وزارة التربية والتعليم
Ministry of Education
المملكة العربية السعودية

ربط الرياضيات مع الفيزياء

الصف الثاني الثانوي

قسم العلوم الطبيعية

العبيكان Obeikan

١٤٣٤هـ - ٢٠١٣م

McGraw Hill Education

الفيزياء ـ الصف الثاني الثانوي

Glencoe Sience

CONNECTING MATH TO PHYSICS

ربط الرياضيات مع الفيزياء

Physics

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

المحتويات

إلى المعلم iv

نشاط 1 : القياسات الزاويّة 1

نشاط 2 : خصائص الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية 3

نشاط 3 : التعبير العلمي 5

نشاط 4 : الحجم والمساحة 7

نشاط 5 : المساحة تحت المنحنى 9

نشاط 6 : اختصار المعادلات 11

نشاط 7 : العلاقات الطردية والعكسية 13

نشاط 8 : جمع الكسور وطرحها 15

نشاط 9 : ترتيب العمليات 17

نشاط 10 : تمثيل منحنيات جيب الزاوية وجيب تمامها 19

إجابات الأنشطة 21

إلى المعلم

يوفر كتاب "ربط الرياضيات مع الفيزياء" أنشطةً تساعد على تطوير عشر مهارات رياضية مرتبطة بدراسة الفيزياء عند الطلاب، وتزودهم هذه الأنشطة بإرشادات وتمارين إضافية تساعدهم متى كانوا في حاجة ماسة إليها. ويتراوح مدى هذه المهارات بين المبادئ الأساسية في الرياضيات، مثل قياس الزوايا، وتقنيات الرسم البياني، حتى المهارات الأكثر تعقيدًا، مثل المعادلات الأُسية ورسومها البيانية.

الربط مع كتاب الطالب للفيزياء

تتلاءم الأنشطة في كتاب "الربط مع الرياضيات" مع الفصول التالية في كتاب الفيزياء للصف الثاني الثانوي. الجدول أدناه يساعدك بطريقة مثلى على أن تستخدم الأنشطة في هذا الكتاب.

النشاط	استخدامه
النشاط 1: القياسات الزاوية	الفصل 1
النشاط 2: خصائص الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية	الفصل 2
النشاط 3: التعبير العلمي	الفصل 4
النشاط 4: الحجم والمساحة	الفصل 6
النشاط 5: المساحة تحت المنحنى	الفصل 7
النشاط 6: اختصار المعادلات	الفصل 8
النشاط 7: العلاقات الطردية والعكسية	الفصل 9
النشاط 8: جمع وطرح الكسور	الفصل 10
النشاط 9: ترتيب العمليات	الفصل 11
النشاط 10: تمثيل منحنيات جيب الزاوية وجيب تمامها	الفصل 12

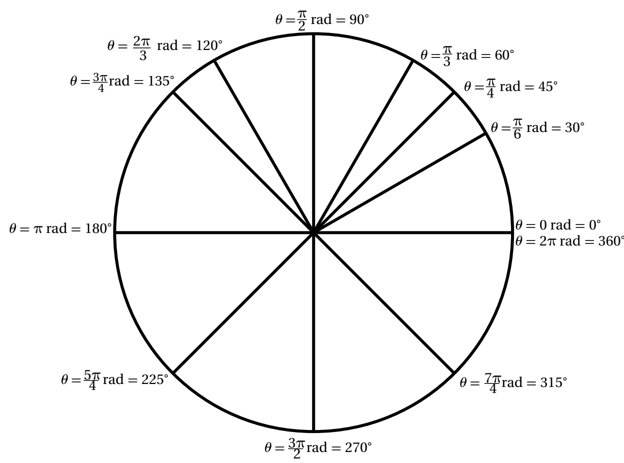
الاسم:______________ التاريخ:______________ الحصة:______________

النشاط

1 ربط الرياضيات مع الفيزياء

القياسات الزاويّة Angular Measurements

تشير القياسات الزاوية إلى مقدار الدوران، ووحدة القياس المستخدمة لها عادة هي الدرجة، حيث $1^{\circ} = \frac{1}{360}$ جزءًا من الدائرة. في الشكل أدناه الزاوية θ تمثل الدوران، أي قياس الزاوية، وعندما يكون قياس الزاوية $\theta = 360^{\circ}$، تكون دورة كاملة قد تم قياسها.



هناك وحدة أخرى يمكن استخدامها في القياسات الزاوية، وهي وحدة الراديان، الذي يُحدَّد بزاوية تقابل قوسًا طوله d، مساويًا لنصف قطر الدائرة. لاحظ أن الشكل أعلاه يبين قياس الزاوية بوحدتي الدرجة والراديان.

كيف يقاس طول القوس؟ تذكر أن محيط الدائرة يساوي $2\pi r$، فإذا كان $C = 2\pi$ ، ونصف القطر $r = 1$، فإنه لدورة كاملة يكون $\theta = 2\pi \text{ rad} = 360^{\circ}$. ولنصف دورة يكون:

$$\theta^{\circ} = \frac{C}{2}\text{ rad} = \frac{2\pi}{2}\text{ rad} = \pi \text{ rad} = 180^{\circ}$$

وللتحويل من وحدة الراديان إلى وحدة الدرجة، استخدم العلاقة $\pi \text{ rad} = 180^{\circ}$ للحصول على معامل التحويل.

حَوِّل من وحدة الراديان إلى وحدة الدرجة.

.1 $\frac{3\pi}{2}$ rad

.2 $\frac{\pi}{6}$ rad

.3 $\frac{\pi}{8}$ rad

.4 $\frac{3\pi}{4}$ rad

الاسم: ________________

1 ربط الرياضيات مع الفيزياء

حول من وحدة الدرجات إلى وحدة الراديان مستخدمًا π في إجابتك (مساعدة: استخدم معامل التحويل لتكوين كسر، ثم اختصر الكسر).

.5 $360°$

.6 $45°$

.7 $135°$

.8 $60°$

عندما لا يساوي نصف القطر وحدة واحدة فإن القياسات الزاوية بوحدة الراديان لا تساوي طول القوس، وبذلك فإن العلاقة بين كل من θ, r, d تصبح كالتالي: $d = r\,\theta$، حيث الزاوية θ بوحدة الراديان (لا بوحدة الدرجات) وعندما $r = 1$ فإن $d = \theta$.

أوجد القيمة الناقصة (ملاحظة: d تمثل طول القوس، وليس نصف القطر) في كل مما يلي:

.9 إذا كانت $\theta = \pi$ rad و $r = 2.0$ m فأوجد d.

.10 إذا كانت $\theta = \frac{\pi}{3}$ و $r = 9.0$ mm فأوجد d.

.11 إذا كانت $\theta = 2\,\pi$ rad و $d = 2.0$ cm فأوجد r.

.12 إذا كانت $\theta = \frac{2\pi}{3}$ و $d = 10.0$ m فأوجد r.

.13 إذا كانت $d = 10.0$ mm و $r = 2.0$ mm فأوجد θ.

.14 إذا كانت $d = 90.0$ km و $r = 30.0$ km فأوجد θ.

النشاط

2 ربط الرياضيات مع الفيزياء

خصائص الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية Properties of Real Numbers and Algebraic terms

لفهم الفيزياء والرياضيات عند حل المسائل الحسابية لا بد من فهم خصائص الأعداد الحقيقية الأساسية والمقادير الجبرية. فالأعداد الحقيقية تتضمن كل الأعداد على خط أعداد محدد كالمحور السيني x في النظام الإحداثي، بينما المقادير الجبرية تتضمن مجموعة من حدود جبرية تضاف بعضها إلى بعض، فحدود المقدار الجبري $3x + 4y + 1$ هي $3x$ و$4y$ و1.

وتتصف الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية بمجموعة من الخصائص الأساسية هي: خاصية الإبدال، وخاصية التجميع، وخاصية التوزيع، وخاصية المساواة، وهذه الخصائص تساعد على إعادة ترتيب المعادلات وحلها. فخاصية الإبدال تنص على إمكانية جمع أو ضرب عددين أو حدين جبريين بأي ترتيب، فمثلًا: $3 + 2 = 2 + 3$ و $x + y = y + x$ و $2 \times 3 = 3 \times 2$ و $x\ y = y\ x$ وتسمح هذه الخاصية بإعادة ترتيب حدود المعادلة، وبذلك يمكن كتابة: $F = m\ a$ على الصورة $F = a\ m$ والإجابة لا تتغير. أما خاصية التجميع فتنص على جمع أو ضرب ثلاثة حدود أو أكثر معًا فإنه ليس مهمًّا أي من تلك الحدود تجمع أو تضرب أولاً. فمثلاً: $(x\,y)\,z = x(y\,z)$ ، $(4 + 3) + 2 = 4 + (3 + 2)$

وتنص خاصية التوزيع على أن الضرب يوزع على الجمع؛ أي أن الحد المضروب فيه يمكن أن يوزع على حدود ما داخل القوس، فمثلًا: $2\ (x + y) = 2\ x + 2\ y$، أي عندما يجمع حدان معًا، ثم يضرب الناتج في حد آخر، فالإجابة تبقى هي نفسها كضرب ما داخل القوس في الحد الجديد، ثمَّ جمع الحدين الناتجين معًا. فمثلًا: $2\ (3x + 4) = (2 \times 3x) + (2 \times 4) = 6x + 8$.

