

ربط الرياضيات مع الفيزياء

الصف الثالث الثانوي

قسم العلوم الطبيعية



الفيزياء - الصف الثالث الثانوي

Glencoe Science

CONNECTING MATH TO PHYSICS

Physics

ربط الرياضيات مع الفيزياء

أعدت النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبع الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

المحتويات

iv	إلى المعلم
1	نشاط 1 : النسبة المئوية
3	نشاط 2 : المتباينات
5	نشاط 3 : النسبة والتناسب
7	نشاط 4 : كتلة الذرة
9	نشاط 5 : المعادلات الأسية والرسوم البيانية
11	إجابات الأنشطة

يوفر كتاب "ربط الرياضيات مع الفيزياء" أنشطة تساعد على تطوير خمس مهارات رياضية مرتبطة بدراسة الفيزياء عند الطلاب، وتزودهم هذه الأنشطة بإرشادات وتمارين إضافية تساعدهم متى كانوا في حاجة ماسة إليها. ويتراوح مدى هذه المهارات بين المبادئ الأساسية في الرياضيات، مثل النسبة المئوية، والمتباينات، حتى المهارات الأكثر تعقيدًا، مثل المعادلات الأسية والرسوم البيانية.

الربط مع كتاب الطالب للفيزياء

تتلاءم الأنشطة في كتاب "الربط مع الرياضيات" مع الفصول الموضحة في الجدول أدناه في كتاب الفيزياء للصف الثالث الثانوي. الجدول أدناه يساعدك بطريقة مثلى على أن تستخدم الأنشطة في هذا الكتاب.

النشاط	استخدامه
النشاط 1: النسبة المئوية	الفصل 4
النشاط 2: المتباينات	الفصل 6
النشاط 3: النسبة والتناسب	الفصل 7
النشاط 4: كتلة الذرة	الفصل 9
النشاط 5: المعادلات الأسية والرسوم البيانية	الفصل 11

ربط الرياضيات مع الفيزياء

النسبة المئوية percentages

تكون النسبة المئوية مفيدة عند مقارنة مجموعة من الكميات بعضها ببعض. والنسبة المئوية تعني "في المئة %"; أي جزءاً من المائة، ويمكن كتابتها كعدد مقسوم على مئة (100)، فمثلاً 50% تساوي $\frac{50}{100}$. تذكر أن الكسر طريقة لتمثيل عملية القسمة. ولتحويل النسبة المئوية إلى كسر عشري، فإننا نغير النسبة المئوية إلى كسر بحيث يكون المقام 100، ثم نجري عملية قسمة البسط على المقام، فمثلاً: $50\% = \frac{50}{100} = 0.50$. ولتحويل الكسر العشري إلى نسبة مئوية نضرب الكسر في الرقم 100، ثم نضيف إشارة النسبة المئوية %.

$$0.183 = 0.183 \times 100 = 18.3 \%$$

عند زيادة المقاومة الكهربائية R في دائرة كهربائية بسيطة يزودها مصدر جهد ثابت، فإن التيار الكهربائي يقل؛ لأن كلا التغيرين يتناسبان عكسياً مع بعضهما $I \propto \frac{1}{R}$. فإذا ازدادت المقاومة في دائرة كهربائية من 50Ω إلى 100Ω ، ونتج عن ذلك نقصان في التيار الكهربائي من $0.500 A$ إلى $0.250 A$. فما النسبة المئوية لتناقص التيار الكهربائي؟ لإيجاد النسبة المئوية للتزايد أو التناقص نستخدم المعادلة التالية:

$$\text{التغير \%} = \frac{(\text{القيمة النهائية}) - (\text{القيمة الابتدائية})}{(\text{القيمة الابتدائية})} \times 100$$

$$\% \text{ Change} = \frac{(\text{Final value}) - (\text{Initial value})}{\text{Initial value}} \times 100$$

فإذا كانت نتيجة المعادلة أعلاه موجبة فإن التغير في النسبة المئوية يكون في اتجاه الزيادة، وفي المقابل إذا كانت النتيجة سالبة فإن التغير في النسبة المئوية يكون في اتجاه التناقص. (ملاحظة: إذا كانت القيمة الابتدائية صفراً، فإن التغير في النسبة المئوية غير معرف لكون الصفر في المقام).

في المثال أعلاه إذا تناقص التيار الكهربائي من $0.500 A$ إلى $0.250 A$ ، فإن نسبة التغير في مقداره يحسب كما يأتي:

$$\% \text{ التغير} = \frac{0.250A - 0.500A}{0.500A} \times 100 = -50\%$$

النتيجة سالبة؛ لذلك فإن النسبة المئوية تتناقص. أما تغير النسبة المئوية للتغير في المقاومة فتحسب كما يلي:

$$\% \text{ التغير} = \frac{(100\Omega) - (50\Omega)}{100\Omega} \times 100 = 50\%$$

النتيجة موجبة؛ لذلك فإن النتيجة المئوية تتزايد، ومن ثم فإن التيار I يتناقص بنسبة 50% عندما تتزايد المقاومة R بنسبة 50%.

حوّل النسب المئوية إلى كسر عشري في كل مما يلي:

5. 0.25 %

1. 25 %

6. 1/4 %

2. 40 %

7. 1/8 %

3. 100 %

4. 0.5 %

1 ربط الرياضيات مع الفيزياء

حوّل الكسر العشري إلى نسبة مئوية في كل مما يلي:

0.68 .11

0.1 .8

0.99 .12

0.25 .9

1.1 .13

1.0 .10

احسب تزايد أو تناقص النسب المئوية في كل مما يلي:

14. إذا انخفض سعر ثوب من 250 ريالاً إلى 200 ريال، فما النسبة المئوية للانخفاض في السعر؟

15. إذا زاد التيار الكهربائي في دائرة كهربائية من 0.75 A إلى 0.80 A، فما النسبة المئوية لتزايد التيار الكهربائي؟

16. إذا تناقصت سرعة سيارة من 90.0 km/h إلى 50.0 km/h، فما النسبة المئوية للتناقص في سرعة السيارة؟

ربط الرياضيات مع الفيزياء

المتباينات Inequalities

تستخدم المتباينات للمساعدة على فهم العلاقات بين المتغيرات مثل فرق الجهد الكهربائي، والتيار الكهربائي، وعدد اللفات في المحول الكهربائي الرافع للجهد (الأعلى)، والمحول الكهربائي الخافض للجهد (الأدنى). والمتباينة جملة رياضية تبين أن العدد الأول المتغير أو العبارة الجبرية لها قيمة أكبر أو أصغر من الأخرى، وتكون الأشكال العامة للمتباينات كما يلي:

$$a < b, \text{ أقل من } b$$

$$a > b, \text{ أكبر من } b$$

لاستخدام رموز المتباينة، حدد فيما إذا كان الرقم المتغير أو العبارة الجبرية أكبر من الأخرى، عندئذ فإن رأس رمز المتباينة يشير إلى اتجاه القيمة الأصغر، فمثلاً لكون العدد 3 أقل من العدد 5، فإن رأس رمز المتباينة يشير إلى اتجاه العدد 3؛ أي أن $3 < 5$ أو $5 > 3$.

أدخل إشارة أكبر أو أصغر لجعل المتباينة صحيحة:

$$-10 \text{ _____ } -20 \quad .5$$

$$1 \text{ _____ } 5 \quad .1$$

$$-13 \text{ _____ } -2 \quad .6$$

$$10 \text{ _____ } 20 \quad .2$$

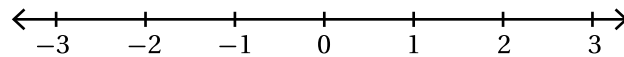
$$0 \text{ _____ } -200 \quad .7$$

$$100 \text{ _____ } 68 \quad .3$$

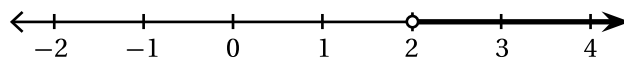
$$-9 \text{ _____ } 7 \quad .8$$

$$-1 \text{ _____ } -5 \quad .4$$

إذا احتوت المتباينة على عبارة جبرية في أحد جانبي رمز المتباينة وعلى عدد في الجانب الآخر، ففي هذه الحالة يكون هناك أكثر من حل لهذه المتباينة. فمثلاً إذا كانت $x > 2$ ، فإن مجموعة الحل للمتغير تتضمن كل الأعداد أكبر من 2، ويمكن تمثيل هذا النوع من المتباينات على خط الأعداد. خط الأعداد مائل تماماً للمحور الأفقي في النظام المحوري، حيث يفصل الصفر الأعداد الموجبة والأعداد السالبة على خط الأعداد، فالأعداد الموجبة تقع على يمين الصفر والأعداد السالبة على يساره.

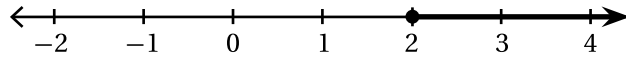


ولتمثيل المتباينة بمتغير على الطرف الأول وعدد على الطرف الآخر. تقوم برسم دائرة فارغة على خط الأعداد ونزيد من سماكته (bold) إما لجهة اليسار أو لجهة اليمين اعتماداً على رمز المتباينة. فمثلاً لتمثيل المتباينة $x > 2$ بيانياً نرسم الدائرة من جهة اليمين؛ وهذا يشير إلى أن قيمة المتغير x ؛ أي عدد أكبر من 2



2 ربط الرياضيات مع الفيزياء

إن الدائرة الفارغة تشير إلى أن قيمة المتغير لا تساوي العدد، فإذا أردنا تمثيل المتباينة $x \geq 2$ بيانياً؛ حيث إن x أكبر من أو يساوي 2، فإن الدائرة ينبغي أن تظللت لتمثل نقطة كما هو موضح أدناه.



مثل المتباينات التالية على خط الأعداد:

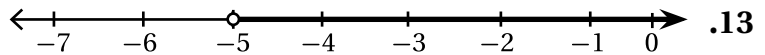
9. $x > 3$

10. $x \geq -2$

11. $x < 5$

12. $x \leq -1$

عين معادلة المتباينة من التمثيل البياني أدناه:



ربط الرياضيات مع الفيزياء

النسبة والتناسب Ratio and Proportion

النسبة عملية مقارنة بين كميتين باستخدام القسمة. والشكل العام للنسبة هو صيغة $\frac{a}{b}$ ، فمثلاً إذا كان يجب تناول قرص أسبرين واحد (1.0) لكل 50.0 kg من كتلة الجسم فعندئذ تكون نسبة أقراص الأسبرين لكتلة الجسم $\frac{1.0}{50.0 \text{ kg}}$. وعندما تشير معادلة إلى أن نسبتين متساويتين فإن هذه الحالة تسمى تناسباً، لذلك فإن العلاقة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ عبارة عن تناسب. ولكون التناسب جملة تكافؤ (مساواة) فإذا علمت قيمة ثلاث متغيرات أمكن حساب قيمة المتغير الرابع، وذلك بحل المتباينة بالنسبة لهذا المتغير المجهول.

ففي المثال السابق، إذا كانت كتلة الشخص 100.0 kg بدلاً من 50.0 kg، فإن عدد أقراص الأسبرين يمكن حسابها باستخدام التناسب، وذلك بتكوين علاقة تكافؤ (مساواة) بين النسبة المعلومة "قرص أسبرين واحد لجسم كتلته 50 kg"، وبين نسبة تتضمن الكمية المجهولة x على الصيغة التالية: $\frac{1.0}{50.0 \text{ kg}} = \frac{x}{100.0 \text{ kg}}$

وكلتا النسبتين يجب أن تحافظ على الشكل نفسه (عدد الأقراص في البسط وكتلة الشخص في المقام، ولحل التناسب بالنسبة للكمية المجهولة x نقوم بنقل المتغير في طرف واحد من المعادلة والأرقام في الطرف الآخر: $x = \frac{1.0}{50.0 \text{ kg}} \times 100.0 \text{ kg} = 2.0$ ، وهكذا فإن قرصين 2.0 أسبرين تكون لازمة لشخص كتلته 100.0 kg.

