ملف مادة الرياضيات

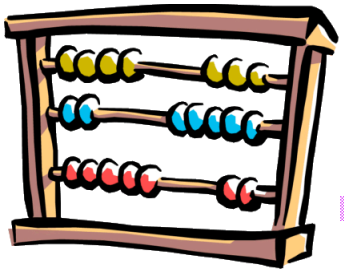
للصف الثالث ثانوي

مقرر ٦

الاسم/.....

الصف/.....

المدرسة/.....

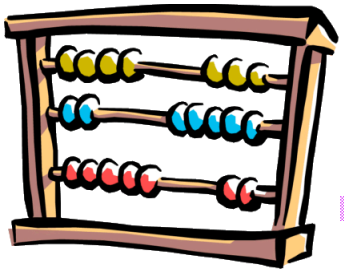


الجـــــــــدول

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الأحد								
الاثنين								
الثلاثاء								
الأربعاء								
الخميس								

أهـــم المواعيـــد

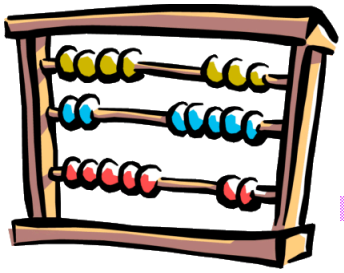
اليوم	التاريخ	الحصة	نوع الموعد



الفصل الأول

المتجهات

١-مقدمة في المتجهات
٢-المتجهات في المستوى الإحداثي
٣-الضرب الداخلي
٤-المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد
٥-الضرب الداخلي
والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء



تحقق من فهمك

حدّد الكميات المتجهة ، والكميات القياسية (العددية) في كلٍّ مما يأتي:

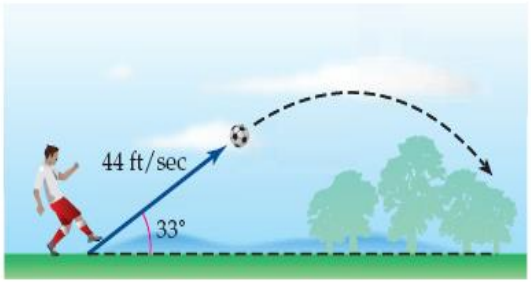
1A) تسير سيارة بسرعة 60 mi / h ، وبزاوية 15° باتجاه شرق الجنوب.

1B) هبوط مظلي رأسيًّا للأسفل بسرعة 12.5 mi / h .

1C) دفع طفل مزلجة بقوة مقدارها 40 N .

تحقق من فهمك

6) كرة قدم: يركل لاعب كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 44 ft/s ، وبزاوية قياسها 33° مع سطح الأرض كما في الشكل أدناه.



A) ارسم شكلًا يوضِّح تحليل هذه السرعة إلى مركبتين متعامدتين.

B) أوجد مقدار كل من المركبتين الأفقية والرأسية للسرعة .

.....

.....

.....

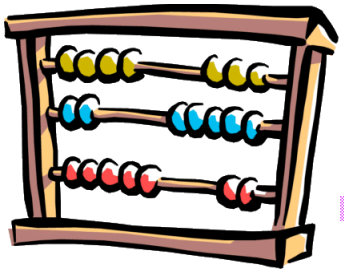
.....

.....

.....

.....

.....

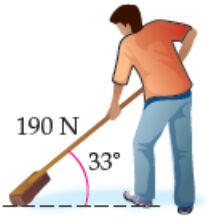


تدرب وحل المسائل

حدِّد الكميات المتجهة والكميات القياسية في كلٍّ مما يأتي:

1) دفع صندوق بقوة مقدارها 125N .
2) تهب الرياح بسرعة 20 عقدة.
3) يركض غزال بسرعة 15 m/s باتجاه الغرب.
4) ضربت كرة قدم بسرعة 85 km/h .
5) إطار سيارة وزنه 7 kg معلق بحبل.
6) رمي حجر رأسيًّا إلى أعلى بسرعة 50 ft/s .

29) **تنظيف:** يدفع حسن عصا مكنسة التنظيف بقوة مقدارها 190N ، وبزاويةٍ قياسها 33° مع سطح الأرض كما في الشكل المجاور. (مثال 5)



a) ارسم شكلًا يوضِّح تحليل هذه القوة إلى مركبتيها المتعامدتين.

b) أوجد مقدار كلٍّ من المركبة الأفقية والمركبة الرأسية.

.....

.....

.....

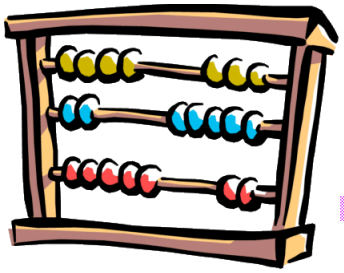
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد الصورة الإحداثية لِـ $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

1A) $A(-2, -7), B(6, 1)$

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد طول $\overrightarrow{AB}$ المعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كل مما يأتي:

2A) $A(-2, -7), B(6, 1)$

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد كلًّا مما يأتي للمتجهات $\mathbf{w} = \langle -4, 1 \rangle, \mathbf{z} = \langle -3, 0 \rangle, \mathbf{y} = \langle 2, 5 \rangle$:

3C) $2c + 4a - b$

.....

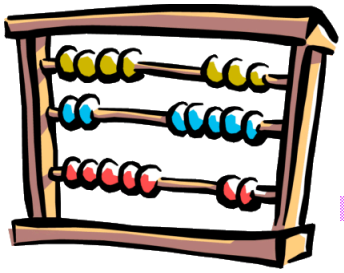
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ ، المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

1) $A(-3, 1), B(4, 5)$

.....

.....

.....

.....

إذا كان $\mathbf{h} = \langle -6, 2 \rangle$, $\mathbf{g} = \langle -3, -5 \rangle$, $\mathbf{f} = \langle 8, 0 \rangle$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي:

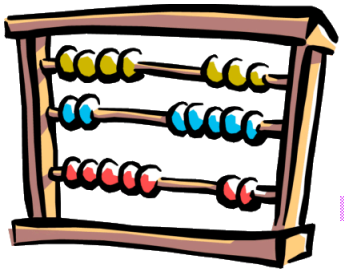
7) $4\mathbf{h} - \mathbf{g}$

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد متجه الوحدة الذي له نفس اتجاه المتجه المُعطى في كل مما يأتي:

(4A $\mathbf{w} = \langle 6, -2 \rangle$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

اكتب المتجه $\overrightarrow{DE}$ المُعطى نقطتا بدايته ونهايته بدلالة متجهي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ في كلٍّ مما يأتي :

(5A $D(-6, 0), E(2, 5)$

.....

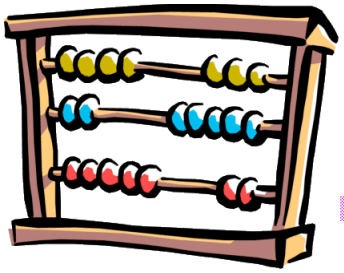
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد متجه وحدة له اتجاه المتجه $\mathbf{v}$ نفسه في كلٍّ مما يأتي:

14) $\mathbf{v} = \langle -2, 7 \rangle$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اكتب $\overrightarrow{DE}$ ، المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي بدلالة متجهي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$:

20) $D(4, -1), E(5, -7)$

.....

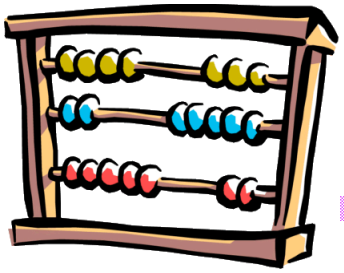
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد الصورة الإحداثية للمتجه **v** المُعطى طوله وزاوية اتجاهه مع الأفقي في كلٍّ مما يأتي :

(6A $|\mathbf{v}| = 8, \theta = 45°$

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد زاوية اتجاه كلٍّ من المتجهين الآتيين مع المحور x الموجب.

(7A $-6\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

.....

.....

.....

.....

.....

(7B $\langle -3, -8 \rangle$

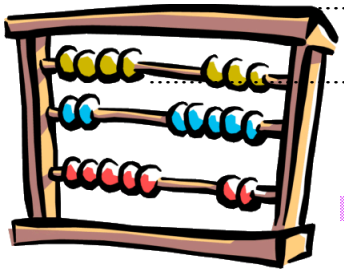
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد الصورة الإحداثية للمتجه **v** ، المُعطى طوله وزاوية اتجاهه مع المحور x الموجب فى كل مما يأتى:

25) $|\mathbf{v}| = 12, \theta = 60°$

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد زاوية اتجاه كل من المتجهات الآتية مع المحور x الموجب :

29) $3\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$

.....

.....

.....

.....

.....

32) $\langle -5, 9 \rangle$

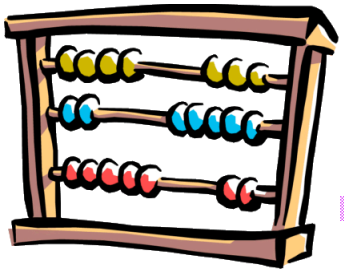
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين .

A1) $\mathbf{u} = \langle 3, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle -5, 1 \rangle$

.....

.....

تحقق من فهمك

استعمل الضرب الداخلي؛ لإيجاد طول كلٍّ من المتجهات الآتية :

2A) $\mathbf{b} = \langle 12, 16 \rangle$

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي:

3A) $\mathbf{u} = \langle -5, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, 4 \rangle$

.....

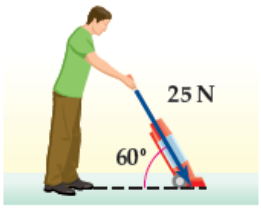
.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

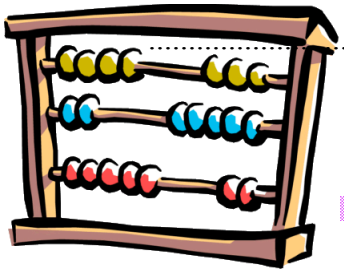


4) تنظيف: يدفع إبراهيم مكنسةً كهربائيةً بقوةٍ مقدارها 25 N، إذا كان قياس الزاوية بين ذراع المكنسة وسطح الأرض 60°، فأوجد الشغل بالجول الذي بذله إبراهيم عند تحريك المكنسة مسافة 6 m؟

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين أو لا.

1) $\mathbf{u} = \langle 3, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 6, 2 \rangle$

.....

.....

استعمل الضرب الداخلي؛ لإيجاد طول المتجه المعطى.

7) $\mathbf{m} = \langle -3, 11 \rangle$

.....

.....

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة.

11) $\mathbf{u} = \langle 0, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 1, -4 \rangle$

.....

.....

.....

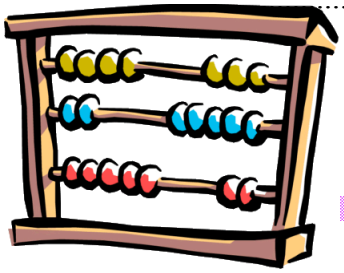
.....

.....

16) **فيزياء:** يدفع طارق برميلًا على أرضٍ مستوية مسافة 1.5 m بقوةٍ مقدارها 534 N؛ بزاوية 25°، أوجد مقدار الشغل بالجول الذي يبذله طارق، وقرّب الناتج إلى أقرب عددٍ صحيحٍ. **(مثال 4)**

.....

.....

