.



إذا كان:	إذا كان:
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$	كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متوازيين،
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$	كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين،
$\angle DAB \cong \angle BCD$ و $\angle ABC \cong \angle ADC$	كانت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقين،
$\overline{DE} \cong \overline{BE}$ و $\overline{AE} \cong \overline{CE}$	نصف قطر شكل رباعي كل منها الآخر،
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ أو $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$	كان ضلعان متقابلان في شكل رباعي متطابقين ومتوازيين،
فإن: الشكل ABCD متوازي أضلاع.	

أوجد قيمة كل من x و y بحيث يكون الشكل الرباعي FGHI متوازي أضلاع.

$$\frac{4x - 2y}{15} = \frac{6x + 3}{9}$$

$$4x - 2y = 2$$

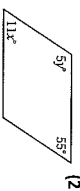
$$8 - 2y = 2$$

$$-2y = -6$$

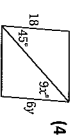
$$y = 3$$

تمارين

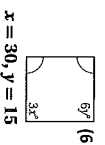
أوجد قيمة كل من x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



$$x = 5, y = 25$$



$$x = 5, y = 3$$



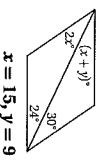
$$x = 30, y = 15$$



$$x = 7, y = 4$$



$$x = 31, y = 5$$



$$x = 15, y = 9$$

16

الفضل الأول

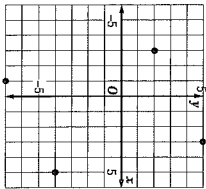
التاريخ

الاسم

1-3 تدريبات حل المسألة

تمييز متوازي الأضلاع

4) خرائط: وضع خالد مستوى إحداثيات فوق خريطة مدينة فطرت أركانها الأربعة كما في الشكل أدناه هل تشكل الأركان الأربعة رؤوس متوازي أضلاع؟ وضع إجابك.



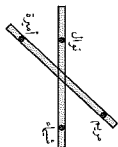
نعم؛ الأضلاع المتتالية متساوية.

5) إطار صورة: لدى مسعود قطعتان من الخشب طول كل منهما 3 ft وقطعتان أخريان طول كل منهما 4 ft، ويريد أن يصنع منها إطار صورة خشبياً على شكل متوازي أضلاع. (a) إذا ثبتت القطع الأربع عند أطرافها، فما الترتيب الذي يتعين أن يثبت به القطع حتى يكون متوازي أضلاع؟ يتعين عليه ترتيبها بالترتيب 3، 4، 3، 4 أو 4، 3، 4، 3.

(b) ما عدد متوازيات الأضلاع التي يمكنه تكوينها بهذه القطع الأربع؟ عدد لا نهائي.

(c) وضع ما يمكن أن يفعله مسعود ليحدد بدقة شكل متوازي الأضلاع. إجابة ممكنة: يمكنه أن يحدد طول أحد القطرين.

1) توازن: توازن نوال ورسم وأبرة وشيخة أنفسهم على جسم على شكل "X" يقفون على سطح الماء، وذلك بالجلوس في أربعة مواقع تشكل رؤوس متوازي أضلاع.

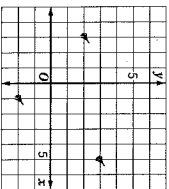


هل يتعين أن تبعد النقطيات الأربع المسافة نفسها عن مركز الجسم، إذا كان كل قاتن متقابلين الوزن نفسه؟ وضع إجابك.

لا؛ يتعين أن تكون مريم وأبرة على المسافة نفسها، ونوال وشيخة على المسافة نفسها. وليس شرطاً أن يكون بعدا نوال وشيخة عن المركز مساويين لمريم وأبرة.

2) بوصلة: وضعت إرنا بوصلتين متجاورتين على طاولة. إذا كان طول كل منهما 2 m وتشيران نحو الشمال، فهل تشكلان ضلعين في متوازي أضلاع؟ نعم.

3) تشكيلات: تبين الرسم أدناه مواقع ثلاث طائرات من بين أربع تحلق مشكلة رؤوس متوازي أضلاع، ما المواقع الثلاثة الممكنة للطائرة الرابعة؟



(1, 7), (9, -1), (-7, -3)

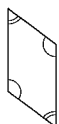
التاريخ

الاسم

1-3 تدريبات المهارات

تمييز متوازي الأضلاع

حدد ما إذا كان كل من الأشكال الرياضية الآتية متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابك.



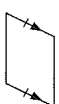
2

نعم؛ فيه كل زاويتين متقابلتين متساويتين



4

نعم؛ فيه كل ضلعين متقابلين متساويين



1

نعم؛ فيه ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين



3

لا؛ لا يتوافر فيه أي شرط كافٍ لإثبات أنه متوازي أضلاع.

هنتسة إحصائية: نقل بيانات كل شكل رياضي مما يأتي. وحد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. ودرّ إجابك بالطريقة المصححة في كل سؤال.