إن مبدأ الضرب التبادلي يمثل عملية سريعة تستخدم في حل التناسب بالنسبة لكمية مجهولة.

$$\text{إذا كان } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ فإن } ad = bc$$

أي أن بسط النسبة الأولى يضرب في مقام النسبة الثانية، بينما يضرب بسط النسبة الثانية في مقام النسبة الأولى. ولأي علاقة تناسب فإن حاصل الضرب ad يجب أن يساوي bc ، ففي المثال أعلاه فإن علاقة التناسب تكتب على الصيغة $\frac{1.0}{50.0 \text{ kg}} = \frac{x}{100.0 \text{ kg}}$ ومنها فإن $10 \times 100.0 \text{ kg} = x \times 50.0 \text{ kg}$

حل التناسبات التالية بالنسبة للمتغير المجهول.

$$1. \frac{4}{3} = \frac{12}{x}$$

$$2. \frac{n}{4} = \frac{3}{8}$$

$$3. \frac{x}{20} = -\frac{2}{10}$$

3 ربط الرياضيات مع الفيزياء

$$.4 \quad \frac{3x}{9} = \frac{1}{-12}$$

$$.5 \quad \frac{4x-2}{4} = \frac{6}{8}$$

$$.6 \quad \frac{12+6x}{2x} = \frac{3}{3}$$

.7 يعتبر جهاز مطياف الكتلة من الأجهزة العلمية المهمة في القياسات المخبرية، ويقاس هذا الجهاز النسبة بين شحنة الأيون إلى كتلته $\frac{q}{m}$ ، وهذه النسبة تساوي النسبة بين ضعف فرق الجهد المطبق V مقسومًا على حاصل ضرب مربع شدة المجال المغناطيسي B ومربع نصف قطر المسار الدائري للأيون r ، وبذلك تكون علاقة التناسب الناتجة كالآتي: $\frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2}$. فإذا كانت $B = 0.05 \text{ T}$ ، $V = 60.0 \text{ V}$ ، $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $r = 0.08 \text{ m}$ فاحسب الكمية المجهولة m .

.8 يُعطى دواء البروفين للمريض بهدف تخفيف شدة الألم، وتعتمد الجرعة المعطاة له على وزن الجسم، فالأطفال من عمر ستة أشهر وحتى اثني عشر عامًا تكون الجرعة 5 mg لكل كيلوجرام من وزن الجسم. احسب مقدار الجرعة التي يجب أن تعطى لطفل وزنه 10 kg ؟ (مساعدة: كون علاقة التناسب).

ربط الرياضيات مع الفيزياء

كتلة الذرة The Mass of an Atom

كما في القياسات الأخرى فإنه يمكن كتابة كتلة الذرة بوحدات مختلفة. وحدة الكتلة الذرية هي إحدى الطرائق لقياس كتلة ذرة مفردة، حيث تستخدم كتلة ذرة عنصر الكربون 12 كأساس لوحدة الكتلة الذرية u ، بحيث أن كل وحدة ذرية u تعادل $\frac{1}{12}$ من كتلة ذرة الكربون 12، وبذلك فإن الكتلة الذرية للكربون 12 تساوي $12 u$.

بناءً على ما تقدم فإن الكتلة الذرية لعناصر الجدول الدوري يمكن إيجادها اعتماداً على المقياس الحقيقي، الذي يعتبر أن $\frac{1}{12}$ من كتلة ذرة الكربون 12 يمثل وحدة واحدة. فمثلاً الكتلة الذرية لذرة الهيدروجين واحدة H ، تكافئ وحدة ذرية واحدة 1.0 ، بينما الكتلة الذرية لذرة صوديوم واحدة Na ، تكافئ $23 u$ ، وتشير الكتل الذرية السابقة إلى أن كتلة ذرة الصوديوم تكافئ 23 مرة كتلة ذرة الهيدروجين وضعف كتلة ذرة الكربون تقريباً. وللتحويل من وحدة الكتل الذرية لوحدة الجرام نستخدم العلاقة التالية: $1 u = 1.66 \times 10^{-24} g$

في كثير من التطبيقات الفيزيائية عدد الذرات أكبر بكثير من ذرة واحدة، ولذلك فإننا نستخدم وحدة المول ($mole$) بدلاً من وحدة الكتل الذرية، ومن ثم فإن وحدة mol تستخدم وحدة قياس لتحديد عدد كبير من الذرات، وتعرف وحدة mol على أنها عدد ذرات الكربون 12 الموجودة في $12g$ من الكربون النقي، وتكافئ هذه الكمية 6.022×10^{23} ذرة.

ويعبر عنها بطريقة أخرى في صيغة (ذرة $6.022 \times 10^{23} = 1 mol$) والكمية، ويعرف المقدار $\frac{ذرة}{mol} 6.022 \times 10^{23}$ بعدد أفوجادو.

ويمكن التعبير عن وحدات قياس الذرة (أو الجزيء) بالجرامات بدلاً من وحدة الكتلة الذرية أو وحدة mol . وباستخدام المتكافئات أعلاه يمكن تحويل الكتلة من وحدة قياس إلى أخرى بالاعتماد على التحليل البعدي.

$$(5.0 g O) \times \left(\frac{1 u}{1.66 \times 10^{-24} g} \right) = 3.0 \times 10^{24} u \text{ فإن } u \text{ وحدة الكتل الذرية } u \text{ فإن:}$$

ولتحويل $3.0 \times 10^{24} u$ من الأكسجين O إلى وحدة mol فإن:

$$(3.0 \times 10^{24} u O) \times \left(\frac{1 ذرة}{16 u} \right) \times \left(\frac{1 mole}{6.022 \times 10^{23} ذرة} \right) = 0.31 mol$$

حوّل الكتل التالية إلى الوحدة المشار إليها، استخدم الملحق D في كتاب الطالب لإيجاد الكتلة الذرية لكل عنصر في كل مما يلي:

1. $8.0 g O$ إلى وحدة الكتل الذرية u .

2. $20.0 g C$ إلى وحدة الكتل الذرية u .

3. $5.0 g Na$ إلى وحدة الكتل الذرية u .

4 ربط الرياضيات مع الفيزياء

4. 10.0 g K إلى وحدة الكتل الذرية u .

5. $6.0 \times 10^{24} \text{ u Cd}$ إلى وحدة mol .

6. $9.0 \times 10^{24} \text{ u Ag}$ إلى وحدة mol .

7. $4.0 \times 10^{28} \text{ u Cl}$ إلى وحدة mol .

8. $25 \times 10^{30} \text{ u Au}$ إلى وحدة mol .

9. 8.0 g O إلى وحدة mol .

10. 20.0 g C إلى وحدة mol .

11. 5.0 g Na إلى وحدة mol .

ربط الرياضيات مع الفيزياء

المعادلات الأسية والرسوم البيانية Exponential Equations and Graphs

توضح المعادلات الجبرية العلاقات بين مجموعة من المتغيرات كالمعادلات الخطية التي تمت مناقشتها سابقاً. وهناك أنواع أخرى من المعادلات الجبرية كالدوال الأسية التي تتضمن متغيرات على شكل أسس، ومن الأمثلة على هذه الدوال $y = 4^x$ و $y = \frac{1}{2} x^t$

حدد فيما إذا كانت المعادلات التالية أسية:

1. $y = 8^x$

2. $d = \bar{v} t$

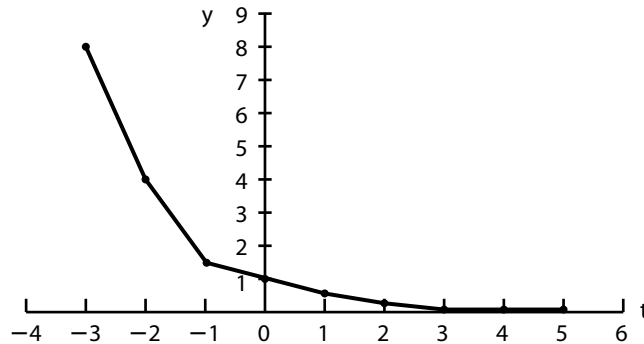
3. $v = \frac{1}{2} a^t$

4. $F = ma$

5. $y = 5^{t-3}$

تستخدم الدوال الأسية في دراسة الاضمحلال (الانحلال) الإشعاعي للنظائر المشعة، حيث يمكن التعبير عن الكمية المتبقية من النظير المشع في العينة بعد تعرضه للاضمحلال على النحو التالي:

الكمية المتبقية = الكمية الأصلية $\times \left(\frac{1}{2}\right)^t$ حيث t تمثل عدد أعمار النصف التي انقضت منذ بداية الانحلال. عند تمثيل الاقتران الأسّي بيانياً في النظام المحوري فإن الرسم البياني يتخذ الشكل المنحني، والشكل أدناه هو التمثيل البياني للمعادلة $y = \left(\frac{1}{2}\right)^t$:



5 ربط الرياضيات مع الفيزياء

كما في المعادلات الجبرية الأخرى يمكن تمثيل الدالة الأسية بيانياً، وذلك باستعمال الأزواج المرتبة. ولتمثيل معادلة ما بهذه الطريقة، فإن سلسلة من الأزواج المرتبة يتم إيجاد كل منها باختيار قيمة عددية للمتغير x ، ومن ثم تعويضها في المعادلة لإيجاد المتغير y على المحور المرتبط به.

تعاد هذه الخطوة عدة مرات حتى يتم إيجاد العدد الكافي من الأزواج المرتبة لتكوين المنحنى البياني، وبعد تمثيل الأزواج المرتبة على المستوى الإحداثي يتم توصيلها لتكوين المنحنى.

مثل المعادلات الأسية التالية باستعمال الأزواج المرتبة:

$$y = 2^x \quad .6$$

$$y = 2^{x+1} \quad .7$$

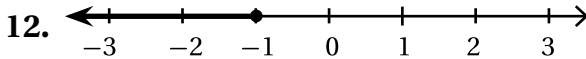
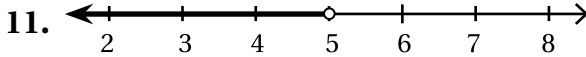
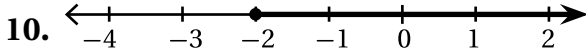
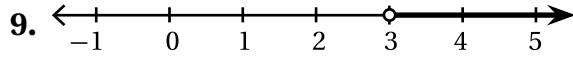
$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x \quad .8$$

إجابات الأنشطة

النشاط 1

7. <

8. >



13. $x > -5$

14. $x \leq 8$

1. $25\% = \frac{25}{100} = 0.25$

2. $40\% = \frac{40}{100} = 0.40$

3. $100\% = \frac{100}{100} = 1$

4. $0.5\% = \frac{0.5}{100} = 0.005$

5. $25\% = \frac{25}{100} = 0.25$

6. $\frac{1}{4}\% = 0.25\% = \frac{.25}{100} = 0.0025$

7. $\frac{1}{8}\% = 0.125\% = \frac{0.125}{100} = 0.00125$

8. $0.1\% = 0.1 \times 100 = 10\%$

9. $0.25 = 0.25 \times 100 = 25\%$

10. $1\% = 1 \times 100 = 100\%$

11. $0.68 = 0.68 \times 100 = 68\%$

12. $0.99 = 0.99 \times 100 = 99\%$

13. $1.1 = 1.1 \times 100 = 110\%$

14. $\% \text{ التغير} = \frac{200 \text{ ريال} - 250 \text{ ريالاً}}{250 \text{ ريالاً}} \times 100 = 20\%$

15. $\% \text{ التغير} = \frac{0.80A - 0.75A}{0.75A} \times 100 = 6.7\%$

16. $\% \text{ التغير} = \frac{50.0\text{km/h} - 90.0\text{km/h}}{90.0\text{km/h}} \times 100 = 20\%$

النشاط 3

1. $\frac{4}{3} = \frac{12}{x}$
 $4x = 3 \times 12$
 $4x = 36$
 $x = 36/4$
 $x = 9$

2. $\frac{x}{4} = \frac{3}{8}$
 $8x = 3 \times 4$
 $8x = 12$
 $x = 12/8$
 $x = 1\frac{1}{2}$

3. $\frac{x}{20} = -\frac{2}{10}$
 $10x = 20 \times (-2)$
 $10x = -40$
 $x = -\frac{40}{10}$
 $x = -4$

4. $\frac{3x}{9} = \frac{1}{-12}$
 $3x \times (-12) = 9 \times 1$
 $-36x = 9$
 $x = 9/(-36)$
 $x = -1/4$