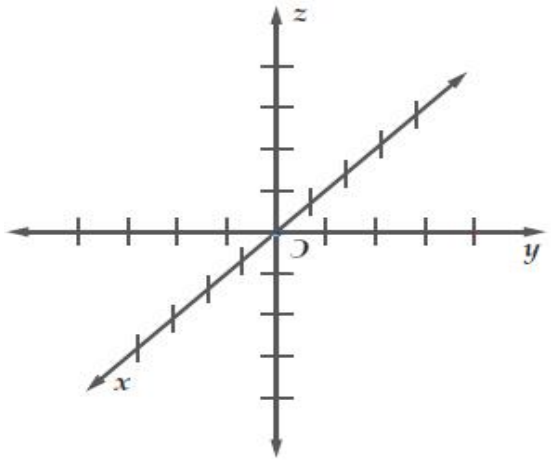


تحقق من فهمك

مثِّل بيانيًّا كلًّا من المتجهين الآتيين في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

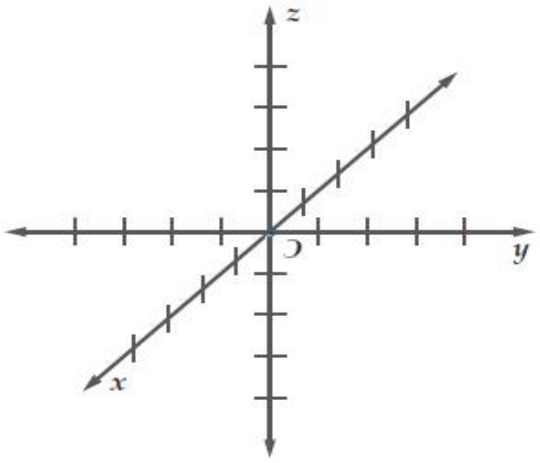
3A) $u = \langle -4, 2, -3 \rangle$

1A) $(-3, -4, 2)$



تحقق من فهمك

عيِّن كلًّا من النقاط الآتية في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:



تحقق من فهمك

2) طائرات: تفرض أنظمة السلامة ألَّا تقل المسافة بين الطائرات عن 0.5 mi في أثناء طيرانها، إذا علمت أن طائرتين تطيران فوق إحدى المناطق، وفي لحظةٍ معينةٍ كانت إحداثيات موقِعَي الطائرتين: $(450, -250, 28000)$, $(300, 150, 30000)$، مع العلم بأن الإحداثيات معطاة بالأقدام، فأجب عما يأتي:

A) هل تخالف الطائرتان أنظمة السلامة؟

B) إذا أطلقت ألعابٌ ناريةٌ، وانفجرت في منتصف المسافة بين الطائرتين، فما إحداثيات نقطة الانفجار؟

إرشادٌ: الميل = 5280 قدمًا

.....

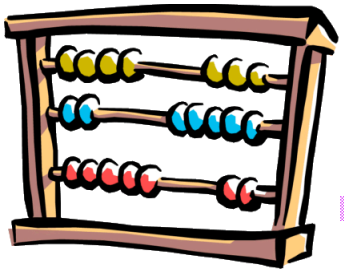
.....

.....

.....

.....

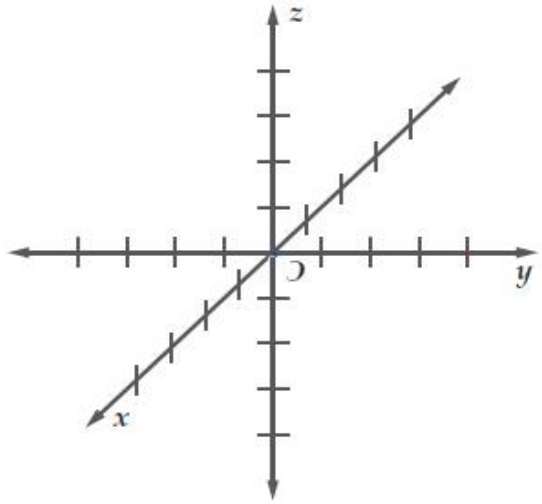
.....



تدرب وحل المسائل

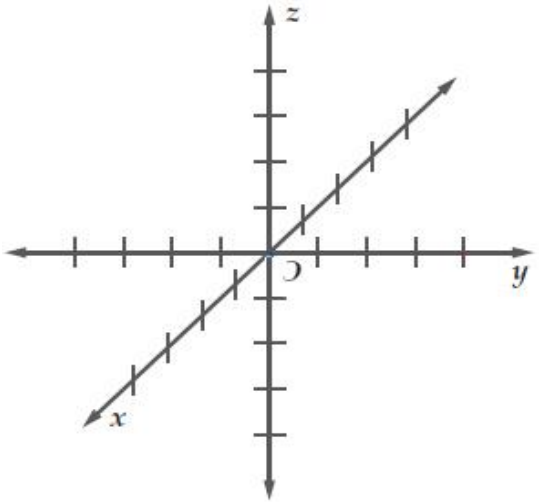
مثّل بيانيًّا كلًّا من المتجهات الآتية في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

12) $\mathbf{a} = \langle 0, -4, 4 \rangle$



عيِّن كل نقطة مما يأتي في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

1) $(1, -2, -4)$



11) طيَّارون: في لحظةٍ ما أثناء تدريب عسكري، كانت إحداثيات موقع طائرة $(675, -121, 19300)$، وإحداثيات موقع طائرةٍ أخرى $(-289, 715, 16100)$ ، علمًا بأن الإحداثيات معطاة بالأقدام.

(مثال 2)

a) أوجد المسافة بين الطائرتين مقرَّبة إلى أقرب قدم .

b) عيّن إحداثيات النقطة التي تقع في منتصف المسافة بين الطائرتين في تلك اللحظة.

.....

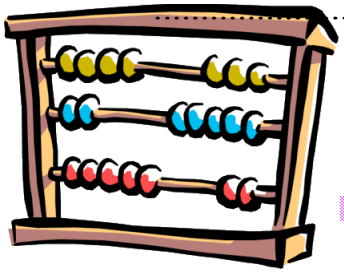
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد كلًّا مما يأتي للمتجهات: $y = \langle 3, -6, 2 \rangle, w = \langle -1, 4, -4 \rangle, z = \langle -2, 0, 5 \rangle$:

(4A $4w - 8z$

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overline{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته، ثم أوجد متجه الوحدة باتجاه $\overrightarrow{AB}$ في كلٍّ مما يأتي:

(5A $A(-2, -5, -5), B(-1, 4, -2)$

.....

.....

.....

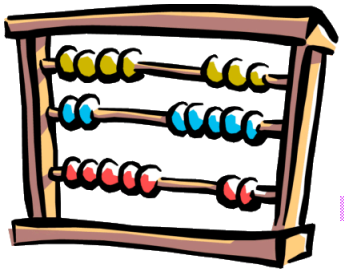
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد كلًّا مما يأتي للمتجهات :
$\mathbf{a} = \langle -5, -4, 3 \rangle, \mathbf{b} = \langle 6, -2, -7 \rangle, \mathbf{c} = \langle -2, 2, 4 \rangle$.

(28 $6\mathbf{a} - 7\mathbf{b} + 8\mathbf{c}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overline{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته، في كلٍّ مما يأتي، ثم أوجد متجه الوحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$.

(20 $A(-5, -5, -9), B(11, -3, -1)$

.....

.....

.....

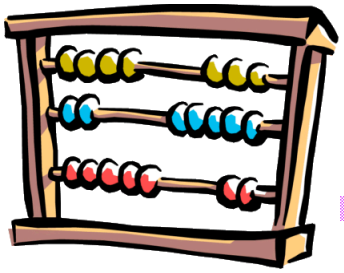
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم حدِّد ما إذا كانا متعامدين أم لا:

1A) $\mathbf{u} = \langle 3, -5, 4 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 7, 5 \rangle$

.....

.....

.....

1B) $\mathbf{u} = \langle 4, -2, -3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 1, 3, -2 \rangle$

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

2) أوجد قياس الزاوية بين المتجهين $\mathbf{u} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$، إلى أقرب منزلة عشرية.

.....

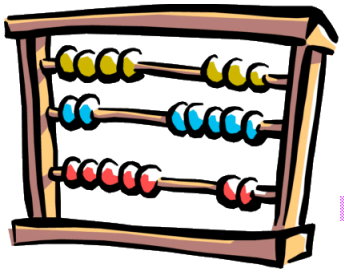
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كل مما يأتي، ثم حدِّد ما إذا كانا متعامدين أو لا:

1) $\mathbf{u} = \langle 3, -9, 6 \rangle, \mathbf{v} = \langle -8, 2, 7 \rangle$

.....

.....

.....

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، قرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

8) $\mathbf{u} = \langle 6, -5, 1 \rangle, \mathbf{v} = \langle -8, -9, 5 \rangle$

.....

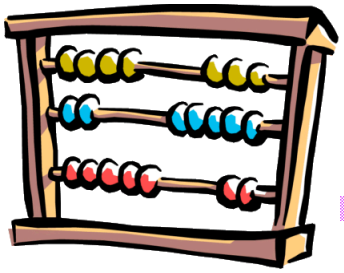
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ ممايأتي.

3A) $\mathbf{u} = \langle 4, 2, -1 \rangle, \mathbf{v} = \langle 5, 1, 4 \rangle$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

4) أوجد مساحة سطح متوازي الأضلاع الذي فيه $\mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}, \mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ضلعان متجاوران .

.....

.....

.....

.....

.....

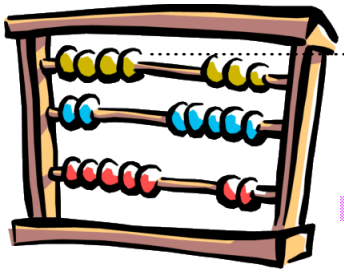
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي،

12) $\mathbf{u} = \langle -1, 3, 5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 2, -6, -3 \rangle$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ضلعان متجاوران في كلٍّ مما يأتي:

16) $\mathbf{u} = \langle -9, 1, 2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 6, -5, 3 \rangle$

.....

.....

.....

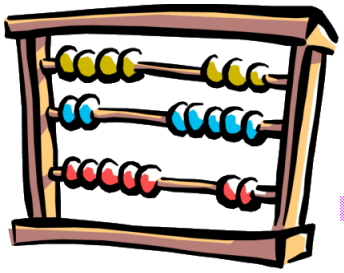
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

5) أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{t} = 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}, \mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}, \mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ أحرف متجاورة.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ أحرف متجاورة في كل مما يأتي:

20) $\mathbf{t} = \langle -1, -9, 2 \rangle, \mathbf{u} = \langle 4, -7, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 3, -2, 6 \rangle$

.....

.....

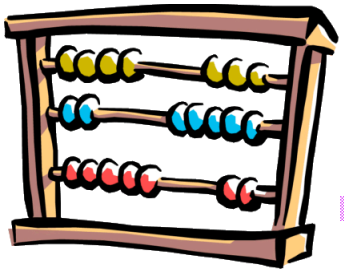
.....

.....

.....

.....

.....



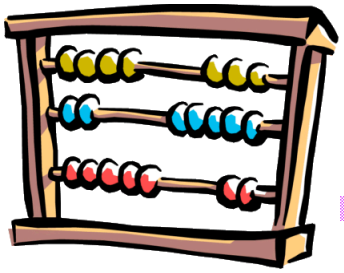
الفصل الثاني

الاحداثيات القطبية والأعداد المركبة

١-الاحداثيات القطبية

٢-الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

٣-الأعداد المركبة ونظرية ديموافر



تحقق من فهمك

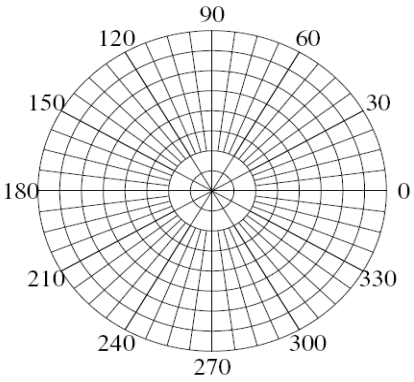
مثّل كل نقطة من النقاط الآتية:

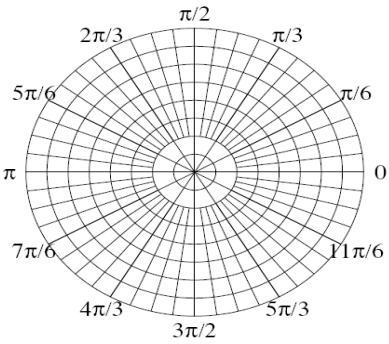
1A $D\left(-1, \frac{\pi}{2}\right)$ **1B** $E(2.5, 240°)$

تحقق من فهمك

مثِّل كلًّا من النقاط الآتية في المستوى القطبي:

2A $R\left(1.5, -\frac{7\pi}{6}\right)$ **2B** $S(-2, -135°)$





تحقق من فهمك

أوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثّل إحداثيين قطبيين للنقطة المعطاة، علمًا بأن:
$-360° \leq \theta \leq 360°$ ، أو $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.