نعم؛ ما كان ميلاً $PQ, \overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ متساويين، فإن $RS \parallel PQ$ متساويين، فإن $RS \parallel PQ$ متساويين.

نعم؛ ما كان ميلاً $PQ, \overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ متساويين، فإن $RS \parallel PQ$ متساويين، فإن $RS \parallel PQ$ متساويين.

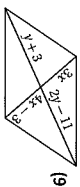
فالشكل متوازي أضلاع، لأن الأضلاع المتتالية متوازية.

6) $(-2, -1), Z(0, 2), T(0, 3), R(1, 3), S(-2, 1)$ ؛ صيغة نقطة المنتصف والجل.

نعم؛ ما كان ميلاً $PQ, \overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ متساويين، فإن $RS \parallel PQ$ متساويين، فإن $RS \parallel PQ$ متساويين.

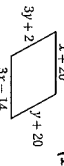
لا؛ ليس للقطرين نقطة المنتصف نفسها.

جبر: أوجد قيمة كل من x و y بحيث يكون كل من الأشكال الرياضية الآتية متوازي أضلاع.



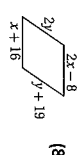
9

$x=3, y=14$



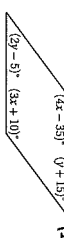
11

$x=17, y=9$



8

$x=24, y=19$



10

$x=45, y=20$

القسم الأول

19

18

القسم الأول

1-4 تدريبات إعادة التعليم المستطيل

خصائص المستطيل: المستطيل هو شكل رباعيّ زواياه الأربع قوائم. وفي ما يأتي خصائص المستطيل:

للمستحيل جميع خصائص متوازي الاضلاع.

- الأضلاع المتقابلة متوازية.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الأضلاع المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتحالفة متكملة.
- القطران ينصف كل منهما الآخر.

بالإضافة إلى:

- جميع الزوايا الأربع قوائم.
- القطران متقاطعان.

إذا كان الشكل الرابعي *RUTS* أعلاه

 $\cdot m\angle STR$

إذا كان الشكل الرابعي $RUTS$ أعلاه مستطيلاً،

 $\cdot m\angle STR$

وكان $m\angle UTR = 16x - 9$ ، $m\angle STR = 8x + 3$ فأوجد

 $\cdot m\angle STR$

مما كانت $\angle UTS$ زاوية قائمة،

$$8x + 3 + 16x - 9 = 90$$

$$24x - 6 = 90$$

$$24x = 96$$

$x=4$

$$m\angle STR = 8x + 3 = 8(4) + 3 = 35$$

जलान्

الشكل الرابع: مستطيل ABCD

1. إذا كان $CE = 2x - 4$, $AE = 36$ فإوجد قيمة x .
2. إذا كان $2 + 6y = BE$ و $CE = 4y + 6$ فإوجد قيمة y .
3. إذا كان $BC = 24$ و $AD = 5y - 1$ فإوجد قيمة y .
4. إذا كان $BEA = 62^\circ$ و $\angle BAC = 59^\circ$ فإوجد $\angle BEA$.
5. إذا كان $4 - 8y = BD$ و $AC = 7y + 3$ فإوجد BD .
6. إذا كان $12x = \angle AED$ و $\angle BEC = 10x + 20$ فإوجد $\angle AED$.
7. إذا كان $10x = \angle DBC$ و $m\angle ACB = 4x^2 - 6$ فإوجد $\angle ZACB$.
8. إذا كان $AB = 8y$ و $BC = 8y$ فإوجد BD و $\angle DBA$.

1-3 التدرّيات الإثرائية تمهين متوازي الأضلاع

وفق التعريف، يكون الشكل الرباعي متوازي إذا انقطع إذاً كل ضلعين متقابلين متوازيين. ما الشروط الأخرى الكافية خلال رسم أشكال رباعية تحقق شرطاً معيناً؟

لا تنس أنه لا يعد أي اختبار صالحاً لأنه يملو كذلك، حتى تثبت صحته.

نَفَذَ كُلًّا مِمَّا يَأْتِي:

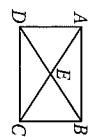
- 1) (رسم شکل) رابعاً فیہ ضلعان متقابلان متطابقان. هل أنت متأكد من کونه متوازي أضلاع؟
نعم
- 2) (رسم شکل) رابعاً فیہ کل ضلعین متقابلین متطابقان. هل أنت متأكد من کونه متوازي أضلاع؟
نعم
- 3) (رسم شکل) رابعاً فیہ ضلعان متقابلان متوازيان والضلعان الآخران متطابقان. هل أنت متأكد من کونه متوازي أضلاع؟
لا
- 4) (رسم شکل) رابعاً فیہ ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان. هل أنت متأكد من کونه متوازي أضلاع؟
نعم
- 5) (رسم شکل) رابعاً فیہ زاويتان متقابلتان متطابقان. هل أنت متأكد من کونه متوازي أضلاع؟
لا
- 6) (رسم شکل) رابعاً فیہ کل زاويتین متقابلتین متطابقان. هل أنت متأكد من کونه متوازي أضلاع؟
نعم
- 7) (رسم شکل) رابعاً فیہ ضلعان متقابلان متوازيان وزاويتان متقابلتان متطابقان. هل أنت متأكد من کونه متوازي أضلاع؟
نعم

التاريخ _____

الاسم _____

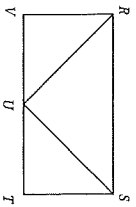
1-4 تدريبات المهارات المستحيل

جبر: الشكل الرباعي ABCD مستطيل.