النشاط 2

1. >

2. >

3. <

4. <

5. <

6. >

$$6. (9.0 \times 10^{24} \text{ uAg}) \times \frac{1 \text{ ذرة}}{108 \text{ u}} \times \frac{1 \text{ mole}}{(6.022 \times 10^{23} \text{ ذرة})} = 0.14 \text{ mol}$$

$$7. (4.0 \times 10^{28} \text{ u Cl}) \times \frac{1 \text{ ذرة}}{35 \text{ u}} \times \frac{1 \text{ mole}}{6.022 \times 10^{23} \text{ ذرة}} = 1.9 \times 10^3 \text{ mol}$$

$$8. (25 \times 10^{30} \text{ u Au}) \times \frac{1 \text{ ذرة}}{197 \text{ u}} \times \frac{1 \text{ mole}}{6.022 \times 10^{23} \text{ ذرة}} = 2.1 \times 10^5 \text{ mol}$$

$$9. (8.0 \text{ gO}) \times \frac{1 \text{ u}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ ذرة}}{16 \text{ u}} \times \frac{1 \text{ mole}}{6.022 \times 10^{23} \text{ ذرة}} = 0.50 \text{ mol}$$

$$10. (20.0 \text{ gC}) \times \frac{1 \text{ u}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ ذرة}}{12 \text{ u}} \times \frac{1 \text{ mole}}{6.022 \times 10^{23} \text{ ذرة}} = 1.67 \text{ mol}$$

$$11. (5.0 \text{ gNa}) \times \frac{1 \text{ u}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ ذرة}}{23 \text{ u}} \times \frac{1 \text{ mole}}{6.022 \times 10^{23} \text{ ذرة}} = 0.22 \text{ mol}$$

النشاط 5

1. نعم
2. لا
3. نعم
4. لا
5. نعم

$$5. \frac{4x-2}{4} = \frac{6}{8}$$

$$(4x-2)8 = 6 \times 4$$

$$32x - 16 = 24$$

$$32x = 40$$

$$x = 40/32$$

$$x = 1 \frac{1}{4}$$

$$6. \frac{12+6x}{2x} = \frac{3}{3}$$

$$(12+6x)3 = 3 \times 2x$$

$$36 + 18x = 6x$$

$$12x = -36$$

$$x = -\frac{36}{12}$$

$$7. \frac{q}{m} = \frac{2v}{B^2 r^2}$$

$$m = \frac{B^2 r^2 q}{2v}$$

$$m = \frac{(0.050 \text{ T})^2 (0.080 \text{ m})^2 (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{2(60.0 \text{ V})}$$

$$m = 2.1 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\frac{5 \text{ mg}}{1 \text{ kg}} = \frac{x}{10 \text{ kg}}$$

$$(5 \text{ mg})(10 \text{ kg}) = x(1 \text{ kg})$$

$$x = \frac{(5 \text{ mg})(10 \text{ kg})}{1 \text{ kg}}$$

$$x = 50 \text{ mg}$$

النشاط 4

$$1. (8.0 \text{ gO}) \times \frac{1 \text{ u}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} = 4.8 \times 10^{24} \text{ u}$$

$$2. (20.0 \text{ gC}) \times \frac{1 \text{ u}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} = 12.0 \times 10^{24} \text{ u}$$

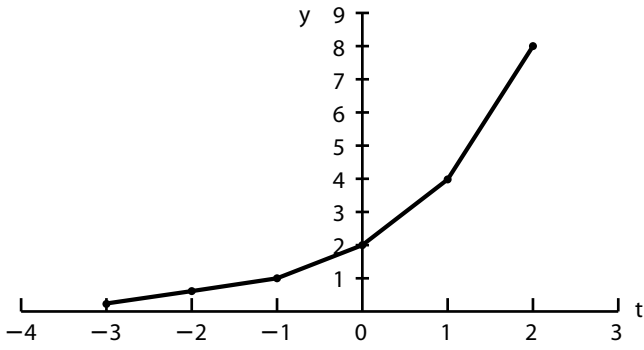
$$3. (5.0 \text{ gNa}) \times \frac{1 \text{ u}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} = 3.0 \times 10^{24} \text{ u}$$

$$4. (10.0 \text{ gK}) \times \frac{1 \text{ u}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} = 6.02 \times 10^{24} \text{ u}$$

$$5. (6.0 \times 10^{26} \text{ uCd}) \times \frac{1 \text{ ذرة}}{112 \text{ u}} \times \frac{1 \text{ mole}}{(6.022 \times 10^{23} \text{ ذرة})} = 8.9 \text{ mol}$$

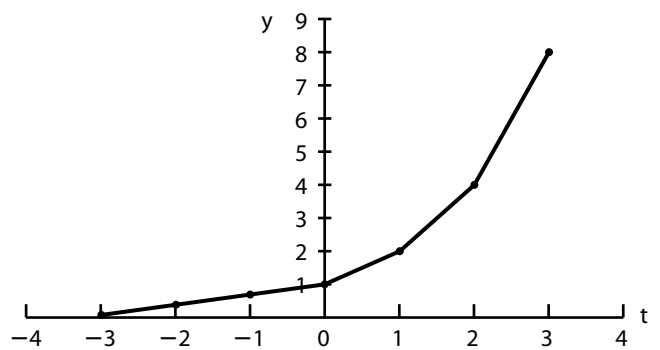
7.

x	y
-3	1/4
-2	1/2
-1	1
0	2
1	4
2	8



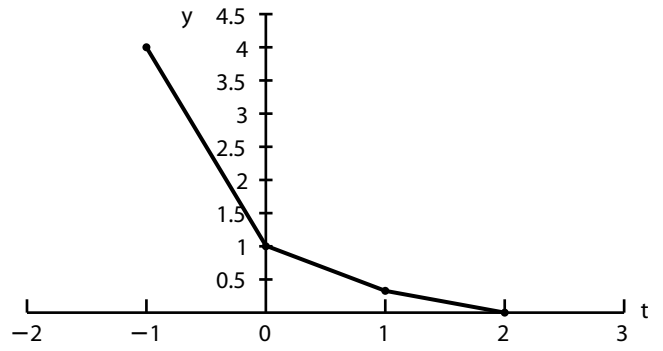
6.

x	y
-3	1/8
-2	1/4
-1	1/2
0	1
1	2
2	4
3	8



8.

x	y
-1	4
0	1
1	1/4
2	1/16



ربط الرياضيات مع الفيزياء

الصف الثاني الثانوي

قسم العلوم الطبيعية



الفيزياء - الصف الثاني الثانوي

Glencoe Science

CONNECTING MATH TO PHYSICS

Physics

ربط الرياضيات مع الفيزياء

أعدّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.obeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.



حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

المحتويات

iv	إلى المعلم
1	نشاط 1 : القياسات الزاوية
3	نشاط 2 : خصائص الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية
5	نشاط 3 : التعبير العلمي
7	نشاط 4 : الحجم والمساحة
9	نشاط 5 : المساحة تحت المنحنى
11	نشاط 6 : اختصار المعادلات
13	نشاط 7 : العلاقات الطردية والعكسية
15	نشاط 8 : جمع الكسور وطرحها
17	نشاط 9 : ترتيب العمليات
19	نشاط 10 : تمثيل منحنيات جيب الزاوية وجيب تمامها
21	إجابات الأنشطة

يوفر كتاب "ربط الرياضيات مع الفيزياء" أنشطةً تساعد على تطوير عشر مهارات رياضية مرتبطة بدراسة الفيزياء عند الطلاب، وتزودهم هذه الأنشطة بإرشادات وتمارين إضافية تساعدهم متى كانوا في حاجة ماسة إليها. ويترواح مدى هذه المهارات بين المبادئ الأساسية في الرياضيات، مثل قياس الزوايا، وتقنيات الرسم البياني، حتى المهارات الأكثر تعقيداً، مثل المعادلات الأسية ورسومها البيانية.

الربط مع كتاب الطالب للفيزياء

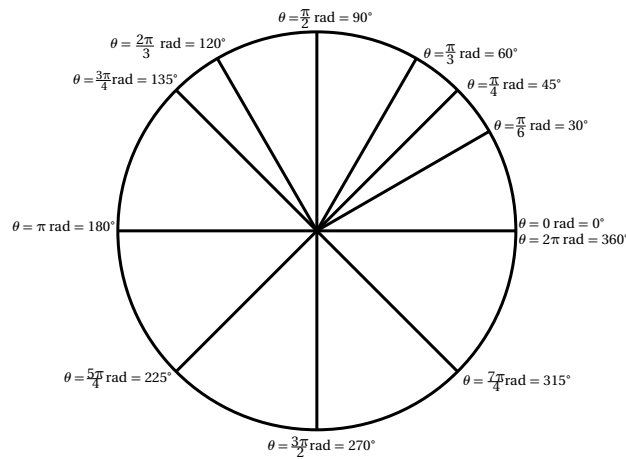
تتلاءم الأنشطة في كتاب "الربط مع الرياضيات" مع الفصول التالية في كتاب الفيزياء للصف الثاني الثانوي. الجدول أدناه يساعدك بطريقة مثلى على أن تستخدم الأنشطة في هذا الكتاب.

استخدامه	النشاط
الفصل 1	النشاط 1: القياسات الزاوية
الفصل 2	النشاط 2: خصائص الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية
الفصل 4	النشاط 3: التعبير العلمي
الفصل 6	النشاط 4: الحجم والمساحة
الفصل 7	النشاط 5: المساحة تحت المنحنى
الفصل 8	النشاط 6: اختصار المعادلات
الفصل 9	النشاط 7: العلاقات الطردية والعكسية
الفصل 10	النشاط 8: جمع وطرح الكسور
الفصل 11	النشاط 9: ترتيب العمليات
الفصل 12	النشاط 10: تمثيل منحنيات جيب الزاوية وجيب تمامها

ربط الرياضيات مع الفيزياء

القياسات الزاوية Angular Measurements

تشير القياسات الزاوية إلى مقدار الدوران، ووحدة القياس المستخدمة لها عادة هي الدرجة، حيث $1^\circ = \frac{1}{360}$ جزءاً من الدائرة. في الشكل أدناه الزاوية θ تمثل الدوران، أي قياس الزاوية، وعندما يكون قياس الزاوية $\theta = 360^\circ$ ، تكون دورة كاملة قد تم قياسها.



هناك وحدة أخرى يمكن استخدامها في القياسات الزاوية، وهي وحدة الراديان، الذي يُحدّد بزاوية تقابل قوساً طوله d ، مساوياً لنصف قطر الدائرة. لاحظ أن الشكل أعلاه يبين قياس الزاوية بوحدتي الدرجة والراديان.

كيف يقاس طول القوس؟ تذكر أن محيط الدائرة يساوي $2\pi r$ ، فإذا كان $C = 2\pi$ ، ونصف القطر $r = 1$ ، فإنه لدورة كاملة يكون $\theta = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$. ولنصف دورة يكون:

$$\theta = \frac{C}{2} \text{ rad} = \frac{2\pi}{2} \text{ rad} = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

وللتحويل من وحدة الراديان إلى وحدة الدرجة، استخدم العلاقة $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ للحصول على معامل التحويل.

حوّل من وحدة الراديان إلى وحدة الدرجة.

$$1. \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

$$2. \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$3. \frac{\pi}{8} \text{ rad}$$

$$4. \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

1 ربط الرياضيات مع الفيزياء

حول من وحدة الدرجات إلى وحدة الراديان مستخدماً π في إجابتك (مساعدة: استخدم معامل التحويل لتكوين كسر، ثم اختصر الكسر).

5. 360°

6. 45°

7. 135°

8. 60°

عندما لا يساوي نصف القطر وحدة واحدة فإن القياسات الزاوية بوحدة الراديان لا تساوي طول القوس، وبذلك فإن العلاقة بين كل من d , r , θ تصبح كالتالي: $d = r\theta$ ، حيث الزاوية θ بوحدة الراديان (لا بوحدة الدرجات) وعندما $r = 1$ فإن $d = \theta$.

أوجد القيمة الناقصة (ملاحظة: d تمثل طول القوس، وليس نصف القطر) في كل مما يلي:

9. إذا كانت $\theta = \pi \text{ rad}$ و $r = 2.0 \text{ m}$ فأوجد d .