حدّد الخاصية المستخدمة في كل مما يأتي:

.1 $t_f + t_i = t_i + t_f$

____

.2 $2\ (RB) \cos\theta = 2\ R\ (B \cos\theta)$

____

.3 $3x + 3y = 3\ (x + y)$

____

.4 $A + (B + C) = (A + B) + C$

____

والهدف من حل المعادلة الجبرية فصل المتغيرات في أحد جوانبها، والحصول على كل الحدود الأخرى في الجانب الآخر المقابل لعلاقة المساواة. لذلك يجب إعادة ترتيب المعادلة لحساب المتغير. تستخدم خاصية المساواة لنقل الحدود من أحد طرفي المعادلة إلى الطرف الآخر. وتنص هذه الخاصية على أنه "يمكن إجراء عملية رياضية في أحد جانبي المعادلة ما دام بالإمكان إجراء هذه العملية في الجانب الآخر"، فمثلًا في المعادلة $1 = 1$ إذا أضيف العدد 3 إلى كلا الطرفين فإن $3 + 1 = 3 + 1$، والناتج $4 = 4$؛ لأن الرقم نفسه 3 قد أضيف إلى كلا الطرفين فيبقيان متساويين. إذا كانت $x + 1 = 2$ فإنه يمكن في هذه الحالة عزل المتغير x في الطرف الأيسر من المعادلة إذا تم طرح العدد 1 من طرفي المعادلة كليهما؛ أي أن $x + 1 - 1 = 2 - 1$؛ ولأن القيمة نفسها قد طرحت من طرفي المعادلة كليهما فقد بقيت علاقة المساواة صحيحة.

ويمكن تنفيذ عملية عكسية، وذلك بنقل حد من أحد طرفي معادلة إلى الطرف المقابل، بحيث تكون عمليةُ الجمع عمليةً عكسية لعملية الطرح، وتكون عمليةُ الضربِ عمليةً عكسيةً لعملية القسمة. فمثلًا لحل المعادلة $v = \frac{d}{t}$ بالنسبة إلى المتغير d فإن المتغير t يجب نقله إلى الطرف الآخر؛ وذلك من أجل فصل d في الطرف الأيمن، فإذا ضربت $\frac{d}{t}$ في t، وجب ضرب الطرف الأيسر t أيضًا. وذلك لأن عملية الضرب هي العملية العكسية لعملية القسمة. وبعد أن تمت عملية ضرب t في كل من طرفي المعادلة $v = \frac{d}{t}$، كان الناتج $t \times v = \frac{d}{t} \times t$، أي أن $tv = d$.

2 ربط الرياضيات مع الفيزياء

استخدم كلًّا من خصائص الإبدال والتجميع والتوزيع والمساواة لحل المعادلات التالية:

.5 $x + 5 = 8$، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير x.

.6 $2\,z = 4$، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير z.

.7 $v = \frac{d}{t}$، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير t.

.8 $\mathrm{I} = m\,(v_f - v_i)$، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير v_f.

التعويض الجبري Algebraic substitution

في كتاب الطالب تحولت المعادلة $F = ma$ إلى المعادلة $F\Delta t = \Delta p$، وهذا التحويل ممكن تنفيذه باستخدام الخصائص الموضحة سابقًا، إضافة إلى خاصية التعويض، وتتم عملية التعويض عندما تستبدل المتغيرات بأعداد أو حدود جبرية. فمثلًا إذا كانت $a = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$ في المعادلة $F = ma$، فإن قيمة a العددية تعوض بدل المتغير a في المعادلة لتصبح $F = m \times 9.8\ \mathrm{m/s^2}$. إذا عُوض $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ بدلًا من القيمة العددية للمتغير a، فإن $F = m\,\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، ولأن التعبير $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ يساوي a فإنه يمكن التعويض به في أي معادلة تحتوي على المتغير a بوصفه أحد متغيراتها. وهذه تمثل الخطوة الأولى في عملية تحويل المعادلة $F = m\,a$ إلى المعادلة $F\Delta t = \Delta P$، التي تمت بحسب الخطوات الآتية: (1) $\mathrm{F = m\,a}$ (2) $F = m\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$ (تعويض $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) (3) $F\Delta t = m\ \Delta V$

(خاصية المساواة، ضرب طرفي المعادلة في المتغير Δt) (4) $F\Delta t = m\,(v_f - v_i)$ (تعويض $\Delta V = v_f - v_i$)

(5) $F\Delta t = m\,v_f - m\,v_i$ (خاصية التوزيع) (6) $F\Delta t = p_f - p_i$ (تعويض باستخدام معادلة كمية التحرك $p = mv$)

(7) $F\Delta t = \Delta P$ تعويض ($\Delta p = p_f - p_i$)

فدراسة مواضيع الفيزياء المختلفة تحتاج إلى إعادة ترتيب المعادلات أو معالجتها؛ لاشتقاق معادلات جديدة منها.

استخدم كلًّا من خصائص التعويض والإبدال والتجميع والتوزيع والمساواة لاشتقاق المعادلات التالية:

.9 حول المعادلة $a = (v_f - v_i)/\Delta t$ إلى $\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$. استخدم $\Delta v = v_f - v_i$.

.10 حَوِّل المعادلة $F = m\,a$ إلى $\tau = \alpha\,I$. استخدم $a = \alpha\,r$ و $\tau = Fr$ و $I = mr^2$.

النشاط

3 ربط الرياضيات مع الفيزياء

التعبير العلمي Exponential Notation

في معادلة الطاقة الحركية $KE = \frac{1}{2}\ mv^2$، المتغير v مرفوع إلى الأُس2، والأُس هو الرقم الصغير الواقع على الجانب الأعلى الأيمن من المتغير، وتمثل b^x الشكل العام للتعبير الأُسي، حيث b تمثل الأساس، وx الأُس. يطبق التعبير العلمي في كثير من الحالات، وخصوصًا عندما يكون من المهم ضرب العدد أو المتغير في نفسه مراتٍ عدة. فبدلًا من كتابة عملية الضرب للعدد في نفسه مرات عدة، يكتب العدد مرة واحدة مع الأُس، ومقدار الأُس يدل على عدد المرات التي يضرب فيها العدد (الأساس) في نفسه. فمثلًا:
$8^6 = 8\times8\times8\times8\times8\times8$ و $v\times v = v^2$، وإذا كان العدد أو المتغير مرفوعًا إلى الأُس1، إلى الأُس1 عادة يُهمل؛ إلى الأُس2 أي أن: $m^1 = m$ و$3^1 = 3$، وفي المعادلة $a = \frac{d}{t^2}$ يلاحظ أن الأُس في المقام، ويمكن كتابة المعادلة على الصورة $a = dt^{-2}$، حيث يحمل المتغير t أُسًّا سالبًا، والقاعدة الأساسية للأُس السالب هي $\frac{1}{b^x} = b^{-x}$ فمثلًا $\frac{1}{9^3} = 9^{-3}$، و$\frac{1}{6^{-7}} = 6^{-(-7)} = 6^7$.

وللأُس صورٌ أخرى، فيمكن أن يكتب الجذر التربيعي أو التكعيبي في صورة عدد كسري؛ فالجذر التربيعي $\sqrt{b}$ يكتب في صورة $b^{\frac{1}{2}}$، والجذور التكعيبية $\sqrt[3]{b}$ يكتب في صورة $b^{\frac{1}{3}}$.

أعد كتابة المقادير الرياضية التالية بدلالتها الأُسية، بحيث يكون الأُس موجبًا.