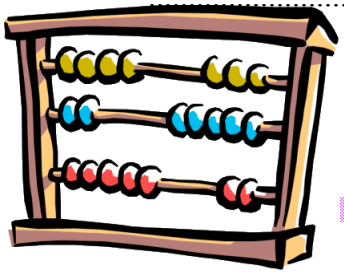
3A $(5, 240°)$

.....

.....

.....

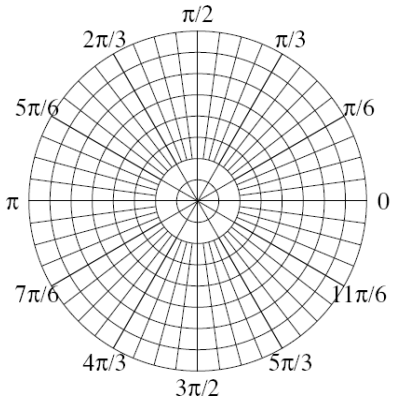
.....



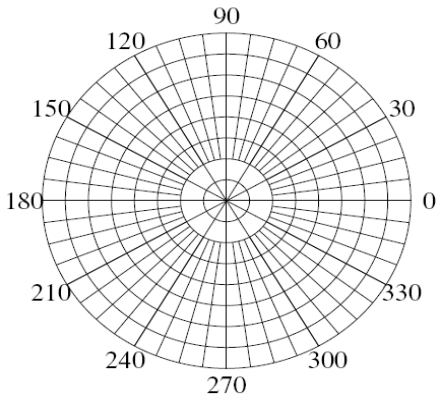
تدرب وحل المسائل

مثِّل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي.

4 $A\left(3, \frac{\pi}{6}\right)$



2 $T(-2.5, 330°)$



إذا كانت $-360° \leq \theta \leq 360°$ ، فأوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثّل إحداثيين قطبيين للنقطة T في كلٍّ مما يأتي:

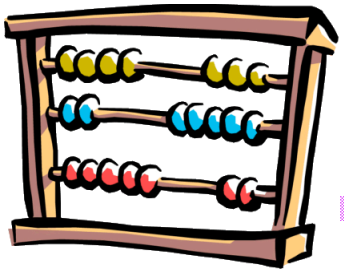
12 $(1\ ,\ 150°)$

.....

.....

.....

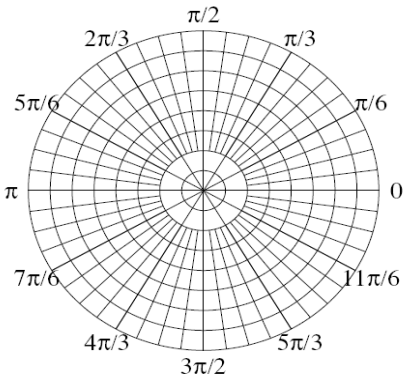
.....



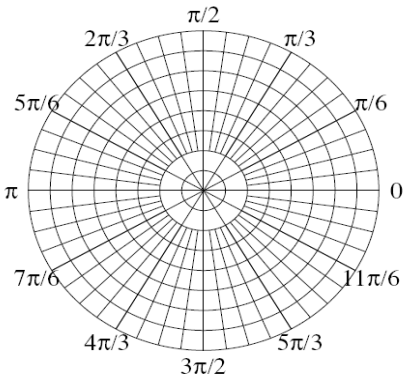
تحقق من فهمك

مَثِّل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بيانيًّا:

(4A $r = 3$



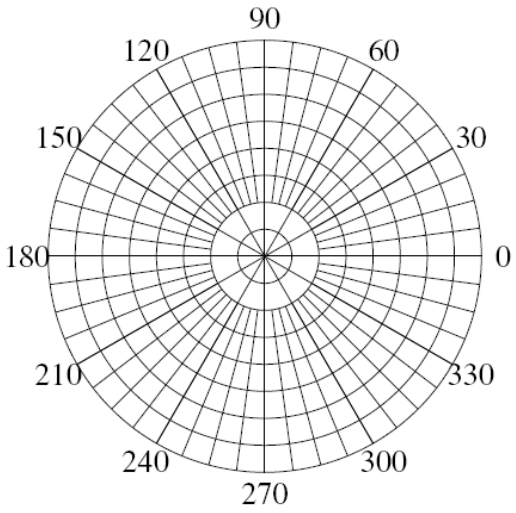
(4B $\theta = \frac{2\pi}{3}$

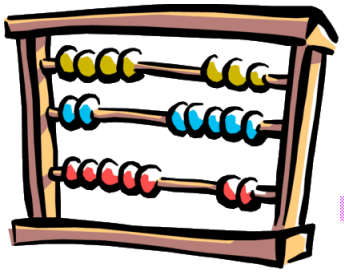


تحقق من فهمك

5) قوارب: يرصُد رادار بحري حركة قاربين، إذا كانت إحداثيات موقعي القاربين $(3, 65°)$, $(8, 150°)$، حيث r بالأميال.

A) فمثّل هذا الموقف في المستوى القطبي. **B)** ما المسافة بين القاربين؟

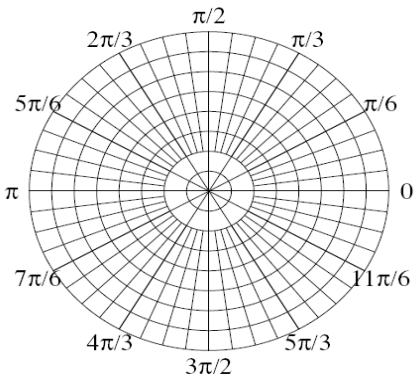




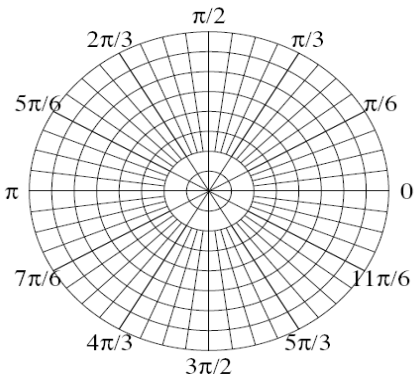
تدرب وحل المسائل

مَثِّل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بيانيًّا:

20 $r = 1.5$



21 $\theta = 225°$



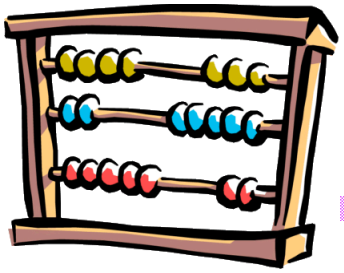
أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط فيما يأتي.

25 $(2, 30°), (5, 120°)$

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

حول الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي:

1A $R(-6, -120°)$

.....

.....

.....

1B $S\left(5, \frac{\pi}{3}\right)$

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثّل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيّات الديكارتيّة في كلٍّ مما يأتي:

2A $V(8, 10)$

.....

.....

.....

.....

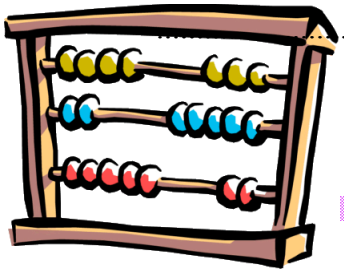
2B $W(-9, -4)$

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية لكلٍّ نقطة مما يأتي:

1) $\left(2, \frac{\pi}{4}\right)$

.....

.....

.....

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثّل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيّات الديكارتيّة في كلٍّ مما يأتي:

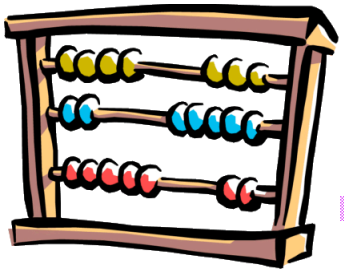
11) $(7, 10)$

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

اكتب المعادلة على الصورة القطبية:

(4A $x^2 + (y-3)^2 = 9$

.....

.....

.....

.....

.....

(4B $x^2 - y^2 = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

اكتب المعادلة على الصورة القطبية:

(24 $x = -2$

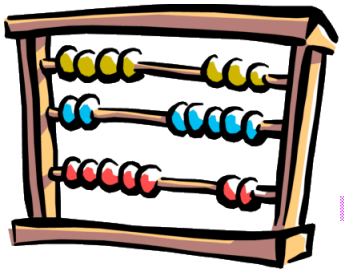
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

اكتب كلّ معادلة قطبيّة مما يأتي على الصورة الديكارتية:

5A) $r = -3$

.....

.....

.....

.....

5B) $\theta = \frac{\pi}{3}$

.....

.....

.....

.....

5C) $r = 3\cos\theta$

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

اكتب كلّ معادلة قطبيّة مما يأتي على الصورة الديكارتية:

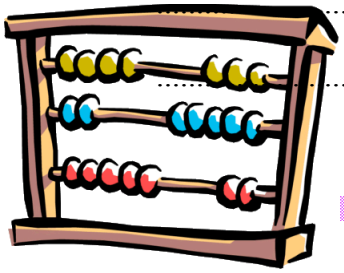
36) $\tan\theta = 4$

.....

.....

.....

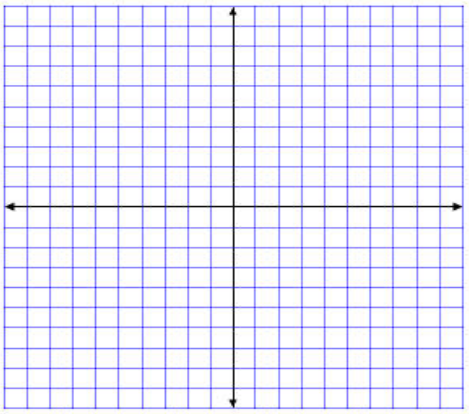
.....



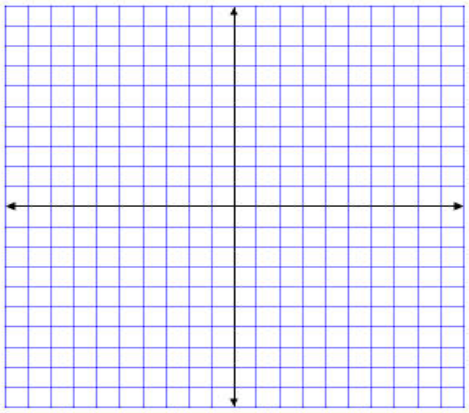
تحقق من فهمك

مَثِّل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

1A $5 + 2i$



1B $-3 + 4i$



.....

.....

تحقق من فهمك

عبّر عن كلّ عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

2A $9 + 7i$

2B $-2 - 2i$

.....

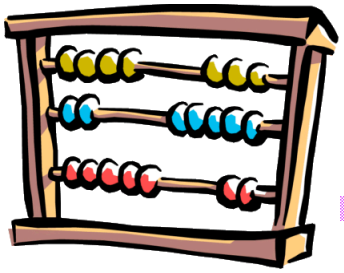
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

عبر عن العدد المركب الآتي بالصورة الديكارتية:

3A) $5\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

أوجد القيمة المطلقة للعدد المركب المعطى فيما يأتي:

1) $z=4+4i$

.....

.....

عبِّر عن كل عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

9) $-2+i$

.....

.....

.....

.....

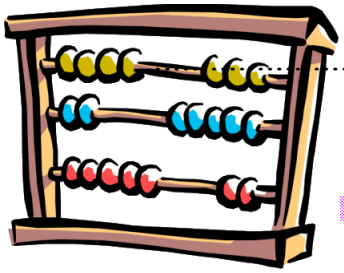
عبر عن العدد المركب الآتي بالصورة الديكارتية:

14) $4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد الناتج على الصورة القطبية، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية لكلٍّ مما يأتي:

4A) $3\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot 5\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

5) **كهرباء:** إذا كان فرق جهد دائرة كهربائية 120V، وكانت شدة التيار $(8+6j)$ أمبير، فأوجد معاوقتها على الصورة الديكارتية.