10. إذا كانت $\theta = \frac{\pi}{3}$ و $r = 9.0 \text{ mm}$ فأوجد d .

11. إذا كانت $\theta = 2 \pi \text{ rad}$ و $d = 2.0 \text{ cm}$ فأوجد r .

12. إذا كانت $\theta = \frac{2\pi}{3}$ و $d = 10.0 \text{ m}$ فأوجد r .

13. إذا كانت $d = 10.0 \text{ mm}$ و $r = 2.0 \text{ mm}$ فأوجد θ .

14. إذا كانت $d = 90.0 \text{ km}$ و $r = 30.0 \text{ km}$ فأوجد θ .

ربط الرياضيات مع الفيزياء

خصائص الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية Properties of Real Numbers and Algebraic terms

لفهم الفيزياء والرياضيات عند حل المسائل الحسابية لا بد من فهم خصائص الأعداد الحقيقية الأساسية والمقادير الجبرية. فالأعداد الحقيقية تتضمن كل الأعداد على خط أعداد محدد كالمحور السيني x في النظام الإحداثي، بينما المقادير الجبرية تتضمن مجموعة من حدود جبرية تضاف بعضها إلى بعض، فحدود المقدار الجبري $3x + 4y + 1$ هي $3x$ و $4y$ و 1 .

وتتصف الأعداد الحقيقية والمقادير الجبرية بمجموعة من الخصائص الأساسية هي: خاصية الإبدال، وخاصية التجميع، وخاصية التوزيع، وخاصية المساواة، وهذه الخصائص تساعد على إعادة ترتيب المعادلات وحلها. فخاصية الإبدال تنص على إمكانية جمع أو ضرب عددين أو حدين جبريين بأي ترتيب، فمثلاً: $3 + 2 = 2 + 3$ و $x + y = y + x$ و $2 \times 3 = 3 \times 2$ و $x y = y x$ وتسمح هذه الخاصية بإعادة ترتيب حدود المعادلة، وبذلك يمكن كتابة: $F = m a$ على الصورة $F = a m$ والإجابة لا تتغير. أما خاصية التجميع فتتضمن على جمع أو ضرب ثلاثة حدود أو أكثر معاً فإنه ليس مهماً أي من تلك الحدود تجمع أو تضرب أولاً. فمثلاً: $(4 + 3) + 2 = 4 + (3 + 2)$ ، $(x y) z = x(y z)$

وتنص خاصية التوزيع على أن الضرب يوزع على الجمع؛ أي أن الحد المضروب فيه يمكن أن يوزع على حدود ما داخل القوس، فمثلاً: $2(x + y) = 2x + 2y$ أي عندما يجمع حدان معاً، ثم يضرب الناتج في حد آخر، فالإجابة تبقى هي نفسها كضرب ما داخل القوس في الحد الجديد، ثم جمع الحدين الناتجين معاً. فمثلاً: $2(3x + 4) = (2 \times 3x) + (2 \times 4) = 6x + 8$.

حدّد الخاصية المستخدمة في كل مما يأتي:

$$3x + 3y = 3(x + y) \quad .3$$

$$t_f + t_i = t_i + t_f \quad .1$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C \quad .4$$

$$2(RB) \cos \theta = 2R(B \cos \theta) \quad .2$$

والهدف من حل المعادلة الجبرية فصل المتغيرات في أحد جوانبها، والحصول على كل الحدود الأخرى في الجانب الآخر المقابل لعلاقة المساواة. لذلك يجب إعادة ترتيب المعادلة لحساب المتغير. تستخدم خاصية المساواة لنقل الحدود من أحد طرفي المعادلة إلى الطرف الآخر. وتنص هذه الخاصية على أنه "يمكن إجراء عملية رياضية في أحد جانبي المعادلة ما دام بالإمكان إجراء هذه العملية في الجانب الآخر"، فمثلاً في المعادلة $1 = 1$ إذا أضيف العدد 3 إلى كلا الطرفين فإن $1 + 3 = 1 + 3$ ، والناتج $4 = 4$ ؛ لأن الرقم نفسه 3 قد أضيف إلى كلا الطرفين فيبقىان متساويين. إذا كانت $1 + x = 2$ فإنه يمكن في هذه الحالة عزل المتغير x في الطرف الأيسر من المعادلة إذا تم طرح العدد 1 من طرفي المعادلة كليهما؛ أي أن $1 - 1 = 2 - 1 = x + 1 - 1$ ؛ ولأن القيمة نفسها قد طرحت من طرفي المعادلة كليهما فقد بقيت علاقة المساواة صحيحة.

ويمكن تنفيذ عملية عكسية، وذلك بنقل حد من أحد طرفي معادلة إلى الطرف المقابل، بحيث تكون عملية الجمع عملية عكسية لعملية الطرح، وتكون عملية الضرب عملية عكسية لعملية القسمة. فمثلاً لحل المعادلة $v = \frac{d}{t}$ بالنسبة إلى المتغير d فإن المتغير t يجب نقله إلى الطرف الآخر؛ وذلك من أجل فصل d في الطرف الأيمن، فإذا ضربت $\frac{d}{t}$ في t ، وجب ضرب الطرف الأيسر t أيضاً. وذلك لأن عملية الضرب هي العملية العكسية لعملية القسمة. وبعد أن تمت عملية ضرب t في كل من طرفي المعادلة $v = \frac{d}{t}$ ، كان الناتج $t \times v = \frac{d}{t} \times t$ ، أي أن $tv = d$.

2 ربط الرياضيات مع الفيزياء

استخدم كلاً من خصائص الإبدال والتجميع والتوزيع والمساواة لحل المعادلات التالية:

5. $x + 5 = 8$ ، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير x .

6. $2z = 4$ ، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير z .

7. $v = \frac{d}{t}$ ، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير t .

8. $I = m(v_f - v_i)$ ، حل المعادلة بالنسبة إلى المتغير v_f .

التعويض الجبري Algebraic substitution

في كتاب الطالب تحولت المعادلة $F = ma$ إلى المعادلة $F\Delta t = \Delta p$ ، وهذا التحويل ممكن تنفيذه باستخدام الخصائص الموضحة سابقاً، إضافة إلى خاصية التعويض، وتتم عملية التعويض عندما تستبدل المتغيرات بأعداد أو حدود جبرية. فمثلاً إذا كانت $a = 9.8 \text{ m/s}^2$ في المعادلة $F = ma$ ، فإن قيمة a العددية تعوض بدل المتغير a في المعادلة لتصبح $F = m \times 9.8 \text{ m/s}^2$. إذا عوض $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ بدلاً من القيمة العددية للمتغير a ، فإن $F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، ولأن التعبير $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ يساوي a فإنه يمكن التعويض به في أي معادلة تحتوي على المتغير a بوصفه أحد متغيراتها. وهذه تمثل الخطوة الأولى في عملية تحويل المعادلة $F = ma$ إلى المعادلة $F\Delta t = \Delta p$ ،

التي تمت بحسب الخطوات الآتية: (1) $F = ma$ (2) $F = m \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)$ (تعويض $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) (3) $F\Delta t = m \Delta v$

(خاصية المساواة، ضرب طرفي المعادلة في المتغير Δt) (4) $F\Delta t = m(v_f - v_i)$ (تعويض $\Delta v = v_f - v_i$)

(5) $F\Delta t = m v_f - m v_i$ (خاصية التوزيع) (6) $F\Delta t = p_f - p_i$ (تعويض باستخدام معادلة كمية التحرك $p = mv$)

(7) $F\Delta t = \Delta p$ (تعويض $\Delta p = p_f - p_i$)

فدراسة مواضيع الفيزياء المختلفة تحتاج إلى إعادة ترتيب المعادلات أو معالجتها؛ لاشتقاق معادلات جديدة منها.

استخدم كلاً من خصائص التعويض والإبدال والتجميع والتوزيع والمساواة لاشتقاق المعادلات التالية:

9. حول المعادلة $a = (v_f - v_i) / \Delta t$ إلى $\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$. استخدم $\Delta v = v_f - v_i$.

10. حوّل المعادلة $F = ma$ إلى $F = \alpha I$ إلى $\tau = \alpha I$. استخدم $a = \alpha r$ و $\tau = Fr$ و $I = mr^2$.

ربط الرياضيات مع الفيزياء

التعبير العلمي Exponential Notation

في معادلة الطاقة الحركية $KE = \frac{1}{2} mv^2$ ، المتغير v مرفوع إلى الأس 2، والأس هو الرقم الصغير الواقع على الجانب الأعلى الأيمن من المتغير، وتمثل b^x الشكل العام للتعبير الأسّي، حيث b تمثل الأساس، و x الأس. يطبق التعبير العلمي في كثير من الحالات، وخصوصاً عندما يكون من المهم ضرب العدد أو المتغير في نفسه مراتٍ عدة. بدلاً من كتابة عملية الضرب للعدد في نفسه مرات عدة، يكتب العدد مرة واحدة مع الأس، ومقدار الأس يدل على عدد المرات التي يضرب فيها العدد (الأساس) في نفسه. فمثلاً:

$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^6$ و $v \times v = v^2$ ، وإذا كان العدد أو المتغير مرفوعاً إلى الأس 1، إلى الأس 1 عادة يُهمل؛ إلى الأس 2 أي أن: $m^1 = m$ و $3^1 = 3$ ، وفي المعادلة $a = \frac{d}{t^2}$ يلاحظ أن الأس في المقام، ويمكن كتابة المعادلة على الصورة $a = dt^{-2}$ ، حيث يحمل المتغير t أساً سالباً، والقاعدة الأساسية للأس السالب هي $\frac{1}{b^x} = b^{-x}$ فمثلاً $\frac{1}{9^3} = 9^{-3}$ ، و $\frac{1}{6^{-7}} = 6^{-(-7)} = 6^7$.

وللأس صوراً أخرى، فيمكن أن يكتب الجذر التربيعي أو التكعيبي في صورة عدد كسري؛ فالجذر التربيعي \sqrt{b} يكتب في صورة $b^{\frac{1}{2}}$ ، والجذور التكعيبية $\sqrt[3]{b}$ يكتب في صورة $b^{\frac{1}{3}}$.

أعد كتابة المقادير الرياضية التالية بدالاتها الأسية، بحيث يكون الأس موجباً.

- | | | | |
|-------|-----------------------|-------|-----------------------------------|
| _____ | 7. $\frac{1}{3^{-4}}$ | _____ | 1. $9 \times 9 \times 9$ |
| _____ | 8. $\frac{1}{z^{-x}}$ | _____ | 2. $2 \times 2 \times 2 \times 2$ |
| _____ | 9. $\sqrt{16}$ | _____ | 3. 1 |
| _____ | 10. $\sqrt{c^2}$ | _____ | 4. $a \times a$ |
| _____ | 11. $\sqrt[3]{8}$ | _____ | 5. 7^{-5} |
| _____ | 12. $\sqrt[3]{x^3}$ | _____ | 6. v^{-8} |

قاعدة ضرب الأسس: عند إجراء عملية ضرب كميتين لهما الأساس نفسه، فيمكن كتابة الناتج في صورة الأساس مرفوعاً إلى الأس ناتج جمع الأسين: $b^x + b^y = b^{x+y}$ ، فمثلاً: $3^2 + 3^3 = 3^5 = 243$

قاعدة قسمة الأسس: عند إجراء عملية القسمة لكميتين لهما الأساس نفسه، يمكن كتابة الناتج في صورة الأساس مرفوعاً إلى الأس ناتج طرح الأسين: $\frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$ ، فمثلاً: $\frac{4^3}{4^5} = 4^{3-5} = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

ويمكن توضيح عملية القسمة من خلال تفكيك الأسس: $\frac{4^3}{4^5} = \frac{(4 \times 4 \times 4)}{(4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

3 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد القيمة العشرية للمقادير التالية:

- | | | | |
|-------|-------------------------------------|-------|---------------------------------------|
| _____ | .19 $\frac{6.0^4}{6.0^2}$ | _____ | .13 10^4 |
| _____ | .20 $\frac{3^9}{3^8}$ | _____ | .14 2.00^{-3} |
| _____ | .21 $\frac{2.0^2}{2.0^{-4}}$ | _____ | .15 $8.00^1 \times 8.00^2$ |
| _____ | .22 $\frac{4^{-2}}{4^{-3}}$ | _____ | .16 $5.0^{-4} \times 5.0^6$ |
| _____ | .23 $\frac{5^{-2}}{5^{-1}}$ | _____ | .17 $7.0^{-6} \times 7.0^5$ |
| | | _____ | .18 $9.0^{-1} \times 9.0^{-1}$ |