1. $9 \times 9 \times 9$ ________
2. $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ________
3. 1 ________
4. $a \times a$ ________
5. 7^{-5} ________
6. v^{-8} ________
7. $\frac{1}{3^{-4}}$ ________
8. $\frac{1}{z^{-x}}$ ________
9. $\sqrt{16}$ ________
10. $\sqrt{c^2}$ ________
11. $\sqrt[3]{8}$ ________
12. $\sqrt[3]{x^3}$ ________

قاعدة ضرب الأُسس: عند إجراء عملية ضرب كميتين لهما الأساس نفسه، فيمكن كتابة الناتج في صورة الأساس مرفوعًا إلى الأُس ناتج جمع الأُسين: $b^x + b^y = b^{x+y}$، فمثلًا: $3^2 + 3^3 = 3^5 = 243$

قاعدة قسمة الأُسس: عند إجراء عملية القسمة لكميتين لهما الأساس نفسه، يمكن كتابة الناتج في صورة الأساس مرفوعًا إلى الأُس ناتج طرح الأُسين: $\frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$ فمثلًا: $\frac{4^3}{4^5} = 4^{3-5} = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

ويمكن توضيح عملية القسمة من خلال تفكيك الأُسس: $\frac{4^3}{4^5} = \frac{(4\times4\times4)}{(4\times4\times4\times4\times4)} = \frac{1}{4\times4} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

الاسم: ______________

3 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد القيمة العشرية للمقادير التالية:

13. 10^4 ______________

14. 2.00^{-3} ______________

15. $8.00^1 \times 8.00^2$ ______________

16. $5.0^{-4} \times 5.0^6$ ______________

17. $7.0^{-6} \times 7.0^5$ ______________

18. $9.0^{-1} \times 9.0^{-1}$ ______________

19. $\frac{6.0^4}{6.0^2}$ ______________

20. $\frac{3^9}{3^8}$ ______________

21. $\frac{2.0^2}{2.0^{-4}}$ ______________

22. $\frac{4^{-2}}{4^{-3}}$ ______________

23. $\frac{5^{-2}}{5^{-1}}$ ______________

إن قواعد ضرب الأسس وقسمتها تطبق في حالة المقادير المكتوبة بدلالتها العلمية، ففي هذه الحالة يكون المقدار عددًا مضروبًا في الأساس 10 ومرفوعًا إلى الأُس. فمثلًا المقداران 4.0×10^3 و2.1×10^{-2} مكتوبان بالدلالة العلمية. ولإيجاد حاصل ضرب تلك المقادير نقوم بضرب الأعداد المكونة لكل منها، ثم ضرب الأعداد المكونة من الأساس 10، كل على حدة، وبشكل منفصل، مستخدمين قاعدة ضرب الأسس في إيجاد ناتج العملية الأخيرة:

$$(3.0 \times 10^3) \times (2.0 \times 10^2) = (3.0 \times 2.0) \times (10^3 \times 10^2) = 6.0 \times 10^{2+3} = 6.0 \times 10^5$$

وتطبق الخطوات نفسها لإيجاد ناتج قسمة المقادير بدلالتها العلمية، وفي هذه الحالة نقوم بإجراء عملية قسمة الأعداد العشرية فقط، ومن ثم تطبيق قاعدة قسمة الأسس.

$$(4.0\times 10^3) \div (2.1\times 10^2) = \frac{4.0\times 10^3}{2.1\times10^2} = \left(\frac{4.0}{2.1}\right)\times\left(\frac{10^3}{10^2}\right) = 1.9\times 10^{3-2} = 1.9\times 10^1$$

أوجد القيمة العشرية للمقادير التالية:

24. $(2.0\times10^4) \times (3.0\times10^5)$

25. $(1.0 \times 10^6) \times (5.0 \times 10^{-3})$

26. $4.2 \times 10^{-2}\times1.0 \times 10^{-3}$

27. $\frac{6.0\times10^3}{2.0\times10^2}$

28. $\frac{9.9\times10^4}{3.0\times10^{-2}}$

النشاط

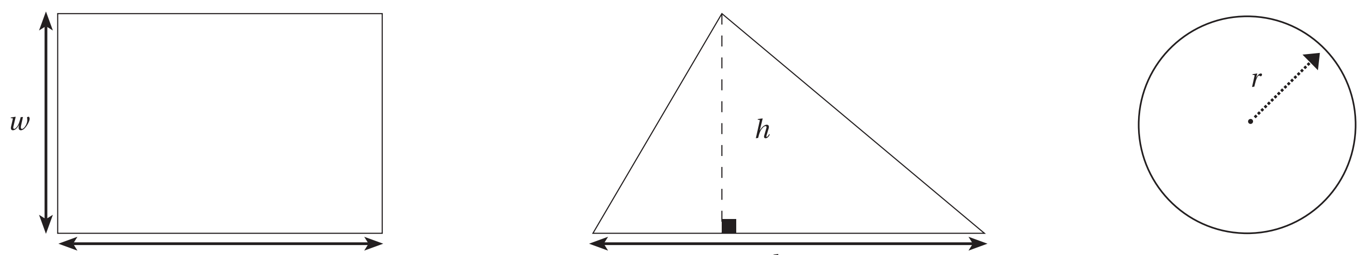
4 ربط الرياضيات مع الفيزياء

الحجم والمساحة Volume and Area

تستخدم المفاهيم الهندسية للمساحة والحجم عند دراسة خصائص الموائع، فالضغط مثلًا قوة عمودية مؤثرة في سطح ما مقسومة على مساحة السطح. وفي حالة الغاز المثالي فإن حاصل ضرب الضغط في الحجم يتناسب طرديًّا مع درجة الحرارة.

المساحة Area

تمثل مساحة سطح A عدد الوحدات المربعة اللازمة لتغطية السطح. والأشكال الهندسية أدناه توضح بعض السطوح المنتظمة الشائعة والمعادلات الرياضية اللازمة لحساب مساحة كل منها.



مستطيل $A = lw$ | مثلث $A = \frac{1}{2}bh$ | دائرة $A = \pi r^2$

لإيجاد مساحة شكل ما نستخدم المعادلة أو مجموعة المعادلات التي يمكن تطبيقها، فمثلًا مساحة مستطيل طوله $8.0\ \text{m}$ وعرضه $5.0\ \text{m}$ يمكن حسابها بتطبيق المعادلة $A = lw$ أي: $A = lw = 8.0\ \text{m} \times 5.0\ m = 4.0 \times 10^1\ \text{m}^2$

ولإيجاد مساحة دائرة نصف قطرها $3.00\ \text{km}$ نطبق المعادلة $A = \pi r^2$ أي: $A = \pi r^2 = \pi\,(3.00\ \text{km})^2 = 28.3\ \text{km}^2$. وتجدر الإشارة هنا إلى أن مساحات الأشكال تخضع للخاصية التجميعية، فمثلًا لإيجاد مساحة شكل يتكون من مستطيل ومثلث نقوم بجمع مساحتي المستطيل والمثلث.

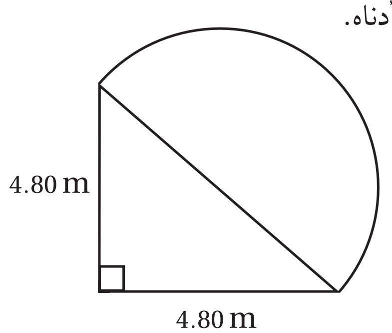
أوجد مساحة كل من الأشكال التالية:

1. ممر مستطيل الشكل عرضه $3.05\ \text{m}$ وطوله $64.0\ \text{m}$.

2. حديقة أزهار على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعها $6.25\ \text{m}$. (مساعدة: تمثل القاعدة طول أحد الأضلاع، وارتفاع المثلث يساوي حاصل ضرب $\sqrt{\frac{3}{2}}$ في طول أحد الأضلاع).

3. دائرة نصف قطرها $r = 8.00\ \text{cm}$.

4. الشكل أدناه.