- 1) إذا كان $AC = 13$ و $DB = 4x - 1$ ، فأوجد DB .
- 2) إذا كان $AC = x + 3$ و $DB = 3x - 19$ ، فأوجد AC .
- 3) إذا كان $AE = 3x + 3$ و $EC = 5x - 15$ ، فأوجد AC .
- 4) إذا كان $DE = 7x - 7$ و $AE = 4x + 9$ ، فأوجد DB .
- 5) إذا كان $m\angle DAC = 2x + 4$ و $m\angle BAC = 3x + 1$ ، فأوجد $m\angle BAC$.
- 6) إذا كان $m\angle BDC = 7x + 1$ و $m\angle ADB = 9x - 7$ ، فأوجد $m\angle BDC$.
- 7) إذا كان $m\angle ABD = 7x - 31$ و $m\angle CAD = 4x + 5$ ، فأوجد $m\angle ABD$.
- 8) إذا كان $m\angle BAC = x + 3$ و $m\angle CAD = x + 15$ ، فأوجد $m\angle BAC$.

9) برهان: اكتب برهاناً ذا عموميتين



المعطيات: الشكل RSTV مستطيل، U نقطة منتصف \overline{VT} .
المطلوب: $\triangle RUU \cong \triangle SUV$
البرهان:

المبررات	البراهات
(1) معطى.	مستطيل RSTV
(2) تعريف المستطيل.	$\angle V$ و $\angle T$ قائمان
(3) جميع الزوايا التوافقية متطابقة.	$\angle V \cong \angle T$
(4) معطى.	U نقطة منتصف \overline{VT}
(5) تعريف نقطة المنتصف.	$\overline{VU} \cong \overline{TU}$
(6) الأضلاع المتطابقة في موزاي الأضلاع متطابقة.	$\overline{VR} \cong \overline{TS}$
(7) المسألة SAS.	$\triangle RUU \cong \triangle SUV$

هندسة إحصائية: مثل بيانياً كل شكل رباعي في الأسئلة 10-12 ثم حدد إذا كان الشكل مستطلاً أم لا. برز إجاباتك مستعملاً الصيغة المحيطة في كل سؤال. انظر رموزات الطلاب.

- 1) $A(-4, -1)$, $B(2, 2)$, $C(0, 6)$, $D(-6, 3)$
- 2) $A(2, 2)$, $B(4, 2)$, $C(4, 0)$, $D(-2, 2)$
- 3) $A(3, 0)$, $B(3, 2)$, $C(4, 2)$, $D(-2, 2)$
- 4) $A(3, 0)$, $B(3, 2)$, $C(4, 2)$, $D(-2, 2)$
- 5) $A(3, 0)$, $B(3, 2)$, $C(4, 2)$, $D(-2, 2)$
- 6) $A(3, 0)$, $B(3, 2)$, $C(4, 2)$, $D(-2, 2)$
- 7) $A(3, 0)$, $B(3, 2)$, $C(4, 2)$, $D(-2, 2)$

الفصل الأول

23

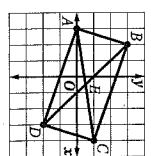
التاريخ _____

الاسم _____

1-4 تدريبات إحادة التعليم المستحيل

إثبات أن متوازي الأضلاع مستطيل، إذا كان متوازي الأضلاع مستطلاً فإن قطريه متطابقان، وعكس هذه النظرية صحيح أيضاً. فإذا كان قطر متوازي أضلاع متطابقين فإنه مستطيل.

وفي السطور الإحصائية، يمكنك استعمال صيغة المسافة بين نقطتين وصيغة الميل وخصائص القطرين لتحديد ما إذا كان شكل ما مستطلاً أم لا.



إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي ABCD هي: $A(0, 1)$, $B(2, 3)$, $C(4, 1)$, $D(2, -1)$. حدد ما إذا كان مستطلاً أم لا.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3 - 1}{2 - 0} = \frac{2}{2} = 1$$

$$m = \frac{-1 - 3}{4 - 2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$m = \frac{1 - (-1)}{2 - 4} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$m = \frac{3 - (-1)}{0 - 2} = \frac{4}{-2} = -2$$

إذا كان كل ضلعين متطابقين في الشكل الرباعي متوازيين، فإنه متوازي أضلاع، وإذا كانت الأضلاع المتتالية متعامدة، فإن الشكل مستطيل.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$BC = \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$CD = \sqrt{(2 - 4)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$DA = \sqrt{(0 - 2)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فقطريه متطابقان، إذن هو مستطيل.