إن قواعد ضرب الأسس وقسمتها تطبق في حالة المقادير المكتوبة بدلالاتها العلمية، ففي هذه الحالة يكون المقدار عددًا مضروبًا في الأساس 10 ومرفوعًا إلى الأس. فمثلًا المقداران 4.0×10^3 و 2.1×10^{-2} مكتوبان بالدلالة العلمية. ولإيجاد حاصل ضرب تلك المقادير نقوم بضرب الأعداد المكونة لكل منها، ثم ضرب الأعداد المكونة من الأساس 10، كل على حدة، وبشكل منفصل، مستخدمين قاعدة ضرب الأسس في إيجاد ناتج العملية الأخيرة:

$$(3.0 \times 10^3) \times (2.0 \times 10^2) = (3.0 \times 2.0) \times (10^3 \times 10^2) = 6.0 \times 10^{2+3} = 6.0 \times 10^5$$

وتطبق الخطوات نفسها لإيجاد ناتج قسمة المقادير بدلالاتها العلمية، وفي هذه الحالة نقوم بإجراء عملية قسمة الأعداد العشرية فقط، ومن ثم تطبيق قاعدة قسمة الأسس.

$$(4.0 \times 10^3) \div (2.1 \times 10^2) = \frac{4.0 \times 10^3}{2.1 \times 10^2} = \left(\frac{4.0}{2.1}\right) \times \left(\frac{10^3}{10^2}\right) = 1.9 \times 10^{3-2} = 1.9 \times 10^1$$

أوجد القيمة العشرية للمقادير التالية:

$\frac{6.0 \times 10^3}{2.0 \times 10^2}$.27	.24 $(2.0 \times 10^4) \times (3.0 \times 10^5)$
---	------------	---

$\frac{9.9 \times 10^4}{3.0 \times 10^{-2}}$.28	.25 $(1.0 \times 10^6) \times (5.0 \times 10^{-3})$
--	------------	--

.26 $4.2 \times 10^{-2} \times 1.0 \times 10^{-3}$

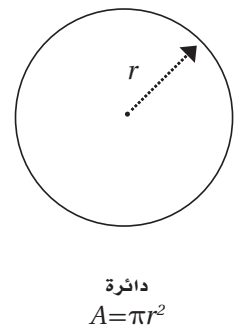
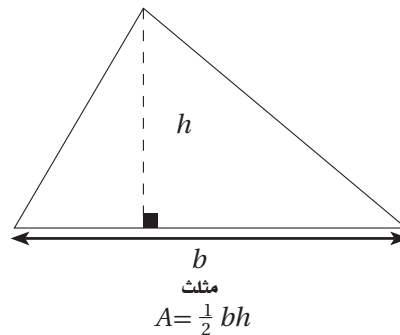
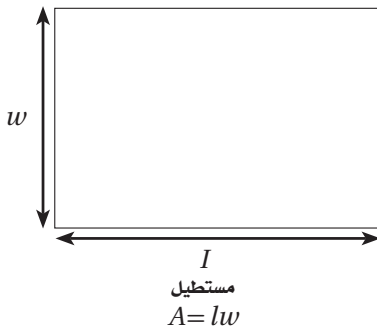
ربط الرياضيات مع الفيزياء

الحجم والمساحة Volume and Area

تستخدم المفاهيم الهندسية للمساحة والحجم عند دراسة خصائص الموائع، فالضغط مثلاً قوة عمودية مؤثرة في سطح ما مقسومة على مساحة السطح. وفي حالة الغاز المثالي فإن حاصل ضرب الضغط في الحجم يتناسب طردياً مع درجة الحرارة.

المساحة Area

تمثل مساحة سطح A عدد الوحدات المربعة اللازمة لتغطية السطح. والأشكال الهندسية أدناه توضح بعض السطوح المنتظمة الشائعة والمعادلات الرياضية اللازمة لحساب مساحة كل منها.



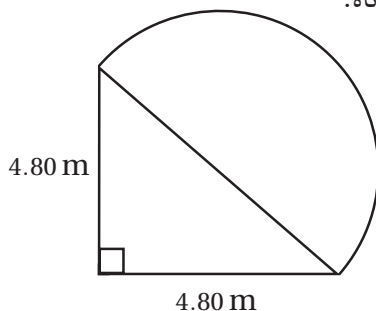
لإيجاد مساحة شكل ما نستخدم المعادلة أو مجموعة المعادلات التي يمكن تطبيقها، فمثلاً مساحة مستطيل طوله 8.0 m وعرضه 5.0 m يمكن حسابها بتطبيق المعادلة $A = lw$ أي: $A = lw = 8.0 \text{ m} \times 5.0 \text{ m} = 4.0 \times 10^1 \text{ m}^2$

ولإيجاد مساحة دائرة نصف قطرها 3.00 km نطبق المعادلة $A = \pi r^2$ أي: $A = \pi r^2 = \pi (3.00 \text{ km})^2 = 28.3 \text{ km}^2$. وتجدد الإشارة هنا إلى أن مساحات الأشكال تخضع للخاصية التجميعية، فمثلاً لإيجاد مساحة شكل يتكون من مستطيل ومثلث نقوم بجمع مساحتي المستطيل والمثلث.

أوجد مساحة كل من الأشكال التالية:

1. ممر مستطيل الشكل عرضه 3.05 m وطوله 64.0 m.
3. دائرة نصف قطرها $r = 8.00 \text{ cm}$.

4. الشكل أدناه.

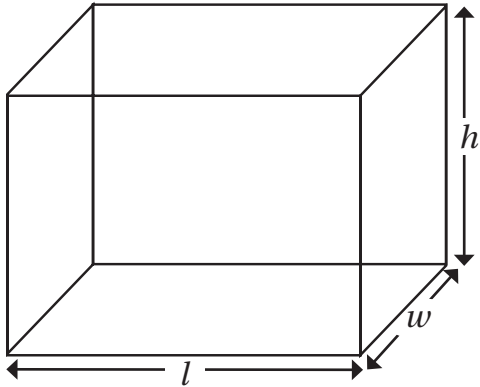


2. حديقة أزهار على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعها 6.25 m. (مساعدة: تمثل القاعدة طول أحد الأضلاع، وارتفاع المثلث يساوي حاصل ضرب $\frac{\sqrt{3}}{2}$ في طول أحد الأضلاع).

4 ربط الرياضيات مع الفيزياء

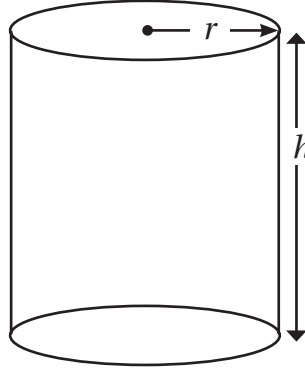
الحجم Volume

درست سابقاً أنه إذا وضع جسم في وعاء يحتوي على ماء فإن حجم الماء المزاح يتناسب طردياً مع قوة الطفو. والحجم V لجسم ثلاثي الأبعاد يساوي الحيز الذي يشغله هذا الجسم، ووحدة قياس الحجم هي وحدة قياس طول مكعبة مثل: m^3 ، km^3 . والأشكال الثلاثية الأبعاد أدناه توضح بعض الأجسام المنتظمة الشائعة والمعادلات الرياضية اللازمة لحساب حجم كل منها.



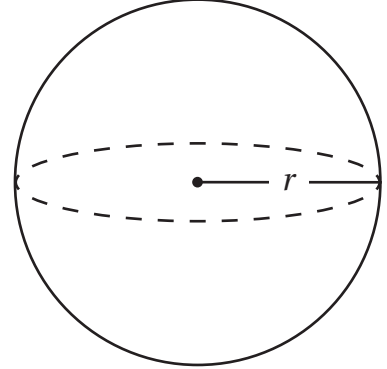
متوازي مستطيلات صلب

$$V = lwh$$



أسطوانة دائرية قائمة

$$V = \pi r^2 h$$



كرة

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

باستخدام المعادلة $V = lWh$ ، فإن حجم متوازي مستطيلات طوله 8.0 m وارتفاعه 5.0 m وعرضه 4.0 m يساوي:

$$V = lWh = 8.0 \text{ m} \times 5.0 \text{ m} \times 4.0 \text{ m} = 160 \text{ m}^3$$

ولإيجاد حجم كرة نصف قطرها 3.00 km نستخدم المعادلة $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (3.00 \text{ km})^3 \\ &= 113 \text{ km}^3 \end{aligned}$$

أوجد حجم كل من الأشكال الآتية:

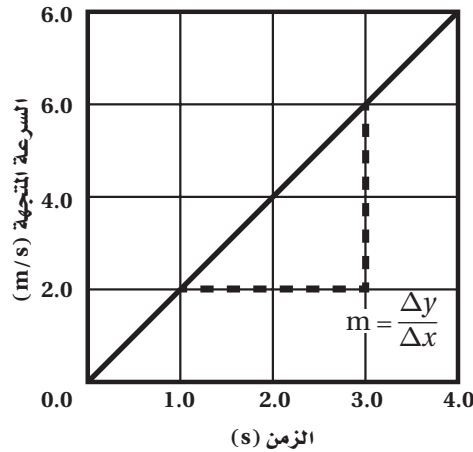
5. كتاب طوله $l = 27.7 \text{ cm}$ وعرضه $w = 21.6 \text{ cm}$ وارتفاعه $h = 3.7 \text{ cm}$.
6. صندوق بلاستيكي لحفظ أقراص الحاسوب أبعاده $l = 14.1 \text{ cm}$ ، $w = 12.4 \text{ cm}$ ، $h = 1.0 \text{ mm}$.
7. قطعة من الخبز المحمص مكعبة الشكل طول ضلعها 7.00 mm.
8. كأس أسطوانية الشكل قطر قاعدتها 6.5 cm وارتفاعها $h = 11.0 \text{ cm}$.
9. كرة سلة قطرها 22 cm .

ربط الرياضيات مع الفيزياء

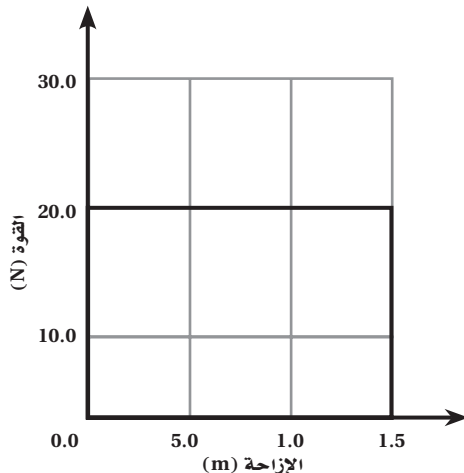
المساحة تحت المنحنى The Area Under a Graph

تستخدم الرسوم البيانية في كتاب الطالب لتوضيح العلاقات بين متغيرات، واستنتاج المعلومات اللازمة. فعند تمثيل المعادلة الخطية بيانياً على النظام الإحداثي، يكون الرسم خطأً، وهناك خاصيتان مهمتان للخط البياني، هما ميل الخط والمساحة تحته، وقد درست سابقاً أن ميل الخط البياني m . فإذا كانت y تمثل الاتجاه العمودي و x تمثل الاتجاه الأفقي في النظام الإحداثي، فإن الميل يعرف بأنه نسبة التغير في الاتجاه العمودي Δy إلى التغير في الاتجاه الأفقي Δx . ففي منحنى $(v-t)$ أدناه، فإن معادلة الخط المستقيم هي $v = at$ ، حيث $a = 2$ ، وميل الخط المستقيم في هذه الحالة يساوي التسارع المنتظم.

$$a = \frac{(v_2 - v_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{(6.0 \text{ m/s} - 2.0 \text{ m/s})}{(3.0 \text{ s} - 1.0 \text{ s})} = 2.0 \text{ m/s}^2$$



المساحة تحت المنحنى البياني تساوي مساحة الشكل المحدد بالمحاور والخط البياني. وفي الرسم أعلاه، الشكل مثلث، ومساحته تساوي: $A = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2} \times 4.0 \text{ s} \times 8.0 \text{ m/s} = 16 \text{ m}^2$. لاحظ أن وحدة الكمية $v \times t$ هي المتر؛ لذلك فإن المساحة تحت المنحنى $(v-t)$ تساوي دائماً الإزاحة d ، ووحدة القياس الناتجة عن حاصل ضرب القيمة على المحور الصادي في القيمة على المحور السيني تحدد المتغير الذي تساوي قيمته المساحة تحت المنحنى البياني.