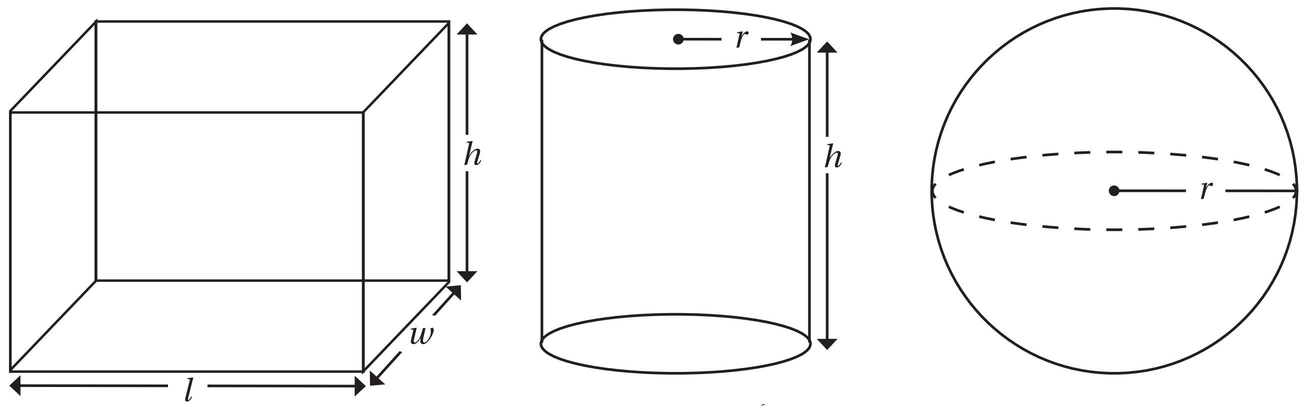


الاسم:________________

4 ربط الرياضيات مع الفيزياء

الحجم Volume

درست سابقًا أنه إذا وضع جسم في وعاء يحتوي على ماء فإن حجم الماء المزاح يتناسب طرديًّا مع قوة الطفو. والحجم V لجسم ثلاثي الأبعاد يساوي الحيز الذي يشغله هذا الجسم، ووحدة قياس الحجم هي وحدة قياس طول مكعبة مثل: m^3، km^3. والأشكال الثلاثية الأبعاد أدناه توضح بعض الأجسام المنتظمة الشائعة والمعادلات الرياضية اللازمة لحساب حجم كل منها.



متوازي مستطيلات صلب
$V = lwh$

أسطوانة دائرية قائمة
$V = \pi r^2 h$

كرة
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

باستخدام المعادلة $V = lWh$، فإن حجم متوازي مستطيلات طوله $8.0\ m$ وارتفاعه $5.0\ m$ وعرضه $4.0\ m$ يساوي:

$$V = lWh = 8.0\ m \times 5.0\ m \times 4.0\ m = 160\ m^3$$

ولإيجاد حجم كرة نصف قطرها $3.00\ km$ نستخدم المعادلة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi(3.00 km)^3 \\ &= 113\ km^3 \end{aligned}$$

أوجد حجم كل من الأشكال الآتية:

5. كتاب طوله $l = 27.7\ cm$، وعرضه $w = 21.6\ cm$، وارتفاعه $h = 3.7\ cm$.

6. صندوق بلاستيكي لحفظ أقراص الحاسوب أبعاده $l = 14.1\ cm$، $w = 12.4\ cm$، $h = 1.0\ mm$.

7. قطعة من الخبز المحمص مكعبة الشكل طول ضلعها $7.00\ mm$.

8. كأس أسطوانية الشكل قطر قاعدتها = $6.5\ cm$ وارتفاعها $h = 11.0\ cm$.

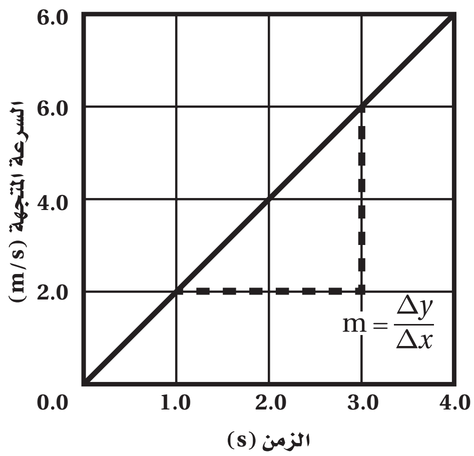
9. كرة سلة قطرها = $22\ cm$.

النشاط
5 ربط الرياضيات مع الفيزياء

المساحة تحت المنحنى The Area Under a Graph

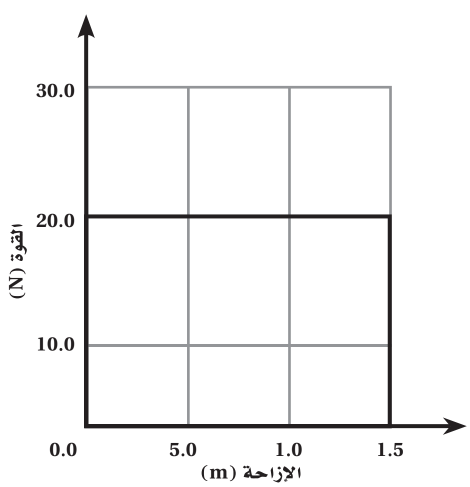
تستخدم الرسوم البيانية في كتاب الطالب لتوضيح العلاقات بين متغيرات، واستنتاج المعلومات اللازمة. فعند تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا على النظام الإحداثي، يكون الرسم خطًّا، وهناك خاصيتان مهمتان للخط البياني، هما ميل الخط والمساحة تحته، وقد درست سابقًا أن ميل الخط البياني m. فإذا كانت y تمثل الاتجاه العمودي وx تمثل الاتجاه الأفقي في النظام الإحداثي، فإن الميل يعرف بأنه نسبة التغير في الاتجاه العمودي Δy إلى التغير في الاتجاه الأفقي $\mathrm{m} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. ففي منحنى $(v–t)$ أدناه، فإن معادلة الخط المستقيم هي $v = at$، حيث $a = 2$، وميل الخط المستقيم في هذه الحالة يساوي التسارع المنتظم.

$$a = \frac{(v_2 - v_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{(6.0\ \mathrm{m/s} - 2.0\ \mathrm{m/s})}{(3.0\ \mathrm{s} - 1.0\ \mathrm{s})} = 2.0\ m/s^2$$



المساحة تحت المنحنى البياني تساوي مساحة الشكل المحدد بالمحاور والخط البياني. وفي الرسم أعلاه، الشكل مثلث، ومساحته تساوي: $A = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2} \times 4.0\ s \times 8.0\ \mathrm{m/s} = 16\ \mathrm{m}$. لاحظ أن وحدة الكمية $v \times t$ هي المتر؛ لذلك فإن المساحة تحت المنحنى $(v–t)$ تساوي دائمًا الإزاحة d، ووحدة القياس الناتجة عن حاصل ضرب القيمة على المحور الصادي في القيمة على المحور السيني تحدد المتغير الذي تساوي قيمته المساحة تحت المنحنى البياني.

يوضح الرسم البياني أدناه منحنى $(F–d)$؛ لذلك فإن المساحة تحت المنحنى تساوي مساحة المستطيل، تساوي $A = bh = 1.5\ \mathrm{m} \times 20\ \mathrm{N} = 30\ \mathrm{N.m} = 30\ \mathrm{J}$، والجول هو وحدة الكمية $F \times d$، لذلك فإن المساحة تحت منحنى $(F–d)$ تساوي مقدار الشغل المبذول

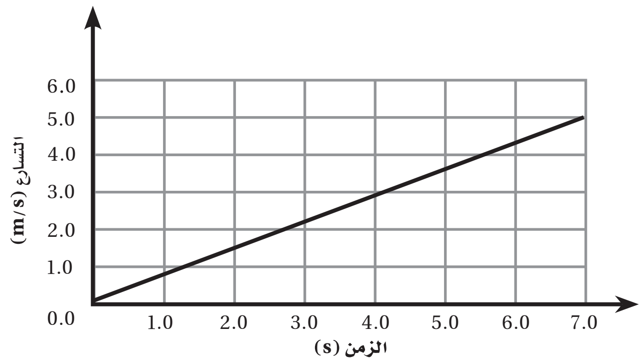


الاسم:______________________

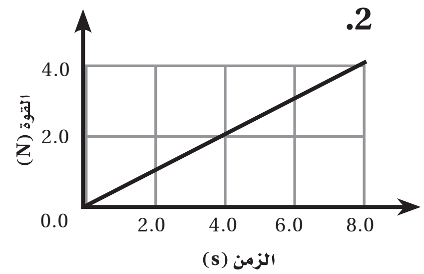
5 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد المساحة تحت المنحنى، وحدد المتغير المساوي لتلك المساحة اعتمادًا على الوحدات الناتجة في كل من المنحنيات البيانية التالية:

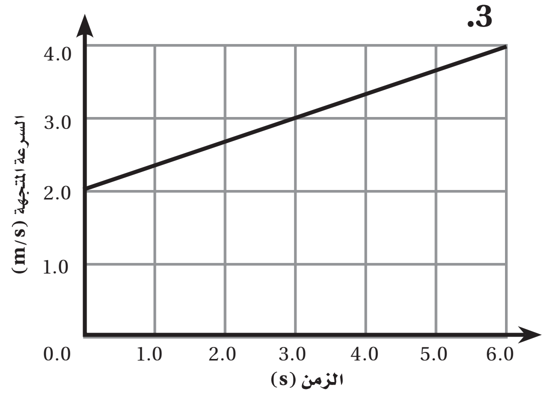
.1



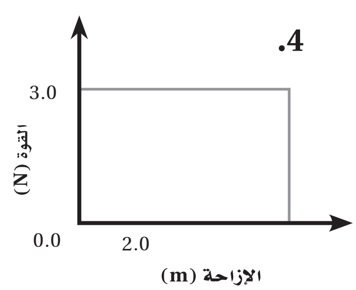
.2



.3



.4



النشاط

6 ربط الرياضيات مع الفيزياء

اختصار المعادلات Reducing Equations

توضح المعادلات الجبرية العلاقة بين متغيرات، وقد تتضمن المعادلة الواحدة متغيرًا واحدًا أو أكثر، وحينما يساوي المتغير في المعادلة صفرًا، فمن الممكن اختصار هذه المعادلة إلى صيغة يسهل استخدامها. تذكر معادلة تأثير دوبلر التالية التي درستها في كتاب الفيزياء للصف الثاني الثانوي، $f_d = f_s\left(\frac{v-v_d}{v-v_s}\right)$ التي يمكن اختصارها إذا كانت سرعة المراقب الثابت v_d تساوي صفرًا، لتصبح على النحو $f_d = f_s\left(\frac{v}{v-v_s}\right)$. كيف يمكن اختصار المعادلة إذا كان كل من v_d و v_s يساوي صفرًا؟

$$f_d = f_s\left(\frac{v-0}{v-0}\right) = f_s\left(\frac{v}{v}\right) = f_s$$

اختصر المعادلات التالية بالتعويض عن قيمة المتغيرات المشار إليها بالصفر.

1. $y=\frac{2}{5}x+8$، عندما $x = 0$.

2. $y=\frac{2}{5}x+8$ ، عندما $y = 0$.

3. السرعة المتوسطة: $\overline{v} = \frac{(d_f - d_i)}{(t_f - t_i)}$، عندما $d_i = 0$.

4. السرعة المتوسطة: $\overline{v} = \frac{(d_f - d_i)}{(t_f - t_i)}$، عندما $d_f = 0$

5. التسارع المتوسط: $\overline{a} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)}$، عندما $v_i = 0$ ، و $t_i = 0$.

6. التسارع المتوسط: $\overline{a} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)}$، عندما $a = 0$.

7. السرعة النهائية عند تسارع ثابت: $v_f^2 = v_i^2 + 2a\,(d_f - d_i)$، عندما $d_i = 0$

8. السرعة النهائية عند تسارع ثابت: $v_f^2 = v_i^2 + 2a\,(d_f - d_i)$، عندما $a = 0$.

6 ربط الرياضيات مع الفيزياء

.9 الشغل: $W = Fd\cos\theta$، عندما $\theta = 0$

.10 الزخم الخطي: $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$، عندما $v_{2i} = v_{1f} = 0$

.11 الطاقة الميكانيكية: $\frac{1}{2} mv_f^2 + mgh_f = \frac{1}{2} mv_i^2 + mgh_i$ عندما $h_f = \frac{h_i}{2}$ و $v_i = 0$.

.12 الطاقة الحرارية: $Q = mC\,(T_f - T_i)$، عندما $T_i = 0$.

.13 السرعة المتجهة v لكتلة معلقة بخيط بندول طوله l بعد تركها تسقط من حالة السكون بزاوية θ مع المحور الرأسي بالمعادلة $v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$، عندما $\theta = 90°$.

الاسم:________________ التاريخ:________________ الحصة:________________

النشاط

7 ربط الرياضيات مع الفيزياء

العلاقات الطردية والعكسية Direct and Inverse Relationships

تمت مناقشة العلاقات الطردية والعكسية للمتغيرات في كتاب الفيزياء للصف الأول الثانوي. لكننا نريد دراسة العلاقة بين متغيرين في الطرفين المتقابلين لإشارة المساواة، حيث يجب افتراض أن كل المتغيرات الأخرى (ما عدا المتغيرين المراد دراسة العلاقة بينهما) والقيم الثابتة تساوي واحدًا، تحل إشارة التناسب مكان إشارة التساوي لتحديد العلاقة ما إذا كانت طردية أم عكسية بين تلك المتغيرات. فمثلًا، $v=\frac{d}{t}$، $F_g = mg$ فإن F_g تتناسب طرديًّا مع الكتلة m، حيث $F_g \propto m$، بينما تتناسب السرعة v عكسيًّا مع الزمن t، حيث $v \propto \frac{1}{t}$. ولتحديد العلاقة بين المتغيرين a_c، و v^2 في المعادلة $a_c = \frac{v^2}{r}$، معتبرًا أن المتغير r يساوي واحدًا، وإحلال التناسب محل إشارة التساوي، فإن a_c تتناسب طرديًّا مع مربع السرعة v^2. إن هذه العلاقة طردية؛ لكون الزيادة في المتغير a تؤدي إلى الزيادة في المتغير v^2. ما العلاقة بين شدة الإضاءة I والبعد عن مصدر الإضاءة d في المعادلة $I = \frac{k}{d^2}$. إذا كانت k ثابتًا، فإن زيادة شدة الإضاءة عند نقطة تستوجب تقليل بعدها عن مصدر الإضاءة، لذا فإن المتغير I يتناسب عكسيًّا مع d^2 أي أن $I \propto \frac{1}{d^2}$.

عبر عن العلاقة بين المتغيرات المشار إليها، ثم حدد ما إذا كانت العلاقة طردية أم عكسية في كل مما يأتي:

1. ما العلاقة بين المتغيرين a_c و T^2 في المعادلة $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$؟

____

2. ما العلاقة بين المتغيرين T^2 و r^3 في المعادلة $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_s}\right) r^3$؟

____

3. ما العلاقة بين المتغيرين T^2 و m_s في المعادلة $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_s}\right) r^3$؟

____

4. إذا ازدادت قيمة m_s في السؤال 3 فهل يزداد المتغير T^2 أم يقل؟

____

5. ما العلاقة بين المتغيرين S و r^2 في المعادلة $S = 4\pi r^2$؟

____

6. إذا ازدادت V أربع مرات في المعادلة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ فما مقدار الزيادة أو النقصان في المتغير r؟

____

7 ربط الرياضيات مع الفيزياء

7. ما العلاقة بين المتغيرين n و $l^{\frac{1}{2}}$ في المعادلة $n = \frac{k}{l^{\frac{1}{2}}}$؟ وإذا تغير الحد الأيسر للمعادلة إلى $2n$، فكيف يتأثر المتغير $l^{\frac{1}{2}}$؟

____

____

____

8. ما العلاقة بين المتغيرين z و $\sqrt{x}$ في المعادلة $z = \sqrt{x}$؟

____

9. إذا ازداد مقدار المتغير x في السؤال 8 فهل يزداد مقدار المتغير z أم يقل؟

____

النشاط

8 ربط الرياضيات مع الفيزياء

جمع الكسور وطرحها Adding and Subtracting Fractions

يمكن تمثيل العملية الأساسية للقسمة على شكل كسر، والكسر عدد صيغة شكله العام $\frac{a}{b}$، بحيث تمثل a البسط، و b المقام؛ أي أن البسط a يُقسم على المقام b، ومن أمثلة الكسور: $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{v}{t}$ و $\frac{C}{2xy}$.

عندما تكون قيمة العدد بين الصفر والواحد فإنه يمكن استخدام الكسر بديلًا عن التعبير العشري، بحيث يكون البسط عددًا يمثل جزءًا من العدد الكلي الذي يمثله المقام، فمثلًا الكسر $\frac{1}{2}$ يدل على أن هذا العدد يتكون من جزء واحد من عدد كلي مكون من جزأين، والكسر $\frac{3}{4}$ يمثل عددًا يتكون من ثلاثة أجزاء ضمن عدد كلي مكون من أربعة أجزاء. وكذلك فإنه يمكن كتابة أي عدد صحيح أكبر من أو يساوي 1 على شكل كسر، فالرقم 3 يمكن كتابته في صورة $\frac{3}{1}$؛ لأن $3 = 1 \div 3$، وعندما يكون البسط والمقام لهما القيمة نفسها فإن قيمة الكسر تساوي واحدًا، مثل $1 = \frac{4}{4}$.

ويمكن إجراء عمليات الجمع لكسور جميع المتغيرات والأعداد، بشرط أن يكون مقدار المقام في هذه الكسور متساويًا. فعند توافر هذا الشرط تجرى عملية الجمع بواسطة جمع بسوط الكسور مع المحافظة على المقام نفسه، فمثلًا $\frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6}$ و $1 = \frac{2}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

وبالطريقة نفسها يمكن إجراء عمليات الطرح على الكسور؛ أي بشرط تساوي المقامات، فعندئذ تتم عملية الطرح بطرح بسوط الكسور مع المحافظة على المقام نفسه، فمثلًا $\frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{4}{6}$، و $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}$.