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي، وعبّر عنه بالصورة الديكارتية :

6A) $(1+\sqrt{3}i)^4$

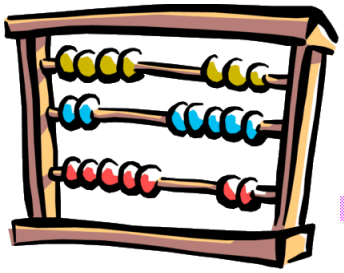
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد الناتج على الصورة القطبية، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية لكلٍّ مما يأتي:

19 $5(\cos 135° + i \sin 135°) \cdot 2(\cos 45° + i \sin 45°)$

.....

.....

.....

.....

23 $4\left(\cos \frac{9\pi}{4} + i \sin \frac{9\pi}{4}\right) \div 2\left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}\right)$

.....

.....

.....

.....

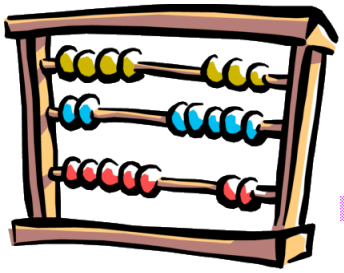
29 $\left[4\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)\right]^4$

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

7A) أوجد الجذور التكعيبية للعدد $2 + 2i$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

8A) أوجد الجذور التكعيبية للعدد واحد.

.....

.....

.....

.....

.....

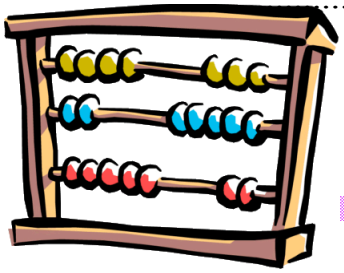
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد جميع الجذور المطلوبة للعدد المركب في كل مما يأتي:

33) الجذور السداسية للعدد i

.....

.....

.....

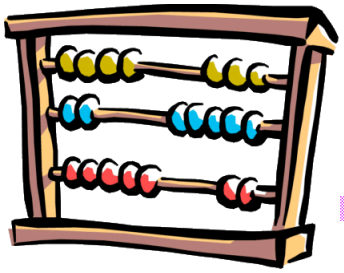
.....

.....

.....

.....

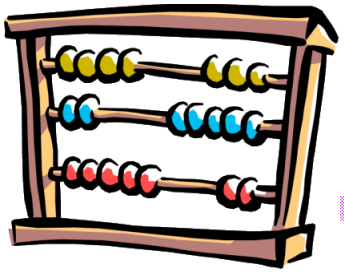
.....



الفصل الثالث

الاحتمال والإحصاء

١-الدراسات التجريبية والمسحية والقائمة على الملاحظة
٢-التحليل الإحصائي
٣-الاحتمال المشروط
٤-الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية
٥-التوزيع الطبيعي
٦-التوزيعات ذات الحدين



تحقق من فهمك

حدد ما إذا كانت كل دراسة مسحية فيما يأتي تتبنى عينة متحيزة، أو غير متحيزة،

1A) سؤال كل لاعب في فريق كرة السلة عن الرياضة التي يحب مشاهدتها على التلفاز.

1B) الذهاب إلى ملعب كرة القدم وسؤال 100 شخص اختيروا عشوائيًّا عن رياضتهم المفضلة.

تحقق من فهمك

أي مما يأتي يُحدّد المادة الأفضل بالنسبة إلى الطلاب دون تحيُّز؟

2A) هل تفضل المادة التي خرجت من حصتها الآن؟

2B) أيهما تفضل أكثر: العلوم أو الرياضيات؟

2C) ما مادتك المفضلة؟

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كان الموقف الآتي يمثل دراسة تجريبية، أو دراسة بالملاحظة، وفي حالة الدراسة التجريبية اذكر كلًّا من المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية، ثم بيِّن إن وجد تحيّز أو لا.

3) اختر 80 طالبًا جامعيًّا نصفهم درس الإحصاء في المدرسة الثانوية، وقارن نتائج المجموعتين في مساق للإحصاء تم تدريسه في الجامعة.

.....

.....

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كانت الحالة الآتية تتطلب دراسة مسحية، أو دراسة قائمة على الملاحظة، أو دراسة تجريبية، فسّر إجابتك.

4) تريد استطلاع آراء طلاب مدرسة ثانوية حول وسيلة المواصلات المدرسية باستعمال مقياس متدرج من 1 (لا أوافق مطلقًا) إلى 5 (أوافق بشدة).

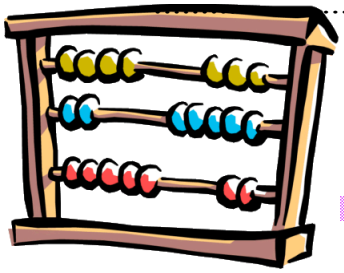
.....

تحقق من فهمك

بيّن ما إذا كانت العبارة الآتية تُظهر ارتباطًا، أو سببية، ثم فسّر إجابتك.

5) عندما أدرس أحصل على تقدير ممتاز.

.....



تدرب وحل المسائل

حدّد ما إذا كانت كلُّ دراسة مسحية فيما يأتي تتبنَّى عينة متحيزة، أو غير متحيزة، وفسّر إجابتك:

1) استطلاع رأي كل شخص ثالث يخرج من مطعم للمشويات؛ لمعرفة الوجبة المفضلة للناس.

.....

2) الاستفسار من طلاب صف معين من المتميزين في مادة العلوم عن أفضل المواد لديهم.

.....

3) الاستفسار من كل طالب يخرج بعد 20 طالبًا يخرجون من مدرستك، عن الطالب الذي سيصوتون له في انتخابات المجلس الطلابي.

.....

حدّد سؤال الدراسة المسحية الذي تحصل منه على الإجابة المطلوبة بشكل أفضل.

4) يريد زاهر أن يحدد فريق كرة القدم الأكثر شعبية في المملكة.

a) ما اسم فريق كرة القدم الذي تفضله في مدينة الرياض؟

b) ما اسم فريق كرة القدم الذي تفضله في المملكة؟

c) ما مدى تقديرك لفرق كرة القدم في المملكة؟

حدّد ما إذا كانت كل من الحالات الآتية دراسة تجريبية، أو دراسة بالملاحظة، وفي حالة الدراسة التجريبية اذكر كلًّا من المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية، ثم بيِّن إن كان هناك تحيز أو لا:

7) قبل الاختبار، قام المعلم باختيار شعبتين من الصف نفسه بشكل عشوائي، وقام بمراجعة المادة لطلاب إحداهما، بينما لم يراجع المادة لطلاب الشعبة الأخرى. ثم قام بمقارنة نتائج الاختبار لهما.

.....

.....

حدّد ما إذا كانت كل من الحالات الآتية تتطلب دراسة مسحية، أو دراسة قائمة على الملاحظة، أو دراسة تجريبية، وفسّر إجابتك:

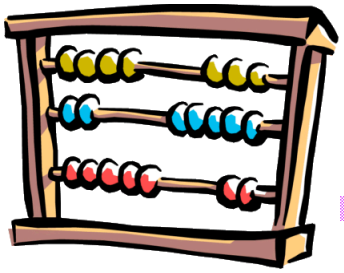
13) تريد اختبار علاج لمعالجة الصلع عند الرجال.

.....

بيّن ما إذا كانت كل من العبارات الآتية تظهر ارتباطًا، أو سببية، وفسّر إجابتك:

18) عندما أمارس الرياضة، أكون في وضع نفسي أفضل.

19) عندما يكون الجو باردًا وممطرًا بغزارة، لا نذهب إلى المدرسة.



تحقق من فهمك

1) تمنح مؤسسة جائزة كبرى قيمتها 20000 ريال، و30 جائزة أخرى قيمة كل منها 500 ريال، أي مقاييس النزعة المركزية يلائم البيانات بصورة أفضل؟ ولماذا؟

.....

تحقق من فهمك

في دراسة مسحية عشوائية شملت 3247 شخصًا، قال 41% منهم؛ إنهم مرتاحون للنهضة العلمية.

2A) ما هامش خطأ المعاينة؟

2B) ما الفترة الممكنة التي تحتوي على نسبة أفراد المجتمع الكلي المرتاحين للنهضة العلمية؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

3A) احسب المتوسط والانحراف المعياري للمجتمع للبيانات المحدّدة في الجدول المجاور.

3B) ضع 70 مكان 30 في الجدول المجاور. ماذا تتوقع أن يحدث لكلٍّ من المتوسط والانحراف المعياري؟ أعد الحسابات للتحقّق.

31	33	33	34	28
31	36	34	29	33
36	28	32	29	30
28	28	29	33	29
29	27	28	31	26

.....

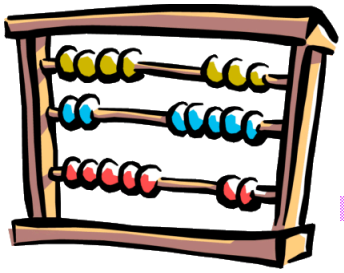
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أي مقاييس النزعة المركزية يناسب بصورة أفضل البيانات الآتية؟ ولماذا؟

1) 833, 796, 781, 776, 758

2) 27.2, 36.8, 50.4, 71.6, 194.7

7) ألعاب أولمبية : في دراسة مسحية عشوائية شملت 5824 شخصًا، أفاد 29% منهم أنهم سيشاهدون الألعاب الأولمبية على التلفاز.

a) ما هامش خطأ المعاينة ؟

b) ما الفترة الممكنة التي تتضمن نسبة المجتمع الكلي الذين سوف يشاهدون الألعاب الأولمبية على التلفاز ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11) تدريب: في أثناء التمرين سجَّل سلطان الأزمنة التي ركض فيها مسافة 40 m. بيِّن ما إذا كانت هذه البيانات تمثِّل عينة أم مجتمعًا، ثم أوجد الانحراف المعياري للبيانات في الجدول أدناه.

أزمنة قطع المسافة 40 m ركضًا بالثواني									
4.8	4.9	4.8	4.7	5.0	4.9	4.8	4.9	4.8	5.0

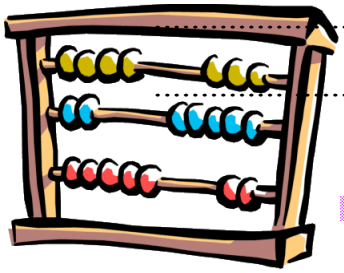
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

1) يحتوي كيس على 52 بطاقة مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر، ورقّمت بطاقات كل لون بالأرقام من 1 إلى 13. إذا سحبت نوال بطاقة، فما احتمال أن تحمل هذه البطاقة الرقم 13 علمًا بأن ما سحبته كان رقم 11 أو 12 أو 13؟

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

2) أوجد احتمال أن يكون شخص اختير عشوائيًا معافى، علمًا بأنه لا يمارس المشي.

الحالة	عدد الأشخاص	
	يمارس المشي (w)	لا يمارس المشي (Nw)
مريض(S)	1600	1200
معافى(H)	800	400

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

3) أوجد احتمال أن يكون الطالب ممن هم ضمن المنتخب الوطني، علمًا بأنه في السنة الأولى.

A 2.5% **B** 2.6% **C** 7.7% **D** 8.4%

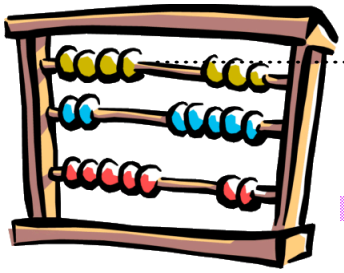
الرياضيون الجامعيون	سنة أولى	سنة ثانية	سنة ثالثة	سنة رابعة
ضمن المنتخب الوطني(B)	7	22	36	51
ليس ضمن المنتخب الوطني(A)	269	262	276	257

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

15) **بطاقات:** يحتوي صندوق على 52 بطاقة مقسَّمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر، والأسود، والأخضر، والأزرق، ورُقِّمت بطاقات كل لون من 1 إلى 13. إذا سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًّا، فما احتمال أن تحمل البطاقة الرقم 9 علمًا بأنها حمراء اللون؟

.....