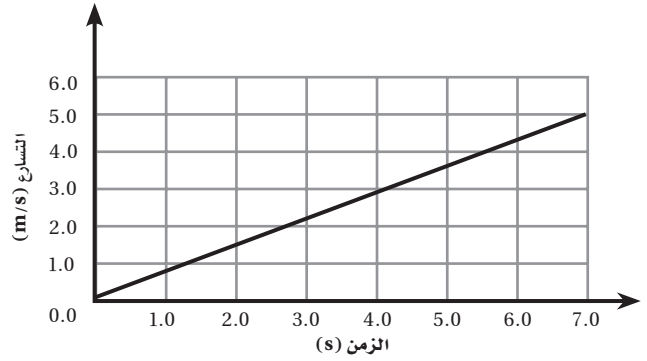


يوضح الرسم البياني أدناه منحنى $(F-d)$ ؛ لذلك فإن المساحة تحت المنحنى تساوي مساحة المستطيل، تساوي $A = bh = 1.5 \text{ m} \times 20 \text{ N} = 30 \text{ N.m} = 30 \text{ J}$ ، والجول هو وحدة الكمية $F \times d$ ، لذلك فإن المساحة تحت منحنى $(F-d)$ تساوي مقدار الشغل المبذول

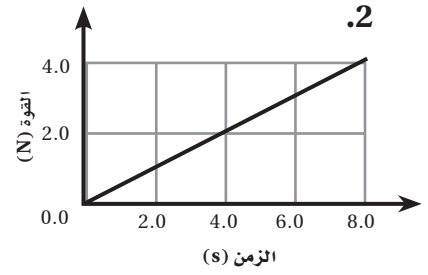
5 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد المساحة تحت المنحني، وحدد المتغير المساوي لتلك المساحة اعتماداً على الوحدات الناتجة في كل من المنحنيات البيانية التالية:

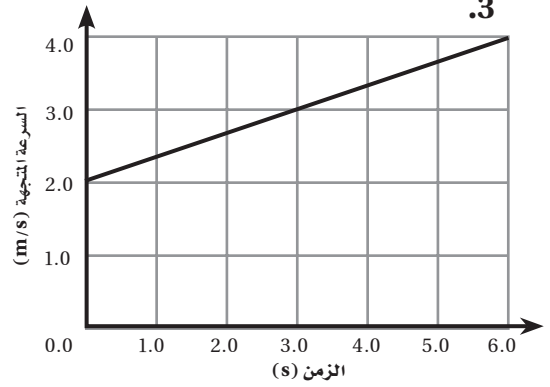
1.



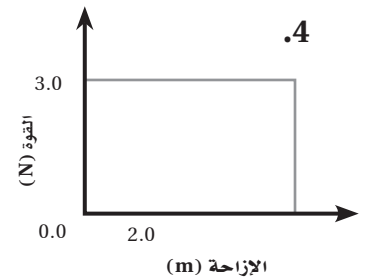
2.



3.



4.



ربط الرياضيات مع الفيزياء

اختصار المعادلات Reducing Equations

توضح المعادلات الجبرية العلاقة بين متغيرات، وقد تتضمن المعادلة الواحدة متغيرًا واحدًا أو أكثر، وحينما يساوي المتغير في المعادلة صفرًا، فمن الممكن اختصار هذه المعادلة إلى صيغة يسهل استخدامها. تذكر معادلة تأثير دوبلر التالية التي درستها في كتاب الفيزياء للصف الثاني الثانوي، $f_d = f_s \left(\frac{v - v_d}{v} \right)$ ، التي يمكن اختصارها إذا كانت سرعة المراقب الثابت v_d تساوي صفرًا، لتصبح على النحو $f_d = f_s \left(\frac{v}{v} \right)$. كيف يمكن اختصار المعادلة إذا كان كل من v_s و v_d يساوي صفرًا؟

$$f_d = f_s \left(\frac{v-0}{v-0} \right) = f_s \left(\frac{v}{v} \right) = f_s$$

اختصر المعادلات التالية بالتعويض عن قيمة المتغيرات المشار إليها بالصفر.

$$1. \quad y = \frac{2}{5}x + 8 \text{ ، عندما } x = 0$$

$$2. \quad y = \frac{2}{5}x + 8 \text{ ، عندما } y = 0$$

$$3. \quad \bar{v} = \frac{(d_f - d_i)}{(t_f - t_i)} \text{ ، عندما } d_i = 0$$

$$4. \quad \bar{v} = \frac{(d_f - d_i)}{(t_f - t_i)} \text{ ، عندما } d_f = 0$$

$$5. \quad \bar{a} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)} \text{ ، عندما } v_i = 0 \text{ ، و } t_i = 0$$

$$6. \quad \bar{a} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)} \text{ ، عندما } a = 0$$

$$7. \quad v_f^2 = v_i^2 + 2a(d_f - d_i) \text{ ، عندما } d_i = 0$$

$$8. \quad v_f^2 = v_i^2 + 2a(d_f - d_i) \text{ ، عندما } a = 0$$

6 ربط الرياضيات مع الفيزياء

9. الشغل: $W = Fd \cos \theta$ ، عندما $\theta = 0$

10. الزخم الخطي: $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$ ، عندما $v_{2i} = v_{1f} = 0$

11. الطاقة الميكانيكية: $\frac{1}{2} mv_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2} mv_f^2 + mgh_f$ ، عندما $h_i = \frac{h_f}{2}$ و $v_i = 0$.

12. الطاقة الحرارية: $Q = mC(T_f - T_i)$ ، عندما $T_i = 0$.

13. السرعة المتجهة v لكتلة معلقة بخيط بندول طوله l بعد تركها تسقط من حالة السكون بزاوية θ مع المحور الرأسي بالمعادلة $v = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$ ، عندما $\theta = 90^\circ$.

ربط الرياضيات مع الفيزياء

العلاقات الطردية والعكسية Direct and Inverse Relationships

تمت مناقشة العلاقات الطردية والعكسية للمتغيرات في كتاب الفيزياء للصف الأول الثانوي. لكننا نريد دراسة العلاقة بين متغيرين في الطرفين المتقابلين لإشارة المساواة، حيث يجب افتراض أن كل المتغيرات الأخرى (ما عدا المتغيرين المراد دراسة العلاقة بينهما) والقيم الثابتة تساوي واحدًا، تحل إشارة التناسب مكان إشارة التساوي لتحديد العلاقة ما إذا كانت طردية أم عكسية بين تلك المتغيرات. فمثلاً، $F_g = mg$ ، فإن F_g تتناسب طردياً مع الكتلة m ، حيث $F_g \propto m$ ، بينما تتناسب السرعة v عكسياً مع الزمن t ، حيث $v \propto \frac{1}{t}$. ولتحديد العلاقة بين المتغيرين a_c و v^2 في المعادلة $a_c = \frac{v^2}{r}$ ، معتبراً أن المتغير r يساوي واحدًا، وإحلال التناسب محل إشارة التساوي، فإن a_c تتناسب طردياً مع مربع السرعة v^2 . إن هذه العلاقة طردية؛ لكون الزيادة في المتغير a تؤدي إلى الزيادة في المتغير v^2 . ما العلاقة بين شدة الإضاءة I والبعد عن مصدر الإضاءة d في المعادلة $I = \frac{k}{d^2}$. إذا كانت k ثابتاً، فإن زيادة شدة الإضاءة عند نقطة تستوجب تقليل بعدها عن مصدر الإضاءة، لذا فإن المتغير I يتناسب عكسياً مع d^2 أي أن $I \propto \frac{1}{d^2}$.

عبر عن العلاقة بين المتغيرات المشار إليها، ثم حدد ما إذا كانت العلاقة طردية أم عكسية في كل مما يأتي:

1. ما العلاقة بين المتغيرين a_c و T^2 في المعادلة $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ ؟

2. ما العلاقة بين المتغيرين T^2 و r^3 في المعادلة $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_s}\right) r^3$ ؟

3. ما العلاقة بين المتغيرين T^2 و m_s في المعادلة $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_s}\right) r^3$ ؟

4. إذا ازدادت قيمة m_s في السؤال 3 فهل يزداد المتغير T^2 أم يقل؟

5. ما العلاقة بين المتغيرين S و r^2 في المعادلة $S = 4\pi r^2$ ؟

6. إذا ازدادت V أربع مرات في المعادلة $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ فما مقدار الزيادة أو النقصان في المتغير r ؟

7 ربط الرياضيات مع الفيزياء

7. ما العلاقة بين المتغيرين n و $l^{\frac{1}{2}}$ في المعادلة $n = \frac{k}{l^{\frac{1}{2}}}$ ؟ وإذا تغير الحد الأيسر للمعادلة إلى $2n$ ، فكيف يتأثر المتغير $l^{\frac{1}{2}}$ ؟

8. ما العلاقة بين المتغيرين z و \sqrt{x} في المعادلة $z = \sqrt{x}$ ؟

9. إذا ازداد مقدار المتغير x في السؤال 8 فهل يزداد مقدار المتغير z أم يقل؟

ربط الرياضيات مع الفيزياء

جمع الكسور وطرحها Adding and Subtracting Fractions

يمكن تمثيل العملية الأساسية للقسمة على شكل كسر، والكسر عدد صيغة شكله العام $\frac{a}{b}$ ، بحيث تمثل a البسط، و b المقام؛ أي أن البسط a يُقسم على المقام b ، ومن أمثلة الكسور: $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{v}{t}$ و $\frac{C}{2xy}$.

عندما تكون قيمة العدد بين الصفر والواحد فإنه يمكن استخدام الكسر بديلاً عن التعبير العشري، بحيث يكون البسط عدداً يمثل جزءاً من العدد الكلي الذي يمثله المقام، فمثلاً الكسر $\frac{1}{2}$ يدل على أن هذا العدد يتكون من جزء واحد من عدد كلي مكون من جزأين، والكسر $\frac{3}{4}$ يمثل عدداً يتكون من ثلاثة أجزاء ضمن عدد كلي مكون من أربعة أجزاء. وكذلك فإنه يمكن كتابة أي عدد صحيح أكبر من أو يساوي 1 على شكل كسر، فالرقم 3 يمكن كتابته في صورة $\frac{3}{1}$ ؛ لأن $3 \div 1 = 3$ ، وعندما يكون البسط والمقام لهما القيمة نفسها فإن قيمة الكسر تساوي واحداً، مثل $1 = \frac{4}{4}$.

ويمكن إجراء عمليات الجمع لكسور جميع المتغيرات والأعداد، بشرط أن يكون مقدار المقام في هذه الكسور متساوياً. فعند توافر هذا الشرط تجرى عملية الجمع بواسطة جمع بسوط الكسور مع المحافظة على المقام نفسه، فمثلاً $\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$ و $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

وبالطريقة نفسها يمكن إجراء عمليات الطرح على الكسور؛ أي بشرط تساوي المقامات، فعندئذ تتم عملية الطرح بسوط الكسور مع المحافظة على المقام نفسه، فمثلاً $\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$ ، و $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$.