إذا كانت مقامات مجموعة كسور غير متساوية، وجب إجراء تعديل على هذه الكسور للحصول على المقام نفسه قبل إجراء عملية الجمع أو الطرح، ولتنفيذ ذلك يضرب الكسر الأول في كسر يتكون بسطه ومقامه من مقام الكسر الثاني، ويضرب الكسر الثاني في كسر يتكون بسطه ومقامه من مقام الكسر الأول، فمثلاً

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\right) = \left(\frac{1\times3}{2\times3}\right) + \left(\frac{1\times2}{3\times2}\right)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

تذكر على سبيل المثال أن ضرب الكسر في واحد لا يغير قيمته. وعندما يحتوي الكسر على متغيرات فإنه تُطبَّق عليه الخطوات السابقة نفسها، فمثلًا:

$$\frac{2x}{3y} - \frac{x}{5} = \left(\frac{2x}{3y} \times \frac{5}{5}\right) - \left(\frac{x}{5}\times\frac{3y}{3y}\right) = \left(\frac{10x}{15y}\right) - \left(\frac{3xy}{15y}\right)$$

$$= \frac{10x - 3xy}{15y}$$

الاسم: ______________________

8 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد الكسر الناتج عن عملية الجمع أو الطرح في كل مما يأتي:

1. $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$

2. $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$

3. $\frac{2}{6}+\frac{3}{6}$

4. $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$

5. $\frac{5}{xy}-\frac{3}{xy}$

6. $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}$

7. $\frac{1}{2}+\frac{4}{3}$

8. $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$

9. $\frac{3}{10}-\frac{2}{5}$

10. $\frac{3}{4}-\frac{6}{7}$

11. $\frac{5}{z}-\frac{1}{2z}$

12. $\frac{3}{2y}+\frac{5}{3y}$

13. $\frac{6}{y}-\frac{2}{x}$

14. $\frac{4}{m}-\frac{2}{n}$

الاسم: ______________ التاريخ: ______________ الحصة: ______________

النشاط
9 ربط الرياضيات مع الفيزياء

ترتيب العمليات Order of Operations

تستخدم المعادلات في أثناء دراسة الفيزياء، وتتضمن هذه المعادلات عمليات رياضية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة والدوال المثلثية. وعند حل هذه المعادلات من الضروري اتباع ترتيب معين يتم من خلاله تنفيذ خطوات الحل. فمثلًا إذا كان السؤال: ما العدد الذي يساوي ناتج العملية $5 - 2 \times 4 + 3$؟ تكون الإجابة الصحيحة هي 6، واعتمادًا على العمليات الرياضية التي تُنفذ أولًا يمكن أن يكون للسؤال نفسه إجابات خاطئة مختلفة، مثل 21 ، 9−، لذا فإن الإجابة الصحيحة 6 تستوجب تنفيذ العمليات الرياضية بالشكل الصحيح، وترتيب العمليات الرياضية هو تنفيذ منظم لمجموعة من القواعد التي تؤدي إلى احتساب الإجابة الصحيحة.

وترتيب العمليات الحسابية الصحيح يكون بحسب الخطوات الآتية:

1. نفّذ جمع العمليات الحسابية بين مجموعات الأعداد أو الرموز، كالمجموعات بين الأقواس.
2. أوجد قيم جميع التعابير الأسية.
3. أوجد قيم جميع العلاقات المثلثية.
4. نفذ جميع عمليات الضرب والقسمة بالترتيب الموجود مبتدئًا من اليسار إلى اليمين.
5. نفذ جميع عمليات الجمع والطرح بالترتيب الموجود مبتدئًا من اليسار إلى اليمين.

فمثلًا في العملية $5 - 2 \times 4 + 3$ لا توجد رموز تجميعية، ولا أُسس أو دوال مثلثية، إذن نبدأ بإيجاد حاصل ضرب 4 في 2 ليكون الناتج 8، ثم نجمع 3 و8 لينتج 11، ومن ثم نطرح 5 من 11 لنحصل على النتيجة النهائية 6.

ولإيجاد قيمة $\sin 30° + (24 + 8.0) \div 4.0 \times 2.0 + 3.0^2 - 20.5$ ننفذ الخطوات التالية:

$$= \sin 30° + 32 \div 4.0 \times 2.0 + 3.0^2 - 20.5$$

$$= \sin 30° + 32 \div 4.0 \times 2.0 + 9.0 - 20.5$$

$$= 0.500 + 32 \div 4.0 \times 2.0 + 9.0 - 20.5$$

$$= 0.500 + 8.0 \times 2.0 + 9.0 - 20.5$$

$$= 0.500 + 16.0 + 9.0 - 20.5$$

$$= 16.5 + 9.0 - 20.5$$

$$= 25.5 - 20.5$$

$$= 5$$

وإذا كان العدد في صورة كسر ويتضمن بسطه أو مقامه أو كلاهما على عمليات حسابية، وجب تنفيذ العمليات الحسابية السابقة على كل من البسط والمقام كُلٌّ على حدة، ثم تنفّذ عملية القسمة، وقد تضاف الأقواس لأغراض توضيحية، مثل:

أوجد قيمة $\frac{18+4.0-3.0}{2.0\times10} = \frac{18+4.0-3.0}{20} = \frac{22-30}{20} = \frac{19}{20} = 0.95$

الاسم: ______________________

9 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد قيمة كل من التعابير الرياضية التالية:

.1 $8.0 \times 4.0 - 9.0$

____

.2 $-100.0 \div 10.0 + 25.0$

____

.3 $8.0 \div 2.0 \times 4.0$

____

.4 $75 - 25 \div 5.0 + 10.0$

____

.5 $\frac{5+2}{8-1}$

____

.6 $\frac{\sin 90.0°}{30.0 - 3.0 \times 8.0}$

____

.7 $-2\,(5-3) + 8$

____

.8 $48 \div (4.0 \times 6.0) - 10.0$

____

.9 $6.0 \cos 60.0° \times 5.0^2$

____

.10 $50.000 - (\sin 30.0°)^3$

____

.11 $\frac{2.0 \times 3.0}{8.0} - 12 \div 6.0$

____

النشاط

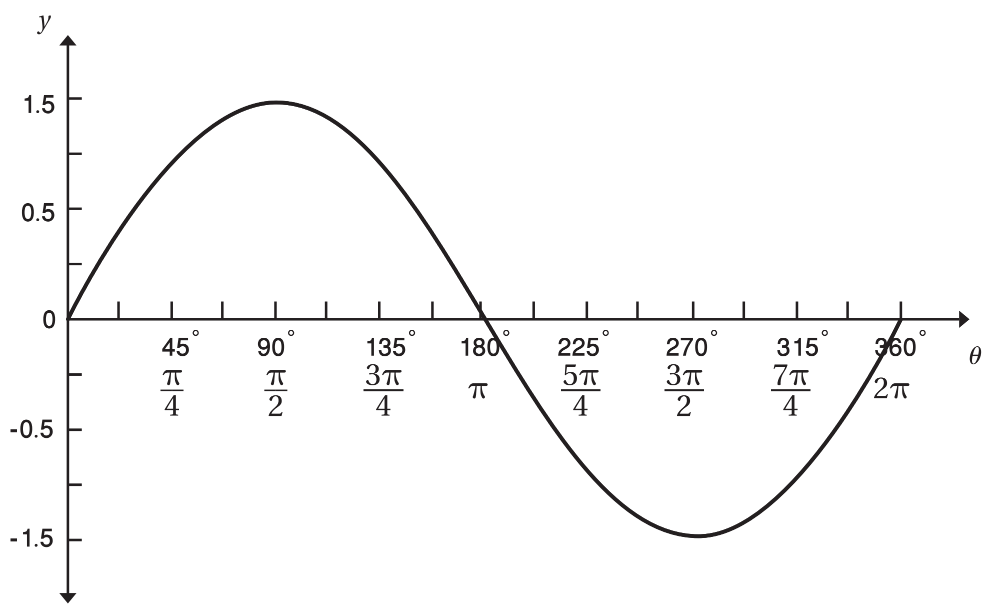
10 ربط الرياضيات مع الفيزياء

تمثيل منحنيات جيب الزاوية وجيب تمامها Graphing the Sine and Cosine Curves

تستخدم الدوال المثلثية الجيب وجيب التمام في كثير من التطبيقات الفيزيائية. ويمكن تمثيل هذه الدوال بيانيًّا على النظام الإحداثي "الديكارتي" بطريقة مماثلة تمامًا لتمثيل الدوال الخطية. ومنحنيات الجيب وجيب التمام ليست خطوطًا مستقيمة لكنها موجات توافقية. ويمكن كتابة معادلة الدالة المثلثية للجيب في صورة $y = \sin \theta$، ولتمثيلها بيانيًّا نستخدم طريقة التمثيل النقطي، حيث ترسم قيم θ على المحور الأفقي، وقيم y على المحور الرأسي، ثم تعين قيمة المتغير θ لنجد قيمة y المقابلة، بحيث يمثل الزوج المرتب (θ, y) نقطة على الرسم البياني. تذكر أن θ يمكن أن تقاس بالدرجة أو الراديان. والجدول التالي يتضمن نقاط (θ, y) على الرسم البياني للدالة $y = \sin \theta$.