.....

.....

.....

9) **اختيار من متعدد:** يُبيّن الجدول أدناه أعداد الطلاب الذين حضروا مباراة كرة قدم، والذين تغيَّبوا عنها من السنوات الجامعية الأولى والثانية والثالثة والرابعة. إذا اختير أحد الطلاب عشوائيًّا، فأوجد احتمال أن يكون قد حضر المباراة علمًا بأنه من السنة الثالثة.

	أولى	ثانية	ثالثة	رابعة
الحضور	48	90	224	254
الغياب	182	141	36	8

A 48.6% تقريبًا

B 77.6% تقريبًا

C 86.2% تقريبًا

D 91.6% تقريبًا

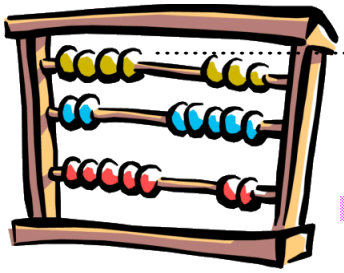
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

1) في المثال 1 إذا كان عدد الذين رشحوا من الصف الثاني الثانوي 3، ومن الصف الأول الثانوي 11، وكان عدد الجوائز 4، واختير 4 طلاب من الذين رشحوا بطريقة عشوائية، فما احتمال أن يفوز طالبان من الصف الثاني وطالبان من الصف الأول؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

2) **سباق:** اشترك صلاح، وعبد اللّه، وسليم في سباق 400 m مع خمسة رياضيين آخرين. ما احتمال أن ينهي هؤلاء الثلاثة السباق في المراكز الثلاثة الأولى؟

.....

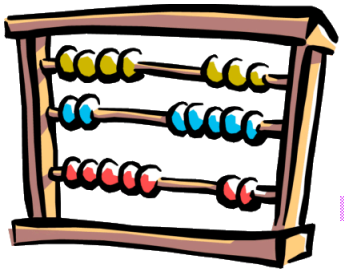
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

1) **فن:** اختار مسؤول متحف للفنون 4 لوحات بشكل عشوائي من بين 20 لوحة؛ لعرضها في أحد المعارض. ما احتمال أن تكو ن 3 منها لفنان واحد يشارك بـ 8 لوحات في المتحف.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) دخل 8 لاعبين A,B,C,D,E,F,G,H في مباراة، إذا اختيرت أسماء اللاعبين عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون أول 4 لاعبين مختارين هم A,C,E,G على الترتيب؟

.....

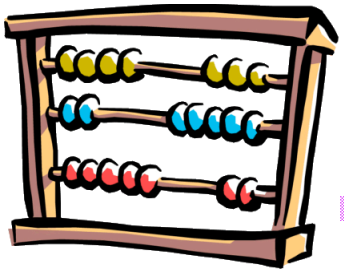
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

يوضح الجدول أدناه توزيعًا احتماليًّا، حيث أُلقي مكعبان مرقمان من 1 إلى 6 مرة واحدة، وسُجّل مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين واحتمال كلٍّ منها.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الاحتمال	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

3A) مثِّل بالأعمدة هذا التوزيع الاحتمالي.

3B) استعمل التمثيل بالأعمدة؛ لتحدد الناتج الأكثر إمكانية للوقوع؟ ثم أوجد احتماله.

3C) أوجد $P(5 \text{ أو } 11)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

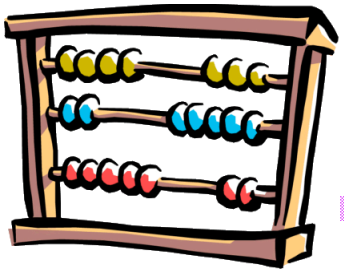
4) أوجد القيمة المتوقعة عند رمي مكعبين مرة واحدة، وتسجيل مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين.

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

6) **أخبار:** أجرى موقع إلكتروني مسحًا للمصادر التي يحصل منها الناس على الأخبار بشكل رئيس. والجدول المجاور يبيّن نتائج هذا المسح. (مثال 3)

المصدر	الاحتمال
التلفاز	0.35
المذياع	0.31
الأصدقاء	0.02
الصحف	0.11
الإنترنت	0.19
مصادر أخرى	0.02

a) بيّن أن هذه البيانات تمثّل توزيعًا احتماليًّا.

b) إذا اختير أحد الذين شملهم هذا المسح عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون مصدر أخباره الرئيس الصحف أو الإنترنت؟

c) مثّل البيانات بالأعمدة.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

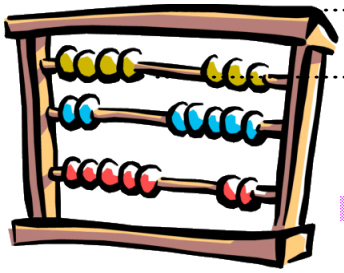
.....

8) **جوائز:** باع أحد النوادي 500 تذكرة دخول لحضور إحدى مبارياته ثمن الواحدة 10 ريالات ، وأُجري سحب عشوائي على أرقام التذاكر خُصصت فيه ثلاث جوائز للأرقام الرابحة، بحيث تربح تذكرة واحدة الجائزة الأولى وقيمتها 1000 ريال، وتربح تذكرتان الجائزة الثانية وقيمتها 100 ريال، وتربح 5 تذاكر الجائزة الثالثة وقيمتها 50 ريالا. إذا اشترى شخص تذكرة، فما القيمة المتوقعة للربح في هذا الموقف؟

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

1) حدد ما إذا كانت البيانات في الجدول المجاور تُظهر التواءً موجبًا، أو التواءً سالبًا، أو موزعة توزيعًا طبيعيًّا.

قياس الحذاء	38	39	40	41	42	43	44	45
التكرار	6	8	9	7	4	2	3	1

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

تحقق من فهمك

المتوسط لتوزيع طبيعي 34، وانحرافه المعياري 5.

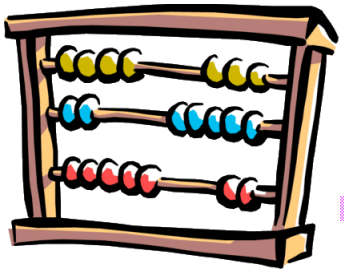
2) أوجد احتمال أن تكون قيمة تم اختيارها عشوائيًّا في التوزيع الوارد في المثال 2 أقل من 49.

تحقق من فهمك

درجات: إذا علمت أن كتل 100 موظف في شركة تتوزع توزيعًا طبيعيًّا بوسط مقداره 70 كيلوجرامًا وانحراف معياري 10 كيلوجرامات، فاعتمد على ذلك في الإجابة عن السؤالين الآتيين :

3A) ما العدد التقريبي للموظفين اللذين تقع كتلهم بين 60, 80 كيلوجرامًا؟

3B) ما احتمال أن يتمّ اختيار موظف بصورة عشوائية، وتكون كتلته أقل من 90 كيلوجرامًا؟



تدرب وحل المسائل

1) **درجات:** يوضّح الجدول أدناه نتائج أحد الاختبارات (النهاية العظمى للاختبار 40). حدّد ما إذا كانت البيانات تظهر التواءً موجبًا، أو التواءً سالبًا، أو موزَّعة توزيعًا طبيعيًّا.

فئات الدرجات	النسبة المئوية للطلاب
13–15	12
16–19	27
20–23	29
24–27	19
28–32	9
33–36	1

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

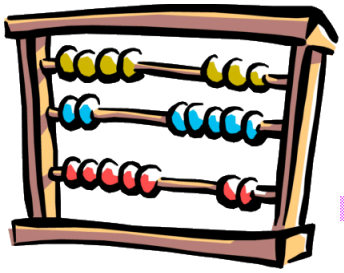
.....

3) تتوزّع مجموعة بيانات توزيعًا طبيعيًّا بمتوسط حسابي 161، وانحراف معياري 12، أوجد أن يتم اختيار قيمة لـ X عشوائيًّا من هذا التوزيع، بحيث تكون أقل من149، أي أوجد $P(X < 149)$.

8) **مدارس:** أعطى عمران اختبارًا قصيرًا لطلبته البالغ عددهم (50) طالبًا، وكانت الدرجات موزَّعة توزيعًا طبيعيًّا بمتوسط حسابي 21، وانحراف معياري 2.

a) ما العدد التقريبي للطلاب الذين تقع درجاتهم بين 19, 23؟

b) ما احتمال أن تقع درجة أحد الطلاب بين 17 و25 ؟



تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها كذلك. وإذا كانت تجربة ذات حدين، فاكتب قيم n, p, q ، وقيم المتغير العشوائي الممكنة، وإذا لم تكن كذلك فبيِّن السبب.

1A) أظهرت نتيجة لمسح إحصائي في إحدى المدارس ذات الزي الموحَّد أن 61% يحبون الزي الجديد، وأن 24% لا يحبونه. إذا تم اختيار 20 طالبًا بشكل عشوائي، وسؤالهم عمَّا إذا كانوا يحبون الزي الجديد. وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين يحبون الزي الجديد.

.....

.....

.....

.....

1B) أجاب خالد عن اختبار مكوّن من 20 فقرة من نوع «الاختيار من متعدد» لكل فقرة منها أربع إجابات، واحدة فقط صحيحة (دون معرفة علمية بموضوع الاختبار). وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الإجابات الصحيحة.

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

2) **كليات:** يدرس في إحدى الكليات 48% من الطلاب لغة عالمية خلال سنة التخرج. إذا اختير 7 خريجين عشوائيًّا، وتم سؤالهم عمَّا إذا درسوا لغة عالمية في سنتهم الأخيرة. وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين أجابوا بنعم، فكوِّن التوزيع ذا الحدين، ومثِّله بالأعمدة، ثم أوجد احتمال أن يجيب أقل من 4 طلاب بنعم.

.....

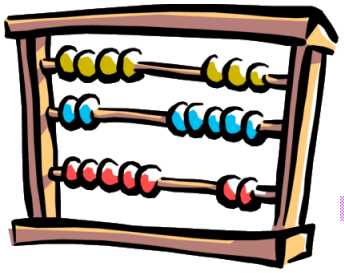
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها ذات حدين. وإن كانت كذلك، فاكتب قيم n, p, q، ثم اكتب كل قيم المتغير العشوائي الممكنة. وإذا لم تكن تجربة ذات حدين، فبيِّن السبب.

1) تم ترقيم أوجه مكعب بالأرقام من 1 إلى 6، ثم أُلقي المكعب 10 مرات، والمتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الرقم 5.

.....

.....

.....

.....

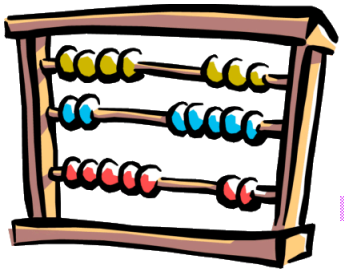
4) صندوق به 52 كرة، منها 13 كرة حمراء، و13 كرة زرقاء، و13 كرة بيضاء، و13 كرة صفراء. سحبت 10 كرات على التوالي دون إرجاع. والمتغير العشوائي X يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

.....

.....

.....

.....



X	$P(X)$
0	0.010
1	0.066
2	0.184
3	0.283
4	0.261
5	0.145
6	0.045
7	0.006

تحقق من فهمك

2) **كليات:** يدرس في إحدى الكليات 48% من الطلاب لغة عالمية خلال سنة التخرج. إذا اختير 7 خريجين عشوائيًا، وتم سؤالهم عمَّا إذا درسوا لغة عالمية في سنتهم الأخيرة. وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين أجابوا بنعم، فكوِّن التوزيع ذا الحدين، ومثِّله بالأعمدة، ثم أوجد احتمال أن يجيب أقل من 4 طلاب بنعم.

3) **كليات:** أوجد المتوسط والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X في تحقق من فهمك 2 ، وفسّر معنى المتوسط في سياق الموقف.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

4) أشارت دراسة سابقة إلى أن 32% من أولياء الأمور المستطلعة آراؤهم يرون أنه يجب تقليل عدد أيام الإجازة الصيفية للطلاب في نهاية العام الدراسي. غير أن آية ترى أن النسبة أقل من ذلك، ولذلك قامت بإجراء دراسة مسحية شملت 250 من أولياء الأمور اختارتهم بطريقة عشوائية ممن استهدفتهم الدراسة السابقة. ما احتمال ألَّا يرى أكثر من 65 من أولياء الأمور وجوبَ تقليلِ عدد أيام الإجازة الصيفية؟

.....