إذا كانت مقامات مجموعة كسور غير متساوية، وجب إجراء تعديل على هذه الكسور للحصول على المقام نفسه قبل إجراء عملية الجمع أو الطرح، ولتنفيذ ذلك يضرب الكسر الأول في كسر يتكون بسطه ومقامه من مقام الكسر الثاني، ويضرب الكسر الثاني في كسر يتكون بسطه ومقامه من مقام الكسر الأول، فمثلاً

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{2}\right) = \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 3}\right) + \left(\frac{1 \times 2}{3 \times 2}\right) \\ = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

تذكر على سبيل المثال أن ضرب الكسر في واحد لا يغير قيمته. وعندما يحتوي الكسر على متغيرات فإنه تُطبَّق عليه الخطوات السابقة نفسها، فمثلاً:

$$\frac{2x}{3y} - \frac{x}{5} = \left(\frac{2x}{3y} \times \frac{5}{5}\right) - \left(\frac{x}{5} \times \frac{3y}{3y}\right) = \left(\frac{10x}{15y}\right) - \left(\frac{3xy}{15y}\right) \\ = \frac{10x - 3xy}{15y}$$

8 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد الكسر الناتج عن عملية الجمع أو الطرح في كل مما يأتي:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot 8$$

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} \cdot 1$$

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{5} \cdot 9$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot 2$$

$$\frac{3}{4} - \frac{6}{7} \cdot 10$$

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} \cdot 3$$

$$\frac{5}{z} - \frac{1}{2z} \cdot 11$$

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} \cdot 4$$

$$\frac{3}{2y} + \frac{5}{3y} \cdot 12$$

$$\frac{5}{xy} - \frac{3}{xy} \cdot 5$$

$$\frac{6}{y} - \frac{2}{x} \cdot 13$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} \cdot 6$$

$$\frac{4}{m} - \frac{2}{n} \cdot 14$$

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{3} \cdot 7$$

ربط الرياضيات مع الفيزياء

ترتيب العمليات Order of Operations

تستخدم المعادلات في أثناء دراسة الفيزياء، وتتضمن هذه المعادلات عمليات رياضية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة والدوال المثلثية. وعند حل هذه المعادلات من الضروري اتباع ترتيب معين يتم من خلاله تنفيذ خطوات الحل. فمثلاً إذا كان السؤال: ما العدد الذي يساوي ناتج العملية $3 + 4 \times 2 - 5$ ؟ تكون الإجابة الصحيحة هي 6، واعتماداً على العمليات الرياضية التي تُنفذ أولاً يمكن أن يكون للسؤال نفسه إجابات خاطئة مختلفة، مثل 21، -9، لذا فإن الإجابة الصحيحة 6 تستوجب تنفيذ العمليات الرياضية بالشكل الصحيح، وترتيب العمليات الرياضية هو تنفيذ منظم لمجموعة من القواعد التي تؤدي إلى احتساب الإجابة الصحيحة.

وترتيب العمليات الحسابية الصحيح يكون بحسب الخطوات الآتية:

1. نفذ جمع العمليات الحسابية بين مجموعات الأعداد أو الرموز، كالمجموعات بين الأقواس.
2. أوجد قيم جميع التعابير الأسية.
3. أوجد قيم جميع العلاقات المثلثية.
4. نفذ جميع عمليات الضرب والقسمة بالترتيب الموجود مبتدئاً من اليسار إلى اليمين.
5. نفذ جميع عمليات الجمع والطرح بالترتيب الموجود مبتدئاً من اليسار إلى اليمين.

فمثلاً في العملية $3 + 4 \times 2 - 5$ لا توجد رموز تجميعية، ولا أسس أو دوال مثلثية، إذن نبدأ بإيجاد حاصل ضرب 4 في 2 ليكون الناتج 8، ثم نجمع 3 و8 لينتج 11، ومن ثم نطرح 5 من 11 لنحصل على النتيجة النهائية 6.

ولإيجاد قيمة $\sin 30^\circ + (24 + 8.0) \div 4.0 \times 2.0 + 3.0^2 - 20.5$ ننفذ الخطوات التالية:

$$\begin{aligned}
 &= \sin 30^\circ + 32 \div 4.0 \times 2.0 + 3.0^2 - 20.5 \\
 &= \sin 30^\circ + 32 \div 4.0 \times 2.0 + 9.0 - 20.5 \\
 &= 0.500 + 32 \div 4.0 \times 2.0 + 9.0 - 20.5 \\
 &= 0.500 + 8.0 \times 2.0 + 9.0 - 20.5 \\
 &= 0.500 + 16.0 + 9.0 - 20.5 \\
 &= 16.5 + 9.0 - 20.5 \\
 &= 25.5 - 20.5 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

وإذا كان العدد في صورة كسر ويتضمن بسطه أو مقامه أو كلاهما على عمليات حسابية، وجب تنفيذ العمليات الحسابية السابقة على كل من البسط والمقام كُلاً على حدة، ثم تنفذ عملية القسمة، وقد تضاف الأقواس لأغراض توضيحية، مثل:

$$\text{أوجد قيمة } \frac{18+4.0-3.0}{2.0 \times 10} = \frac{18+4.0-3.0}{20} = \frac{22-3.0}{20} = \frac{19}{20} = 0.95$$

9 ربط الرياضيات مع الفيزياء

أوجد قيمة كل من التعابير الرياضية التالية:

$$1. \quad 8.0 \times 4.0 - 9.0$$

$$2. \quad -100.0 \div 10.0 + 25.0$$

$$3. \quad 8.0 \div 2.0 \times 4.0$$

$$4. \quad 75 - 25 \div 5.0 + 10.0$$

$$5. \quad \frac{5+2}{8-1}$$

$$6. \quad \frac{\sin 90.0^\circ}{30.0 - 3.0 \times 8.0}$$

$$7. \quad -2(5-3) + 8$$

$$8. \quad 48 \div (4.0 \times 6.0) - 10.0$$

$$9. \quad 6.0 \cos 60.0^\circ \times 5.0^2$$

$$10. \quad 50.000 - (\sin 30.0^\circ)^3$$

$$11. \quad \frac{2.0 \times 3.0}{8.0} - 12 \div 6.0$$

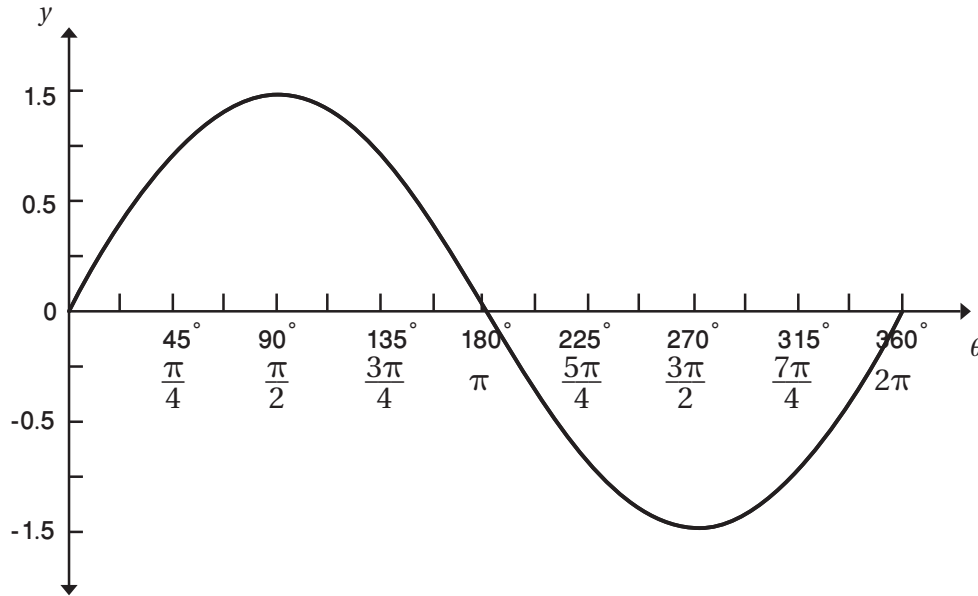
ربط الرياضيات مع الفيزياء

تمثيل منحنيات جيب الزاوية وجيب تمامها Graphing the Sine and Cosine Curves

تستخدم الدوال المثلثية الجيب وجيب التمام في كثير من التطبيقات الفيزيائية. ويمكن تمثيل هذه الدوال بيانياً على النظام الإحداثي "الديكارتي" بطريقة مماثلة تماماً لتمثيل الدوال الخطية. ومنحنيات الجيب وجيب التمام ليست خطوطاً مستقيمة لكنها موجات توافقية. ويمكن كتابة معادلة الدالة المثلثية للجيب في صورة $y = \sin \theta$ ، ولتمثيلها بيانياً نستخدم طريقة التمثيل النقطي، حيث ترسم قيم θ على المحور الأفقي، وقيم y على المحور الرأسي، ثم تعين قيمة المتغير θ لنجد قيمة y المقابلة، بحيث يمثل الزوج المرتب (θ, y) نقطة على الرسم البياني. تذكر أن θ يمكن أن تقاس بالدرجة أو الراديان. والجدول التالي يتضمن نقاط (θ, y) على الرسم البياني للدالة $y = \sin \theta$.

360°	315°	270°	225°	180°	135°	90°	45°	0	بالدرجات	θ
2π	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$	π	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	0	بالراديان	
0	-0.707	-1.000	-0.707	0	0.707	1.000	0.707	0	$y = \sin \theta$	

عند تمثيل النقاط أعلاه ينتج الرسم البياني أدناه للدالة $y = \sin \theta$.



إن المنحنى البياني للدالة $y = \sin \theta$ نمط تكراري يسمى دالة دورية. ويمكن كتابة المعادلة في صورة $y = A \sin \theta$ ، حيث تمثل A سعة الموجة أو ارتفاع قمة المنحنى فوق أو تحت المحور الأفقي. السعة A للمعادلة $y = \sin \theta$ تساوي واحداً، بينما في المعادلة $y = 4 \sin \theta$ فإن السعة A تساوي 4. وعندما تكون $\theta = \frac{\pi}{2}$ و $A = 4$ ، فإن المعادلة $y = A \sin \theta$ تصبح على النحو الآتي:

$$y = 4 \sin \frac{\pi}{2} = 4 \times 1 = 4 \text{ فإن المعادلة تصبح}$$

وإحداثيات هذه النقطة تكون $(4, \frac{\pi}{2})$. وكما ستلاحظ في السؤال التالي فإن المنحنى البياني لدالة جيب التمام مماثل لاقتران الجيب.

10 ربط الرياضيات مع الفيزياء

1. املأ الفراغ في الجدول التالي:

360°	315°	270°	225°	180°	135°	90°	45°	0	بالدرجات	θ
									بالراديان	
									$y = \cos \theta$	

2. مثل بيانيًا المعادلة $y = \cos \theta$.

3. هل تمثل الدالة $y = \cos \theta$ دالةً دوريةً؟

4. كيف يختلف المنحنى البياني للدالة $y = \cos \theta$ عن المنحنى البياني للدالة $y = \sin \theta$ ؟

إجابات الأنشطة

النشاط 1

(طرح 5 من طرفي المعادلة لفصل x)

$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$

$$x = 3$$

6. $2z = 4$ (القسمة على 2)

$$\frac{2z}{2} = \frac{4}{2}$$

$$z = 2$$

7. $v = \frac{d}{t}$ ، (بضرب طرفي المعادلة في t كبداية لفصل t)

$$t \times v = \frac{d}{t} \times t$$

(ثم تختصر t من الطرف الأيمن).

$$t \times v = d$$

(نقسم طرفي المعادلة على v)

$$t = \frac{d}{v}$$

8. $I = m(v_f - v_i)$ (نقسم طرفي المعادلة على m

كبداية لفصل v_f).

$$\frac{I}{m} = \frac{m(v_f - v_i)}{m}$$

الأيمن)

$v_i + 1/m = v_f$ (يضاف v_i إلى طرفي المعادلة)

(وترتب المعادلة لجعل v_f على الطرف الأيسر)

$$v_f = v_i + \frac{1}{m}$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} \quad (1) \quad 9.$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2) \quad (\Delta v = v_f - v_i \text{ بتعويض})$$

$$t = \frac{\Delta v}{\Delta a} \quad (3) \quad (\text{خاصية التكافؤ: ضرب طرفي}$$

المعادلة في Δt وقسمة طرفيها على a)

$$F = ma \quad (1) \quad 10.$$

$$F = mar \quad (2) \quad (\text{بتعويض } a = ar)$$

$$\frac{\tau}{r} = mar \quad (3) \quad (\text{خاصية التكافؤ: وقسمة طرفي}$$

المعادلة $\tau = Fr$ على r ، وتعويض $F = \tau/r$)

$$\tau = mar^2 \quad (4) \quad (\text{خاصية التكافؤ: وضرب طرفي}$$

المعادلة في r)

$$\tau = \alpha I \quad (5) \quad (\text{بتعويض معادلة عزم القصور } I = mr^2)$$

$$1. \quad \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \times \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 270^\circ$$

$$2. \quad \frac{\pi}{6} \text{ rad} \times \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 30^\circ$$

$$3. \quad \frac{\pi}{8} \text{ rad} \times \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 22.5^\circ$$

$$4. \quad \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \times \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 135^\circ$$

$$5. \quad 360^\circ \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = 2\pi \text{ rad}$$

$$6. \quad 45^\circ \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{90\pi}{360} \text{ rad} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$7. \quad 135^\circ \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{270\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

$$8. \quad 60^\circ \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{120\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$9. \quad d = r\theta = (2.0 \text{ m}) \pi = 6.3 \text{ m}$$

$$10. \quad d = r\theta = (9.0 \text{ mm}) \frac{\pi}{3} = 9.4 \text{ mm}$$

$$11. \quad d = r\theta$$

$$r = \frac{d}{\theta} = \frac{2.0 \text{ cm}}{2\pi} = 0.32 \text{ cm}$$

$$12. \quad d = r\theta$$

$$r = \frac{d}{\theta} = \frac{10.0 \text{ m}}{\frac{2\pi}{3}} = 4.77 \text{ m}$$

$$13. \quad d = r\theta$$

$$\theta = \frac{d}{r} = \frac{10.0 \text{ mm}}{2.0 \text{ mm}} = 5.0 \text{ rad}$$

$$14. \quad d = r\theta$$

$$\theta = \frac{d}{r} = \frac{90.0 \text{ km}}{30.0 \text{ km}} = 3.00 \text{ rad}$$

النشاط 2

1. خاصية الإبدال للجمع.