θ										
	بالدرجات	0	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°	360°
	بالراديان	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$y = \sin \theta$		0	0.707	1.000	0.707	0	−0.707	−1.000	−.0707	0

عند تمثيل النقاط أعلاه ينتج الرسم البياني أدناه للدالة $y = \sin \theta$.



إن المنحنى البياني للدالة $y = \sin \theta$ نمط تكراري يسمى دالة دورية. ويمكن كتابة المعادلة في صورة $y = A \sin \theta$، حيث تمثل A سعة الموجة أو ارتفاع قمة المنحنى فوق أو تحت المحور الأفقي. السعة A للمعادلة $y = \sin \theta$ تساوي واحدًا، بينما في المعادلة $y = 4 \sin \theta$ فإن السعة A تساوي 4. وعندما تكون $\theta = \frac{\pi}{2}$ و $A = 4$، فإن المعادلة $y = A \sin \theta$ تصبح على النحو الآتي:

$y = 4 \sin \frac{\pi}{2}$ وحيث إن $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ فإن المعادلة تصبح $y = 4 \times 1 = 4$

وإحداثيات هذه النقطة تكون $(4, \frac{\pi}{2})$. وكما ستلاحظ في السؤال التالي فإن المنحنى البياني لدالة جيب التمام مماثل لاقتران الجيب.

الاسم: ____________________

10 ربط الرياضيات مع الفيزياء

1. املأ الفراغ في الجدول التالي:

		0	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°	360°
θ	بالدرجات	0	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°	360°
	بالراديان									
$y = \cos\theta$										

2. مثل بيانيًّا المعادلة $y = \cos\theta$.

3. هل تمثل الدالة $y = \cos\theta$ دالةً دوريةً؟

____

4. كيف يختلف المنحنى البياني للدالة $y = \cos\theta$ عن المنحنى البياني للدالة $y = \sin\theta$؟

____

____

____

إجابات الأنشطة

النشاط 1

.1 $\frac{3\pi}{2}\text{ rad}\times\frac{360^\circ}{2\pi\text{ rad}}=270^\circ$

.2 $\frac{\pi}{6}\text{ rad}\times\frac{360^\circ}{2\pi\text{ rad}}=30^\circ$

.3 $\frac{\pi}{8}\text{ rad}\times\frac{360^\circ}{2\pi\text{ rad}}=22.5^\circ$

.4 $\frac{3\pi}{4}\text{ rad}\times\frac{360^\circ}{2\pi\text{ rad}}=135^\circ$

.5 $360^\circ\times\frac{2\pi\text{ rad}}{360^\circ}=2\pi\text{ rad}$

.6 $45^\circ\times\frac{2\pi\text{ rad}}{360^\circ}=\frac{90\pi}{360}\text{ rad}=\frac{\pi}{4}\text{ rad}$

.7 $135^\circ\times\frac{2\pi\text{ rad}}{360^\circ}=\frac{270\pi\text{ rad}}{360^\circ}=\frac{3\pi}{4}\text{ rad}$

.8 $60^\circ\times\frac{2\pi\text{ rad}}{360^\circ}=\frac{120\pi\text{ rad}}{360^\circ}=\frac{\pi}{3}\text{ rad}$

.9 $d=r\theta=(2.0\text{ m})\,\pi=6.3\text{ m}$

.10 $d=r\theta=(9.0\text{ mm})\,\frac{\pi}{3}=9.4\text{ mm}$

.11 $d=r\theta$

$r=\frac{d}{\theta}=\frac{2.0\text{ cm}}{2\pi}=0.32\text{ cm}$

.12 $d=r\theta$

$r=\frac{d}{\theta}=\frac{10.0\text{ m}}{\frac{2\pi}{3}}=4.77\text{ m}$

.13 $d=r\theta$

$\theta=\frac{d}{r}=\frac{10.0\text{ mm}}{2.0\text{ mm}}=5.0\text{ rad}$

.14 $d=r\theta$

$\theta=\frac{d}{r}=\frac{90.0\text{ km}}{30.0\text{ km}}=3.00\text{ rad}$

النشاط 2

.1 خاصية الإبدال للجمع.

.2 الخاصية التجميعية للضرب.

.3 الخاصية التوزيعية.

.4 الخاصية التجميعية للجمع.

.5 $x+5=8$

(طرح 5 من طرفي المعادلة لفصل x)

$x+5-5=8-5$

$x=3$

.6 $2z=4$ (القسمة على 2)

$\frac{2z}{2}=\frac{4}{2}$

$z=2$

.7 $v=\frac{d}{t}$، (بضرب طرفي المعادلة في t كبداية لفصل t).

$t\times v=\frac{d}{t}\times t$

(ثم تختصر t من الطرف الأيمن).

$t\times v=d$

(نقسم طرفي المعادلة على v)

$t=\frac{d}{v}$

.8 $I=m\,(v_f-v_i)$ (نقسم طرفي المعادلة على m كبداية لفصل v_f).

$\frac{I}{m}=\frac{m(v_f-v_i)}{m}$ (نختصر m من الطرف الأيمن)

$v_i+1/m=v_f$ (يضاف v_i إلى طرفي المعادلة)

(وترتب المعادلة لجعل v_f على الطرف الأيسر)

$v_f=v_i+\frac{1}{m}$

.9 (1) $a=\frac{v_f-v_i}{\Delta t}$

(2) $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ (بتعويض $\Delta v=v_f-v_i$)

(3) $t=\frac{\Delta v}{\Delta a}$ (خاصية التكافؤ: ضرب طرفي المعادلة في Δt وقسمة طرفيها على a)

.10 (1) $F=ma$

(2) $F=m\alpha r$ (بتعويض $a=\alpha r$)

(3) $\frac{\tau}{r}=m\alpha r$ (خاصية التكافؤ: وقسمة طرفي المعادلة $\tau=Fr$ على r، وتعويض $F=\tau/r$).

(4) $\tau=m\alpha r^2$ خاصية التكافؤ: وضرب طرفي المعادلة في r)

(5) $\tau=\alpha I$ (بتعويض معادلة عزم القصور $I=mr^2$)

النشاط 3

1. 9^3
2. 2^4
3. 1^1
4. a^2
5. $\frac{1}{7^5}$
6. $\frac{1}{v^8}$
7. $3^{-(-4)} = 3^4$
8. $z^{-(-x)} = z^x$
9. $16^{\frac{1}{2}}$
10. $c^{2\times\frac{1}{2}} = c^1$
11. $8^{\frac{1}{3}}$
12. $x^{3\times\frac{1}{3}} = x^1$
13. $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$
14. $\frac{1}{2.00^3} = 0.125$
15. $8.00^{(1+2)} = 512$
16. $5.0^{(-4+6)} = 25$
17. $7.0^{(-6+5)} = 7.0^{-1} = \frac{1}{7.0} = 0.14$
18. $9.0^{(-1+(-1))} = 9.2^{-2} = \frac{1}{9.2^2} = \frac{1}{81} = 0.012$
19. $6.0^{(4-2)} = 36$
20. $3^{(9-8)} = 3$
21. $2.0^{(2-(-4))} = 64$
22. $4^{(-2-(-3))} = 4$
23. $5^{(-2-(-1))} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0.2$
24. $(2.0 \times 3.0) \times (10^4 \times 10^5) = 6.0 \times 10^{(4+5)}$
$= 6.0 \times 10^9 = 6\,000\,000\,000$
25. $(1.0 \times 5.0) \times (10^6 \times 10^{-3}) = 5.0 \times 10^{(6+(-3))}$
$= 5.0 \times 10^3 = 5\,000$
26. $(4.2\times1.0)\times(10^{-2}\times10^{-3}) = 4.2\times10^{(-2+(-3))}$
$= 4.2 \times 10^{-5} = 0.000042$
27. $(\frac{6.0}{2.0})\times(\frac{10^3}{10^2}) = 3.0\times10^{(3-2)}$
$= 3.0 \times 10^1 = 30$
28. $(\frac{9.9}{3.0}) \times \frac{10^4}{10^{-2}} = 3.3 \times 10^{(4-(-2))} = 3.3 \times 10^6$
$= 3300000$