.....

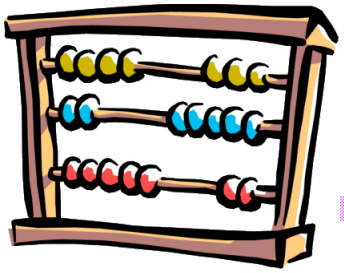
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

كوّن التوزيع ذا الحدين لكلِّ متغير عشوائي مما يأتي، ومثّله بالأعمدة، ثم أوجد المتوسط، وفسّر معناه في سياق الموقف، ثم أوجد التباين، والانحراف المعياري.

5) إذا كان 89 % من طلاب المرحلة الثانوية في إحدى المدارس يتابعون مباريات منتخبهم الوطني، وتم اختيار 5 طلاب عشوائيًّا من هذه المدرسة، وسؤالهم عما إذا كانوا يتابعون مباريات منتخبهم الوطني.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8) **أعمال صيفية:** تبين في دراسة سابقة أن 90% من طلاب الصفوف العليا في مدرسة ثانوية يحصلون على أعمال صيفية، لكن منذرًا قدّر أن النسبة أقل من ذلك؛ لذا قام بدراسة مسحية شملت 400 طالب من الصفوف العليا تم اختيارهم عشوائيًّا. ما احتمال ألا يكون أكثر من 348 من الطلاب المستهدفين حصلوا على عمل صيفي؟

.....

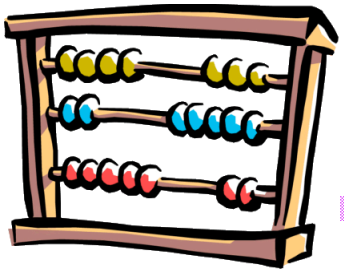
.....

.....

.....

.....

.....



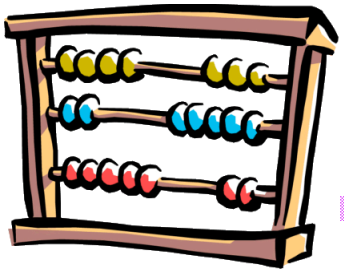
الفصل الرابع

النهايات والاشتقاق

١ـ حساب النهايات جبريا

٢ـ المشتقات

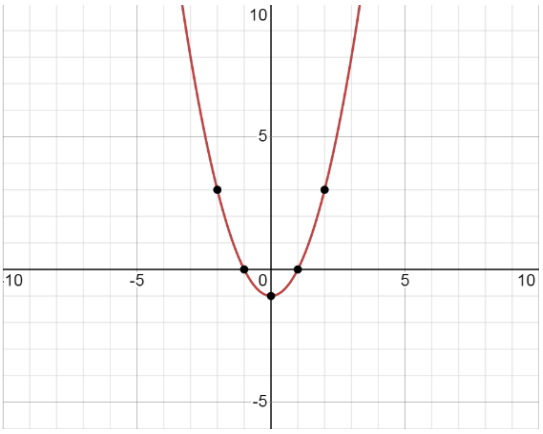
٣ـ النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل



تحقق من فهمك

قدِّر كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني، ثم عزِّز إجابتك باستعمال جدول قيم.

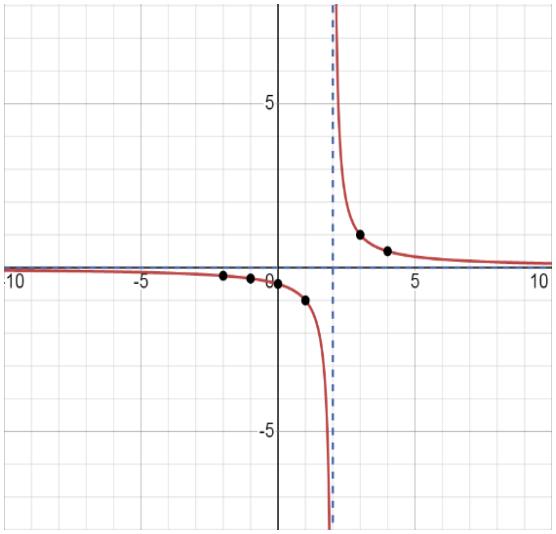
(1B $\lim_{x \to 1} (x^2 - 1)$



.....

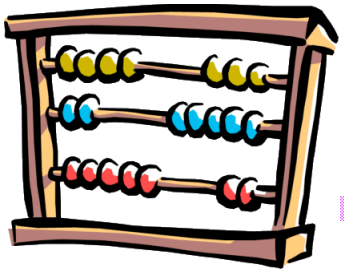
.....

(2A $\lim_{x \to -2} \frac{x+2}{x^2-4}$



.....

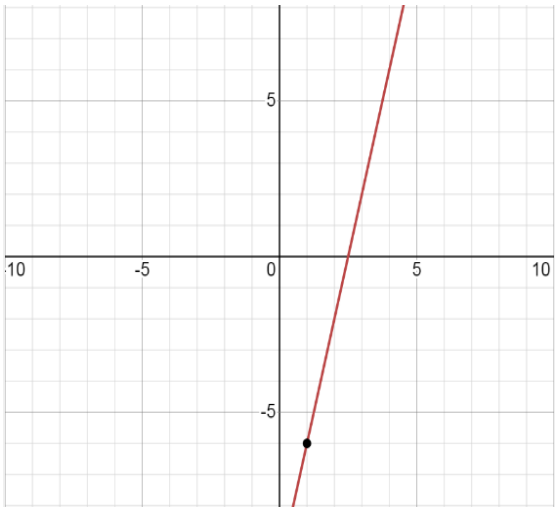
.....



تدرب وحل المسائل

قدِّر كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني، ثم عزِّز إجابتك باستعمال جدول قيم.

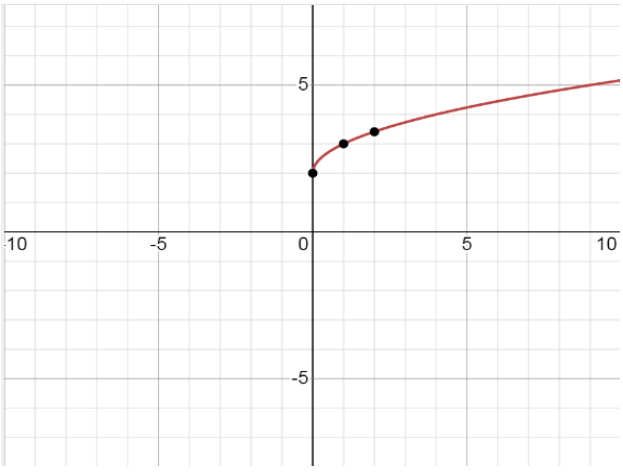
1) $\lim_{x\to 5}(4x-10)$



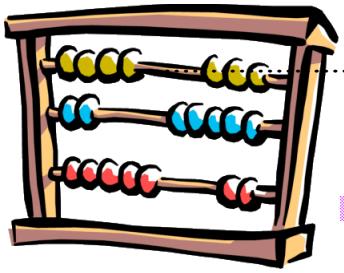
.....

.....

6) $\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$



.....



.....

تحقق من فهمك

قدِّر كلًّا من النهايات الآتية إذا كانت موجودة:

(3A $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ ، $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ ، $\lim_{x\to 1} f(x)$ ، حيث:

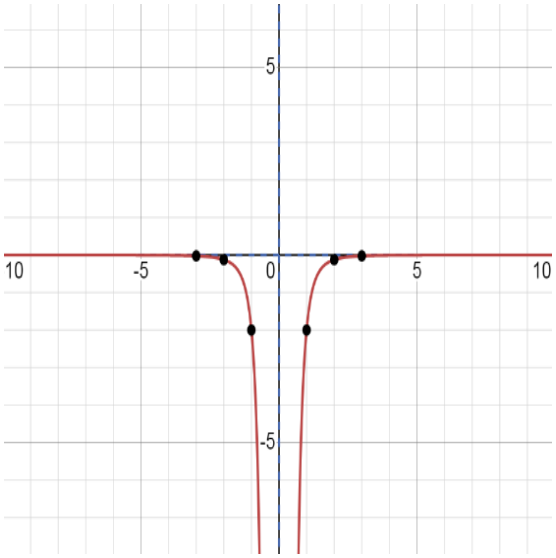
$$f(x)=\begin{cases} x^3+2 & , \quad x<1 \\ 2x+1 & , \quad x\geq 1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

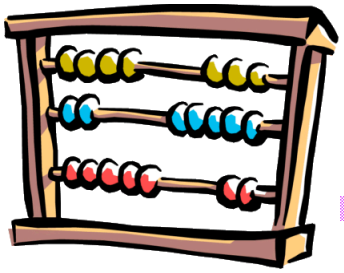
(4B $\lim_{x\to 0} -\frac{2}{x^4}$



.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

قدِّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

19 $\lim_{x\to 0} f(x)\ , f(x) = \begin{cases} x-5 & , \quad x<0 \\ x^2+5 & , \quad x\geq 0 \end{cases}$

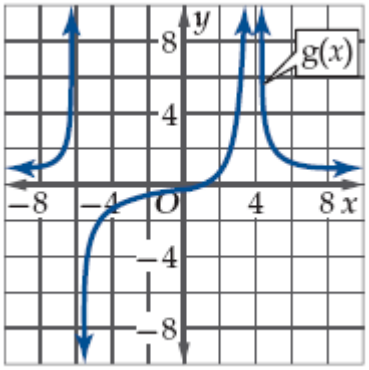
.....

.....

.....

استعمل التمثيل البياني لتقدير كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

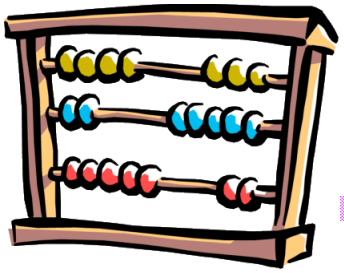
22 $\lim_{x\to 4} g(x)$



.....

.....

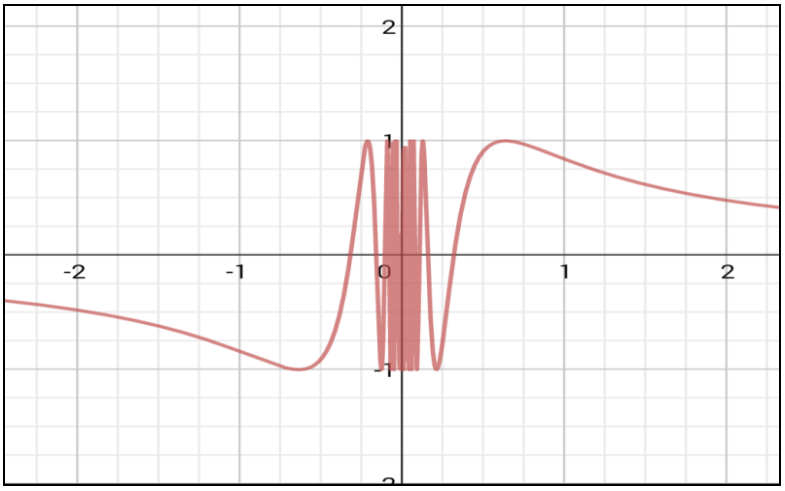
.....