2. الخاصية التجميعية للضرب.

3. الخاصية التوزيعية.

4. الخاصية التجميعية للجمع.

$$5. \quad x + 5 = 8$$

النشاط 3

$$(4.2 \times 1.0) \times (10^{-2} \times 10^{-3}) = 4.2 \times 10^{(-2+(-3))} \quad .26$$

$$= 4.2 \times 10^{-5} = 0.000042$$

$$\left(\frac{6.0}{2.0}\right) \times \left(\frac{10^3}{10^2}\right) = 3.0 \times 10^{(3-2)} \quad .27$$

$$= 3.0 \times 10^1 = 30$$

$$\left(\frac{9.9}{3.0}\right) \times \frac{10^4}{10^{-2}} = 3.3 \times 10^{(4-(-2))} = 3.3 \times 10^6 \quad .28$$

$$= 3300000$$

$$9^3 \quad .1$$

$$2^4 \quad .2$$

$$1^1 \quad .3$$

$$a^2 \quad .4$$

$$\frac{1}{7^5} \quad .5$$

$$\frac{1}{v^8} \quad .6$$

$$3^{-(-4)} = 3^4 \quad .7$$

$$z^{-(-x)} = z^x \quad .8$$

$$16^{\frac{1}{2}} \quad .9$$

$$c^{2 \times \frac{1}{2}} = c^1 \quad .10$$

$$8^{\frac{1}{3}} \quad .11$$

$$x^{3 \times \frac{1}{3}} = x^1 \quad .12$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000 \quad .13$$

$$\frac{1}{2.00^3} = 0.125 \quad .14$$

$$8.00^{(1+2)} = 512 \quad .15$$

$$5.0^{(-4+6)} = 25 \quad .16$$

$$7.0^{(-6+5)} = 7.0^{-1} = \frac{1}{7.0} = 0.14 \quad .17$$

$$9.0^{(-1+(-1))} = 9.2^{-2} = \frac{1}{9.2^2} = \frac{1}{81} = 0.012 \quad .18$$

$$6.0^{(4-2)} = 36 \quad .19$$

$$3^{(9-8)} = 3 \quad .20$$

$$2.0^{(2-(-4))} = 64 \quad .21$$

$$4^{(-2-(-3))} = 4 \quad .22$$

$$5^{(-2-(-1))} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0.2 \quad .23$$

$$(2.0 \times 3.0) \times (10^4 \times 10^5) = 6.0 \times 10^{(4+5)} \quad .24$$

$$= 6.0 \times 10^9 = 6\,000\,000\,000$$

$$(1.0 \times 5.0) \times (10^6 \times 10^{-3}) = 5.0 \times 10^{(6+(-3))} \quad .25$$

$$= 5.0 \times 10^3 = 5\,000$$

النشاط 4

$$3.05 \text{ m} \times 64.0 \text{ m} = 195 \text{ m}^2 \quad .1$$

$$0.5 \times 6.25 \text{ m} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6.25 \text{ m}\right) = 16.9 \text{ m}^2 \quad .2$$

$$\pi (8.00 \text{ cm})^2 = 201 \text{ m}^2 \quad .3$$

.4 اجعل s أحد أضلاع المثلث:

$$A_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} bh = \frac{1}{2} s^2$$

وتر المثلث = قطر نصف الدائرة = $s\sqrt{2}$ ، ويمكن

إيجاد هذا باستخدام نظرية فيثاغورس

$$c^2 = a^2 + b^2 = s^2 + s^2 = 2s^2; c = s\sqrt{2}$$

$$A_{\text{نصف الدائرة}} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{s\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \pi \frac{2s^2}{4} = \frac{\pi}{4} s^2$$

$$A_{\text{الشكل}} = A_{\text{مثلث}} + A_{\text{نصف الدائرة}}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) s^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) (4.80 \text{ m})^2$$

$$= 29.6 \text{ m}^2$$

$$V = 27.7 \text{ cm} \times 21.6 \text{ cm} \times 3.7 \text{ cm} \quad .5$$

$$= 2213 \text{ cm}^3$$

$$V = 14.1 \text{ cm} \times 12.4 \text{ cm} \times 1.00 \text{ cm} \quad .6$$

$$= 175 \text{ cm}^3$$

$$V = 7.00 \text{ mm} \times 7.00 \text{ mm} \times 7.00 \text{ mm} \quad .7$$

$$= 343 \text{ mm}^3$$

$$V = \pi \left(\frac{6.5 \text{ cm}}{2}\right)^2 \times 11.0 \text{ cm} \quad .8$$

$$= 3.7 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{22 \text{ cm}}{2}\right)^3 = 5.6 \times 10^3 \text{ cm}^3 \quad .9$$

النشاط 5

النشاط 7

1. $a_c \propto \frac{1}{T^2}$ ؛ علاقة عكسية.
2. $T^2 \propto r^3$ ؛ علاقة طردية.
3. $T^2 \propto \frac{1}{m_s}$ ؛ علاقة عكسية.
4. عندما تزداد m_s ، تقل T^2 .
5. $S \propto r^2$ ؛ علاقة طردية.
6. تزداد بمقدار $\sqrt[3]{4}$.
7. $n \propto \frac{1}{\sqrt{I}}$ ؛ علاقة عكسية (تقل إلى النصف).
8. $z \propto \sqrt{x}$ ؛ علاقة طردية.
9. عندما تزداد x ، تزداد z .

1. $A = \frac{1}{2}(7.0 \text{ s} - 0.0 \text{ s})(5.0 \text{ m/s}^2 - 0.0 \text{ m/s}^2)$
 $= 18 \text{ m/s}$ المتغير هو السرعة المتجهة.
2. $A = \frac{1}{2}(8.0 \text{ s} - 0.0 \text{ s})(4.0 \text{ N} - 0.0 \text{ N})$
 $= 16 \text{ N.s}$ المتغير هو الدفع.
3. $A = (6.0 \text{ s} - 0.0 \text{ s})(2.0 \text{ m/s} - 0.0 \text{ m/s})$
 $+ \frac{1}{2}(6.0 \text{ s} - 0.0 \text{ s})(4.0 \text{ m/s} - 2.0 \text{ m/s})$
 $= 18 \text{ m}$ المتغير هو الإزاحة.
4. $A = (2.0 \text{ m} - 0.0 \text{ m})(3.0 \text{ N} - 0.0 \text{ N})$
 $= 6.0 \text{ N.m}$ المتغير هو الطاقة أو الشغل.

النشاط 8

النشاط 6

1. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$
2. $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
3. $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$
4. $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
5. $\frac{5}{xy} - \frac{3}{xy} = \frac{2}{xy}$
6. $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{2}$
7. $\frac{1}{2} + \frac{4}{3} = (\frac{1}{2} \times \frac{3}{3}) + (\frac{4}{3} \times \frac{2}{2})$
 $= \frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{11}{6} = 1 \frac{5}{6}$
8. $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = (\frac{3}{4} \times \frac{3}{3}) + (\frac{2}{3} \times \frac{4}{4})$
 $= \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1 \frac{5}{12}$
9. $\frac{3}{10} - \frac{2}{5} = \frac{3}{10} - \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{3}{10} - \frac{4}{10} = -\frac{1}{10}$

1. $y = 8$
2. $x = -20$
3. $\bar{v} = \frac{d_f}{t_f - t_i}$
4. $\bar{v} = -\frac{d_i}{t_f - t_i}$
5. $\bar{a} = \frac{v_f}{t_f}$
6. $v_i = v_f$
7. $v_f^2 = v_i^2 + 2ad_f$
8. $v_f^2 = v_i^2$
9. $W = Fd$
10. $m_1v_{1i} = m_2v_{2f}$
11. $mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}mgh_i$ ؛ $v_f^2 = gh_i$
12. $Q = mCT_f$
13. $v = \sqrt{2gl}$

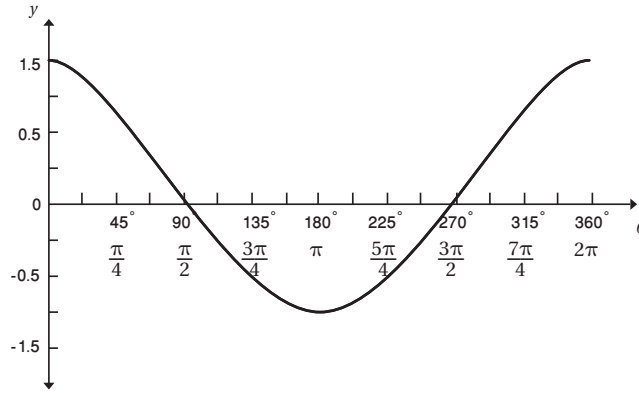
لاحظ أن 10 مقام متعارف عليه، لذلك فقط تم التغيير على الكسر الذي مقامه 5. تحل هذه المسألة كالعادة بضرب الكسرين في كسر يحتوي على مقام الكسر الآخر، ثم يختصر الفرق.

النشاط 9

10. $\frac{3}{4} - \frac{6}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{7} - \frac{6}{7} \times \frac{4}{4}$
 $= \frac{21}{28} - \frac{24}{28} = -\frac{3}{28}$
1. 23
2. 15
3. 16
4. 80
5. 1
6. $\frac{1}{6}$
7. 4
8. -8
9. 75
10. 49.875
11. -1.25
11. $\frac{5}{z} - \frac{1}{2z} = \frac{5}{z} \times \frac{2}{2} - \frac{1}{2z}$
 $= \frac{10}{2z} - \frac{1}{2z} = \frac{9}{2z}$
12. $\frac{3}{2y} + \frac{5}{3y} = \frac{3}{2y} \times \frac{3}{3} + \frac{5}{3y} \times \frac{2}{2}$
 $= \frac{9}{6y} + \frac{10}{6y} = \frac{19}{6y}$
13. $\frac{6}{y} - \frac{2}{x} = \left(\frac{6}{y} \times \frac{x}{x}\right) - \left(\frac{2}{x} \times \frac{y}{y}\right)$
 $= \frac{6x}{xy} - \frac{2y}{xy} = -\frac{6x-2y}{xy}$
14. $\frac{4}{m} - \frac{2}{n} = \frac{4}{m} \times \frac{n}{n} - \frac{2}{n} \times \frac{m}{m}$
 $= \frac{4n}{mn} - \frac{2m}{mn} = \frac{4n-2m}{mn}$

النشاط 10

360°	315°	270°	225°	180°	135°	90°	45°	0	بالدرجات	θ
2π	7π/4	3π/2	5π/4	π	3π/4	π/2	π/4	0	بالراديان	
1.000	-0.707	0	-0.707	-1.000	-0.707	0	0.707	1.000	y = cos θ	



3. نعم

4. ينسحب الرسم البياني لـ $y = \cos \theta$ بمقدار $\pi/2$ راد أو 90° إلى اليسار.