تعاريف: هندسة إحصائية: مثل بيانياً كل شكل رباعي أعطيت إحداثيات رؤوسه في الأسئلة 1-4. وحدد ما إذا كان مستطلاً أم لا. برز إجاباتك مستعملاً الصيغة المحيطة في كل سؤال. انظر رموزات الطلاب.

- 1) $A(-3, 1)$, $B(-3, 3)$, $C(3, 3)$, $D(3, 1)$
- 2) $A(-3, 0)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 5)$, $D(3, 2)$
- 3) $A(-3, 0)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 5)$, $D(3, 2)$
- 4) $A(-3, 0)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 5)$, $D(3, 2)$
- 5) $A(-3, 0)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 5)$, $D(3, 2)$
- 6) $A(-3, 0)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 5)$, $D(3, 2)$
- 7) $A(-3, 0)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 5)$, $D(3, 2)$

22

الفصل الأول

التاريخ

الاسم

1-4 تدريبات الإثباتية

المحيط الثالث

يريد سلمان أن يحيط قطعة مستطيلة الشكل من حديقة بيته بسياج، فاشترى 200 ft.

(1) أكمل الجدول المجاور ليبدأ أبعاد القطع المستطيلة الخمس التي سيستخدم في تسيجها السياج كله، ثم أوجد مساحة كل قطعة.

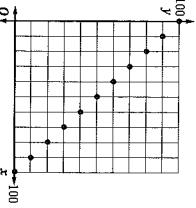
المساحة	العرض	الطول	المحيط
1600	20	80	200
2100	30	70	200
2400	40	60	200
2500	50	50	200
2475	55	45	200

(2) هل القطع المستطيلة الخمس لها المساحة نفسها؟ وألا فما مساحة القطعة الكبرى؟

(3) اكمل قاعدة لإيجاد أبعاد المستطيل الذي له أكبر مساحة عندما يكون محيط المستطيل معلوماً.

المستطيل ذو المساحة الأكبر محيطه معلوم يكون مربعاً.

(4) ليكن x يمثل طول مستطيل ولا يمثل عرضه، اكتب علاقة تربط بين x ولا لجميع المستطيلات التي محيطها 200 ft، ثم مثل هذه العلاقة في المستوى الإحداثي المجاور.



أراد سلمان أن يضع سياجاً حول قطعة مستطيلة أخرى مساحتها 100 ft^2 .

(5) أكمل الجدول لإيجاد الأبعاد الممكنة للقطع المستطيلة الخمس التي مساحتها 100 ft^2 .

المساحة	الطول	العرض	طول السياج
100	1	100	202
100	2	50	104
100	4	25	58
100	5	20	50
100	10	10	40

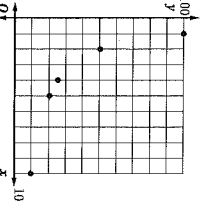
(6) يُريد سلمان أن يكون ثمن شراء السياج أقل ما يمكن، ساعده في إيجاد أبعاد القطعة التي تكلفة سياجها أقل ما يمكن؟

$$10 \text{ ft} \times 10 \text{ ft}$$

(7) اكتب قاعدة لإيجاد أبعاد المستطيل ذي المحيط الأصغر عندما تكون مساحة المستطيل معطاة.

المستطيل الذي محيطه أقل ما يمكن ومساحته معلومة يكون مربعاً.

(8) افترض أن x يمثل طول المستطيل ولا يمثل عرضه، اكتب علاقة تربط بين x ولا للمستطيل الذي مساحته 100 ft^2 ، ثم مثل هذه العلاقة في المستوى الإحداثي المجاور.



25

الفصل الأول

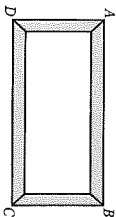
التاريخ

الاسم

1-4 تدريبات حل المسألة

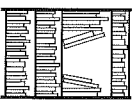
المستطيل

(1) أطراف: كون جواد الأطار المستطيل المبين أدناه.



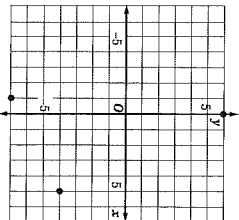
ثم قاس المسافتين AC و BD ، يتأكد من أن الأطار مستطيل، ما العلاقة بين طائفتي المسافتين إذا كان الأطار مستطيلاً؟ يثبت أن تكونا متساويتين.

(2) زوف الكعب: تكون جوانب كعب من لوجي خشب رأسيتين وخسبة زوف أفقية، هل كل قسم من الأقسام الأربعة المخفضة لوضع الكعب مستطيل؟ وضح إجاباتك.



فعلاً، كل زاوية من الزوايا الأربع لكل واحد من الأقسام الأربعة ناتجة من تقاطع مستقيم أفقي ومستقيم رأسي، فهي زاوية قائمة. وعليه، فإن كل قسم من الأقسام الأربعة مستطيل لأن زواياه الأربع قائمة.

(3) مسح الأراضي: يحدد مساح أراضي رؤوس قطعة أرض مستطيلة. ثلاثة رؤوس منها مبينة في الشكل أدناه.