تحقق من فهمك

قدِّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

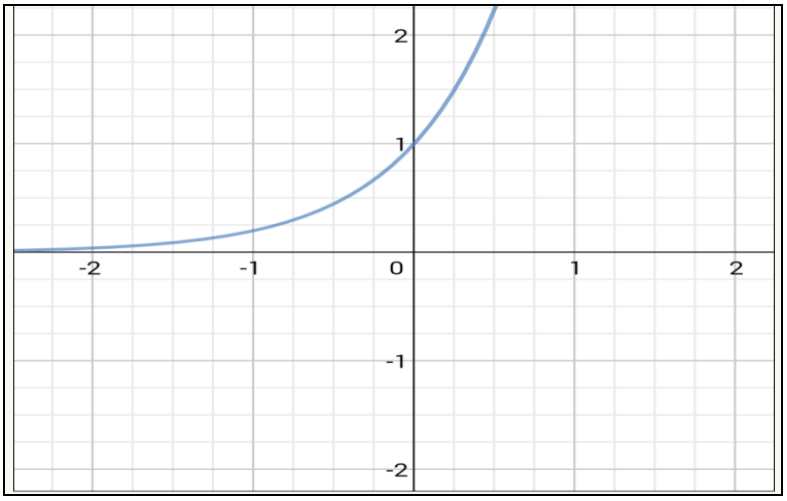
(5A $\lim_{x \to 0} \sin \frac{1}{x}$



.....

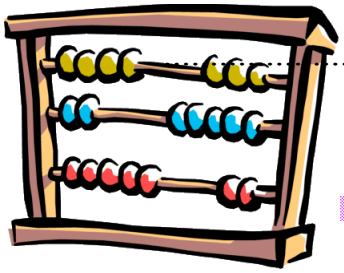
.....

(6B $\lim_{x \to -\infty} 5^x$



.....

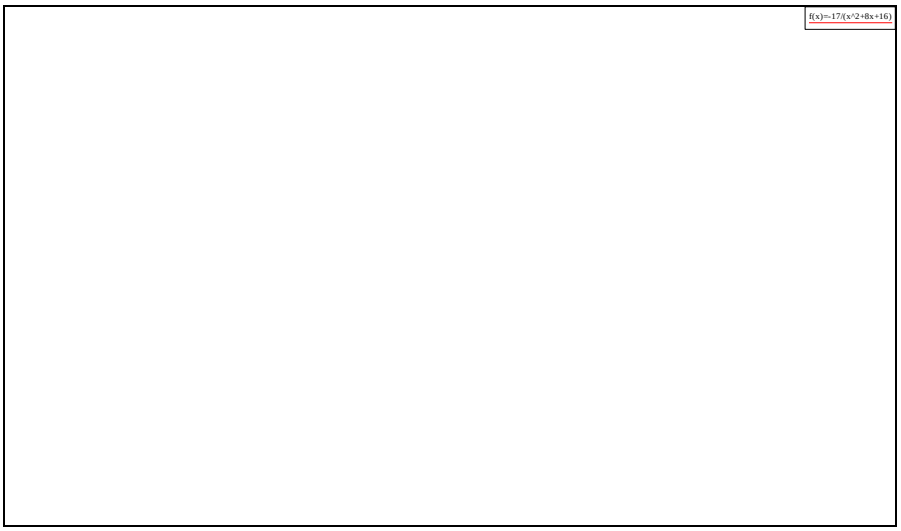
.....



تدرب وحل المسائل

قدِّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

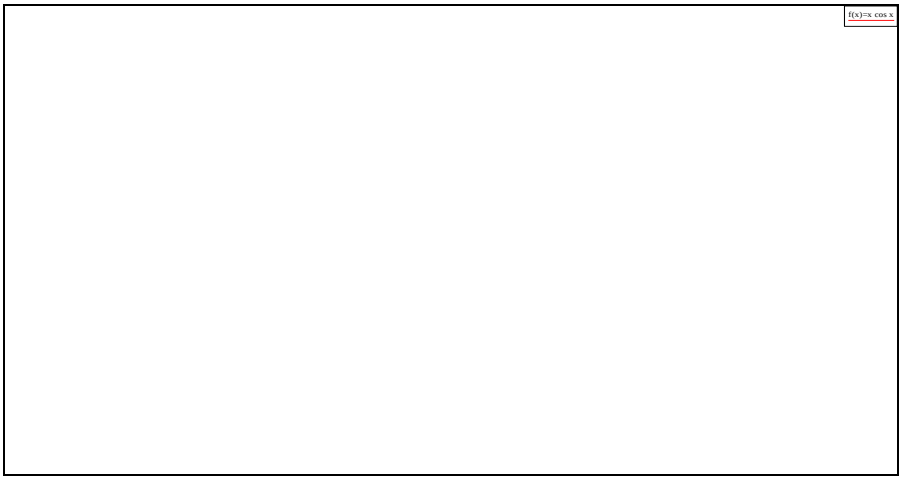
25 $\lim_{x\to -4} \dfrac{-17}{x^2+8x+16}$



.....

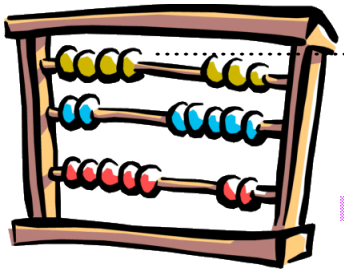
.....

31 $\lim_{x\to \infty} x\cos x$



.....

.....



تحقق من فهمك

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكنًا، وإلا فاذكر السبب:

(2A $\lim_{x\to 4}(x^3-3x^2-5x+7)$

.....

(2B $\lim_{x\to -5}\frac{x+1}{x^2+3}$

.....

(2C $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}$

.....

(2D $\lim_{x\to -8}\sqrt{x+6}$

.....

تحقق من فهمك

احسب كل نهاية مما يأتي:

(3B $\lim_{x\to 6}\frac{x^2-7x+6}{3x^2-11x-42}$

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

احسب كل نهاية مما يأتي:

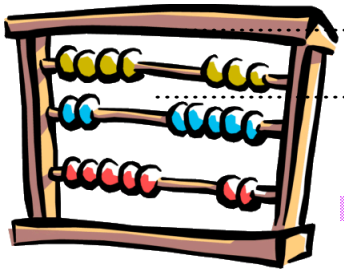
(4A $\lim_{x\to 25}\frac{x-25}{\sqrt{x}-5}$

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكنًا، وإلا فاذكر السبب:

7) $\lim_{x\to 16} \frac{x^2+9}{\sqrt{x}-4}$

.....

8) $\lim_{x\to 2} 4x^3 - 3x^2 + 10$

.....

9) $\lim_{x\to 3} \frac{x^3+9x+6}{x^2+5x+6}$

.....

10) $\lim_{x\to 3} \sqrt{2-x}$

.....

احسب كل نهاية مما يأتي:

14) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+4x-5}{x^2-1}$

.....

.....

.....

.....

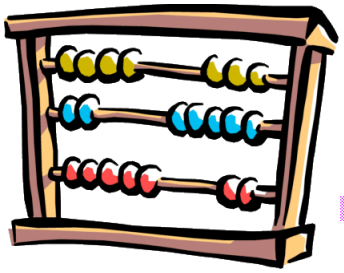
15) $\lim_{x\to 0} \frac{4x}{\sqrt{x+1}-1}$

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

احسب كل نهاية مما يأتي:

(5A $\lim_{x\to\infty}(-x^3-4x^2+9)$

.....

(5B $\lim_{x\to-\infty}(4x^6+3x^5-x)$

.....

(5C $\lim_{x\to-\infty}(2x-6x^2+4x^5)$

.....

تحقق من فهمك

احسب كل نهاية مما يأتي:

(6A $\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x-10}$

.....

(6B $\lim_{x\to\infty}\frac{-3x^2+7}{5x+1}$

.....

(6C $\lim_{x\to\infty}\frac{7x^3-3x^2+1}{2x^3+4x}$

.....

تحقق من فهمك

احسب نهاية كل متتابعة مما يأتي إن وجدت:

(7A $a_n=\frac{4}{n^2+1}$

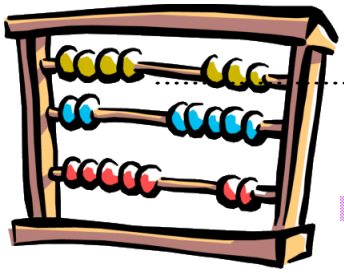
.....

(7B $b_n=\frac{2n^3}{3n+8}$

.....

(7C $c_n=\frac{9}{n^3}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]$

.....



تدرب وحل المسائل

احسب كل نهاية مما يأتي:

(20 $\lim_{x\to\infty}(5-2x^2+7x^3)$

.....

(21 $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^3-10x+2}{4x^3+20x^2}$

.....

(23 $\lim_{x\to\infty}\frac{14x^3-12x}{4x^2+13x-8}$

.....

(24 $\lim_{x\to\infty}\frac{6x^3+2x-11}{-x^5+17x^3+4x}$

.....

(27 $a_n=\frac{8n+1}{n^2-3}$

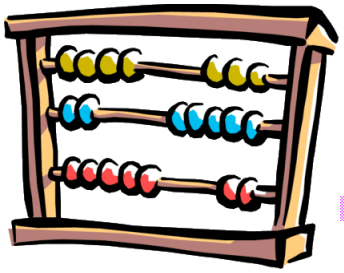
.....

(28 $a_n=\frac{-4n^2+6n-1}{n^2+3n}$

.....

(32 $a_n=\frac{12}{n^2}\left[\frac{n(2n+1)(n+1)}{6}\right]$

.....



تحقق من فهمك

أوجد ميل مماس كل منحنى مما يأتي عند النقطة المعطاة:

(1A $y = x^2, (3, 9)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالة مما يأتي عند أي نقطة عليه:

(2B $y = x^3$

.....

.....

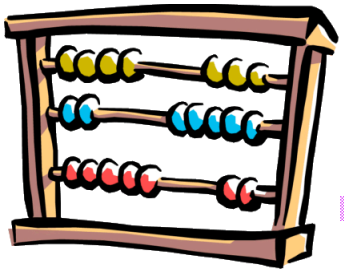
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد ميل مماس المنحنى عند النقطة المعطاة:

1) $y = x^2 - 5x\ ,\ (1, -4)\ ,\ (5, 0)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالة مما يأتي عند أي نقطة عليه:

5) $y = 4 - 2x$

.....

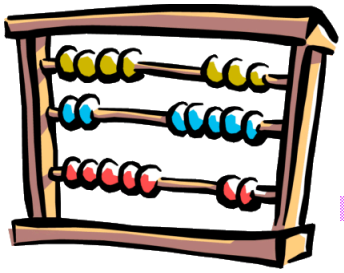
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

3) **بالون:** تمثِّل $h(t) = 5 + 65t - 16t^2$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لبالون يصعد رأسيًّا، ما السرعة المتوسطة المتجهة للبالون بين $t = 1\,\text{s}$ ، $t = 2\,\text{s}$؟

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

4) سقطت علبة مادة التنظيف من يد عامل في أثناء قيامه بتنظيف نافذة بناية على ارتفاع 1400 ft عن سطح الأرض، وتمثل الدالة $h(t) = 1400 - 16t^2$ ارتفاع العلبة بالأقدام بعد t ثانية من سقوطها. أوجد السرعة المتجهة اللحظية للعلبة $v(t)$ بعد $7\,\text{s}$.

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

5) تمثِّل الدالة $s(t) = 90t - 16t^2$ ارتفاع صاروخ بعد t ثانية من إطلاقه رأسيًّا من مستوى سطح البحر ، حيث الارتفاع بالأقدام. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للصاروخ عند أي زمن .

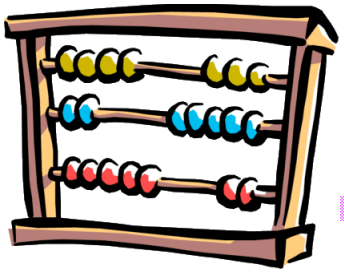
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

تمثِّل $s(t)$ في كلٍّ مما يأتي بُعد جسم متحرك بالأميال بعد t دقيقة. أوجد السرعة المتوسطة المتجهة للجسم بالميل لكل ساعة في الفترة الزمنية المعطاة. (تذكر بأن تحوِّل الدقائق إلى ساعات) :

13) $s(t) = 1.08t - 30\ ,\ 4 \le t \le 8$

.....

.....

.....

.....

.....

تمثِّل $f(t)$ في كلٍّ مما يأتي بُعد جسم متحرك عن نقطة ثابتة بالأقدام بعد t ثانية. أوجد السرعة المتجهة اللّحظية لهذا الجسم عند الزمن المُعطى:

17) $f(t) = 100 - 16t^2,\ t = 3$

.....