النشاط 4

1. $3.05\text{ m} \times 64.0\text{ m} = 195\text{ m}^2$
2. $0.5 \times 6.25\text{ m} \times (\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6.25\text{ m}) = 16.9\text{ m}^2$
3. $\pi\,(8.00\text{ cm})2 = 201\text{ m}^2$
4. اجعل s أحد أضلاع المثلث:

$A_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}s^2$ (القاعدة والارتفاع متساويان)

وتر المثلث = قطر نصف الدائرة = $s\sqrt{2}$، ويمكن إيجاد هذا باستخدام نظرية فيثاغورس

$c^2 = a^2 + b^2 = s^2 + s^2 = 2\,s^2 ;\ c = s\sqrt{2})$

$$A_{\text{نصف الدائرة}} = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{s\sqrt{2}}{2}\right)^2$$
$$= \frac{1}{2}\,\frac{\pi\,2s^2}{4} = \frac{\pi}{4}s^2$$

$$A_{\text{الشكل}} = A_{\text{مثلث}} + A_{\text{نصف الدائرة}}$$
$$= (\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4})\ s^2 = (\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4})\ (4.80\ \text{m})^2$$
$$= 29.6\text{ m}^2$$

5. $V = 27.7\text{ cm} \times 21.6\text{ cm} \times 3.7\text{ cm}$
$= 2213\text{ cm}^3$
6. $V = 14.1\text{ cm} \times 12.4\text{ cm} \times 1.00\text{ cm}$
$= 175$ cm3
7. $V = 7.00\text{ mm} \times 7.00\text{ mm} \times 7.00\text{ mm}$
$= 343\text{ mm}^3$
8. $V = \pi\left(\frac{6.5\text{ cm}}{2}\right)^2 \times 11.0\text{ cm}$
$= 3.7 \times 10^2\text{ cm}^3$
9. $V = \frac{4}{3}\pi\,(\frac{22\text{ cm}}{2})^3 = 5.6 \times 10^3\text{ cm}^3$

النشاط 5

.1 $A=\frac{1}{2}(7.0\ s-0.0s)(5.0\ m/s^2-0.0\ m/s^2)$
$= 18\ m/s$ المتغير هو السرعة المتجهة.

.2 $A=\frac{1}{2}(8.0\ s-0.0s)(4.0\ N-0.0\ N)$
$= 16\ N.s$

المتغير هو الدفع.

.3 $A=(6.0\ s-0.0\ s)(2.0\ m/s-0.0\ m/s)$
$+\frac{1}{2}(6.0\ s-0.0\ s)(4.0\ m/s-2.0\ m/s)$
$= 18\ m$

المتغير هو الإزاحة.

.4 $A=(2.0\ m-0.0\ m)(3.0\ N-0.0\ N)$
$= 6.0\ N.m$

المتغير هو الطاقة أو الشغل.

النشاط 6

.1 $y=8$

.2 $x=-20$

.3 $\bar{v}=\frac{d_f}{t_f-t_i}$

.4 $\bar{v}=-\frac{d_i}{t_f-t_i}$

.5 $\bar{a}=\frac{v_f}{t_f}$

.6 $v_i=v_f$

.7 $v_f^2=v_i^2+2\,ad_f$

.8 $v_f^2=v_i^2$

.9 $W=Fd$

.10 $m_1v_{1i}=m_2v_{2f}$

.11 $mgh_i=\frac{1}{2}mv_f^2+\frac{1}{2}mgh_i$؛ $v_f^2=gh_i$

.12 $Q=mCT_f$

.13 $v=\sqrt{2gl}$

النشاط 7

.1 $a_c\,\alpha\,\frac{1}{T^2}$؛ علاقة عكسية.

.2 $T^2\,\alpha\,r^3$؛ علاقة طردية.

.3 $T^2\,\alpha\,\frac{1}{m_s}$؛ علاقة عكسية.

.4 عندما تزداد m_s، تقل T^2.

.5 $S\,\alpha\,r^2$ ؛ علاقة طردية.

.6 تزداد بمقدار $\sqrt[3]{4}$.

.7 $n\,\alpha\,\frac{1}{\sqrt{I}}$؛ علاقة عكسية (تقل إلى النصف).

.8 $z\,\alpha\,\sqrt{x}$ ؛ علاقة طردية.

.9 عندما تزداد x، تزداد z.

النشاط 8

.1 $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$

.2 $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

.3 $\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$

.4 $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

.5 $\frac{5}{xy}-\frac{3}{xy}=\frac{2}{xy}$

.6 $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=\frac{x+y}{2}$

.7 $\frac{1}{2}+\frac{4}{3}=(\frac{1}{2}\times\frac{3}{3})+(\frac{4}{3}\times\frac{2}{2})$
$=\frac{3}{6}+\frac{8}{6}=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}$

.8 $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=(\frac{3}{4}\times\frac{3}{3})+(\frac{2}{3}\times\frac{4}{4})$
$=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$

.9 $\frac{3}{10}-\frac{2}{5}=\frac{3}{10}-\frac{2}{5}\times\frac{2}{2}=\frac{3}{10}-\frac{4}{10}=-\frac{1}{10}$
لاحظ أن 10 مقام متعارف عليه، لذلك فقط تم التغيير على الكسر الذي مقامه 5. تحل هذه المسألة كالعادة بضرب الكسرين في كسر يحتوي على مقام الكسر الآخر، ثم يختصر الفرق.

.10 $\frac{3}{4}-\frac{6}{7}=\frac{3}{4}\times\frac{7}{7}-\frac{6}{7}\times\frac{4}{4}$

$=\frac{21}{28}-\frac{24}{28}=-\frac{3}{28}$

.11 $\frac{5}{z}-\frac{1}{2z}=\frac{5}{z}\times\frac{2}{2}-\frac{1}{2z}$

$=\frac{10}{2z}-\frac{1}{2z}=\frac{9}{2z}$

.12 $\frac{3}{2y}+\frac{5}{3y}=\frac{3}{2y}\times\frac{3}{3}+\frac{5}{3y}\times\frac{2}{2}$

$=\frac{9}{6y}+\frac{10}{6y}=\frac{19}{6y}$

.13 $\frac{6}{y}-\frac{2}{x}=\left(\frac{6}{y}\times\frac{x}{x}\right)-\left(\frac{2}{x}\times\frac{y}{y}\right)$

$=\frac{6x}{xy}-\frac{2y}{xy}=-\frac{6x-2y}{xy}$

.14 $\frac{4}{m}-\frac{2}{n}=\frac{4}{m}\times\frac{n}{n}-\frac{2}{n}\times\frac{m}{m}$

$=\frac{4n}{mn}-\frac{2m}{mn}=\frac{4n-2m}{mn}$

النشاط 9

.1 23

.2 15

.3 16

.4 80

.5 1

.6 $\frac{1}{6}$

.7 4

.8 -8

.9 75

.10 49.875

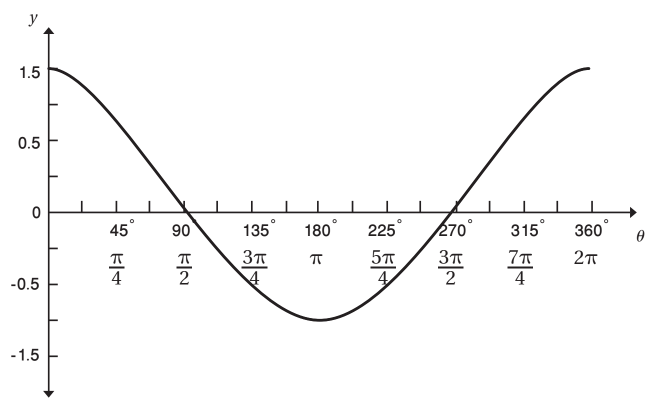
.11 -1.25

النشاط 10

.1

θ										
θ	بالدرجات	0	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°	360°
θ	بالراديان	0	π/4	π/2	3π/4	π	5π/4	3π/2	7π/4	2 π
y = cos θ		1.000	0.707	0	– 0.707	– 1.000	– 0.707	0	– 0.707	1.000

.2



.3 نعم

.4 ينسحب الرسم البياني لـ $y = cos\,\theta$ بمقدار $\pi/2$ راد أو 90° إلى اليسار.