ما إحداثيات الرأس الرابع؟ (3، -6)

24

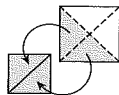
الفصل الأول

التاريخ

الاسم

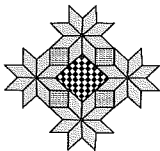
1-5 تدريبات حل المسألة المعين والمربع

4 مربعات: قسّمت مربعة موزعة على طول قطريه فحصلت على أربعة مثلثات قائمة ومطابقة. ثم لصقت اثنين منها من جهة ضلعيهما الطويلين. أثبت أن الشكل الناتج مربع.



إجابة ممكنة: ينتج عن قطري المربع أربعة مثلثات قائمة ومطابقة (ضلعين). وعندما يُصق مثلثان قائمان ومطابقان ومطابقا الضلعين على طول وتريهما، ينتج شكل رباعي أضلاعه الأربعة متطابقة ووزاياه الأربعة قائم (بأن $90^\circ = 45^\circ + 45^\circ$) مما يجعله مربعاً.

5 تصميم: استعملت هدى 32 من الميقات الموجودة في الأركان؟ تصميم يشبه الزهرة عند كل ركن كما في الشكل أدناه.



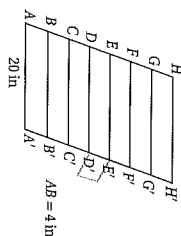
أ) ما قياسات زوايا الميقات الموجودة في الأركان؟

$45^\circ, 135^\circ, 45^\circ, 135^\circ$

ب) ما أنواع الأشكال الرباعية المتبقية والشكل الرباعي الذي يتوسط التصميم؟

جميعها مربعات.

1 زوف الألياق: المنظر الجانبى للمحامل أدناه الذى توضع عليه الألياق يبدو على صورة موزاي أضلاع. إذا كانت المسافات بين الزوف متساوية،



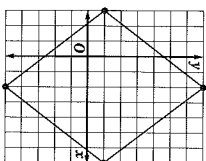
في القطعتان اللتان تتشكلان مع القطعتين A و A' متساوية؟

F, F'

2 شرائخ: قسم سامر موزاي على طول قطريه، فحصل على أربعة مثلثات متطابقة. صنف هذه المثلثات إلى حالة الزوايا أو متفرجة الزاوية أو قائمة الزاوية.

قائمة الزاوية

3 نوافذ: رسمت نافذة في المستوى الإحداثي أدناه.



حدد ما إذا كانت النافذة مربعة أم متساوية.

معين

التاريخ

الاسم

1-5 تدريبات المهارات المعين والمربع

جزء: الشكل الرباعي DRKM معين.

1 إذا كان $DK = 8$ فأوجد KL .

2 إذا كان $m\angle DKL = 82$ فأوجد $m\angle DML$.

3 إذا كان $DA = 4x - 3$ فأوجد DL .

4 إذا كان $DA = 4x - 3$ فأوجد DL .

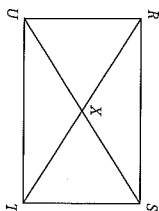
5 إذا كان $DA = 4x - 3$ فأوجد DL .

6 إذا كان $DA = 4x - 3$ فأوجد DL .

7 برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: الشكل الرباعي RSTU متوازي أضلاع.

المطلوب إثبات أن: الشكل RSTU مستطيل.



1 المعطيات: $RS \cong TU$ و $RT \cong SU$.

2 تعريف القطع المستقيمة المتطابقة: $RS \cong TU$ و $RT \cong SU$.

3 مسطرة: $RS \cong TU$ و $RT \cong SU$.

4 خاصية التوافق: $RS \cong TU$ و $RT \cong SU$.

5 خاصية التثني: $RS \cong TU$ و $RT \cong SU$.

6 تعريف القطع المستقيمة المتطابقة: $RS \cong TU$ و $RT \cong SU$.

7 هندسة: $RS \cong TU$ و $RT \cong SU$.

هذه مسألة إحدائية: مستعملاً إجابات الرؤوس المعطاة في كل الأسئلة 8-11، حدد ما إذا كان $QRST$ مربعاً أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب كل ما يطبق عليه من تسميات. ووضح إجابتك.

معين: $T(-1, 5), S(-1, 1), R(3, 1), Q(3, 5)$

معين: $T(-1, 1), S(-1, 4), R(5, 12), Q(-5, 12)$

معين: $T(-8, 10), S(2, 5), R(4, -6), Q(-6, -1)$

معين: $T(-2, 6), S(-10, 2), R(-6, -8), Q(2, -4)$

معين: $T(-2, 6), S(-10, 2), R(-6, -8), Q(2, -4)$

معين: $T(-2, 6), S(-10, 2), R(-6, -8), Q(2, -4)$

معين: $T(-2, 6), S(-10, 2), R(-6, -8), Q(2, -4)$

معين: $T(-2, 6), S(-10, 2), R(-6, -8), Q(2, -4)$

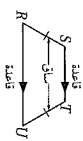
معين: $T(-2, 6), S(-10, 2), R(-6, -8), Q(2, -4)$