.....

.....

.....

.....

تمثِّل $s(t)$ في كلٍّ مما يأتي المسافة التي يقطعها جسم متحرك. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن :

23) $s(t) = 14t^2 - 7$

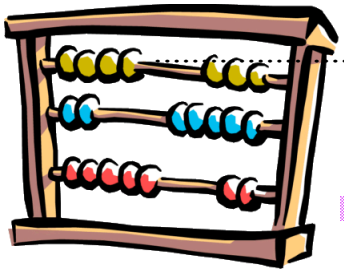
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد مشتقة $f(x)$ باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند قيم x المعطاة:

1A $f(x) = 6x^2 + 7, x = 2, 5$

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

2A $j(x) = x^4$ **2B** $k(x) = \sqrt{x^3}$ **2C** $m(x) = \frac{1}{x^5}$

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

3A $f(x) = 2x^5 - x^3 - 102$

.....

.....

3B $g(x) = 3x^4(x + 2)$

.....

.....

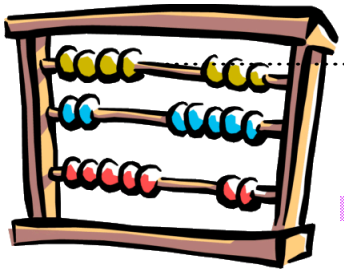
.....

3C $h(x) = \frac{4x^4 - 3x^2 + 5x}{x}$

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد مشتقةَ كلِّ دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة:

1) $f(x) = 4x^2 - 3, x = 2, -1$

.....

.....

.....

.....

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

6) $y(f) = -11f$

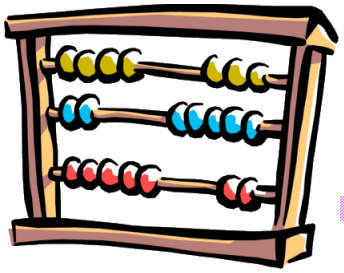
.....

.....

7) $z(n) = 2n^2 + 7n$

.....

.....



تحقق من فهمك

4) تمثِّل الدالة $h(t) = 55t - 16t^2$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لكرة قُذِفت رأسيًّا إلى أعلى. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية للكرة عند أي زمن .

.....

.....

تحقق من فهمك

5) **رياضة القفز:** تمثِّل الدالة $h(t) = 20t^2 - 160t + 330$ ارتفاع سعد بالأقدام في أثناء مشاركته في قفزة البنجي، حيث t الزمن بالثواني في الفترة $[0, 6]$. أوجد أقصى وأدنى ارتفاع يبلغه سعد في هذه الفترة الزمنية.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

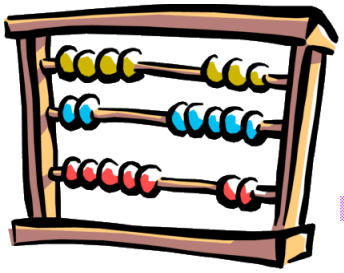
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

14) **درجات الحرارة:** تُعطى درجة حرارة إحدى المدن بالفهرنهايت في أحد الأيام بالدالة :

$f(h) = -0.0036h^3 - 0.01h^2 + 2.04h + 52$ ،

حيث h عدد الساعات التي انقضت من ذلك اليوم.

a) أوجد معادلة تمثل مُعّدل التغيّر اللّحظي لدرجة الحرارة.

.....

.....

استعمل الاشتقاق لإيجاد النقاط الحرجة، ثم أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لكل دالة مما يأتي على الفترة المعطاة.

15) $f(x) = 2x^2 + 8x, [-5, 0]$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

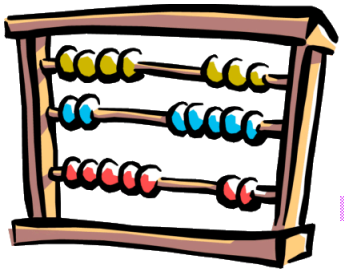
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد مشتقة كل دالةٍ مما يأتي:

(6B $h(x) = (x^2 + x^3 + x)(8x^2 + 3)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد مشتقة كل دالةٍ مما يأتي:

(7B $k(x) = \frac{6x}{2x^2 + 4}$

.....

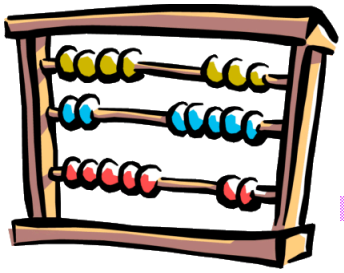
.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

22 $f(x) = (4x + 3)(x^2 + 9)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

29 $f(m) = \dfrac{3 - 2m}{3 + 2m}$

.....

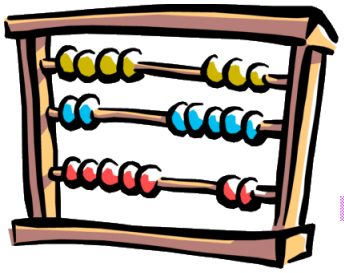
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

1) قرّب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x) = -x^2 + 24x$ والمحور x على الفترة $[0, 24]$ باستعمال 6، 8، 12 مستطيلًا على الترتيب. استعمل الطرف الأيمن لقاعدة كل مستطيل لتحديد ارتفاعه.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

2) قرّب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x) = \frac{12}{x}$ والمحور x في الفترة $[1, 5]$ باستعمال مستطيلات عرض كل واحد منها وحدة واحدة . استعمل الأطراف اليمنى ثم اليسرى للمستطيلات لتحديد ارتفاعاتها، ثم احسب الوسط للتقريبين.

.....

.....

.....

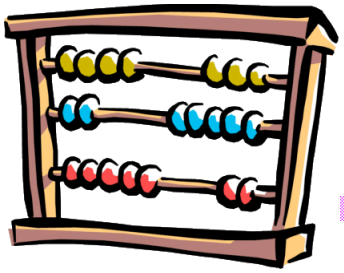
.....

.....

.....

.....

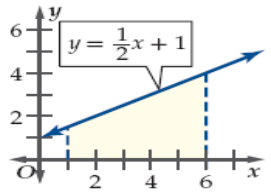
.....



تدرب وحل المسائل

قرِّب مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى الدالة مستعملًا الطرف المعطى لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عددها في كلٍّ من الأشكال أدناه:

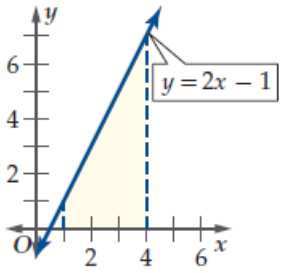
1) 5 مستطيلات
الطرف الأيمن



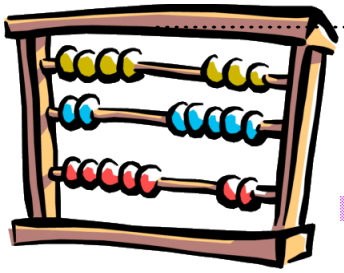
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

قرِّب مساحة المنطقة المظلَّلة تحت منحنى الدالة في كلٍّ من الأشكال الآتية مستعملًا الأطراف اليمنى ثم اليسرى؛ لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عرض كلٍّ منها، ثم أوجد الوسط للتقريبين:

6) العرض 0.5



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



تحقق من فهمك

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطى بالتكامل المحدد في كلٍّ مما يأتي:

3B) $\int_0^3 x\,dx$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

11) $\int_0^2 6x\,dx$

.....

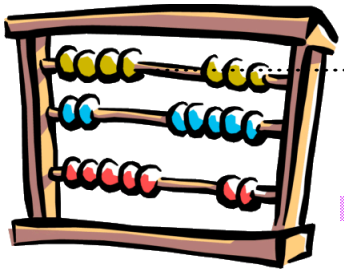
.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد دالة أصلية لكل دالة مما يأتي:

(1A $2x$

.....

.....

(1B $-3x^{-4}$

.....

.....

(2A $f(x) = 6x^4$

.....

.....

(2B $f(x) = \frac{10}{x^3}$

.....

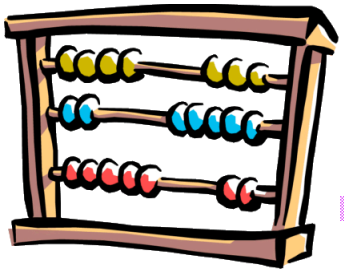
.....

(2C $f(x) = 8x^7 + 6x + 2$

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالّة مما يأتي:

1 $f(x) = x^5$

.....

.....

2 $f(z) = \sqrt[3]{z}$

.....

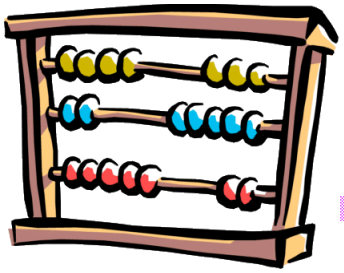
.....

6 $m(t) = 16\,t^3 - 12\,t^2 + 20\,t - 11$

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

3) سقوط حُر: عند قيام فنّي بإصلاح نافذة برج على ارتفاع 120 ft سقطت محفظتُه نحو الأرض، وتمثّل $v(t) = -32t$ سرعة المحفظة المتجهة اللحظية بالأقدام بعد t ثانية من سقوطها.

A) أوجد دالة موقع المحفظة $s(t)$ بعد t ثانية من سقوطها.

B) أوجد الزمن الذي تستغرقُهُ المحفظة حتى تصل إلى سطح الأرض.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

احسب كل تكامل محدد مما يأتي:

4A) $\int_2^5 3x^2\,dx$

.....

.....

.....

.....

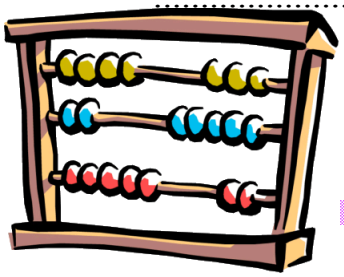
4B) $\int_1^2 (16x^3 - 6x^2)\,dx$

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

7) سقوط حر: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. افترض أن القلم قد استغرق 2s حتى الوصول إلى سطح الأرض.

a) أوجد دالة الموقع $s(t) = \int -32t\,dt$.

b) احسب قيمة C عندما $t = 2\text{s}$ ، $s(t) = 0$.

c) ما ارتفاع القلم عن سطح الأرض بعد 1.5s من سقوطه؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

احسب كل تكامل محدد مما يأتي:

9) $\int_1^4 2x^3\,dx$

.....

.....

.....

.....

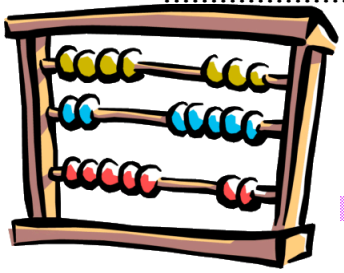
10) $\int_2^5 (a^2 - a + 6)\,da$

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

احسب كل تكامل مما يأتي:

(5A $\int (6x^2 + 8x - 3)\, dx$

.....

.....

.....

.....

.....

(5B $\int_1^3 (-x^4 + 8x^3 - 24x^2 + 30x - 4)\, dx$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد الشغل اللازم لشد نابض مسافة ما والمعطى بالتكامل في كل مما يأتي:

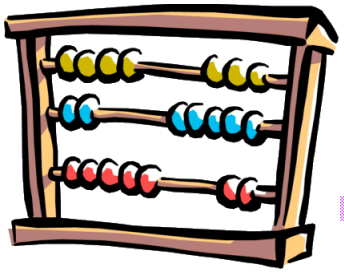
(6A $\int_0^{0.7} 476x\, dx$

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

14) حشرات: تُعطى سرعة قفز حشرة بـ $v(t) = -32t + 34$ ، حيث t الزمن بالثواني، و $v(t)$ السرعة المتجهة بالأقدام لكل ثانية.

a) أوجد دالة الموقع $s(t)$ للحشرة، ثم احسب قيمة الثابت C بفرض أنه عندما $t = 0$ ، فإن $s(t) = 0$.

b) أوجد الزمن من لحظة قفز الحشرة حتى هبوطها على سطح الأرض؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....