معين: $T(-2, 6), S(-10, 2), R(-6, -8), Q(2, -4)$

النصف الأول

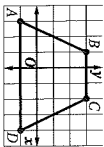
1-6 تدريبات إعادة التأهيل

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية



$STUR$ شبه منحرف متطابق السابقين
 $\overline{SR} \cong \overline{TU}, \angle U \cong \angle R; \angle T \cong \angle S$

خصائص **شبه المتحرف**: شبه المتحرف شكل رباعي فيه ضلعان ^٢ منهُما قاعدة شبه المتحرف، ويسمى الضلعان المتوازيين ساقَي شبه المتحرف. وإذا كان الساقان متطابقين فإنه يسمى شبه متحرف متطابق الساقين. وفي شبه المتحرف متطابق الساقين تكون زاويتا كل قاعدة متطابقتين وتُعرف أيضًا.



رؤوس الشكل $ABCD$ هي: $A(-3, -1)$, $B(-1, 3)$, $C(2, 3)$, $D(4, -1)$

بين أن $ABCD$ شبه منحرف. وحدد ما إذا كان متطابق السابقين أم لا.

$$m = \frac{-1 - (-1)}{4 - (-3)} = -\frac{0}{7} = 0 : \overline{AD} \text{ ميل } m = \frac{3 - (-1)}{-1 - (-3)} = \frac{4}{2} = 2 : \overline{AB} \text{ ميل}$$

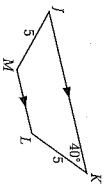
$$m = \frac{-1-3}{4-2} = -\frac{4}{2} = -2; \overline{CD} \text{ } j_{x^0}, m = \frac{3-3}{2-(-1)} = \frac{0}{3} = 0; \overline{BC} \text{ } j_{x^0}$$

بما أن في مثلثين متوازيين قطوعهما \overline{AD} و \overline{BC} ، فإن الشكل $ABCD$ شبه منحرف، ولما كان $AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ، $CD = \sqrt{(2-4)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ، فإنه شبه منحرف.

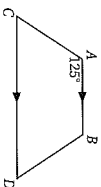
کما دین

وَجَدَ الْقِيَاسَ الْمَطْلُوبَ فِي كُلِّ مِنَ السُّوَالَيْنِ 1 وَ 2:

140° mL (2



55° $m\angle D$ (1



منذ سنة إحصائية: حدد ما إذا كان الشكل الرباعي الذي رؤيته معطاة في كل من السؤالين 3 و4، شبه منحرف. ران كان كذلك، فهل هو متطابق الضامعين أم لا؟

$J(1, 3), K(3, 1), L(3, -2), M(-2, 3) (4$

$A(-1, 1), B(3, 2), C(1, -2), D(-2, -1)$ (3)

وإذا كان $3 = JM = KL$ ، فهو متطابق الساقين $JKLM$ ولذا $JK \parallel LM, JM \nparallel KL$ شبه متعرف

وإذا كان $AB = \sqrt{17}, CD = \sqrt{10}$ فهو غير متطابق الساقين $ABCD$ ولذا $AD \parallel BC, AB \nparallel CD$ شبه متعرف

الشكل المجاور M, N نقطتا متصفحي السائقين لشبه المنعرج HIK .

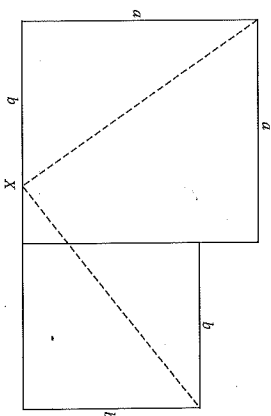
46. MN إذا كان $HJ = 5$, $LK = 60$ فإن JG =

38. $IJ = 18$, $MN = 28$ إذا كان HJ ، فأوجد IK .

1-5

الغاز على نظرية فيثاغورس

ويمكنك تذكير لغز يو فصح نظرية فيثاغورس، وذلك برسم مربعين وقصهما بطريقة معينة. ومثل ذلك اللغز الميت أدناه. ويمكنك



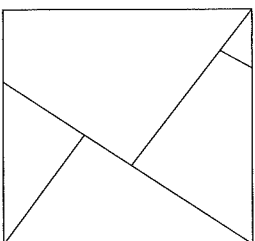
انظر إجابات الطلاب. إجابة ممكنة: الشكل المعروف أدناه.

[1] أنسى مربعا بدقه واكتب عليه طول ضعه a ، ثم أنسى مربعا صغيرا الى يمين المربع الاول، طول ضله a على صورة الشكل أعلاه. يتبين أن تكون القائدان متجاورتين وعلى استقامة واحدة.

(2) عين النقطة X على بعد p وحدة من الحافة اليسرى للمربع الكبير، ثم ارسم نقطتين مستقيمتين الأولى من الرأس العلوي اليسر للمربع الأكبر إلى النقطة X ، والثانية من الرأس العلوي الأيمن للمربع الأصغر إلى النقطة X .

3) قصّ القطع الخمس وأعد ترتيبها لشكل مربعًا كبيرًا.
وارسم شكلاً يبين إجاباتك.

4) أثبت أن طول كل من أضلاع المربع يساوي $\sqrt{a^2 + b^2}$



التاريخ _____

الاسم _____

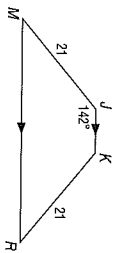
1-6 تدريبات المهارات

شبه المنحرف وشكل الطائفة الورقية

أوجد القياس المطلوب في كل من الأمثلة الآتية:

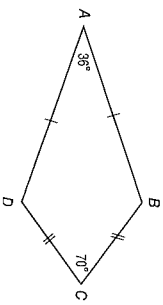
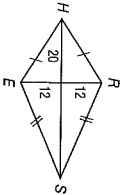
$$38^\circ m\angle M(2)$$

$$117^\circ m\angle S(1)$$



$$\sqrt{544} = 4\sqrt{34} \quad RH(4)$$

$$127^\circ m\angle D(3)$$



في الشكل المجاور، S, T تقطعا متصفي السابقين لشبه المنحرف $HJKL$.

$$28. TS = 14, HK = 42 \text{ أوجد } TS$$

$$11. HJ = 19, TS = 15 \text{ أوجد } HJ$$

$$13. LK = 19, TS = 10 \text{ أوجد } LK$$

$$13. ST = 10, HJ = 7, TS = 10 \text{ أوجد } ST$$

هندسة إحصائية: زوروس الشكل الرباعي $EFCH$ هي $H(-4, 4)$ ، $F(5, 0)$ ، $G(8, -5)$ ، $E(1, 3)$.

بين أن $EFCH$ شبه منحرف.

$\overline{HE} \parallel \overline{FG}$ ولكن $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$

حدد إذا كان $EFCH$ شبه منحرف مطابق السابق أم لا. وضح إجابتك.

$$10. EH = \sqrt{26}, FG = \sqrt{34} \text{ ليس متساوي السابقين}$$

الفصل الأول

33

التاريخ _____

الاسم _____

(تكملة)

1-6 تدريبات إعداد التقييم

شبه المنحرف وشكل الطائفة الورقية

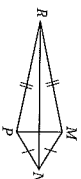
خصائص شكل الطائفة الورقية: شكل الطائفة الورقية هو شكل رباعي يتكون من زوجين متساويين من الأضلاع المجاورة المتعاقبة، وعلى مكنس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائفة الورقية ليسا متطابقين ولا متوازيين.

قبل شكل الطائفة الورقية متعامدان.

في شكل الطائفة الورقية $RMNP$ المجاور، $\overline{MP} \perp \overline{RN}$

برجدي في شكل الطائفة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتعاقبة المتطابقة.

في شكل الطائفة الورقية $RMNP$ المجاور، $\angle M \cong \angle P$



إذا كان $WXYZ$ شكل طائفة ورقية، فأوجد $m\angle Z$

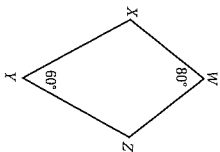
$$\angle X \cong \angle Z \text{ قياسي}$$

$$\angle X + \angle Y + \angle Z + \angle W = 360^\circ$$

$$\angle X + 60^\circ + \angle Z + 80^\circ = 360^\circ$$

$$\angle X + \angle Z = 220^\circ$$

$$\angle X = 110^\circ, \angle Z = 110^\circ$$



إذا كان $ABCD$ شكل طائفة ورقية، فأوجد BC .

مطابق

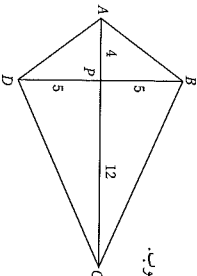
قطر شكل الطائفة الورقية متعامدان، استعمل نظرية فيثاغورس لتجد الطول المطلوب.

$$BP^2 + PC^2 = BC^2$$

$$5^2 + 12^2 = BC^2$$

$$169 = BC^2$$

$$13 = BC$$



تساويين

إذا كان $GHJK$ شكل طائفة ورقية، فأوجد كل قياس فيما يلي:

$$1. \angle RJK = 90^\circ$$

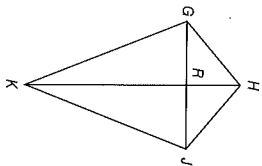
$$2. \text{إذا كان } JK = 3, RK = 10 \text{ أوجد } JH$$

$$3. \text{إذا كان } m\angle GHJ = 90^\circ, m\angle GKH = 110^\circ \text{ أوجد } m\angle HJK$$

$$4. \text{إذا كان } HJ = 7 \text{ أوجد } HG$$

$$5. \text{إذا كان } GR = 5, HG = 7 \text{ أوجد } HR$$

$$6. \text{إذا كان } m\angle GKH = 95^\circ, m\angle GHJ = 52^\circ \text{ أوجد } m\angle HJK$$



32

الفصل الأول

التاريخ _____

الاسم _____

1-6 التدرّيات الإثرائية

الإشكالات الرياضية هي الإنشاءات

تُستعمل الإشكالات الرياضية في الأحيان الإنسانية كثيراً.

1) يمثل الشكل المجاور هيكل سقف تظهر فيه أشكال هندسية علقة. حدد الأشكال الآتية في الشكل وظلّل حوافها.

انظر إجابات الطلاب

(a) مثلث متطابق الضلعين.

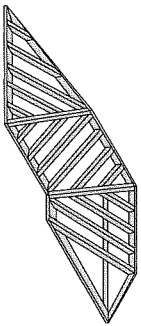
(b) مثلث مختلف الضلاع.

(c) مستطيل.

(d) مربع.

(e) شبه منحرف (غير متطابق الساقين).

(f) شبه منحرف متطابق الساقين.



2) يمثل الشكل المجاور نافذة، عرض الأجزاء الخشبية بين الأرواح الزجاجية فيها

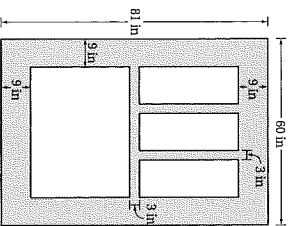
3 in، وعرض الإطار الخارجي 9 in. وبعد النافذة من الخارج 60 in في 81 in.

إذا علمت أن لجميع الأرواح الزجاجية العليا والروح الزجاجي السفلي الارتفاع نفسه، والأرواح الزجاجية الثلاث العليا متساوية، فأوجد كل مما يأتي:

(a) عرض الروح الزجاجي السفلي. 42 in

(b) عرض كل من الأرواح الزجاجية العليا. 12 in

(c) ارتفاع كل لوح زجاجي. 30 in

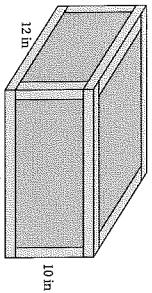


3) دُفِّعت كل حافة للصندوق المجاور بشرط لاصق، إذا كان طول

الصندوق 20 in، وعرضه 12 in، وارتفاعه 10 in.

فما طول الشريط اللاصق الذي استُعمل؟

168 in



الفصل الأول

35

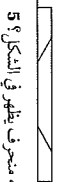
التاريخ _____

الاسم _____

1-6 تدرّيات حل المسألة

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

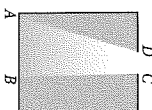
3) طائرات: يبين الشكل أدناه سطحًا مستطالاً لمدرج مطار.



كم شبه منحرف يظهر في الشكل؟ 5

4) إنشاء: داخل الأشعة عبر باب غرفة من مصباح خارجها

لشئ منطقة من أرضيتها على صورة شبه المنحرف ABCD.



تحت أي شروط سيكون شبه المنحرف ABCD متطابق

المساقيين؟ عندما يكون مصدر الضوء على خطين متوازيين من C

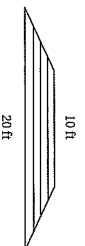
و D ولهما أقطعة موازية عبر الباب.

5) فوج: ضُمت درجات في مسرح مدرسي كما في الشكل.

تكوّن الدرجات من 4 أجزاء، كل منها على صورة شبه

منحرف، ويمكنك وضعها الواحد فوق الآخر لتكوّن أشكال

شبه منحرف مختلفة الارتفاعات.



وجميع الدرجات لها الارتفاع نفسه، إذا وضعنا الدرجات

الأربع جميعها، يكون عرض قمة الدرج 10 ft.

(a) إذا استعملت الدرجان السفليان فقط، فكم يكون

عرض قمة الدرج؟ 15 ft

(b) كم قدما يكون عرض قمة الدرج إذا استعملت الدرجات

الثلاث السفلى فقط؟ 12.5 ft

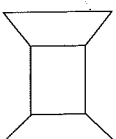
1) الرسم المنظوري: يستعمل الفنانون طرقاً مختلفة لجعل الأشياء

يبدو ثلاثية الأبعاد عند رسمها في بُعدين. رسم كمال جدران غرفة.

تدبّر أن جميع الجدران تكون مستطيلة في الحياة الواقعية.

فعل أي صورة رسم كمال الجدران الجانبيّة لجعلها تبدو

ثلاثية الأبعاد؟



شبه معروف

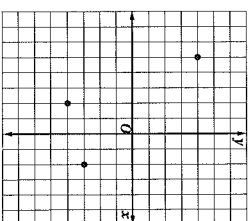
2) مساحة عاتقة: صمّم مهندس مساحة عاتقة على صورة شكل

طائرة ورقية تعطي شعوراً بالامتداد. تظهر في المستوى

الإحداثي أدناه ثلاثة أركان من الأركان الأربعة للمساحة.

إذا كان الركن الرابع يقع في الربع الأول من المستوي،

فما إحداثيته؟



(3, 1)

الفصل الأول

34

رياضيات ٢